

国家基础教育课程改革系列参考资料

中国教育学会“十五”重点课题

“借鉴多元智能理论 开发学生潜能实践研究”暨

DIC 国际合作项目

多元智能理论与新课程教学实践

初中教学部分

(第一辑)

多元智能与初中数学教学(二)



北京师联教育科学研究所 编 学苑音像出版社 出版

责任编辑 冯克诚 王 军

封面设计 师联平面工作室

**多元智能理论与新课程教学实践
初中教学部分
(第二辑)**

★

学苑音像出版社出版发行

★

北京密云红光印刷厂印刷

2004 年 8 月印刷

开本 850 × 1168 1/32 印张 199.875 字数 5192 千字

ISBN7 - 88050 - 144 - 4

本系列资料配光碟发行册均 16.80 元(不含碟)

本书如有印刷、装订错误,请与本社联系调换

《多元智能理论与新课程教学实践》

出版说明

多元智能(MI)理论由美国哈佛大学终身教授、“零点项目”负责人霍华德·加德纳(Howard Gardner)先生于1983年提出并创立,旨在研究人的智能功能的多元结构,创建一个开放的教育系统,促进人类心灵全面而充分地发展。经过20余年的理论和实践研究发展,在全世界范围的教育系统内产生了极大的震动和深远的影响,被欧美理论界称为二十世纪最伟大的教育理论发现。

DIC(Discover In China)是以中国联合国教科文组织协会全国联合会主席陶西平代表中方与美国亚利桑那大学 DISCOVER 项目组负责人、“零点项目”核心专家琼·梅克教授,于2000年8月在北京签署的国际合作项目,是国内唯一具有签约授权的多元智能(MI)研究的国际合作项目,它同时被批准为中国教育学会“十五”重点课题,即“借鉴多元智能理论 开发学生潜能实践研究”。课题的研究目标,是适应中国基础教育改革的实际需要,借鉴以多元智能理论为代表的、开发学生多元潜能的现代教育理论,通过不同类型实验区和项目学校在教学改革各个领域的实践研究,逐步形成适合开发学生多元潜能的学校课程和以“问题解决”为导向的基本教学策略。其相应的多元多维教育评价体系,已被教育部基教司课程改革评价项目组接纳,直接参与了当前义务教育新一轮的课程改革研究,为国家的教育决策和

各地教学改革提供了参考和依据。

为深入推进和开展多元智能理论和实践的研究,团结全国从事该领域研究的各方教育力量,整合研究成果,配合国家基础教育课程改革,经中国联合国教科文组织协会全国联合会、北京市教育委员会、中国教育学会“借鉴多元智能理论 开发学生潜能实践研究”十五’重点课题暨 DIC 国际合作项目组特别授权,由学苑音像出版社投巨资整理出版了大型系列音像资料片《多元智能理论与新课程教学实践》(VCD399 种)。本资料属于国家基础教育课程改革系列音像资料,内容包括多元智能理论创始人霍华德·加德纳在内的国内外众多研究多元智能理论的核心专家关于多元智能的基本理论原理、学术渊源、多元智能学校实验工作、多元智能理论研究的原则、方法等专题讲座 75 种,和国内外各大实验区的优秀课堂实录(VCD)及各种课件共 324 种,较全面完整地反映了在不同学校类型、不同学科和各种教学环节中多元智能理论与实践工作进展的基本情况,对于进一步推进学校实验工作和教育创新具有相当重要的理论意义和实际借鉴作用。

《多元智能理论与新课程教学实践》文库是与前述大型系列音像资料配套使用的大型参考文献,主要整理了有关多元智能理论的基本内容和各大实验区的原创性的研究成果、经验总结、案例解说、个案设计以及其中特别具有实用价值的内部文献,对于指导学校进一步的实验、培训实验教师进行新课程改革和教学创新都具有直接的参考作用和应用价值。

北京师联教育科学研究所

2004 年 8 月

组织授权

中国联合国教科文组织协会全国联合会

北京市教育委员会

中国教育学会“借鉴多元智能理论 开发学生潜能实践研究”

暨 DIC 国际合作和项目课题组

课题指导专家

陶西平 中国联合国教科文组织协会全国联合会主席，北京市社会科学界联合会主席，本课题负责人

柳 斌 教育部总督学、顾问、中国教育国际交流协会会长、原国家教委副主任

顾明远 中国教育学会会长，北京师范大学、教授，博士生导师

郭福昌 原国家教委副总督学、本课题组副组长

霍华德·加德纳(Howard Gardner) :多元智能理论创始人，美国哈佛大学终身教授、“零点项目”负责人

琼·梅克(June Maker)美国亚利桑那大学教授、导师。“零点项目”核心专家

张稚美(Ji - Mei Chang, Ph. D.)美国加州圣荷西州立大学教授、导师

托马斯·里尔·阿姆斯特朗(Thomas Leigh Armstrong)美国著名心理学家、多元智能研究专家

约翰·保罗·汤普森(John Paul Thompson) 英国诺丁汉大学教授、多元智能研究专家

梅汝莉 中国陶行知研究会副会长,北京教育学院教授,课题组常务副组长

迪·迪瑾逊(Dee Dickinson) 全美在线多元智能课堂总裁(政府)、师资培训专家,《多元智能教学的策略》作者

米歇尔 加拿大魁北克省教育专家、教育委员会总裁。

托马斯·R·霍尔(Thomas R·Hoem) 美国第一所多元智能实验学校——新城中学校长

张国祥 澳门大学教授、博士、澳港地区实验学校负责人

沈致隆 北京工商大学教授、教育部艺术教育委员会委员
《多元智能》中文版一书首译者

张开冰 泰兆教育基金总裁、(香港)中国多元智能教育协会会长

陈杰琦 全美多元智能与教育研究专题组组长、教育博士,
北美华人教育研究年会主席

张梅玲 中国科学院心理研究所研究员、导师

霍力岩 北京师范大学教授、教育学博士

青岛泰治 联合国教科文组织驻北京办事处主任

杰瑞·伯瑞奇(Jary·Borich) 美国德州奥斯汀大学教授

程方平 中央教育科学研究所研究员、教育学博士

冯克诚 中国社会科学院高级编审、本课题年会秘书长、教育学博士

目 录

“问题模式”教学的体会	(1)
一次式与二次式的值的教学设计	(7)
问题模式在初中数学教学中的应用	(12)
应用多元智能理论 培养数学思维能力	(16)
《勾股定理》教学设计	(19)
让学生在自主、合作、创新的学习中体验成功	(27)
《绪 论》教学设计	(39)
《直线的性质》教学设计	(51)
《线段的比较和画法》教学设计	(56)
《线段的和、差、倍、分》教学设计	(60)
《角的概念》教学设计	(66)
《角的比较》教学设计	(74)
《角的画法》教学设计	(81)
《作一个角等于已知角》教学设计	(86)
《相交线的性质》教学设计	(90)
《同位角、内错角、同旁内角》教学设计	(97)
《相交线、对顶角》教学设计	(105)
《平行线、平行公理》教学设计	(114)
《平行线的判定》教学设计	(119)
《平行线的性质》教学设计	(134)
《命 题》教学设计	(141)
《定理与证明》教学设计	(147)

《三角形的有关线段》教学设计	(152)
《三角形的内角和》教学设计	(162)
《全等三角形》教学设计	(167)
《全等三角形》教学设计	(172)
《三角形全等的判定》教学设计	(177)
《直角三角形全等的判定》教学设计	(184)
《三角形全等的判定》教学设计	(189)
《等腰三角形的性质》教学设计	(196)
《轴 对 称》教学设计	(205)
《三角形的中位线》教学设计	(211)
《平行四边形的判定》教学设计	(220)
《梯形中位线定理》教学设计	(225)



“问题模式”教学的体会

慈溪市新世纪实验学校 施央娣

当今社会的不断发展,教育显得越来越重要。就在我们不断反思、寻求新的发展方向的时候,中央教科所陈如平博士从祖国的首都北京带来了多元智能理论。美国霍华德·加德纳教授创立的多元智能理论超越了狭隘的传统智能概念,认为每个人至少具有八项智能,即语言智能、逻辑——数学智能、空间思维智能、肢体运作智能、音乐智能、交际智能、内省智能和自然观察智能 并指出,一个人的智能不能仅以他在学校环境中的表现为依据,判断他的实际解决问题的能力,以及在自然环境下的创造力。因此,多元智能所要解决的一个重要问题,就是如何提高智能组合的效率,以提高解决问题的能力。美国亚利桑那学者琼·梅克教授以多元智能理论指导,创立了以培养和评价学生能力为目的的“问题体系”,她以“问题”为中心,以“方式”为中介,以“答案”为结果,提出了五大类问题。我们学校根据这个“问题体系”构建了问题体系课堂教学模式。

传统的教学模式是以教师讲授为主,现在我们所用的“问题教学模式”让学生真正成为学习的主人,全面提高学生的思维能力、解决问题的能力及创新能力和实践意识。在实施问题模式教学中,关键是激发学生的求知欲,使学生对学习由被动到主动。问题模式的教学分三个步骤:(1)学生根据预习题进行课前预习。(2)师生共同发现问题,解决问题,从而掌握知识。(3)当堂训练,巩固所学的知识。以下就这三个步骤谈一点粗浅的认识。



一、问题模式教学中首先学生须课前预习

学生根据老师所给的预习题做好课前预习,使学生带着问题进入课堂。当然,老师给学生准备的问题是在充分了解学生认知水平的基础上,根据教学任务来设计的。如 12.1 节利用不等式性质 1 解一元一次不等式的预习题设计如下:

1. 填不等号。

- (1) 若 $7 > 2$, 则 $7 + 5$ _____ $2 + 5$ 。
- (2) 若 $-5 < 2$, 则 $-5 - 1$ _____ $2 - 1$ 。
- (3) 若 $a > b$, 则 $a + mb + m$ _____。
- (4) 若 $m < n$, 则 $m - c$ _____ $-n - c$ 。

2. 根据条件写出仍成立的不等式。

- (1) $x - c < 3$, 两边都加上 C 。
- (2) $x > 1 + a$, 两边都减去 a 。

3. 解下列不等式, 并把它们的解在数轴上表示出来。

- (1) $x + 4 > 3$ (2) $7x + 6 > 6x + 3$
- (3) $7x - 1 \leq 6x + 1$
- (4) $-5x \geq 2(2 - 3x)$

问题 1 把不等式性质 1 设计为几个有梯度的小问题, 为思维铺设阶梯, 使学生更易理解。问题 2 对学生来说较简单, 但通过这几个问题让学生自己分析自己归纳出移项法则, 并用自己的语言来归纳, 这能培养学生发散性思维。问题 3 是利用不等式性质 1 解几个基础题, 让学生自己检验通过预习所掌握的知识。因我们的预习题大部分题目较基础, 绝大部分学生都能做, 这样也使一些学困生体验到了成功的喜悦, 对学习有了信心。

二、问题模式的教学中应发挥教师的主导作用。

教学中, 问题的设计和提出, 对问题的提示指导和讲解即教师的



主导作用,显得至关重要,课堂前和课堂上教师必须发挥‘导’的作用,在‘导’字上作文章,引导学生自己进行探讨自己讨论。

导,是一个过程,是教师多方设法引导学生积极思考发现问题、分析问题、解决问题的训练过程。在这个过程中,教师的主要任务是根据学生的认知水平和思维特点,把需要掌握的知识设计成若干问题,在解决的过程中,教师不能把问题的答案直接传授给学生,教师应引导学生积极思维让学生自己探讨解决问题的方法,并形成能力。导、思的过程是充分体现教师的教学水平和教学艺术的过程,这里主要探讨教师在教学中设疑与讲授的方式来引导学生积极地思考分析问题解决问题的方法。

如上面所讲的 12.1 节利用不等式性质 1 解一元一次不等式中的预习题,老师先进行检测叫学生回答。问题 1 叫一个基础较差的学生回答,随后老师提问:“从中你发现了什么规律?”她就回答说:“不等式两边同加或同减一个数或式子,不等式中的符号不变。”对此学生进行讨论并形成共识,得到了一元一次不等式性质 1。问题 2 同样叫学生到黑板上来板演,从而由 $x - c < 3$ 和 $x > 1 + a$ 得到 $x < 3 + c$ 和 $x - a > 1$,老师就问:“你从原题到结论发现了什么规律,并用自己的语言来叙述。”学生的回答是“移项变号”这四个字。前面设计的两个问题消灭了学生背定理、性质的困难,使基本知识和基本技能得到了了解熟悉和巩固。问题(3)让学生在黑板上来板演,其他学生发现问题,直接到黑板上用不同的颜色进行修改。采用“兵”教“兵”的方法,把来自学生的问题让学生来解决。这样培养学生发现问题、解决问题的能力。

问题起着一定的思维导向作用,引导学生从哪个角度去解决问题,从而有效地实现教学任务。这就体现教师‘导’的作用,因问题主要来源于教师的课前设计,需在充分了解学生的基础上,并根据教学内容和考虑能否促进学生的思维来设计问题。课堂上问题的设置是一项创造性的劳动,讲授一个定理可设计若干不同的问题,可有若干



不同的问法,但不同的问题,不同的问法会产生不同的效果,因此准确掌握教学内容,明确所学知识在本书中的地位 and 作用,恰当地把握学生的认识能力和思维水平,才能问有所思,问有所答,使学生思维积极活跃,使教师收到理想的教学效果。课堂上提问时需注意以下几点:

1. 问题必须与教学目标、教学重难点紧密相连。
2. 问题必须明确、集中、有层次、有启发性、能促进和发展学生的思维。
3. 几个问题之间有密切的逻辑关系。
4. 问题必须难易适中,让学生跳着摘到果子。

三、问题模式须发挥当堂训练的作用

要正确处理当堂训练,需先从“什么是训练”入手。所谓训练就是有计划、有步骤地使学生具有某种特长或技能,应该说知识的掌握固然重要,但获取知识的训练过程更重要,这个过程就是教师引导学生发现问题、分析问题、解决问题的过程,是学生掌握科学学习方法的过程,是提高学生的思维能力以及创新能力的过程,再者训练过程不是无目的,无计划的练习,应该包括教师的‘训’和学生的‘练’两个方面。教师的训就是根据教学目标、重点、难点安排好训练程序。在学生的学习过程中,对学生进行指导、点拨、释疑、启发学生的思维,激发学习的兴趣,使学生在练的过程中掌握知识、提高能力。学生的‘练’是在教师的启发引导下有计划、有步骤地进行各方面的练习,通过练习、掌握方法,提高知识水平,形成技能。

要正确处理好训和练的关系,教师必须深入了解教学内容,认真备课,发挥集体备课的作用,精心设计教学过程,了解学生的数学基础,设计当堂训练的题目。因这是一堂传授新知识的课,还要照顾到一部分中差生和学习较好的学生,题目需有阶梯式:有基础题和拓展题,做到使学生的知识得到巩固和使学生的思维得到发展。



如 12.1 节利用不等式性质 1 解一元一次不等式的当堂训练：

1. 解下列不等式, 把它们的解在数轴上表示出来。

$$(1) x - 2 \leq 3$$

$$(2) 7x + 2 < 6x + 1$$

$$(3) 3(y - 3) \leq 4(y + 1)$$

$$(4) 2m - 1 \geq 2 - (5 - m)$$

$$(5) \frac{x-3}{3} - \frac{7x-5}{6} > 2 - x$$

$$(6) 0.35x + \frac{3}{5} > 1 - \frac{13}{20}x$$

2. 求使下列各种有意义的 x 的取值范围。

$$(1) \sqrt{x-3} \quad (2) \frac{1}{\sqrt{x+2}}$$

3. 扩展题。

(1) 求不等式 $3 - 4(x - 1) \geq -3(x - 1)$ 的非负整数解。

(2) 若 $a < 0$, 则 $b, b - a, b + a$ 能否比较大小? 若能, 请予比较; 若不能, 请说明理由。

题目 1 让学生运用所学的知识, 叫学生到黑板上来做, 仍然采用“兵”教“兵”的办法。但 (5)、(6) 两个小题有学生提出来还可以运用下一节的知识, 这样可以激发学生的求知欲。题目 2 让学生把所学的知识进行灵活运用。题目 3 是针对基础较好的学生, 提高学生的思维 and 创新能力。问题模式教学真正消灭了满堂灌, 当然教学中还需讲解, 因学生受知识水平和认识能力的限制, 在思考的过程中, 某些问题不能作出正确的解答, 在这种情况下, 教师需要讲, 要精讲, 教师的讲是学生思维的引导和启发。

问题模式教学能培养学生主动去学和想, 若有一次学生预习时看到一元二次方程中的判别式小于 0, 方程没有实数根。学生就联想到能不能说没有解。还有, 有一个成绩较差的学生以前上课时不



举手回答问题,老师叫他回答时他的回答不是很正确。现在我们采用了这种教学后他上课能踊跃地举手,回答问题正确率也比以前高了。总之问题模式教学能让学生真正成为学习的主人。



一次式与一次式的值的教学设计

——层次教学的尝试

浙江省慈溪市宗汉街道高王中学 王晓峰

层次教学法是指在教学过程中,针对不同水平的学生,提出多层次的教学目标,运用不同的教学方法,使各层次的学生都能经过努力得到最优发展。

层次教学法是因材施教原则在教学中的具体运用,因材施教原则要求我们在教学中要面向全体学生,提出统一要求,又要照顾个别差异。学生的个别差异是客观存在的,这种差异不仅表现在不同年龄阶段,就是同一年龄阶段的学生也存在着明显的个体差异。“多元智能理论”的创立者加德纳教授认为学生的智能无所谓高低之分,只是经常表现为不同和强弱的差异,“每一个孩子都是潜在的天才儿童,只有智能倾向的不同的方式”,教学的成功在于能够发现并创造适合每个学生学习方法的教学环境,他本人的“光谱方案”,也由最初的“衡量儿童智能的方法”演进成“完整的教学环境”。所有这些归根结底都是因材施教这一传统教学原则的进一步深化和细化。

可见,层次教学法是一种非常切实可行的有效的教学方法,很值得花大力气大面积推广,于是我在“一次式与一次式的值”的教学中进行了如下尝试。为了便于操作和管理,在上课之前我把学生按后、中、优的层次分成A、B、C三个学习小组,并且按小组就座。

教学内容

一次式与一次式的值



教学重点

一次式的有关概念与求一次式的值

教学难点

当字母取负数或分数时求一次式的值

教学过程

一、板书课题,揭示教学目标

(A)组:了解一次式的概念,理解项、系数及一次式的值的概念,初步学会求一次式的值

(B)组:了解一次式的概念,掌握项、系数及一次式的值的概念,学会求一次式的值

(C)组:了解一次式的主要特点,熟练掌握项、系数、一次式的值的概念及求一次式的值,并且体验一般与特殊的辩证关系

二、一次式的概念(约 8 分钟)

1. 学生自学课本 85 页到 86 页第四段的内容(约 2 分钟)

2. 检查自学效果(约 6 分钟)

(一)判别一次式

(A)组 $2a, -\frac{3}{2}b, a - \frac{3}{4}b, -b + 2 - 3c$

(B)组 $3, \pi, \frac{1}{7} + \frac{3a}{7}, \frac{3-5s+t}{4}$

(C)组 $\frac{1}{a}, \frac{5abc}{7}, \pi r$

步骤①教师巡视,充分了解学生自学中存在的问题

②小组内部成员相互交流

③个别提问与举手表决



④点拨矫正

⑤给出一次式的主要特点,提醒学生的做好笔记

三、一次式的项和项的系数(约 10 分钟)

1. 回顾旧知识

例: $-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ (约 1 分钟)

①和式中有几项,各是什么?

②有理数和式的项的概念

2. 自学课本 86 页剩余内容,划出概念,理解并加以记忆

3. 检测(约 7 分钟)

①口答系数与常数项的概念

②指出下列一次式的项和项的系数

(A)组: $a - b, 3s - \frac{1}{4}t - 2r$

(B)组: $-\frac{5r}{7}, -2b + 1$

(C)组: $\frac{3-5s+t}{4}, \frac{1}{2} - \frac{m-3n}{5}$

步骤①学生两人一组,快速应答/选择‘过’

②点拨矫正

③集体朗诵概念

四、一次式的值(约 12 分钟)

1. 已知长方形的长是 a , 宽是 b , 则长方形的周长 $c =$ _____

①当 $a = 2.4, b = 3.2$ 时, $c =$ _____

② _____, $c = 2 \times 3.5 + 2 \times 4.2 = 15.4$

.....

注意给出一次式的值的概念时强调书写格式,并且向优生渗透由一般到特殊的辩证思想



2. 学生阅读 87 页的例题

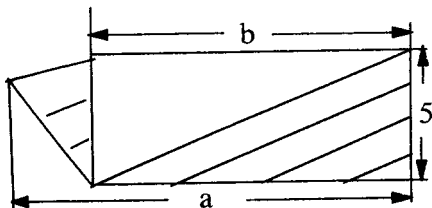
(A)组 求一次式的值需要注意的问题,完成书本上的练习和想一想

(B)组 根据下面所给的值,求一次式 $2p - 3q + 1$ 的值

① $p = -1, q = -2$; ② $p = 1, q = -3$

(C)组 用一次式表示图中阴影部分的面积,本计算当 $a = 4 \frac{1}{4}$,

$B = -2 \frac{1}{4}$ 时的面积



五、巩固新课(约 2 分钟)

①各小组回顾、默想各自的教学目标

②教师小结

六、当堂完成作业(约 13 分钟)

注意①独立思考独立完成

②批改已完成的作业,如有错误,教师不予纠正

七、课后作业设计

①选做题 第 3 题

②预习 2.3 节

八、自我评述

近十年来,我国教育界从“应试教育”现实问题的关注进入到“素质教育”模式的探索,期间绽放了一朵奇葩——洋思模式,洋思模式是我国当代素质教育成功实践的代表,这节课我就采用了这种“先学



后教,当堂训练’的教学模式,运用了层次教学法,吸收并借鉴了美国当代资深的教育家梅里尔·哈明所著的《教学的革命》一书,当中提出一些实用的教学策略,在相对宽松的环境中快节奏的完成了教学计划,达到了预期目标。



问题模式在初中数学教学中的应用

慈溪市宗汉街道新世纪学校 施旦

美国哈佛大学心理学教授加德纳提出的多元智能理论,认为每个人都至少有8种智能,为学生的成长提供了多元化的目标和途径,也为教师的教学提供了多元化教学策略。从教学方面入手,要彻底改革多年来“以教师教授为主的基本模式”,而问题体系则更加明确地提出,教育就是要提高人的智能水平,从而培养能够解决实际问题的高能力的人。多元智能的研究,体现出向问题模式集中的趋势,本人已尝试在初中数学教学中应用问题模式,现发表几点肤浅的认识。

一、预习新课,复习旧知,引出新问题

问题模式就是通过创设各种引导和促进学生思维的条件,让学生亲身参与问题,寻求解决问题的方法。梅克教授把问题分成五个层次的类型,层层递进。学新课之前,提出预习提纲(以第一、第二层次的问题为主,培养学生模仿拓展的应用能力),上课时,根据新知与旧知的内在联系,精要复习旧知(从数学思想方法上、知识的整体结构上,把握复习点)。运用运动变化的观点,抓住数学研究中出现的新问题、新矛盾巧妙设置问题,激发学生迫切要求学习的需要,吸引高度注意(这里要注意紧扣新课题知识实质,精心设计好一个或几个牵一发而动全身的连续性启发题,以题为线索,由此及彼,由浅及深地揭示课题)如,讲幂的乘方时,可先复习同底数幂的乘法公式,并且计算:(1) $2^4 \times 2^4 \times 2^4$, (2) $a^3 \cdot a^3 \cdot a^3 \cdot a^3 \cdot a^3$, (3) $a^m \cdot a^m \cdots a^m$ (有 n 个 a^m 相乘)。通过学生计算后设问:若把 $2^4 \cdot a^3 \cdot a^m$ 看成底数,根据乘方的意义可写成怎



样的乘方形式? $4+4+4, 3+3+3+3+3, m+m+\cdots m$ (有 n 个 m 相加) 根据乘法的意义可写成怎样的乘积? 根据学生的回答, 自然地得出幂的乘方法则来, 从而揭示课题。这样既能促进学生在学习中注意知识联系, 探索认知结构, 又能使学生学会研究新事物的方法, 理解学习新知的意义, 强化继续学习的动力。

二、先学后教, 探究新知, 解决问题

为了促进学生对知识的理解学习, 不能满足于简单地记住对知识的言语陈述, 而是要求学生掌握知识的来龙去脉, 并在适当的情境中运用这些知识解决问题。在新知的学习中, 教师要抓住新旧知识之间的联系和区别, 充分调动学生运用旧知识去分析新问题, 通过自己的思考作用, 主动地获取新知识。教师提出新课的自学提纲, 学生根据教师设计的问题或习题, 在自学后, 自行解决问题, 也可以通过小组讨论, 集众人的智慧力量来解决。其实, 新旧知识不仅内容上有必然的逻辑联系, 而且方法上也有雷同之处, 完全可以按照学(按照自学提纲自学)、议(通过小组讨论解剖典型、交代方法、揭示规律)、教(总结归纳知识, 强调应注意的问题)、放(学生掌握了方法, 放手让学生自己运用这一方法去独立获取知识。)的顺序, 让学生主动地求得新知识。

人类社会的生产是遵循美学原则的, 作为精神生产物的数学知识也是符合审美标准的。教学中, 要注意把握, 适时渗透数学美, 如: 基本概念的简单性、定理与公式的普遍性与统一性、方法的精巧性等数学美的特征, 培养直觉能力。其实数学直觉本质就是某种‘美’的意识或‘美感’。

三、当堂训练, 巩固新知与变式提高

训练是重要的, 但要讲究科学, 符合认识规律。练习题一般可分为四类:



1. 环绕‘懂’来安排练习,包括三种形式,即为讲授新知识作准备的准备性练习,如前面提到的练习(1)(2)(3);为揭示规律服务的实验性练习和针对易错的所在安排的预防错误产生的练习,如在讲解幂的乘方法则后可设计如下判断题:下列计算正确吗? $(a^5)^2 = a^7$, $t^5 \cdot t^2 = t^10$, $[(-2)^3]^2 = -2^6$, $(x^n)^2 = x^2n$ 以防止学生在计算时混淆法则。

2. 环绕‘会’来安排练习,目的是通过反复训练,使学生形成基本技能,实现由‘懂’到‘会’的转化。如在讲解完全平方公式后练习,计算:

$$(1) (2a + 3b)^2, \quad (2) (0.3x - 2y)^2, \quad (3) (-x^2 + 2y^2)^2, \\ (4) (xyz - 1)^2, \quad (5) (-2x - 3y)^2.$$

引导学生以所学理论知识、思想方法来指导和检查自己的活动,有必要的反复,以形成稳定的活动方式,增强技能的牢固性,还要引导学生注意解题方法的合理和灵活性。

3. 环绕‘熟’来安排练习,目的是形成熟练技巧,要注意引导学生运用比较的方法,找到所解习题与例题之间的联系和区别,用不同的方法来解决不同质的矛盾。如在讲解运用乘法公式计算举例着一节课中有例题,计算:

$$(1) (x + 2y - 3)(x + 2y + 3), \\ (2) (2x - 1)^2(2x + 1)^2, \\ (3) (a + b + c)^2,$$

可设计练习:

$$(1) (2a - b - c)(2a - b + c), \\ (2) (a - b)^2(a + b)^2(a^2 + b^2)^2, \\ (3) (3x + 2y - z)^2.$$

4. 环绕‘新’来安排练习,不仅方法答案开放而且问题也开放。在讲轴对称图形和中心对称图形后做这样的练习:为美化校园,学校准备在一块圆形空地上建花坛,现征集设计方案,要求设计的图案有



圆和三角形组成(圆和三角形的个数不限),并且使整个圆形场地成对称图形,请画出你的设计方案。此题为学生的想象力和创造力留下了广阔的空间,同时,对他们的绘画能力,审美能力提出了较高的要求。培养了学生的创新能力。

四、整理知识,补偿小结与欣赏

1. 在小结中应引导学生对新知识进行概括,促进学生对知识的理解由具体经验的水平过渡到抽象概括的水平,要注意不仅概括结论,更要概括知识的发生过程。只有如此,才能使知识构建有序,才能明确知识的适用情境及其来龙去脉,也才能使知识迅速顺利的“迁移”。

2. 根据练习的检查情况,抓住共性的问题,有针对性对知识内容、解题策略、思想方法进行点拨。

3. 或由学生演说,或由教师带领一起欣赏课中数学美,培养学生的直觉能力。总之,在教师的作用下,让学生通过自己的思维来学习数学,教学时在教师的启发和引导下,让学生独立的去探索教师精心安排的数学问题,启迪学生的思维,使他们逐步养成灵活思考数学问题的能力和习惯。通过举例分析教会学生鉴赏数学,启发学生认识到生活中的数学美,从而培养他们热爱数学。



应用多元智能理论 培养数学思维能力

浙江省慈溪市宗汉街道高王中学 张国强

在数学教学中如何培养思维能力是我们广大数学教师必须探讨和研究的课题,可同宗汉街道在各校开展的多元智能理论结合起来。我认为应把教学重点,放在启迪和发展学生思维上,引导学生从某些已知的数学问题进行分析、探索、综合,运用多元智能理论中逻辑--推理数学教学法,进一步培养学生的思维能力,提高数学教学发展。

一、仔细观察：

心理学研究表明,观察是知觉的高级状态,是一种有目的、有计划比较持久的知觉,它是从认识事物的根本途径也是发现问题、解决问题的前提,解每一个数学题都应先以观察入手,边看边想,在审题、转化、探求等各个细节中仔细观察,从观察中逐步培养数学思维能力,如在初一数学教学中,应用立方和公式计算,因课堂练习题中,有一题 $(x+1)(x^2-2x+1)$ 计算题,因极大部分同学认为已学了立方和计算公式,当然是应用公式计算,但是有几个学生仔细观察到这道练习不满足公式特点不能应用公式计算,只能按照常规方法进行计算,因为公式中三项式中间一项没有2倍的,通过这一例题使极大部分同学认识到仔细观察重要性,同时也进一步培养了学生的数学思维能力。

又如例1 若 $x^2 - \frac{3}{2}x + 1 = 0$, 则 $x^2 + \frac{1}{x^3} =$ _____

分析 很多学生利用常规方法求 x , 显然失败了(因为 $x^2 - \frac{3}{2}x +$



$1 = 0$ 在

实数范围内无解), 仔细观察已知条件及代数式的结构, 就不难发现题目的特征: $x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$ 这样就轻而易举得到了代数式的值,

由 $x^2 - \frac{3}{2}x + 1 = 0$, 得 $x + \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$, 于是 $x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})[(x + \frac{1}{x})^2 - 3] = \frac{3}{2}(\frac{9}{4} - 3) = -\frac{9}{8}$

二、注意类化, 善于联想

联想是以观察为基础, 对研究的对象, 或问题的特点, 联系已有的知识和经验, 进行想象的思维方法, 通过两个问题类似之处的比较, 由其中一个问题的性质、结论或解决方法, 猜想到另一个问题也有类似的性质、结论和解决方法, 从而在类比联想中, 激发学生的思维能力, 逻辑 -- 数学智能中包括分类、分案、推理、概括、计算及假设测试。

例 2 分解因式 $(2x - y - z)^3 + (2y - z - x)^3 + (2z - x - y)^3$

分析 本题如果用立方展开整理, 再分解因式很麻烦, 由题目的构造又得三个式子的和为零。

既 $(2x - y - z) + (2x - z - x) + (2z - x - y) = 0$ 由此自然会联想到学过的结论, 若 $a + b + c = 0$ 则 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 对于解此题是很有帮助的。略解为: $(2x - y - z) + (2x - z - x) + (2z - x - y) = 0$ 所以 $(2x - y - z)^3 + (2x - z - x)^3 + (2z - x - y)^3 = 3(2x - y - z)(2y - z - x)(2z - x - y)$ 。

三、逆向思维

逆向思维是指思维活动从一个方向转向相反的方向, 从正向思维转向逆向思维, 是创造性思维的一个重要组成部分, 在数学教学中加强逆向思维的训练是提高学生思维的灵活性, 有效地摆脱题海战



术,减轻学生负担的重要一环,也是我们在课堂教学中应用多元智能理论,特别数理逻辑智能中运算和推理能力,通过类比、对比、因果和逻辑等关系来提高学生的思维能力,有着十分重要的意义。

例3 求 $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1)$ 的个位数

分析 此题若学生按常规解题,先求各个团式和,再求积,不但运算量大,而且很难求得结果,若能考虑到应用平方差或在原式中乘以 $(2-1)$ 逐次消项,不难求得结果。

略解 原式 $= (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)(2^{64}+1) = 2^{128} - 1 = 16^{32} - 1$ 的个位数为 5。

我们在初三数学复习中根据近年来中考变化多端,新题型不断出现的特点,在最后复习中应加强对学生多元智能理论逻辑数学智能——“逆向思维”的习题的训练。如果 $(a-1)x > 2-2a$ 的解为, $x < -2$,那么 $a < 1$,又如两圆有三条公切线,成两圆位置关系,如何习题训练。

在初中数学教学中,如何培养学生的思维能力,教师要根据逻辑——数学智能,应潜心钻研教材,钻研教法通过各种途径,在课堂教学及平时辅导学生,应用多元智能理论,使学校环境,课堂教学成为发展学生智力培养思维能力、探索创新能力的天地,引导学生仔细观察、分析综合,引申拓广,使学生在接受数学知识和技能的同时,学生如何学、如何思考,而进一步培养创新能力。



《勾股定理》教学设计

教学目标

1. 了解勾股定理的证明,掌握勾股定理的内容,初步会用它进行有关的计算、作图和证明.
2. 通过勾股定理的应用,培养方程的思想和逻辑推理能力.
3. 对比介绍我国古代和西方数学家关于勾股定理的研究,对学生进行爱国主义教育.

教学重点与难点

重点是勾股定理的应用 难点是勾股定理的证明及应用.

教学过程设计

一、激发兴趣,引入课题

通过介绍我国数学家华罗庚的建议——向宇宙发射勾股定理的图形与外星人联系,并说明勾股定理是我国古代数学家于2000年前就发现了的,激发学生对勾股定理的兴趣和自豪感,引入课题.

二、勾股定理的探索,证明过程及命名

1. 猜想结论.

勾股定理叙述的内容是什么呢?请同学们也体验一下数学家发



现新知识的乐趣.

教师用计算机演示:

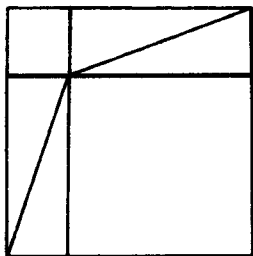
(1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对边分别为 a, b 和 c , $\angle ACB = 90^\circ$, 使 $\triangle ABC$ 运动起来, 但始终保持 $\angle ACB = 90^\circ$, 如拖动 A 点或 B 点改变 a, b 的长度来拖动 AB 边绕任一点旋转 $\triangle ACB$ 等.

(2) 在以上过程中, 始终测算 a^2, b^2, c^2 , 各取以上典型运动的某两个状态的测算值(约 7 ~ 8 个) 列成表格, 让学生观察三个数之间有何数量关系, 得出猜想.

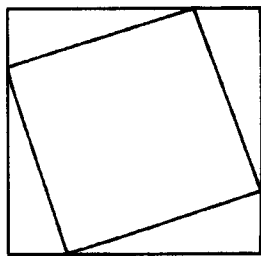
(3) 对比显示锐角三角形、钝角三角形的三边的平方不存在这种关系, 因此它是直角三角形所特有的性质. 让学生用语言来叙述他的猜想, 画图及写出已知、求证.

2. 证明猜想.

目前世界上可以查到的证明勾股定理的方法有几百种, 连美国第 20 届总统加菲尔德于 1881 年也提供了一种面积证法(见课本第 109 页图(4)), 而我国古代数学家利用割补、拼接图形计算面积的思路提供了很多种证明方法, 下面咱们采纳其中一种(教师制作教具演示, 见如图 1) 来进行证明.



(a)



(b)

图 1

3. 勾股定理的命名.

我国称这个结论为“勾股定理”, 西方称它为“毕达哥拉斯定理”,



为什么呢？

- (1) 介绍《周髀算经》中对勾股定理的记载；
- (2) 介绍西方毕达哥拉斯于公元前 582 ~ 493 时期发现了勾股定理；
- (3) 对比以上事实对学生进行爱国主义教育，激励他们奋发向上。

三、勾股定理的应用

1. 已知直角三角形任两边求第三边.

例 1 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 所对边分别为 a, b, c .

- (1) $a = 6, b = 8$, 求 c 及斜边上的高 ; (2) $a = 40, c = 41$, 求 b ;
- (3) $b = 15, c = 25$, 求 a ; (4) $a : b = 3 : 4, c = 15$, 求 b .

说明 对于(1), 让学生总结基本图形(图 3) 中利用面积求斜边上的高的基本方法 对于(4), 引导学生利用方程的思想来解决问题.

教师板书(1), (4) 的规范过程, 让学生练习(2), (3).

例 2 求图 2 所示(单位 mm) 矩形零件上两孔中心 A 和 B 的距离(精确到 $0.1mm$).

教师就如何根据图纸上尺寸寻找直角三角形 ABC 中的已知条件, 出示投影.

练习 1 投影显示 : (1) 在等腰 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC : BC : AB =$ _____ ;

(2) 如图 3, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, 则 $BC : AC : AB =$ _____ 若 $AB = 8$, 则 $AC =$ _____ 又若 $CD \perp AB$ 于 D , 则 $CD =$ _____.

(3) 等边 $\triangle ABC$ 的边长为 a , 则高 $AD =$ _____, $S_{\triangle ABC} =$ _____.

说明 :

- (1) 学会利用方程的思想来解决问题.
- (2) 通过此题让学生总结并熟悉几个基本图形中的常用结论 :



① 等腰直角三角形三边比为 $1:1:1$;

$\sqrt{2}$;

② 含 30° 角的直角三角形三边之比为

$1:\sqrt{3}:2$;

③ 边长为 a 的等边三角形的高为 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$,

面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$.

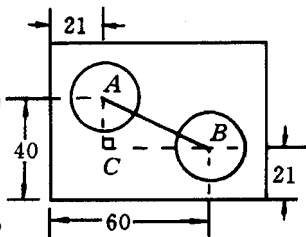


图 2

(板书) 例 3 如图 4, $AB = AC = 20$, $BC = 32$, $\angle DAC = 90^\circ$. 求 BD 的长.

分析:

(1) 分解基本图形, 图中有等腰 $\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle ADC$;

(2) 添辅助线 —— 等腰 $\triangle ABC$ 底边上的高 AE , 同时它也是 $Rt\triangle ADC$ 斜边上的高;

(3) 设 BD 为 x . 利用图 3 中的基本关系, 通过列方程来解决. 教师板书详细过程.

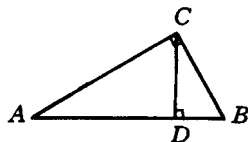


图 3

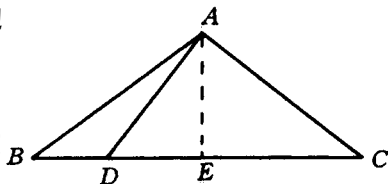


图 4

解 作 $AE \perp BC$ 于 E . 设 BD 为 x , 则 $DE = 16 - x$, $AE^2 = AC^2 - EC^2$. 又 $AD^2 = DE^2 + AE^2 = DC^2 - AC^2$, 将上式代入, 得 $DE^2 + AC^2 - EC^2 = DC^2 - AC^2$, 即 $2AC^2 = DC^2 + EC^2 - DE^2$.

$\therefore 2 \times 20^2 = (32 - x)^2 + 16^2 - (16 - x)^2$, 解得 $x = 7$.

2. 利用勾股定理作图.

例 4 作长为 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ 的线段.

说明 按课本第 101 页分析作图即可, 强调构造直角三角形的方法.



法以及自己规定单位长.

3. 利用勾股定理证明.

例 5 如图 5, $\triangle ABC$ 中, CD

$\perp AB$ 于 D , $AC > BC$. 求证: $AC^2 - BC^2 = AD^2 - BD^2 = AB(AD - BD)$.

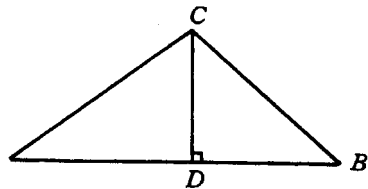


图 5

分析:

(1) 分解出直角三角形使用勾股定理.

$Rt\triangle ACD$ 中, $AC^2 = AD^2 + CD^2$; $Rt\triangle BCD$ 中, $BC^2 = CD^2 + BD^2$.

(2) 利用代数中的恒等变形技巧进行整理:

$$\begin{aligned} AC^2 - BC^2 &= (AD^2 + CD^2) - (CD^2 + BD^2) \\ &= AD^2 - BD^2 \\ &= (AD + BD)(AD - BD) \\ &= AB(AD - BD). \end{aligned}$$

例 6 已知 如图 6, $Rt\triangle ABC$, $\angle ACB = 90^\circ$, D 为 BC 中点, $DE \perp AB$ 于 E . 求证: $AC^2 = AE^2 - BE^2$.

分析 添加辅助线——连结 AD , 构造出两个新直角三角形, 选择与结论有关的勾股定理的表达式进行证明.

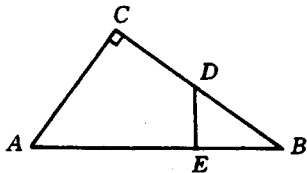


图 6

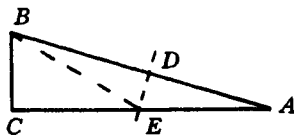


图 7

4. 供选用例题.

(1) 如图 7, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 15^\circ$, $BC = 1$. 求 $\triangle ABC$ 的面积.



提示 添加辅助线 —— BA 的中垂线 DE 交 BA 于 D , 交 AC 于 E . 连结 BE , 构造出含 30° 角的直角三角形 BCE , 同时利用勾股定理解决. 或直接在 $\angle ABC$ 内作 $\angle ABE = 15^\circ$, 交 CA 边于 E .

(2) 如图 8, $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $BC = 8$. 求 AC 边的长.

分析 添加辅助线 —— 作 $CD \perp AB$ 于 D , 构造含 $45^\circ, 30^\circ$ 角的直角三角形列方程解决问题.

(3) 如图 9(a), 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, $AD = 1$, $BC = 2$. 求 AB, CD .

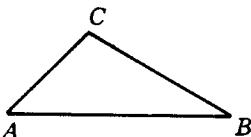


图 8

提示 添加辅助线 —— 延长 BA, CD 交于 E , 构造出含 30° 角的 $Rt\triangle EAD, Rt\triangle EBC$. 利用它们的性质来解决问题(见图 9(b)). 或将四边形 $ABCD$ 分割成含 30° 的直角三角形及矩形来解决问题.(见图(c))

答案 $AB = 2\sqrt{3} - 2, CD = 4 - \sqrt{3}$.

(4) 已知 如图 10(a), 矩形 $ABCD$. (四个角是直角)

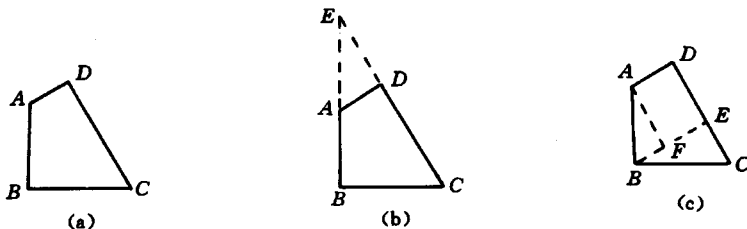


图 9

① P 为矩形内一点, 求证 $PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$.

② 探索 P 运动到 AD 边上(图 10(b))、矩形 $ABCD$ 外(图 10(c))时, 结论是否仍然成立.

分析:

(1) 添加辅助线 —— 过 P 作 $EF \perp BC$ 交 AD 于 E , 交 BC 于 F . 在四个直角三角形中分别使用勾股定理.

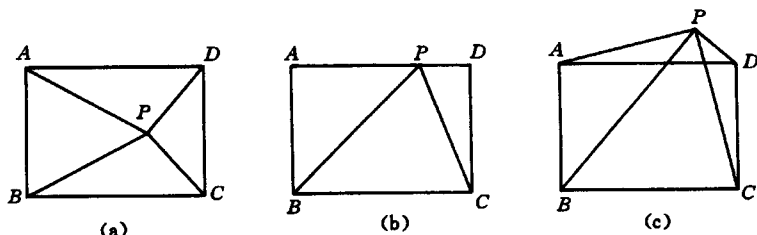


图 10

(2) 可将三个题归纳成一个命题如下：

矩形所在平面上任一点到不相邻顶点的距离的平方和相等.

四、师生共同回忆小结

1. 勾股定理的内容及证明方法.
2. 勾股定理的作用 : 它能把三角形的特征(一角为 90°) 转化为数量关系, 即三边满足 $a^2 + b^2 = c^2$.
3. 利用勾股定理进行有关计算和证明时, 要注意利用方程的思想求直角三角形有关线段长, 利用添加辅助线的方法构造直角三角形使用勾股定理.

五、作业

(略)

课堂教学设计说明

本教学设计需 2 课时完成.

1. 勾股定理揭示了直角三角形三边之间的数量关系, 是直角三角形的一个重要性质. 本教学设计利用计算机(几何画板软件动态显示) 的优越条件, 提供足够充分的典型材料——形状大小、位置发生变化的各种直角三角形, 让学生观察分析, 归纳概括, 探索出直角三角形三边之间的关系式, 并通过与锐角、钝角三角形的对比, 强调直



角三角形的这个特有性质,体现了启发学生独立分析问题、发现问题、总结规律的教学方法.

2. 各学校根据自己的教学条件还可以采纳以下类比联想的探索方式来引入新课.

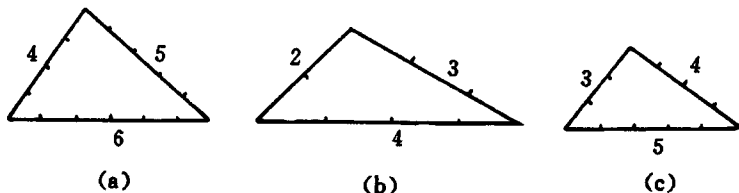


图 11

(1) 复习三角形三边的关系,总结出规律:较小两边的和大于第三边.

(2) 引导学生类比联想:较小两边的平方和与第三边的平方有何大小关系呢?

(3) 举出三个事例(见图 11(a)(b)(c)).

对比发现锐角、钝角三角形中两较小边的平方和分别大于或小于第三边的平方,直角三角形中较小两边的平方和等于第三边的平方.

(4) 用教具演示图 1,验证对直角三角形所做的猜想.



让学生在自主、合作、创新的 学习中体验成功

——《同类项》一节课的案例分析

初中数学组 张 宏

华东师大终生教授、博士生导师、基础教育改革和发展研究所所长叶澜教授说：“在课堂里的教师和学生，不只是在教和学，他们还在感受课堂中生命的涌动和成长，只有这样的课堂，学生才能获得多方面的满足和发展，教师和劳动才会闪现出创造的光辉和人性的魅力。”

设计理念：

新课标要求我们在实际课堂教学中应“激发学生独立思考和创新的意识，让学生感受理解知识产生和发展的过程”；“培养学生的科学精神和创新思维习惯，重视培养学生收集处理信息的能力，获取知识的能力，分析和解决问题的能力，语言文字表达能力以及团结协作和社会活动的能力”。新课程对数学教学要求的一个最突出的特点是遵循学生学习数学的心理规律，强调从学生已有的生活经验出发，让学生亲身经历“做数学”的过程。

《合并同类项》这节课正是按这一指导思想去设计的。这节课的教学策略是结合教学内容，提供现实生活中的问题。利用指导——自主学习的形式，引导学生逐步理解数量关系和变化规律，注意学生的发展，为学生自主“做数学”的过程提供多样化（包括观察、描述、猜想、验证、操作、思考、交流等等）的活动方式，给学生经历一个“非正



规化’到‘正规化’的过程,使其有机会运用自己的经验表达自己对知识的理解。本节课的指导思想是:充分体现学生的主体地位,使其通过积极的活动参与,发现问题、提出问题、解决问题、掌握知识、形成技能、发展能力、锻炼智力。通过引导学生从生活出发,观察、感知、领悟数学知识。

同类项这一节的教学内容有同类项的概念、合并同类项法则及其运用,应用两课时完成。考虑到指导自主学习应给学生留有充分的思维时间和空间,教学内容不宜过多,因此本节课只安排同类项的概念、合并同类项法则及初步运用,把合并同类项的熟练运用放到第二课时。“合并同类项”这一知识点是整式部分的核心,因为它是本章重点‘整式加减’的基础。

本节课的教学是在学生充分自学的基础上展开的,其依据是‘指导-自主学习’教学法,其基本做法是将学生的自主学习(课前独立学习)与师生合作机制引进教学过程。为了满足学生的学习和发展需要,本节课把教学过程组织成提出问题和解决问题的过程。

加德纳的多元智能理论与我们的实际工作相结合,为我们开启了新的思维空间,为我们搭建了一个发展的平台,并为我们提供了理论支撑。

通过多种智能的开发,尽可能的发掘每一个学生的潜在能力。当每个学生都有机会挖掘自身的潜能而高效地进行学习时,他们必将在认知、情绪、社会各方面展现出前所未有的积极变化。

学生分析:

学生第一次接触代数式的运算,其符号的抽象性会给学生的学习带来一定的困难。因此,教学中要把知识的学习置于具体的情境之中,如利用信息表分类引出同类项的概念等。

该教学班是初一年级七个班中的一个普通班(有三个特长班),年级正在进行在多元智能理论建构下的‘指导-自主学习’教改实验,经过近两个月的实践,学生们就发生了可喜的变化,班级中已逐



渐形成自主学习、合作交流、勇于探索的学习风气。

教学目标：

1. 使学生理解同类项的概念,会识别同类项,了解合并同类项的意义,初步掌握合并同类项的法则。

2. 渗透数学分类思想和化归思想,培养学生由特殊到一般的思想方法,初步认识数学与人类生活的密切联系,并通过多种手段激发学生的学习兴趣,给他们创造成功的机会,增强学生的自信心。

3. 积淀学生的创新意识和探究、观察、概括的能力,在自主、合作、交流的学习中逐渐提高学生的人际交往能力。

教学重点：

同类项的概念和合并同类项法则。

教学难点：

识别同类项,合并同类项。

课堂实录：

创设问题情境,导入新课。

师 同学们请看,这是咱们初一(七)班学生每周二活动课信息表,请大家观察此表,看看能够分成几类?

媒体显示 初一(七)班学生活动课信息表,让学生根据 22 位同学的相关信息进行分类,并让学生交流分类的方法。

序号	姓名	性别	何年出生	兴趣爱好	序号	姓名	性别	何年出生	兴趣爱好
1	杨婉静	女	1990	奥数	12	余雪松	男	1991	奥数
2	王高娃	女	1991	合唱	13	王赛	男	1991	航模
3	张莹	女	1990	软陶	14	陈恒煌	男	1991	兵乓球
4	李珊	女	1990	制作	15	李想	男	1990	心理



序号	姓名	性别	何年出生	兴趣爱好	序号	姓名	性别	何年出生	兴趣爱好
5	赵梅	女	1991	合唱	16	尹森	男	1990	奥数
6	王笑	女	1990	阅读	17	王旭	男	1990	航模
7	高蒙	女	1991	软陶	18	黄志航	男	1990	心理
8	张雷	女	1991	形体	19	邱名言	男	1991	乒乓球
9	王欣丽	女	1990	奥数	20	王小萍	男	1991	奥数
10	王晓彤	女	1990	形体	21	车旭	男	1990	制作
11	王莹	女	1991	制作	22	张志杰	男	1991	航模

生1:可以从性别来分,兴趣、爱好来分,还可以从出生日期来分。师:还有其他的分类方法吗?

生2:还可以从姓氏来分,如张、王、李、赵等。

师:(表示赞许)同学们分类很全面,通过这个表再结合我们的实际生活,我们可以看出同一类事物有很多,为了需要,往往我们要将它们进行分类。有哪个同学愿意给大家举个例子呢?

生3:譬如说我们给贫困地区的同学们捐款,因为我们都是学生,所以捐的都是平时我们自己积攒的零花钱,学校在统计捐款总数时,会把钱进行分类,分成五分、一角、五角、一元、两元、五元、十元、二十元、五十元、一百元进行分类。老师和同学们表示赞许。(让同学们对同一类事物有所认识,借此向同学们渗透同类项的概念。)

说明 数学教学要紧密联系学生的生活实际、学习实际,这是新课程标准所赋予我们的使命。从与学生有密切联系的生活实际入手,让他们尝试按不同的标准进行分类,一方面可以激发学生主动参与的积极性,把学生的注意力和思维活动调节到积极状态;另一方面可以培养学生思维的灵活性,同时体现分类的思想方法。



自主合作,探究新知:

师 前一阶段同学们在老师的指导下根据老师提供的导读提纲开展自主学习,经过一段时间的学习,现已有一部分同学已经按照自读提纲进行了学习,教师出示导读提纲,让各组交流、探索,各小组在小组长的组织下有序地讨论、交流,教师巡视,释疑问题。

导读提纲:

1. 观察下列各单项式,把你认为相同类型的式子归在一起:

$$3ab^2 \quad -4a^2b \quad 9xy \quad -ab^2 \quad xy \quad 5ab^2 \quad -0.47a^2b \quad -8xy$$

(请学生说出各自的分类标准,并且肯定每一位学生按不同标准进行的分类。)通过特征的讲述,选择所含字母相同,并且相同字母的指数也分别相同的项作为研究对象,并称它们为同类项。

2. 什么叫做同类项?举例说明。

3. 同类项必须满足哪几个条件?有没有特殊情况?

引导学生总结出:

(1) 我们规定几个常数项也是同类项。如 -3 与 0.7 是同类项。

(2) 判断同类项的两条标准缺一不可。

(3) 同类项与系数的大小没有关系。

4. 什么叫合并同类项?它的根据是什么?

如果把合并同类项的过程,逆过来看,比如 $3a + 5a = (3 + 5)a$ 写成 $(3 + 5)a = 3a + 5a$. 就可以看出,合并同类项法则是由乘法分配律推导得出的。

5. 怎样合并同类项?

各组同学在讨论问题时发现问题、提出以下问题:(在黑板右侧写出)

(1) $-mn + mn$ 的结果是 0 吗?

(2) 学习同类项的用途是什么?



(3) $-6a^2b^3c$ 有几个同类项?

(4) n^2 , $-n^2y$, $-yn^2x$ 是同类项吗?

(5) $5a^3b$ 与 $5ab^3$ 是同类项吗?

(6) $4y^2x$ 与 $-6x^2y^3$ 是同类项吗?

(7) x^2 与 xx 是同类项吗?

师 我想各组同学讨论得很充分了,下面我们按照导读提纲进行一下交流。通过预习请大家谈一谈你是如何认识同类项的?

生4 我认为字母相同,且字母的次数也相同的项叫做同类项。

生5 我认为所含字母相同,并且相同字母也相同的项叫同类项。

师 现在我们知道了什么是同类项,那么判断同类项必须要具备什么条件呢?

生6 第一、所含字母相同。

第二、相同字母的指数分别相同。

生7 应强调一点,在整式中,只有在整式中才会有同类项。

生8 我认为在等式和方程中也会出现同类项。(继续提问)老师,我想问,如果在方程中有同类项,它又起到了什么作用呢?(显然,该同学已经预习了下一章的知识了。)

说明 让学生自己观察、自己发现、自己描述,进行自主学习和合作交流,可以激发学生学习的积极性和主动性,满足学生的表现欲和探究欲,使学生学得轻松愉快,能够体现出课堂教学的开放性。

师 对下面一组练习题,请大家认真思考并回答:

判断下列说法是否正确,正确的在括号内打“√”;错误的打“×”:

(1) $3x$ 与 $3mx$ 是同类项。 ()

(2) $2ab$ 与 $-5ab$ 是同类项。 ()

(3) $0.4sv$ 与 $5vs$ 是同类项。 ()

(4) 23 与 32 是同类项。 ()



(5) 23 与 x^3 是同类项。 ()

(1)(2) 两题同学们结合同类项的判定方法,很快进行了解答。

解到第三题时

生 9 我认为第三题不是同类项。

她的话音未落,同学们纷纷举手要发表见解。此刻,老师不急于让其他同学回答,而是继续问该生,你能说说为什么不是同类项吗?

该生 所含字母不同,(恍然大悟),老师,我理解错了,乘法满足交换律,它们是同类项。

师 很好,自己发现了错误,改正的很及时。同学们还有不同意见吗?(此时,同学们举起的手纷纷落下了,问题得到了解决。)

生 10 我认为 23 与 32 不是同类项,因为它们的次数不同。

生 11:(他们俩是一个组的同学)老师,我不这么认为, 23 与 32 的计算结果是两个数,常数项都是同类项。

师 大家同意谁的观点呢?(大家表示同意生 11 的观点。)

生 12 我认为 23 与 x^3 不是同类项。 23 是一个数,而 x^3 中的 x 是字母, x 可以任意取值。(把问题又引伸了一步)。

师 通过以上的学习,我们知道了什么是同类项,如何识别同类项,那么我们想一想同学们提出的问题,学习同类项的用途是什么呢?

生 13 我认为最关键的是可以使运算简便。比如说 $10.4SV + 5VS = 5.4SV$,若 $V = 3, S = 7$,先合并同类项,然后再代入求值就简便多了。

师 刚才你提到了一个词,“合并同类项”。那么什么叫合并同类项呢?它的理论依据又是什么呢?

生 13 继续答道 把多项式中的同类项合并成一项,叫做合并同类项。合并同类项的依据是乘法对加法的分配率。

师 让学生分组交流,加深对知识的理解。

说明:(这组判断题能使学生清楚理解同类项的概念,其中第(3)



题满足同类项的条件,只要运用乘法交换律即可;第(4)题两个都是常数项属于同类项,一部分学生可能会单看指数不同,误认为不是同类项。)

引导学生总结出合并同类项的一般步骤:

(1) 标出同类项;

生提出:老师,我能用自己喜欢的符号标出同类项吗?

师:当然可以。

(2) 把同类项结合在一起。(根据加法结合律)

(3) 分别合并各组的同类项。(根据合并同类项的法则)

(4) 写成省略加号的和的形式。

接下来解决课堂中学生提出的问题。

如:学生提出 $-6a^2b^3c$ 有几个同类项?

让各组同学自己编题,然后交流。同学们得出结论: $-6a^2b^3c$ 有无数个同类项。只要改变它的系数,就会有一个同类项。

(其他问题略)。

归纳小结:

1. 这节课你学会了什么?

2. 在学习过程中你有哪些收获?还有什么疑问?

同学甲举手回答:本节课我们学习了什么是同类项,怎样合并同类项。因此,需要我们注意的是:只有同类项可以合并,不是同类项不能合并。比如 2 个苹果 + 3 个苹果 = 5 个苹果,而 2 个鸡蛋与三个苹果不能相加。在我们学习同类项和合并同类项的知识时,可以和上述知识相类似的理解,同名数可以相加,不同名数不可以相加,在合并同类项中,字母和指数相当于小学学的名数。下面我送给同学们一个合并同类项法则的口诀:“合并同类项,法则不能忘,只把系数相加减,字母、指数不变样。”(同学甲讲话的时候,同学们的表情极为专注,看得出来,同学们的钦佩之情不自觉的流露出来)。

师:听了同学甲的一席话,可以看出他是一名非常善于思考的学



生,不仅学会了本节的知识,而且还把小学大家熟悉的知识结合起来,使我们对所学知识更善于理解。同学们要向他学习。(同学们为该同学的精彩表现报以热烈的掌声)。

通过本节课的学习,学生们还总结出 不论何种形式的合并同类项计算,都要遵循以下原则:

1. 只有同类项才可合并,不是同类项的不能合并;
2. 合并同类项,只合并系数,字母与字母的指数不变;
3. 合并同类项后若其系数是带分数,要把它化成假分数;
4. 多项式中,如果两同类项的系数互为相反数,合并后这两项互相抵消,结果为 0。
5. 通过合并同类项,可以把多项式化简。
6. 合并同类项的最终结果:多项式中只有同类项才可以合并,所以当多项式中不出现同类项时,就是最简结果,这个结果可能是单项式,也可能是多项式。

说明 课堂小结不应是知识点的罗列,而应使知识条理化、系统化,应上升到数学思想方法的总结与运用。进一步培养学生的反思意识。

评课 本节课是一节区级督导检查课,区教研员对于本节课给予了高度评价,区教研员认为这节课真正体现了学生们在教师指导下能够开展自主学习、课堂上体现出了合作、创的精神。课堂上,师生、生生之间平等和谐、学生充满智慧的提问与解答问题,均体现出新课标的新理念。这样的课堂,使学生学习能力发挥出来、智慧彰显出来,教师能够把学生的发展作为教学的着眼点,注重学生发展的主体性,使教学化难为易,变单调为多彩。在整个教学活动中教师做到了注意培养学生求知的能力,学会与人交流合作的能力。同时,在课堂上实施即时评价,这样做可以调动起学生学习数学的积极参与程度,为学生的发展创造空间。本节课通过一系列的学生提问及问题的解决,引导学生进行自主学习、创新学习,从而培养学生的创新意



识及创新能力。

学生访谈及课后反思：

学生访谈包括两部分内容

1. 学生座谈：

时 间 2003 年 10 月 22 日

地 点 多媒体教室

座谈对象 初一七班部分学生

教 师 张宏

师：今天这节课同学们觉得上的怎么样？

生 1：我认为这部分概念很多，所以要认清概念，为我们今后的学习做准备。

生 2：讨论的时间有些不够，我们组的讨论很热烈，正讨论得兴高采烈时，时间就到了。我们希望今后老师再多给我们一些时间。

生 3：我认为余雪松课上提的问题好，对我们的后续学习有帮助。

我们组预习得很好，同学们预习作业都很认真，在讨论时，我们基本上把导读提纲的问题解决了。

生 4：我们小组讨论得很好，大家都畅所欲言，不会的问题提出来，大家一起想办法解决，我们组的同学都想代表小组发言，所以我们组的团队意识很强。

生 5：以实际问题引入，让同学们初步认识同类的思想，这对于大家认识同类项很有帮助。

生 6：在判断两个单项式是否是同类项和合并同类项时应注意什么？

生 7：我认为在判断几个单项式是否是同类项时，首先要进行比较各单项式所含的字母是否相同，然后要看相同字母的次数是否分别相同。



生8 我认为有这么几点需要我们注意的:同类项与系数无关,与字母的顺序无关。

如果两个同类项的系数互为相反数,合并同类项后结果为零。移动某一项时,要连同它前面的符号一起移动,不要漏掉符号。

生9 老师,以后的导读提纲让我们自己写吧。

生10 希望老师今后多叫组员回答问题,因为有些组长发言很积极,经常代替组员回答问题,长此以往,组员就没有紧迫感了,有可能会对学习失去兴趣。

2. 问卷调查:

调查对象 初一七班全体学生

调查目的 这种教学法已经进行了近两个月时间了,通过调查,及时了解情况,以便在今后的教学中及时改进。

调查问卷:

1. 你是否认同指导-自主学习教学方式?
2. 你认为小组合作学习对你有帮助吗?
3. 你在小组里有发表不同见解的机会吗?
4. 你希望自己的组长是什么样的?
5. 你认为预习对你的学习重要吗?
6. 你给老师的建议是什么?

调查结果显示出 87% 的学生认为‘指导-自主学习’教学方式对自己的学习有帮助。也有一些学生(数学基础比较薄弱)认为对自己的学习帮助不大,希望老师讲解。92% 的学生认为小组合作学习使自己有了发表意见的机会,通过交流,能够把一些自己自学时不懂的问题弄清楚。有些学生认为小组合作学习的时间不充分,这提示我在今后的课堂教学中要从学生的发展出发,要更科学、更合理的安排时间。94% 的学生认为预习对自己学习数学知识有帮助。88% 的学生不仅能够预习,而且能够独立完成书后的习题,并且一部分学生还会有自己独特的见解。学生们希望小组讨论时老师也能积极地参



与其中与之交流、讨论,希望老师在学习方法上给予指导,希望老师留给小组学习的时间更充分一些等。

课后反思:

1. 通过调查、座谈,我认为科学的编写导读提纲是十分必要的。编写导读提纲要考虑学生的实际情况。导读提纲不是每节课都必须出的,要结合教材的具体内容制定。经过一段时间的培养,可以让同学们自己制定导读提纲。

2. 在总结出同类项定义后,没有按通常的做法,即直接分析定义中的两个条件,强调两个条件缺一不可,而是通过一组练习,让学生在具体问题中体会定义中的两个条件缺一不可,使他们先有较强烈的感性认识,而后,分析定义中的两个条件,这样会给学生留下更深刻、更牢固的印象。这样的设计既符合学生的年龄特征,也符合“从感性到理性、从具体到抽象”的认知规律。数学不应只强调抽象、严谨,这样不但会更显数学教学的枯燥反而会使学生在学习中出现畏难情绪,甚至丧失学习数学的兴趣。因而我在设计本课时选择学生熟悉的日常生活常识入手,从而激发学生的学习兴趣。

3. 注重知识形成的探索过程、强调学生的自我反思。整堂课,教师都在有意识地引导学生:“你是怎么做的?”“谈谈你的想法”“与同学交流一下你的想法”在学习过程中你有哪些收获?还有什么疑问?学生们通过自主探索、合作交流,从实际问题中抽象出数学概念,归纳出法则,不但亲身经历了知识的形成过程,而且从中体验到数学发现的乐趣。在这一探索过程中,不仅培养了学生的创新意识,而且充分调动了学生的学习潜能。

4. 通过本节课的教学,我认为还存在一些不足,一部分学生学习能力还有待于进一步培养。如学习同类项的概念时,当把字母顺序进行改变后,部分学生就认为不是同类项;再有小组讨论时,如何更好的利用有限的时间,鼓励学生积极地参与其中,小组长的作用如何更好的发挥,这都是需要我在今后的教学中进一步深入研究和探索。



《绪 论》教学设计

教学目的

1. 使学生初步了解‘几何’发生、发展的历史,结合我国古代在几何学上的光辉成就,对学生进行爱国主义教育,激励学生的民族自尊心;
2. 让学生在多种形式的实践活动中,初步感知几何研究的对象和方法;
3. 激发学生学习几何的情趣,帮助他们树立学好几何的信心。

教学过程

1. 简要介绍几何学发生、发展的历史

数学来自于生产、生活实践。几何学是最古老的一门学科,它是如何产生和发展的呢?

相传古埃及的尼罗河经常泛滥,每次洪水泛滥以后都要重新丈量土地。为了适应这种需要,测量土地的方法就逐步产生了。大家知道,埃及在古代建造了很多金字塔,施工时必须准确地计算石块的形状、大小。埃及劳动人民在实践中积累了大量的几何知识。后来埃及的几何知识传到希腊,希腊数学家使几何知识更加丰富。大约在公元前4世纪末,古希腊伟大的数学家欧几里得(活动于约公元前330年)对这些知识进行了系统整理,写成《几何原本》。这样,几何便成为人类历史上第一门独立的、系统的学科。

我国古代在几何学的研究上也有着光辉的成就。在公元前1世



纪写成的《周髀算经》这本书中,就有‘勾三、股四、弦五’这个重要的几何结论.约公元前4世纪写成的《墨经》中,载录了不少几何定义,如圆、中点、中线,等等.《九章算术》这本书中,则记载了大量的面积、体积的计算公式.我国古代伟大的科学家祖冲之求得圆周率 π 的值在3.1415926与3.1415927之间……从以上这些事例中可以看到,我国曾经在几何学的发展史上作出过积极的贡献.

同学们将要学习的几何这门学科,它的内容是2000多年以前人类早已认识并系统总结的几何知识中的一部分.人类社会已经进入21世纪,文化、科技的高水平是2000多年前不可同日而语的.作为优秀的中华民族的炎黄子孙,作为21世纪的青少年学生,完全应该也一定能够学好几何这门学科,相信同学们决不会愧对古人、愧对中华民族!

2. 几何研究的对象

从几何的历史可以知道,人们对物体的形状、大小和位置关系的认识,与人们生产、生活实践有着紧密的联系.

现在,我们举一个大家熟悉的例子.

有许多同学都骑自行车上学,请同学们想像一下,如果自行车的轮子不是圆的,而是鸡蛋形的,骑了那样的自行车将会发生什么情况呢?

(同学们思考几秒钟后,也许会出现笑声,不仅出现笑声,还会伴有颠簸的动作)

是啊!骑了那样的自行车,将会一颠一颠的,不平稳,骑不快也不舒服,甚至骑不动.所以,实际上没有哪家工厂会生产那种自行车,这就说明轮子的‘形状’与生产以及日常生活实际有着紧密的联系.圆形的轮子能使自行车平稳地前进,这是‘圆’这种形状特有的性质所决定的,几何就是要研究物体的形状及性质.

自行车的轮子有大有小,各人根据自己的需要选购不同型号的自行车.这说明物体的‘大小’也与我们的生产及日常生活有着紧密



的联系。

自行车的两个轮子之间的距离,也应该合理地设计装配。如果两个轮子装得太靠近,就不好骑;如果装得太远,手无法扶着车把,从而也无法骑自行车。这说明轮子与轮子之间的“位置关系”也与我们的生产及日常生活有着紧密的联系。

事实上,一辆自行车的各个零件都应设计制造成恰当的形状、大小。装配时又必须考虑各个部件之间合理的位置关系。从一辆自行车上,我们可以体会到:人们在实践中需要研究物体的形状、大小和位置关系。几何这门学科就是研究这些内容的。

评:从学生熟悉的生活实例出发,介绍几何学研究内容,则学科与学生之间的情感便畅通无阻。

在几何学中,我们关心的是物体的形状、大小及物体之间的位置关系,而不研究物体的颜色、质地等其他性质。这时,我们把物体称为几何体,简称为体。比如,粉笔盒、砖块、书本……当只考虑它们的形状、大小时都称为长方体;足球、篮球、乒乓球……当只考虑它们的形状、大小时都称为球体;饮料罐、茶叶筒……当只考虑它们的形状、大小时都称为圆柱体,等等。几何体都是由面围成的。面有平的、曲的。比如,长方体由六个面围成,这六个面都是平的。圆柱体由两个平的面和一个曲的面围成。球体由一个曲的面围成。又如,在水里倒入油以后,油与水之间有一个分界面,这个面有多厚呢?是1mm?还是0.1mm呢?我们无法说出这个面的厚度。事实上,几何学中所说的“面”是没有厚度的!这与日常生活中说“这张桌子的桌面有3cm厚”是不同的。

评:这也是生活实例。几何中所说的十分抽象的“面”,在这里找到了它的直观背景。

面与面相交于线。比如,长方体的六个面分别相交,共有12条直的线(称为“棱”)。圆柱体的侧面与每一个底面都相交于一条曲的线(圆)。又如图1,黑色与白色之间有一条分界线,它是一条直的线,但



我们无法说出这条线有多宽.在几何里线是没有粗细(宽度)的.线与线相交于点.比如,长方体的十二条棱相交于8个点.在地图上,上海、南京、常州三个城市都画成一个点.这就告诉我们.在几何中,点是不分大小的,只表示它的位置.再如,人类生活的地球是一个很大的球体,但在描述太阳系中行星绕太阳转的轨道图中,地球也只被画成了一个点,也就是说,地球被看成没有大小的“点”.

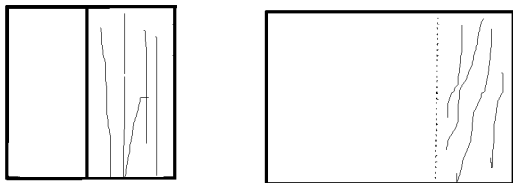


图 1

评 教师进入教室后,第一件事是自我介绍:“我姓杨,来自江苏省常州市,同学们知道常州吗?”答:“不知道.”问:“知道上海市吗?”答:“知道.”问:“知道南京市吗?”答:“知道.”

在上述对话过程中,教师在黑板上画了一个线段并在线段上分别标出表示南京、常州、上海三个点,常州居线段中点的位置.学生不仅知道了几何中的点是用来表示位置的,而且师生之间在进行情感交汇.过去一位中学生来信中曾问:“点是什么?好像在哪儿本书上看到,点是没有大小的,即真正的点是不存在的,它只是一个概念,如果点是存在的,不是一个概念,而是一个不折不扣的点,一个有直径(或宽度)的点,那么线段的中点如何理解?如果点只是一个概念,点根本就不存在,可视为0,那么,无数个点构成线,线又构成面,面又构成体.天啊!整个世界不都成为0了吗?!”

由于杨老师把“点、线、面”的直观背景和抽象过程处理得好,学生不至于出现上述那种疑虑,是吗?

点、线、面都称为几何图形.



点、线、面组合在一起,如长方形、三角形、角、圆……也称为几何图形。

在初中几何这门学科里,我们只研究在同一个平面里的图形,即平面图形。不在同一个平面里的图形如长方体、圆柱体、棱锥等,将在以后再研究。

3. 几何研究的内容和方法

下面,请同学们动手实践,通过操作活动来体会几何里学习些什么,用什么方法学习。

(1) 折纸

例1 把一张长方形的纸裁成一个正方形。(先由学生实践,再由教师演示、讲解)

如图2,第一条折痕把长方形的一个直角分成相等的两部分,这条线的位置是特殊的。几何中将给这样的线取一个名称(角平分线);第二条折痕实际上比较出了长方形的“长”比“宽”长多少,这是几何中比较线段大小的方法。

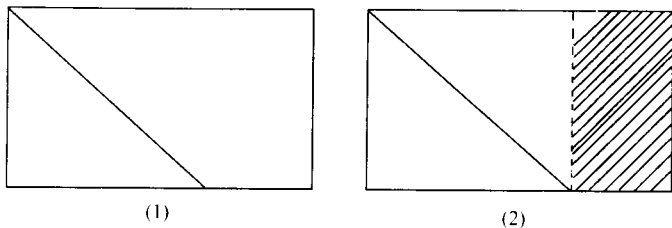


图2

评:几何入门教学难,“绪论”课更抽象。这里则没有这种感觉。

把阴影部分裁去,可以看成是在长方形的“长”上截取一条线段,使它等于长方形的“宽”,这就是几何中的线段作图;长方形的长与宽相等时,就成为正方形。这是几何中的重要结论——邻边相等的长



方形是正方形。

评 让学生在折纸过程中接受几何结论,学科与学生间的情感、信息当然也通畅。

从例1可以看到,几何中的许多知识,同学们早已熟悉,也并不难学。

例2 用一张长方形的纸剪一个等腰三角形。

(学生可能凭直观,随手剪一个“等腰三角形”)

教师演示:先把长方形的纸对折,如图3(1);再在对折以后的长方形上剪下一个直角三角形,如图3(2);然后把剪下的直角三角形展开,就得到一个等腰三角形,如图3(3)

这说明:一个等腰三角形被中间的那条线分成两个同样的直角三角形。图3(3)中的那条折痕的位置很特殊。几何要专门研究等腰三角形,请同学们记住这条折痕,它对学习等腰三角形的性质十分有用。

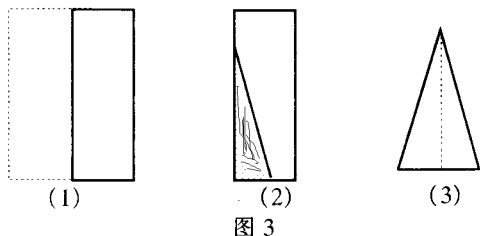


图3

例3 用折纸的方法把一个正方形分成两个相同的部分,你能想出多少种方法?

(让学生动手实践,通常能找到四种折纸的方法,如图4所示)

问 除了这四种方法外,还有别的方法吗?

启示 观察图4中的四条折痕,有什么特点?

(这四条折痕都经过正方形中间的一个“·”点)

说明 这个“·”点的位置很特殊。



当学生想到了过“·”点任意折一条折痕,都可以把正方形分成相同的两部分后,教师演示如下:

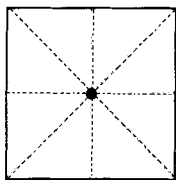
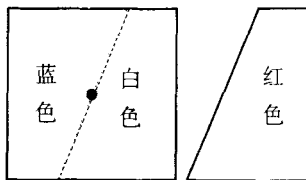


图 4



(1)

(2)

图 5

先把图 5(2) 的红色纸片覆盖在图 5(1) 的白色部分上,红、白纸片正好重合,再把红色纸片绕着中心“·”点慢慢旋转半周,使它恰好与图 5(1) 中的蓝色部分完全重合。

评 数学家十分关心变化中的不变部分,教师抓住“正方形的中心一点”,一切便迎刃而解了。

问 从上面的实验可以知道,把一个正方形折成两个相同的部分,能有多少种方法呢?

(当学生回答“无数种”后,教师指出:过“·”点任意折一次,就有一种分法,因此有无数种方法。同学们能否体会得到“任意一个”与“无数个”之间的关系)

评 “任意”与“无数”这种数学关系,对初中生来说是难理解的。这里却表现得十分自然,信息通畅无阻。

(2) 拼图、搭图

例 4 ①用游戏棒(或火柴棒、牙签等)在桌面上摆一个平行四边形;

②用游戏棒在桌面上摆两个等边三角形,最少要几根游戏棒?
如图 6(1)(2)所示。

(说明 搭两个等边三角形不需要 $3 \times 2 = 6$ 根游戏棒。因为其中有一根游戏棒是两个等边三角形“合用”的。在几何中,这样的线段叫



做两个三角形的“公共边”)

评:几何学科为什么要研究三角形的“公共边”?在摆等边三角形这种游戏中已经看到.



图 6

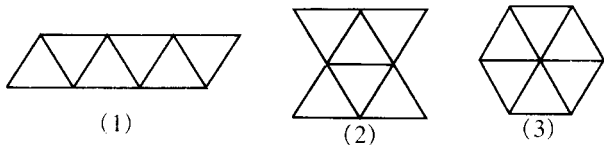


图 7

③用游戏棒搭六个等边三角形,看谁用的游戏棒最少?

(学生通常摆出如图 7(1)(2)(3)所示的图形,分别用 13 根或 12 根游戏棒.还可以指出图 7(2)中有 8 个等边三角形.进而可向学生提出问题:用六根游戏棒至多能摆出几个等边三角形?怎么摆法?答案如图 8 所示)

评:此时课堂气氛十分浓,图 7 的(1)(2)(3)都是学生摆的.

教师问:“你喜欢哪一张图?”—学生答:“图 7(2).”

图 7(3)——和谐、一团和气且只用 12 根游戏棒;

图 7(2)——面目“狰狞”,要用 13 根游戏棒.

教师:“你为什么喜欢图 7(2)呢?”

学生答:“摆图 7(2)虽然用 13 根游戏棒,但它摆出 8 个等边三角形!”

摆图 7(2)最经济——用数学眼光看图 7(2)比图 7(3)更“美”.

这是多么可贵的数学观念啊!

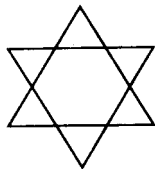


图 8



教师问：“谁能用六根游戏棒摆出尽可能多的等边三角形？”

出人意料地，竟有人搭出如图 8 的 8 个等边三角形！——更经济了。

可见，边陲之地的我国中学生非常聪明（这节课是作者在新疆维吾尔自治区上的）！此时，听课学生皆喜形于色，情感交融在一起了。

例 5 把等腰三角形沿着中间的折痕剪开，成为两个相同的直角三角形。再把这两个直角三角形拼合在一起，你能拼出多少种不同形状的图形？能说出各种图形的名称吗？

（先由学生动手拼图，然后教师演示）

如有可能，教师可引导学生探索拼出图 9 中三组 6 个图形的规律。

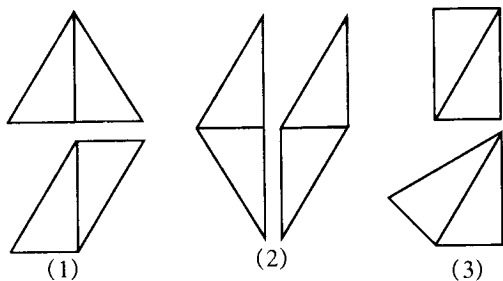


图 9

例 6 用正方形或长方形的地砖，能够把房间的地面铺得完整、无缝隙。那么，用任意形状的四边形地砖，能否把地面拼得没有缝隙呢？

教师演示如图 10 所示（拼图的方法与上例类似）。然后引导学生观察，拼合以后的图形没有缝隙，说明四边形的四个角的大小之和恰好等于 360° 。这又是几何中要学习的一个重要结论。

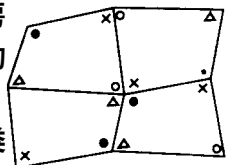


图 10

评：日本的《覆盖几何》教材就是从这里开始的——一个不被人们熟悉的任意四边形性质（覆盖性质）：任意四边形可以覆盖地面，而



正五边形却不能!

(3) 观察、判断与思考

例 7 观察图 11 中竖的和横的两条线段, 请你判断哪条长?

(学生凭视觉, 会得出竖的那条长! 但这是错觉. 在学生作出这种错误判断以后, 教师用圆规比较这两条线段的大小, 得出正确的结论: 竖的那条短.)

图 11

由此, 我们要接受一个教训: 观察是认识事物的一种重要方法, 但是, 观察并不一定可靠, 有时会使我们得出错误的结论. 只有有根有据地作出判断, 才能得出正确的结论. 比如, 我们用圆规量了以后, 判断竖的那条线段短, 这才是正确的结论. 同学们学习几何, 一定要学会会有根有据地作出判断, 要学会说理.

评: “观察、判断与思考”——不仅是学几何, 也是学其他学科常用的方法.

例 8 (教师演示)

先出示两张一样大小的圆纸片, 把它们贴在黑板上 (如图 12 (1)).

然后, 把大小不等的两种圆纸片各若干张, 分别贴在那两张圆片的周围 (如图 12 (2)), 让学生观察. 这时原来同样大小的那两张圆片, 是否仍然“感觉”到一样大了呢?

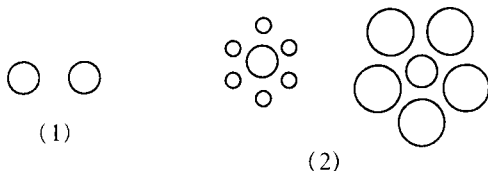


图 12

为什么会感觉到那两个圆, 一个变大了, 另一个变小了呢? 这是



因为旁边的小圆‘衬托’出中间的圆变‘大’了,而旁边的大圆使中间的圆变‘小’了,这就告诉我们,观察图形时,会受到背景的干扰!同学们学习几何,要学会排除这种干扰,正确地认识图形.

(4) 欣赏图案

请同学们看一些图案(如图 13),你觉得这些图案美吗?

你能不能自己设计一些漂亮的图案呢?

你能从周围的事物(如建筑物、地板、围墙、公园等)找到一些好看的图案吗?

4. 小结与作业

(1) 问题: 请同学们谈谈你对几何这门学科的认识.

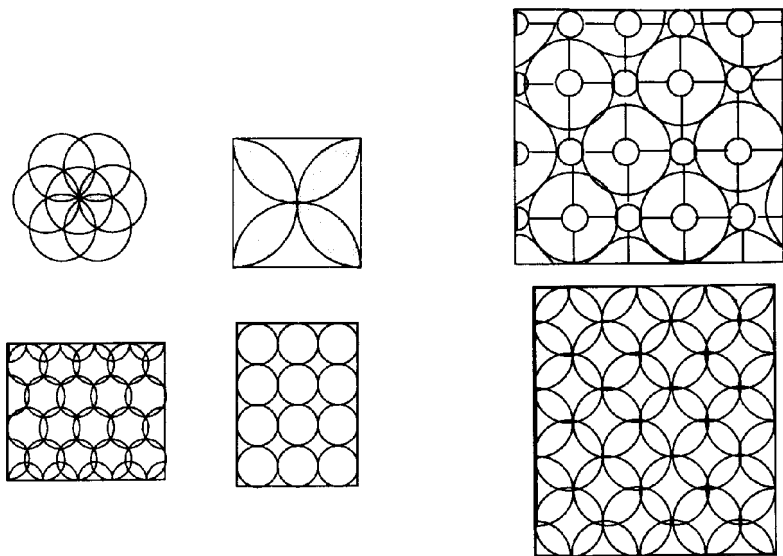


图 13

学生大体上会说到以下几点:几何是研究物体形状、大小及位置关系的学科;几何与生产、生活实际有着密切的联系;学习几何很有趣;学习几何要掌握折纸、把图形翻折、旋转等方法;要学会说道理;



学好几何可以设计漂亮的图案,美化我们的生活,等等.

(2)作业:有兴趣的同学,课后自己画一个漂亮的图案,以后还要选出好的作业公开展览,供大家欣赏.



《直线的性质》教学设计

教学目标

1. 使学生通过自己的实践,发现直线的公理,并能正确理解公理的内涵,应用公理解决简单的实际问题.
2. 理解两条直线相交的概念.
3. 初步培养学生通过实际问题建立数学模型的能力和解决实际问题的能力.
4. 使学生对平面几何的公理含义有一个初步的了解.

教学重点和难点

对直线公理的理解,关键词‘经过’;‘有且只有’的含义,定理在实际问题中的应用.

教学过程设计

一、学生自己动手,发现直线公理

1. 设计以下学生活动:

(1) 给一个点 A,画直线,使直线上有 A 点.(不出现‘经过’这个词,并且不限直线的条数)

(2) 用一个手指托起一把尺子.

这个活动可以个人做,也可以小组做.做完后,教师提问 结合我



们所学知识,这些现象说明什么问题?大家先做思考,不忙于回答.再做以下活动.

(3)给两个点 A, B ,画直线,使直线上有 A 和 B 点.

(4)用两个手指托起一把尺子.

教师让学生自己总结,这些活动说明了什么?

先让学生充分发表自己的看法,如果以小组为单位,可以让各组出一个代表发言,各抒己见,最好能有些争论.

教师再设计一个问题 把你发现的结果(不用‘结论’),用一句比较符合数学语言的话说出来.

学生可能说出‘一个点可以画无数条直线,两个点可以画一条直线’.

教师对学生的发言充分肯定,并指出 你们发现了几何中的一个重要定理.只要在文字上再稍加修饰,从语文的角度看,“一个点画直线”通不通,第二句中‘可以画一条’那么可以画两条吗?

教师总结:(1)经过一点有无数条直线.

(2)经过两点有一条直线,并且只有一条直线.

教师解释:(1)中‘经过一点’是指这个点在直线上.(2)中的第一句‘有’是存在、肯定有的意思.第二句‘只有’是惟一的意思.用‘有且只有’也表示‘存在惟一’.

教师板书 经过一点有无数条直线.

直线公理 经过两点有且只有一条直线.

讲解公理的含义,是经过人们长期实践得出的、大家公认的真理,也是几何的理论基础.

二、联系实际,加强对公理的认识

1. 让学生举出生活中的例子,说明直线公理的应用.



如 在墙上钉挂衣架. 挖地基在地上画线.

要求学生能说出, 钉挂衣架是要确定一条直线, 由直线的公理, 经过两点有且只有一条直线. 因此只要钉两个钉子, 这个挂衣架就会固定住了. 而在地基上画线时, 先在地上钉两根木桩, 就可以拉上一条线, 沿线用石灰画上白线. 根据直线的公理, 在实践中遇到画线的问题时, 由两点就能确定直线了.

2. 在联系实际时, 要使学生从实际问题中抽象出数学模型. 指出衣架、木条等就是一条直线, 而两个钉子就是两个点.

三、两条直线的交点

1. 使学生自己动手, 发现两条直线的交点个数.

每人准备一个图钉和两张纸条, 回答以下问题:

(1) 两条直线有几个交点?

(2) 如果两条直线有两个交点, 会出现什么情况?

第二个问题让同学通过两张纸条的运动得到答案.

2. 教师总结:

(1) 两条直线只有一个公共点, 叫做两条直线相交, 公共点叫做交点.

(2) 两条直线相交只有一个交点.

(3) 如果两条直线有两个或两个以上交点, 那么这两条直线重合.

(教师板书 两条直线相交只有一个交点)

四、课堂练习

1. 读下列语句, 并画出图形:

(1) 直线 m 经过点 A .



(2) 直线 AB 与直线 CD 交于 O 点.

(3) 三条直线, 两两相交, 三个交点分别是 A, B, C .

(4) 点 D 在直线 n 上, C 点不在直线 n 上, C 点在直线 a 上, 直线 n 与直线 a 不相交.

(5) 平面上有三个点 A, B, C , 如图 1-5, 作直线 AB , 直线 BC , 直线 AC .

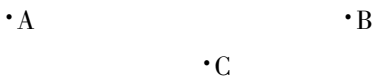


图 1-5

(6) 过三点可以画几条直线? (分类讨论)

五、小结

教师设计以下几个问题让学生回答:

1. 经过一个点、两个点各可以画多少条直线?

2. 两条直线的交点个数可以有几个? 个数不同时, 两条直线的位置是怎样的?

3. 举出生活中直线公理的应用实例.

4. 你对几何语言中的‘有且只有’是怎样理解的?

最后教师再总结两点: (1) 掌握直线公理的含义. (2) 两条直线相交及交点的定义.

六、作业

1. 举出一个应用直线公理的实例.

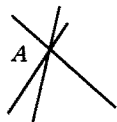
2. 举出一个两条直线相交的实例.



板书设计

直线的性质

两条直线相交只有一个交点.



直线的公理：

练习：

小结：

作业：



《线段的比较和画法》教学设计

教学目标

1. 使学生在理解线段概念的基础上,了解线段的长度可以用正数来表示,因而线段可以度量、比较大小以及进行一些运算.使学生对几何图形与数之间的联系有一定的认识,从而初步了解数形结合的思想.
2. 使学生学会线段的两种比较方法及表示法.
3. 通过本课的教学,进一步培养学生的动手能力、观察能力.

教学重点、难点

对线段与数之间的关系的认识,掌握线段比较的正确方法,是本节的重点,也是难点.

教学过程设计

一、复习线段的概念,引出线段的长度的度量和表示

1. 学生动手画出(1)直线 AB. (2)射线 OA. (3)线段 CD.
2. 提出问题 能否量出直线、射线、线段的长度?(如果有学生将直线、射线也量出了长度,借此复习直线和射线的概念.)
3. 提出数与形的问题 线段是一个几何图形,而线段的长度可用一个正数表示.这就是数与形的结合.
4. 线段的两种度量方法:(1)直接用刻度尺.(2)圆规和刻度尺结



合使用.(教师可让学生自己寻找这两种方法)

5. 教师再讲表示法 线段 $AB = 7\text{cm}$.

二、通过实例,引导学生发现线段大小的比较方法

教师设计以下过程由学生完成.

1. 怎样比较两个学生的身高? 提出为什么要站在一起,脚底要在一个平面上?

2. 怎样比较两座大山的高低? 只要量出它们的高度.

由此引导学生发现线段大小比较的两种比较方法:

重叠比较法 将两条线段的各一个端点对齐,看另一个端点的位置.教师为学生演示,步骤有三:

(1) 将线段 AB 的端点 A 与线段 CD 的端点 C 重合.

(2) 线段 AB 沿着线段 CD 的方向落下.

(3) 若端点 B 与端点 D 重合,则得到线段 AB 等于线段 CD ,可以记作 $AB = CD$.

若端点 B 落在 CD 上,则得到线段 AB 小于线段 CD ,可以记作 $AB < CD$.

若端点 B 落在 CD 外,则得到线段 AB 大于线段 CD ,可以记作 $AB > CD$.

如图 1.

教师讲授此部分时,应用几个木条表示线段 AB 和线段 CD ,这样可以更加直观和形象.也可以用圆规截取线段的方法进行.

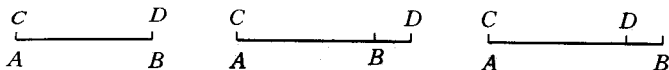


图 1

数量比较法 用刻度尺分别量出线段 AB 和线段 CD 的长度,将长度进行比较.可以用推理的写法,培养学生的推理能力.写法如下:

因为 量得 $AB = \times \times \text{cm}$, $CD = \times \times \text{cm}$,



所以 $AB = CD$ (或 $AB < CD$ 或 $AB > CD$).

总结 现在我们学会了比较线段的大小,还会比较什么?学生可以回答出,可以比较数的大小,进而再问:数的大小如何比较?(数轴)再问:比较线段的大小与比较数的大小有什么联系?

引导学生得到:比较线段的大小就是比较数的大小.

三、应用实例,变式练习:

1. 如图 2,量出以下图形中各条线段的长度,比较它们的大小.并比较一个三角形中任意两边的和与第三边的关系.可以得出什么结论?

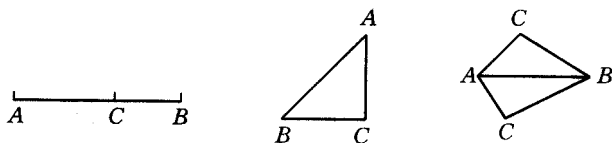


图 2

2. 如图 3,根据图形填空.



图 3

$AD = AB + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$, $AC = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$, $CD = AD - \underline{\hspace{1cm}}$.

3. 如图 4,已知线段 AB ,量出它的长度并找出它的中点、三等分点、四等分点.

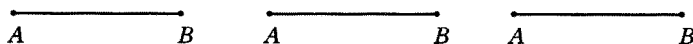


图 4

4. 如图 5,根据图形填空, (1) $AB = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$.



(2) $AB - a = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$.

(用小写字母表示)

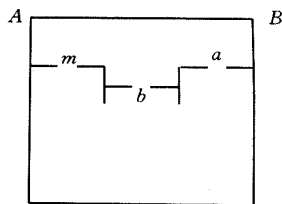


图 5

四、小结

1. 教师提问 怎样表示线段的长度？怎样比较线段的大小？通过本节课你对图形与数之间的关系有什么了解？

2. 根据学生回答的情况，教师重点总结数与形的结合以及比较线段大小的两种方法。

板书设计

线段的比较和画法

一、怎样表示线段的长度

1.

二、怎样比较线段的长度

2.

1. 重叠法 步骤

3.

2. 数量比较法

4.

三、课堂练习

四、小结



《线段的和、差、倍、分》教学设计

教学目标

1. 使学生掌握线段的和、差、倍、分的画法.
2. 使学生通过自己的实践过程发现线段的公理,并能在实践中应用.
3. 使学生掌握线段中点的定义、两点间距离的定义.
4. 通过发现线段公理的过程,使学生增强对几何学习的兴趣和信心.在发现公理的过程中,体会探索知识的思维过程的规律.

教学重点、难点

线段公理的掌握和应用、线段中点的定义、两点间距离的定义是重点.线段的和、差、倍、分的画法既是重点也是难点.

教学过程设计

一、类比联想,提出问题,明确线段的和差倍分的意义

数能进行加、减、乘、除四则运算,线段能否能进行加、减、乘、除四则运算?请同学们试一试.(给学生5分钟的时间,让他们画出两条线段,探索它们的和、差,大部分学生能将和、差画出,做乘法时,指出不是做线段之间的积,而是做它的倍数,除法是做线段的几分之几.)在学生的动手过程中,教师加以适当的提示,帮助学生明确线段的和、差、倍、分的意义.



二、应用举例,变式练习

例1 已知线段 $a, b (a < b)$, 画一条线段, 使它等于 $2a + 3b$.

如图 1.

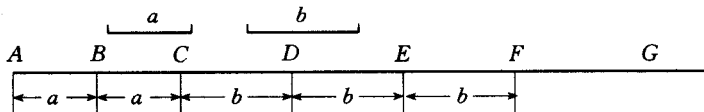


图 1

画法: 1. 画射线 AG .

2. 在射线 AG 上顺次截取 $AB = BC = a, CD = DE = EF = b$.

线段 AF 就是所要画的线段.

例2 已知线段 $a, b (a < b)$, 画一条线段, 使它等于 $2b - a$.

如图 2.

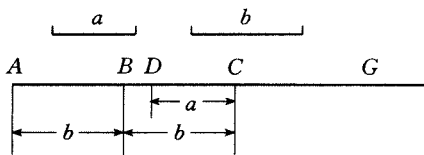


图 2

画法: 1. 画射线 AG .

2. 在射线 AG 上顺次截取 $AB = BC = b$.

3. 在线段 AC 上截取 $CD = a$.

线段 AD 就是所要画的线段. (教师提示学生注意截取 CD 时反向.)

这两个例题是线段的和、差、倍的具体画法, 教师在画图的过程



中,要边画边讲,注意讲清以下问题:

(1) 先画的图形是已知的线段 a, b .

(2) 画射线的目的是确定整个图形的起点,由于在没有画完的情况下,终点不能确定,而这种只有起点而没有终点的状态,只有用射线描述最为合适.

(3) 什么叫“顺次截取”就是要沿着射线的方向,从起点开始,依照计算的顺序截取.

(4) 线段的和、差在画图的区别是什么?和”是在截取时不改变方向,而“差”在截取时的方向是变化的.

通过这两个例题,使学生能够掌握线段的和、差、倍的画图.

(5) 两个例题讲完后可以安排一个练习:已知线段 $a, b, c (a > b > c)$,画一条线段,使它等于 $2a + 3b - c$.

三、关于等分线段问题

1. 从将线段二等分而得到将线段任意等分的方法.

先要求学生讨论:怎样求线段的中点.大部分学生会用度量的方法,进而提出怎样将线段三、四、五等分,以及任意等分.得到都可以用度量的方法.

2. 重点讨论线段的二等分的表示.

今后的几何学习中要遇到很多关于线段的中点问题,包括它的意义、表示.如图 3.

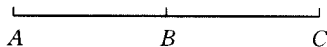


图 3

表示法:(1) 因为 B 是 AC 的中点,

所以 $AB = BC, AB = \frac{1}{2}AC, BC = \frac{1}{2}AC, AC = 2AB, AC =$



$2BC$.

在 B 是 AC 中点这一条件下,可以得到五种形式的结论,根据不同的需要而选择不同的形式.

(2) 因为 $AB = \frac{1}{2}AC$ (或 $BC = \frac{1}{2}AC, AC = 2AB, AC = 2BC$),

所以 B 是 AC 的中点. (在上述条件之一,都能得到 B 是 AC 中点的结论,但要有 B 在线段 AC 上这一条件)

填空练习:

因为 M 是 AB 的中点, ()

所以 $AB = 2BM$. ()

因为 N 是 CD 上一点,且 $NC = \frac{1}{2}CD$,

所以 N 是 CD 的中点. ()

这部分讲完后可以安排以下练习:如图 4,找出三角形 ABC 各边 AB, BC, AC 的中点 D, E, F ,并画线段 AE, BF, CD . (对三角形的中线有一个感性认识)

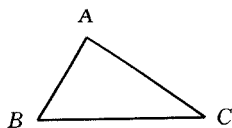


图 4

四、引导学生发现线段公理

给出以下几个图形,让学生通过自己度量计算发现其中的结论.如图 5.

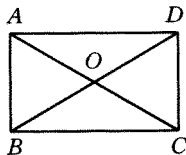
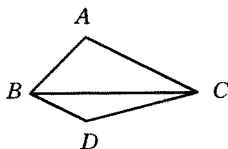


图 5

比较下列各式的大小.



(1) $AB + AC$ _____ BC , $DB + DC$ _____ BC ;

(2) $AB + BC$ _____ AC , $OB + OC$ _____ BC , $OC + OD$ _____

CD .

通过以上的练习,问学生发现了什么结论?提问:在联接两点的线中,最短的是什么?因而得出:在联接两点的线中,线段最短.

板书线段的公理:两点之间线段最短.

对线段公理中一些问题的解释:

1. 关于“联接”与“连结”的不同含义:“联接”指在两点之间可以联接折线、曲线、直线等各种线.而“连结”是专用在两点之间连线段上.因此专词专用,不能混用.

2. 涉及线段的长短问题,就有数量关系,因此规定出两点的距离的定义:连结两点的线段的长度,叫做两点间的距离.

3. 举例说明线段公理的应用:走路时一般都走直线.

4. 在线段公理中,又一次用到了数形结合的问题.线段是一个几何图形,而线段的长度又是一个数量,即一个数和一个单位.有一条线段就有一个数量表示它的长度.在文字叙述的过程中要注意,如用图形表示 A, B 两点的距离,常用线段表示,记作 $AB = \times \times \text{ cm}$.若用语言表示,就要回答 A, B 的距离为 $\times \times \text{ cm}$.

五、小结

1. 学生自己总结本节课的学习内容,应回答出线段的和、差、倍、分的画法.线段公理的内容.线段中点、线段的距离的定义.

2. 线段的和、差、倍、分的画法中应注意的问题.如步骤、方向等.

3. 一些关键词的用法,如“连结”、“顺次”等.

六、作业

1. 任意画线段 $a, b (a > b)$,画出 $a + b, a - b$,并写画法.



2. 任意画线段 a , 画出 $3a$, $\frac{1}{4}a$, 并写画法.

3. 任意画线段 ab ($a > b$), 画出 $3a - 2b$, $2a + 3b$, 并写画法.

4. 以 3cm 为边长画正方形 $ABCD$, 画出各边的中点, 然后将四个中点顺次连结起来, 这四个中点的连线组成什么图形?

5. 以 3cm , 4cm 为边长画长方形 $ABCD$, 画出各边的中点, 然后将四个中点连结起来, 这四个中点的连线组成什么图形?

6. 画线段 AB , 在 AB 上找三等分点 C 和 D , 根据图形填空:

$AB = (\quad)AC$, $AB = (\quad)CD$, $DB = (\quad)AB$, $AD = (\quad)AB$.

板书设计

线段的和、差、倍、分

一、怎样进行线段的和、差、倍、分

1. 线段的和、差、倍的画法

例 1 略

例 2 略

2. 等分线段

线段的中点

3. 线段公理

4. 两点间的距离

二、小结

三、作业



《角的概念》教学设计

教学目标

1. 使学生通过实际生活中对角的认识,建立起几何中角的概念,并能掌握角的两种定义方法.
2. 使学生掌握角的各种表示方法.
3. 通过角的第二定义的教学,学生进一步认识几何图形中的运动、变化的情况,初步会用运动、变化的观点看待几何图形,初步形成辩证唯物主义观点.
4. 使学生掌握平角、周角和直角的概念.

教学重点和难点

角的概念及两种定义和角的表示法是本节的重点也是难点.

教学过程设计

一、从实际生活中建立角的概念

1. 问题的提出 回忆前面的学习内容,都是单纯讨论直线、射线、线段的性质、关系.以后将要学习由它们构成的图形,同学们想一想,在实际生活中有没有由直线与直线或射线与射线,线段与线段组成的图形?让学生思考几分钟后,举手发言,由于学生的几何知识还不多,因此可能举出的例子很少,或者有不妥之处,教师应加以鼓励并引导.)



2. 教师总结:三条线段组成的三角形、两条直线组成的坐标系、两条射线组成的角.这些图形的特点和性质在今后的学习中都要学到,今天我们先学习角的有关概念.

3. 让学生自己观察在实际生活中看到的角.(如:桌子的角、钟表的时针和分针所成的角、两条道路相交时所组成的角、红领巾的边所成的角等.)

4. 教师提问:通过同学们的例子,我们应该怎样给角下定义呢?引导学生观察这些角的共同特点:角的两边都有一个公共的端点,组成角的两边的是射线.由此引导学生得到角的定义:有公共端点的两条射线组成的图形叫做角.

注意正确理解角的定义,首先组成角有两个条件:(1) 有两条射线.这两条射线叫做角的两边.(2) 两条射线有一个公共的端点.这个公共的端点叫做角的顶点.(3) 还应指出的是:我们平时画角的时候,只能将边画成两条线段,这是由于只能用角的一部分来研究角,而角的定义中边是两条射线,也就是说这两条边可以无限延伸.

5. 教师提问:钟表的指针是怎样形成角的?学生能够回答:一个指针在转.教师这时指出角的第二定义:一条射线 OA 由原来位置绕着它的端点 O 旋转到另一个位置 OB 所成的图形.(教师拿圆规演示出来射线的旋转情况,并在黑板上给出图形.)

注意对这一定义的理解:(1) 此定义与以前学过的定义有所不同,它是用运动的方法来定义角的.也就是从角的产生过程下定义,它对一条射线的原始位置开始描述,直到运动到最后位置.(2) 在此定义中,对运动的方向并没有要求.也就是说,可以顺时针旋转,也可以逆时针旋转.但要明确:初中阶段是指逆时针方向旋转所形成的角.这一点要对学生讲清楚,以便为将来学习任意角埋下伏笔.(教师在讲解过程中要加以演示)(3) 要告诉学生 OA 叫做角的始边, OB 叫做角的终边.而且始边可以与终边重合,还可以在重合以后继续旋转,从而得到几种特殊的角.



二、平角、周角和直角的概念

教师设计以下提问：

1. 从角的第二定义出发,对射线 OA 的旋转可以到哪些特殊位置?

2. 这些特殊的角之间有哪些关系?

针对学生的回答,教师与学生一起总结出直角、平角、周角的定义.

平角 射线 OA 绕点 O 旋转,当终止位置 OB 与起始位置 OA 成一条直线时,所成的角叫做平角.

周角 射线 OA 绕点 O 旋转,当终止位置 OB 与起始位置 OA 第一次重合时,所成的角叫做周角.

直角 平角的一半叫做直角.

三、角的表示法

这部分内容主要由教师讲解,并指出这些表示法是一些规定,必须遵守.

1. 角的内部和外部

角的内部 射线旋转时经过的平面部分是角的内部.

角的外部 平面内除去角的内部和角的顶点、角的边以外的部分是角的外部.

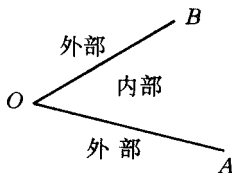


图 1

注 角将平面分为三部分,即角的外部、角的内部、角的两边及顶点.



教师通过以下图形对角的内部、角、角的外部进行讲解,使学生有一个感性的认识,如图 1.

2. 大写字母表示角 规定用三个大写字母表示角 这三个大写字母应分别写在顶点、两条边上的任意的点;三个字母的顺序也有规定,顶点的字母必须写在中间,如图 2.

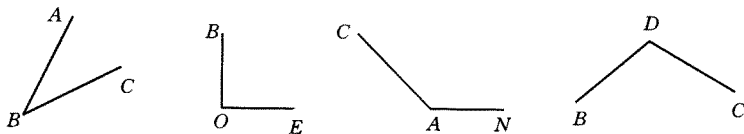


图 2

以上四个角依次表示为: $\angle ABC$, $\angle BOE$, $\angle CAN$, $\angle BDC$.

注意顶点的字母不一定用 O , 角的终边与始边的字母也可以随意.

在下面的图形中, 我们将看一看平角和周角的表示方法, 如图 3.



图 3

左边的图为平角, 记为 $\angle AOB$, 右边的图为周角, 记为 $\angle AOB$. 注意周角由于终边与始边重合, 所以 OA 与 OB 为同一条射线. 标法如图.

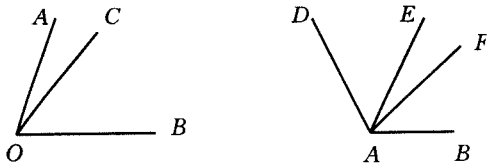


图 4

3. 用一个大写字母表示角 如图 2 中的四个角也可以记为 $\angle B$,



$\angle O, \angle A, \angle D$. 但要注意的是当两个或两个以上的角有同一个顶点时,不能用一个大写字母. 如图 4.

左边的图中以 O 为顶点的角有三个 $\angle AOC, \angle COB$ 和 $\angle AOB$, 如果写 $\angle O$ 就不知道表示哪一个角, 右边的图形中以 A 为顶点的角有六个, 写成 $\angle A$ 后就会分不清表示的是哪一个角. 因此用一个大写字母表示角的时候,一定要在不会发生混淆的情况下使用.

4. 用一个希腊字母表示角. 方法是,在角的内部靠近角的顶点处画一弧线, 写上一个希腊字母, 如 α, β, γ 等, 记作 $\angle \alpha$, 读作角 α . 如图 5.

5. 用一个数字表示角, 方法是,在角的内部靠近角的顶点处画一弧线, 写上一个数字如 1, 2, 3 等, 记作 $\angle 1$, 读作角 1. 如图 5, 在一个顶点的角较多的情况下, 也可以这样表示, 如图 6.

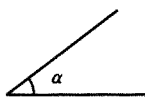


图 5

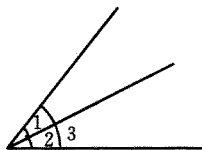
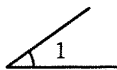


图 6

6. 练习: (1) 如图 7, 将下面图形中的角分别用两种方法表示.

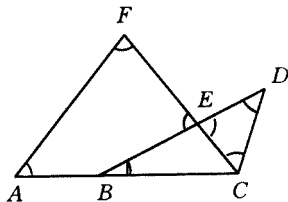


图 7

(2) 写出图中大于直角且小于平角的角. (用三个大写字母表示) 如图 8.

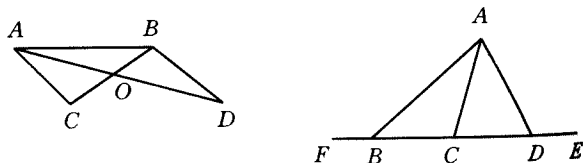


图 8

四、总结

教师提问：1. 这节课我们都学习了哪些概念？

2. 通过这节课你都认识了哪些角？它们都怎样定义的？

学生回答后，教师再做总结。

(1) 这节课我们学习了角的概念，它是用两种方法定义的，一个是用静止的观点，另一个是用运动的观点。对第二定义的形式要加以重视。在此基础上，有了特殊角：平角、周角、直角的概念。

(2) 角的表示方法有四种：用三个大写字母表示；用一个大写字母表示；用一个希腊字母表示；用一个阿拉伯数字表示。

五、作业

1. 每人在实际生活中找出三到五个角的实例，其中包括直角、平角和周角。

2. 如图 9，指出每个图形中的所有直角。（直观判断）

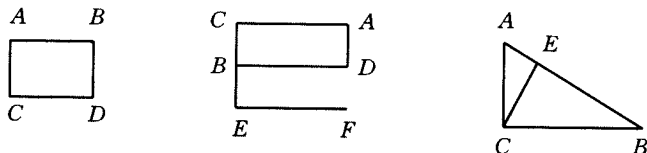


图 9

3. 如图 10(a)，指出下列每个图形中的所有小于 180° 的角。

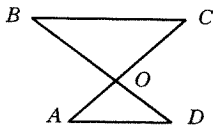
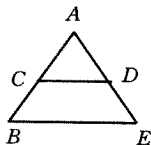
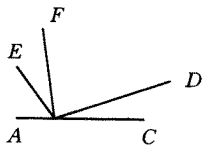


图 10 (a)

4. (1) 任意画一个角 $\angle AOB$, 在它的内部取一点 E , 作射线 OE , 用大写字母写出图中所有的角; (2) 任意画一个角 $\angle EOF$, 在它的内部取两个点 A, B , 作射线 OA, OB . 用希腊字母表示图中所有的角.

板书设计

角的概念

一、角的概念

角的定义：

角的第二定义：

图

二、直角、平角、周角的概念

图

三、角的表示法

1, 2, 3, 4

图

练习：

四、总结

五、作业

课堂教学设计说明

1. 本教案的教学时间为 1 课时 45 分钟.

2. 教学设计的主要指导思想是：

(1) 让学生了解第一章的总体知识结构, 具体讲, 就是在学习了直线、射线和线段性质的基础上, 由它们组成新的几何图形, 从而使认识几何图形是由简单到复杂的组合过程.



(2) 借讲角的第二定义之机,用运动的观点研究几何图形,初步培养学生的辩证唯物主义观点.

(3) 加强数学的实践性,养成学生联系实际的好习惯,提高他们解决实际问题的能力.

(4) 通过角的不同表示法,使学生看到解决一个问题有多种方法的好处,为培养学生的发散性思维打下基础.

3. 本教案对课本的顺序进行了一定的更改,将直角的定义与平角、周角的一起给出,这样强调了知识的系统性,更有利于学生掌握知识的结构.

4. 在作业中,将有些以后常用的几何图形,如矩形、三角形、平行四边形、两个三角形的特殊位置关系等,都让学生见一见,为将来的学习打下基础.

5. 角的各种表示法的教学一定要重视,要反复练习,尤其是从一个顶点出发的角有两个以上时,一定让学生写对,并告诉学生在没有特殊要求的情况下,最好用数字表示角,这样既简便又清晰.

6. 以下思考题供参考:(基础较好的学校选用)

(1) 一条直线是一个平角吗?由平角的定义知,平角的两边,即两条射线在一条直线上,且分别在顶点的两侧,而直线没有顶点,也不是两条射线,所以直线不能看成是一个平角)

(2) 如图 10(b), $\angle AOB$ 内部画 99 条射线,问图中一共有多少个角?

从特殊性想起:

角内没画射线 —— 1 个角

角内画 1 条射线 —— $(1 + 2)$ 个角

角内画 2 条射线 —— $(1 + 2 + 3)$ 个角

.....

角内画 99 条射线 —— $1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 100 = 5050$ 个角

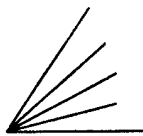


图 10 (b)



《角的比较》教学设计

教学目标

1. 知识教学点

- (1) 理解 两个角的和、差、倍、分的意义.
- (2) 掌握 角平分线的概念.
- (3) 应用 会比较角的大小,会用量角器画一个角等于已知角.

2. 能力训练点

(1) 通过让学生亲自动手演示比较角的大小,画一个角等于已知角等,培养训练学生的动手操作能力.

(2) 通过角的和、差、倍、分的意义,角平分线的意义,进一步训练学生几何语言的表达能力及几何识图能力,培养其空间观念.

3. 德育渗透点

通过具体实物演示对角的大小进行比较这一由感性认识上升到理性认识的过程,培养学生严谨的科学态度,对学生进行辩证唯物主义思想教育.

教学重点、难点

1. 角的大小比较,角平分线的意义,两个角的和、差、倍、分的意义.
2. 空间观念,几何识图能力的培养.



教学方法

直观演示、尝试、指导相结合。

教具准备

投影仪或电脑、一副三角板、自制胶片(软盘)、量角器。

教学步骤

一、创设情境,引出课题

师 请同学们拿出你的一副三角板,你能说出这几个角的大小吗?

学生基本知道一副三角板各角的度数,他们可能利用度数比较,也可能通过观察,也会有同学用叠合法。这里可以让学生讨论,说出采用的比较方法。但叙述一定不规范,教师既不给予肯定也不否定,只是再提出新问题。

投影显示 两个度数相差 1 度以内的角,不标明度数,只凭眼观察又不能确定两个角的大小。

师 对于这两个角你能说出它们哪一个大 哪一个小吗?

(学生困惑时教师点出课题。)这节课我们就学习角的比较。同学们提出的比较一副三角板各角的方法有些很好,但不规范。希望同学们认真学习本节内容,掌握角的比较等知识,为以后的学习打好基础。(板书课题)

[板书] 角的比较

[教法说明] 由学生熟知的三角板各角的比较入手,把学生带入比较角的大小的意境。但问题一转,出现了不标度数,观察又不能确定大小的角,当学生束手无策时,教师提出这就是我们要研究的新



内容、调动学生的积极性,吸引其注意力.

二、新知探索

1. 角的比较

(1) 叠合法

教师通过活动投影演示 两个角设计成不同颜色,三种情况:

$\angle DEF = \angle ABC$, $\angle DEF < \angle ABC$, $\angle DEF > \angle ABC$, 如图1所示.

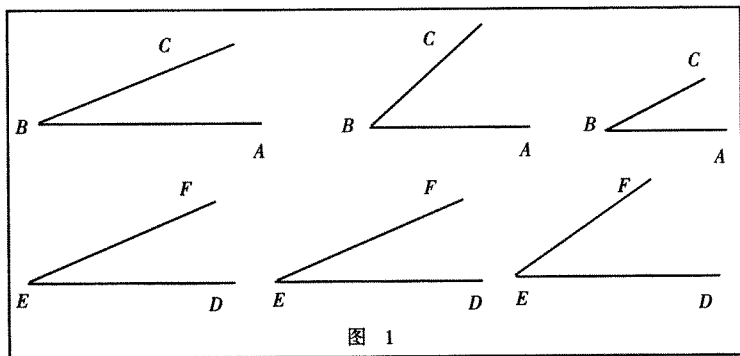


图 1

演示 移动 $\angle DEF$, 使其顶点 E 与 $\angle ABC$ 的顶点 B 重合, 一边 ED 和 BA 重合, 出现以下三种情况, 如图2所示.

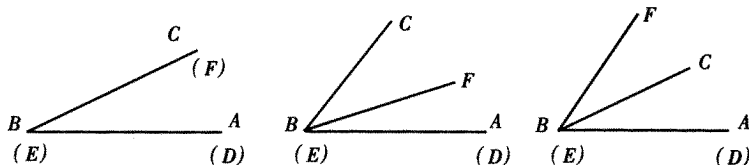


图 2

师 请同学们观察 $\angle DEF$ 的另一边 EF 的位置情况, 你能确定出两个角的大小关系吗?



学生活动 观察教师演示后,同桌也可以利用两副三角板演示以上过程,帮助理解比较两角的大小,回答教师提出的问题.

教师根据学生回答整理板书.

[板书]

① EF 与 BC 重合, $\angle DEF$ 等于 $\angle ABC$, 记作 $\angle DEF = \angle ABC$.

② EF 落在 $\angle ABC$ 的内部, $\angle DEF$ 小于 $\angle ABC$, 记作 $\angle DEF < \angle ABC$.

③ EF 落在 $\angle ABC$ 的外部, $\angle DEF$ 大于 $\angle ABC$, 记作 $\angle DEF > \angle ABC$.

[教法说明] 通过直观的实物演示和投影(电脑)显示,既加强了角的比较的直观性,又可提高学生的兴趣.注意再次强调角的大小只与开口大小有关,与边的长短无关,以及角的符号与小于号、大于号书写时的区别.

(2) 测量法

师 小学我们学过用量角器测量一个角,角的大小也可以按其度数比较.度数大的角则大,度数小的则小.反之,角大度数大,角小度数小.

学生活动 请同桌分别画两个角,然后交换用量角器测量其度数,比较它们的大小.

教法说明 测量前教师可提问使用量角器应注意的问题.即三点:对中、重合、读数.让学生动手操作,培养他们动手能力.

反馈练习:1.课本第32页习题1.3A组3题,用量角器测量 $\angle\alpha$ 、 $\angle\beta$ 、 $\angle\gamma$ 的大小,同桌交换结果看是否准确.

2. 角的和、差、倍、分投影显示

如图3, $\angle 1$ 、 $\angle 2$.

提出问题 如图3, $\angle 1 > \angle 2$, 把 $\angle 2$ 移到 $\angle 1$ 上,使它们的顶点重合,一边重合,会有几种情况?猜同学们在练习本上画出.你如何把 $\angle 2$ 移到 $\angle 1$ 上,才能保证 $\angle 2$ 的大小不变呢?

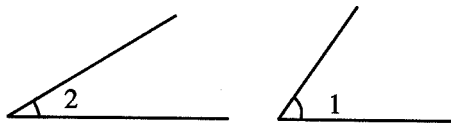


图 3

学生活动 讨论 $\angle 2$ 如何移到 $\angle 1$ 上,移动后有几种情况,在练习本上画出图形.(有小学测量的基础,学生不会感到困难,可放手让学生自己动手操作.)

教师根据学生回答小结 量角器可起移角的作用,先测量 $\angle 2$ 的度数,然后以 $\angle 1$ 的顶点为顶点,其中一边为边作一个角等于 $\angle 2$,出现两种情况.如图 4 及图 5 所示:

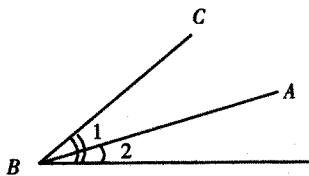


图 4

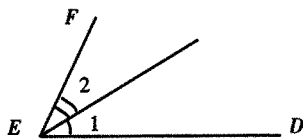


图 5

(1) $\angle 2$ 在 $\angle 1$ 内部时,如图 4, $\angle ABC$ 是 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的差,记作:
 $\angle ABC = \angle 1 - \angle 2$.

(2) $\angle 2$ 在 $\angle 1$ 外部时,如图 5, $\angle DEF$ 是 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的和,记作:
 $\angle DEF = \angle 1 + \angle 2$.

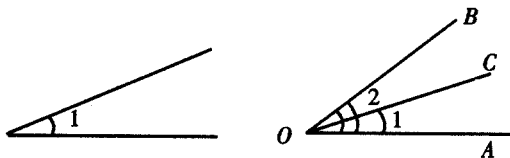


图 6



[教法说明] 在以上教学过程中,一定要注意训练学生的看图能力和几何语句表达能力,如 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的和差所得到的两个图形中,还可让学生观察得到图 4 中 $\angle 2$ 是 $\angle 1$ 与 $\angle ABC$ 的差,记作: $\angle 2 = \angle 1 - \angle ABC$,或 $\angle ABC$ 与 $\angle 2$ 的和等于 $\angle 1$,记作: $\angle ABC + \angle 2 = \angle 1$. 图 5 中 $\angle 1$ 是 $\angle DEF$ 与 $\angle 2$ 的差,记作: $\angle 1 = \angle DEF - \angle 2$ 等进行看图能力的训练.

反馈练习 学生在练习本上完成画图.

已知如图 6, $\angle 1$, 画 $\angle 2$, 使 $\angle 2 = \angle 1 + \angle 1$.

师 两个 $\angle 1$ 的和是 $\angle 2$, 那么 $\angle 2$ 是 $\angle 1$ 的 2 倍, 记作 $\angle 2 = 2\angle 1$, 或 $\angle 1$ 是 $\angle 2$ 的 $\frac{1}{2}$, 记作: $\angle 1 = \frac{1}{2}\angle 2$. 同样, 有角的 3 倍和 $\frac{1}{3}$ 等等. 角的和差倍分的度数等于它们的度数的和差倍分.

3. 角平分线

学生观察以上反馈练习中 $\angle 2 = 2\angle 1$ 的图形, $\angle AOC = \angle COB = \angle 1$, 也就是 OC 把 $\angle AOB$ 分成了两个相等的角, 这条射线叫 $\angle AOB$ 的平分线.

[板书] 定义: 一条射线把一个角分成两个相等的角, 这条射线叫做这个角的平分线.

几何语言表示: OC 是 $\angle AOB$ 的平分线, $\angle AOB = 2\angle AOC = 2\angle COB$ (或 $\angle AOC = \angle COB = \frac{1}{2}\angle AOB$)

说明 若 $\angle BOC = \angle AOC$, 则 OC 是 $\angle AOB$ 的平分线, 同样有两条三等分线, 三条四等分线, 等等.

三、变式训练, 培养能力

投影显示



1. 如图 7 填空:

① $\angle ABC = \angle ABD + \angle$ _____

② $\angle ADB = \angle ADC - \angle$ _____

2. BD 是 $\angle ABC$ 的平分线, 那么,

① $\angle ABD = \angle$ _____

② $\angle$ _____ $= 2\angle DBC$

3. 如图 8: OB 是 $\angle AOC$ 的平分线, OD 是 $\angle COE$ 的平分线

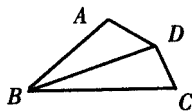


图 7

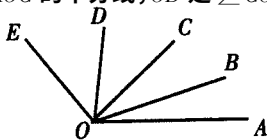


图 8

① 若 $\angle AOC = 50^\circ$, 则 $\angle BOC =$ _____

② $\angle AOC = 50^\circ$, $\angle COE = 80^\circ$, 则 $\angle BOD =$ _____ 度

[教法说明] 练习中的第 1、2 题可口答, 第 3 题在教师引导下写出过程, 初步渗透推理过程, 培养学生的逻辑推理能力, 推理过程由已知入手, 联想得出结论.

四、归纳小结

找学生回答: 今天学习了哪些内容, 教师归纳得出以下知识结构:

角的比较	1. 角的比较	$\left\{ \begin{array}{l} (1) \text{ 叠合法} \\ (2) \text{ 测量法} \end{array} \right.$	注意: 几何图形的识图 角的和差倍分的度数等于 它们的度数的和差倍分.
	2. 角的和差倍分	$\left\{ \begin{array}{l} (1) \text{ 图形的关系} \\ (2) \text{ 数量关系} \end{array} \right.$	
	3. 角平分线	$\left\{ \begin{array}{l} (1) \text{ 定义} \\ (2) \text{ 几何符号语言表示} \end{array} \right.$	



《角的画法》教学设计

教学目标

1. 使学生理解尺规作图的意义, 熟练掌握用尺规作一个角等于已知角.
2. 培养学生作图的基本技能和良好的学习品质.
3. 培养学生探索精神, 并使他们进一步领会从特殊到一般去分析问题、解决问题的思想方法.

教学重点、难点

1. 用尺规作一个角等于已知角.
2. 确定求作角的终边的位置.

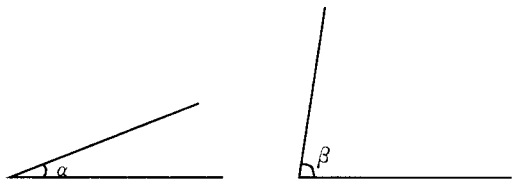
教学准备

幻灯、软件等.

教学过程

一、复习导入(投影)

1. 画一条线段等于已知线段, 你有什么方法?
2. 画一个角, 使它等于 $2\angle\alpha + \frac{1}{4}\angle\beta$ ($\alpha = 20^\circ, \beta = 80^\circ$).



二、提问

1. 画一个角等于已知角除了用量角器你还有其它方法吗?
2. 画线段可以利用圆规截取,画角是否也可以利用圆规“截取”呢?

今天我们共同来研究一下画角的新方法.

(板书课题:角的画法)

三、新课讲解

如图1:已知 $\odot O$,

1. 角的顶点是圆心 O ,你会画 180° 的角吗?你会画 90° 的角吗?
2. 现在,老师不用量角器、三角尺,而用直尺和圆

规来画一个 60° 的角,请同学们观察一下老师的画法是否正确.

分析 角的顶点已经有了,很容易画出角的一边(演示),另一边怎么画?

(教师演示,并让学生鉴别)

3. 请同学们思考这样的问题:先以 O 为顶点,任意画一个角

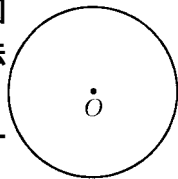


图1

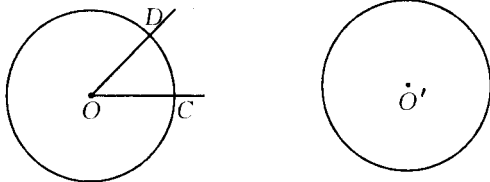


图2



$\angle COD$,再画一个与 $\odot O$ 相等的 $\odot O'$ (如图 2),这时你能以 O' 为顶点,画一个角等于 $\angle COD$ 吗?先由学生讨论回答并板演,再让学生观察、思考:你认为这种画法的依据是什么? ($\widehat{CD} = \widehat{C'D'}$) 画出 $\angle C'O'D'$ 的关键是找到什么?(点 D')

4. 如图 3 已知 $\angle AOB$. 问:你有什么方法画一个角等于 $\angle AOB$. (期望学生创设刚才的情境,思考后回答画法)

说明:

(1) 画弧可以代替画圆.

(2) 我们已经解决了不利用量角器画一个角等于已知角的问题.

请学生概括刚才用直尺和圆规作一个角等于已知角的主要步骤. 多媒体再现过程(图 4)

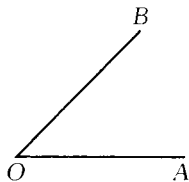


图 3

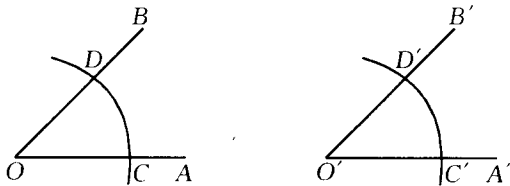


图 4

设 $\angle AOB$ 是已知角.

(1) 任作一条射线 $O'A'$;

(2) 以 O 为圆心,任意长为半径画弧,分别交射线 OA 、 OB 于点 C, D ;

(3) 以 O' 为圆心,与(2)中同样长为半径画弧,交射线 $O'A'$ 于点 C' ;

(4) 以点 C' 为圆心,线段 CD 的长(用圆规截取)为半径画弧,这弧与(3)中所作的弧相交于点 D' ; (即在 $\odot O'$ 上截取 $\widehat{C'D'} = \widehat{CD}$)



(5) 作射线 OD .

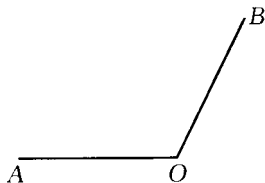
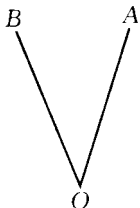
$\angle AOD$ 就是与 $\angle AOB$ 相等的角.

在几何里,把只用直尺(没有刻度的)和圆规这两种工具的画图称为尺规作图.

四、课堂练习

练习1 尺规作图 如图,已知: $\angle AOB$.

求作: $\angle AOB'$, 使 $\angle AOB' = \angle AOB$.



思考题 对于左图已知的 $\angle AOB$ (锐角), 你能以 OA 为一边, 在 $\angle AOB$ 的外部作 $\angle AOC$, 使 $\angle AOC = \angle AOB$ 吗?

说明 在作图过程中,非求作的图线也称作图痕迹,一般不必画得很重、很长,但在初学作图时通常要求保留作图痕迹.

练习2 尺规作图 如右图,已知 $\triangle ABC$,

(1) 作 $\angle PAQ = \angle A$;

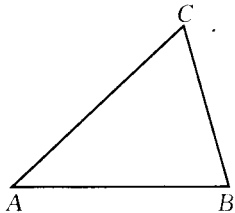
(2) 分别在 AP 和 AQ 上截取 $AB' = AB$, $AC' = AC$;

(3) 连结 $B'C'$.

剪下 $\triangle ABC'$, 用叠合的方法检验作 $\angle PAQ = \angle A$ 的准确程度, 并比较

$\triangle ABC'$ 中的边 $B'C'$ 和 $\angle B'$ 、 $\angle C'$ 与 $\triangle ABC$ 中对应的边和角的大小.

多媒体验证,用量角器画一个角等于已知角的原理与尺规作图画一个角等于已知角的原理完全相同.





五、小结

1. 本节课,我们主要研究了按尺规作图的要求作一个角等于已知角,关键是确定求作角的终边的位置;
2. 我们从圆这个旧知识出发学习新的知识,从而让我们体会到了新旧知识的联系;
3. 我们从特殊到一般研究尺规作角的过程,这也是我们生活、学习中经常用以分析问题、解决问题的思想方法;
4. “用尺规作一个角等于已知角”与“用量角器画一个角等于已知角”的原理完全相同. 许多知识都存在内在联系,善于发现并重视这种内在联系,有助于我们探索解决问题的途径.



《作一个角等于已知角》教学设计

教学目标

1. 借助具体情景感受到一个角等于已知角的实际意义.
2. 能用直尺和圆规作一个角等于已知角.
3. 初步培养学生作图的规范,养成良好的作图习惯.

教学重、难点

1. 用尺规作一个角等于已知角.
2. 作图题的几何语言表述.

教学方法

先学后教,以学定教.

教材分析

把具体的生活情景引入教学,让学生感受数学和日常生活的密切联系,同时感受作一个角等于已知角的现实意义.通过作一个角等于已知角,让学生继续学习用尺规作图,了解直尺和圆规的功能,通过用尺规作美丽的图案的活动,培养学生的审美意识,让他们在学习中学会数学美和几何美,同时,也培养他们在生活中发现美的能力.

课前准备

1. 直尺、圆规、铅笔、量角器,一张长方形硬纸.



2. 预习课本 62 页到 63 页内容.

教学过程

同学们,我们已经学过用尺规作图,如作一条线段等于已知线段,我们也知道用尺规可以作出许多美丽的图案,这节课,我们来继续学习用尺规作图,作一个角等于已知角.

木工王师傅有一块木板(如课本第 62 页的图 2-13),他制作一套家具时,需要把这块木板截成一个平行四边形,使它的一组对边在长方形木板的边缘上,另一组对边中的一条边为 AB ,另一条边经过 C 点.他的手边只有一个圆规和一把没有刻度的直尺,他怎么来解决这个问题呢?同学们能帮他想出办法吗?

1. 让学生拿准备好的硬纸代替课本 62 页本节开始的问题中的木板,鼓励学生用不同的办法完成此问题,通过活动,让学生积累丰富的数学活动经验.

学生动手作,教师巡回指导,鼓励学生尽可能用不同的方法完成,并在小组内交流.

教师应给学生足够的时间,让学生充分发挥想像力,提高解决问题的能力.同学们的办法也许很多,如平移直尺法,把纸对折法等,只要是合理的作法,教师都应该肯定,并且表扬想的办法多的学生.

除了同学们想的办法外,还有没有别的办法呢?这就是我们这节课要学的内容.

2. 利用尺规作一个角等于已知角(靠学生自学)

(1) 自学前的指导

明确自学内容、方法、要求.

请同学们认真看课本 62 页到 63 页的“做一做”的内容,方法是边看书边动手作图,5 分钟后,比赛谁能边说边做,完成作一个角等于已知角的全过程.



(2) 学生自学,教师巡视,了解学生学习中的疑难问题

为了使學生明白作一个角等于已知角的方法、步骤,真正学会作一个角等于已知角,教师应指导学生进行以下活动操作:

首先,让学生明白作一个角等于已知角,关键是所作的角的度数器与已知角的度数相等,而和角的两边的长短没有关系.

其次,作图一定要规范、准确,在以某一点为圆心,某线段长为半径画弧时,所定的点和弧的长度必须准确.特别是要把圆规的定点定好后再去画弧,否则所画的弧的长度将不准确.

再次,指导学生在作图的过程中,进行思考.把操作和思考结合起来,学生在作图时,应思考每一步的原因和理由,并试着用自己的语言表述出来.

最后,学生作图完毕后,教师先让学生用量角器量一下自己所作的角和已知角的度数,看两个角的大小是否一致.教师让学生思考:为什么这样作下的角就是所要求的角.综合整个作图过程,说一说的理由,和同桌交流自己的意见,看你和他的想法是否一样.同桌两人互说作图过程,尽量把作图的方法、步骤表述的既准确又完整.

(3) 指导学生保留作图痕迹,以便老师查看其操作过程

3. 检查自学效果

(1) 判别 在黑板上画一个角,同时学生在练习本上也随意画一个角,要求学生写出求作、作图.

抽两位中、差生上黑板,其余学生在座位上做.

(2) 学生做,教师巡视,将出现的问题记录下来,供讲评时用.

4. 点拨、矫正

同时评判 2 位同学写的求作对不对,如果全对,则引导学生注意:“使 $\angle A'OB' = \angle AOB'$ ”中的左、右不得换位.

同时评 2 位同学的作图对不对,是否保留下了作图痕迹,引导学生注意:作图规范,标出字母,保留作图痕迹,最后写明结论(指出什么



是所作图形)。

用量角器验证作出的图是否准确。

教师用规范语言叙述作图过程(作法)。

5. 学生作课本 64 页的随堂练习

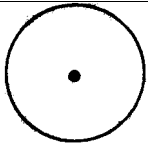
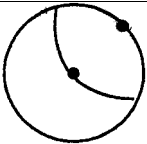
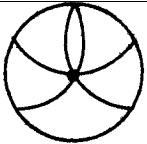
抽两位学生上黑板,不写作法,保留作图痕迹。

学生动手,教师巡回指导。

订正黑板上作的图形。

6. 利用尺规解决本节开始提出的问题,提高学生解决问题的能力

7. 利用尺规设计美丽的图案

步骤一	步骤二	步骤三
以点 O 为圆心, r 为半径作圆 O 。	以圆 O 上任一点为圆心, r 为半径作弧, 与圆 O 交于两点。	分别以两个交点为圆心, r 为半径作弧, 与圆 O 又交于两点。
		

继续做下去,在适当的位置涂上颜色,你就可以作出美丽的“花瓣”图案了。

8. 课堂小结:

本节课学习利用尺规作一个角等于已知角。

9. 课堂作业:

(1) 课本 65 页第 1 题上作业本。

(2) 选作题 完成课本 65 页的“试一试”。

(3) 学生做作业,教师批阅已做完的作业。



《相交线的性质》教学设计

教学目标

1. 使学生了解平面内不重合的两条直线只有相交和平行两种位置关系.
2. 理解对顶角的意义、性质, 以及性质的推导过程, 并能利用它进行简单的推理和计算.
3. 理解“邻补角”的意义, 理解它与补角的区别与联系, 并能利用邻补角的概念进行简单问题的推理和计算.
4. 培养学生分析、探索和发现问题的能力.

教学重点、难点

邻补角和对顶角的概念及对顶角的性质是重点, 而对顶角性质的推理过程的叙述是难点.

教学过程设计

一、从实际中提出问题

1. 投影出一些实物和教室中的一些实物.
2. 让学生举出一些实例.
3. 教师引导学生将上述实际问题抽象为几何图形的位置关系——平面上两条直线的位置关系有两种, 如图 $l(1)$.

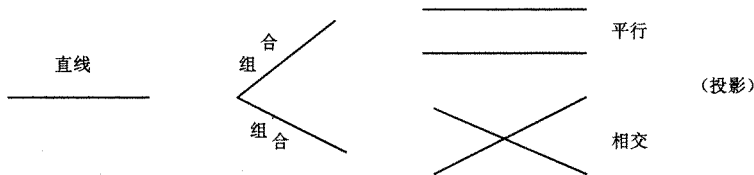


图 1(1)

4. 在上述基础上引出课题(写出章的课题和本节课的课题)

二、引导学生发现邻补角和对顶角的特点并给出定义

1. 分解基本图形练习.

如图 1(2), 设直线 AB 和 CD 相交于 O , 在这个图中, 哪些图形是你学过的? 在学生回答的基础上, 教师总结指出学过的图形有: 点 O , 射线 OA ..., 直线 AB ..., 平角 AOB ..., 四组互补

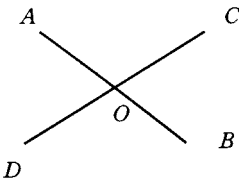


图 1(2)

的角, 四个小于平角的角. 下面我们重点研究四个小于平角的角.

2. 引导学生分析四个角的特征.

问 在四个角中, 每两个角之间有什么特点?

答 略

在学生回答的基础上, 教师引导学生分类归纳.

第一类: $\angle AOD$ 和 $\angle DOB$, $\angle DOB$ 和 $\angle BOC$, $\angle BOC$ 和 $\angle COA$, $\angle COA$ 和 $\angle AOD$.

第二类 $\angle AOD$ 和 $\angle BOC$, $\angle BOD$ 和 $\angle AOC$.

问 在第一类中的两个角之间有什么特点? 有什么关系?

答 有公共顶点, 有一条公共边, 另一条边在一条直线上, 它们之和是 180° .

问 在第二类中两个角之间有什么特点?



答 有公共顶点,没有公共边,是两条直线相交后得到的.

3. 邻补角和对顶角的定义.

在上述分析的基础上,师生共同总结得出:

(1) 邻补角的定义:

两条直线相交后有公共顶点和一条公共边的两个互补的角,叫做邻补角.

问 邻补角和补角的区别和联系是什么?

答 两个角的和为平角,这两角互为补角,只规定了这两个角数量的关系,而邻补角除了是互补的角之外,还规定了位置上的关系,即必须是两条直线相交后“有公共顶点和一条公共边”.

(2) 对顶角的定义.

有公共顶点,没有公共边,它们是由两条直线相交而成的角,就叫做对顶角.

4. 运用反例图形揭露概念的本质属性.

观察图 2 中的各组角是不是对顶角?

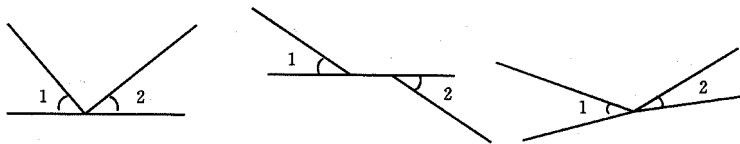


图 2

学生回答 都不是,因为它们都不是两条直线相交而成的角.

5. 通过分解基本图形练习,进一步理解概念的内涵.

如图 3, (1) 已知直线 AB, CD 相交于点 O ,

(2) 已知直线 AE, BD 相交于点 C .

(3) 已知直线 AB, CD, EF 相交于点 O .

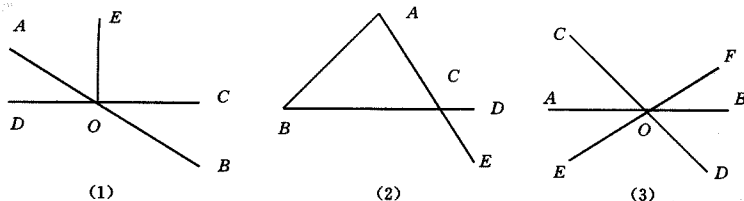


图 3

图中哪些角是对顶角,哪些角是邻补角?

解:(1) 中的对顶角是 $\angle AOD$ 与 $\angle COB$, $\angle AOC$ 与 $\angle DOB$.

邻补角是 $\angle DOA$ 与 $\angle AOC$, $\angle AOE$ 与 $\angle EOB$, $\angle BOC$ 与 $\angle COA$, $\angle COE$ 与 $\angle DOE$, $\angle DOA$ 与 $\angle DOB$, $\angle DOB$ 与 $\angle BOC$.

(2) 中的对顶角是 $\angle ACB$ 与 $\angle DCE$, $\angle BCE$ 与 $\angle ACD$, 邻补角是 $\angle ACB$ 与 $\angle ACD$, $\angle ECD$ 与 $\angle DCA$, $\angle DCE$ 与 $\angle ECB$, $\angle ECB$ 与 $\angle ACB$.

(3) 中的对顶角有六对:(略) 邻补角:(略)

三、对顶角的性质

1. 引导学生通过度量提出猜想.

猜想 对顶角相等.

2. 证明猜想,形成定理.

两种方法:一种是按照课本方法,先用文字语言叙述,然后再用符号语言叙述.

另一种方法是直接写出证明过程.

指导学生写出已知,求证,证明三步.

已知 直线 AB 与直线 CD 相交于 O 点,如图 4.

求证: $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$.

证明 因为 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, (邻补角定义)

$\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$, (邻补角定义)



所以 $\angle 1 = \angle 3$. (同角的补角相等)

同理: $\angle 2 = \angle 4$.

四、例题分析

例 1 已知 如图 5(1) 两条直线 AB, CD 相交于 O 点, 又 OE 平分 $\angle AOC$, OF 平分 $\angle BOC$, 求 $\angle EOF$ 的大小.

分析: $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 的关系是解题的关键.

解 因为 OE 平分 $\angle AOC$, (已知)

所以 $\angle EOC = \frac{1}{2} \angle AOC$. (角平分线

定义)

同理 $\angle COF = \frac{1}{2} \angle BOC$,

又因为 $\angle EOF = \angle EOC + \angle COF = \frac{1}{2} (\angle AOC + \angle BOC)$,

而 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$, (邻补角定义)

故 $\angle EOF = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$.

例 2 已知 如图 5(2), $\angle 1 = 70^\circ$, OE 平分 $\angle AOC$. 求 $\angle EOC$ 和 $\angle BOC$ 的度数.

解 因为 $\angle 1 + \angle AOC = 180^\circ$ 又 $\angle 1 = 70^\circ$,

所以 $\angle AOC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.

OE 为 $\angle AOC$ 的平分线,

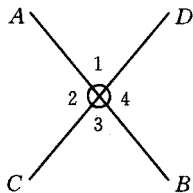


图 4

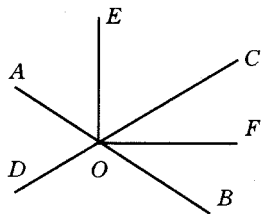


图 5(1)

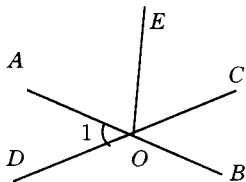


图 5(2)



$$\text{所以 } \angle EOC = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ.$$

又因为 $\angle BOC = \angle 1$, (对顶角相等)

所以 $\angle BOC = 70^\circ$.

总结 在解题过程中,应用以前学过的定义、公理和定理,得到结论,在几何的学习中叫做推理,这是以后学习中非常重要的内容. 每一步后面都要写清理由和根据,就是要求有理有据,因此,学生要能自己写下来. 在解题过程还要注意书写格式.

五、小结

1. 先由教师向学生提出问题:

这节课学习了什么内容、方法,应注意什么问题?

2. 在学生回答基础上,教师指出:

(1) 同一平面内两条直线的位置关系 相交或平行.

(2) 两条直线相交所成的重要角 对顶角和邻补角,其中对顶角相等.

(3) 利用对顶角的性质和邻补角的概念解决问题.

(4) 还学习了推理论证的方法.

(5) 在解题过程中要注意 证明题的每一步要有理有据,一丝不苟,非常严谨.

作业

1. 如图 5(3),找出图中的邻补角.

2. 如图 6,找出图中的对顶角和邻补角.

3. 如图 7,三角形 ABC 中, $\angle ACB = 65^\circ$, 求 $\angle ACD$, $\angle DCE$, $\angle BCE$ 的度数.

4. 如图 8,若 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补,求 $\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$, $\angle 6$, $\angle 7$, $\angle 8$ 各角的度数.

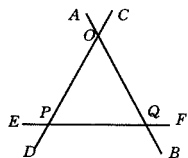


图 5(3)

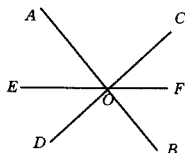


图 6

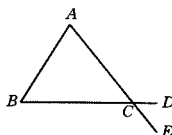


图 7

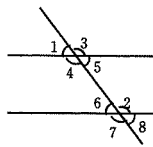


图 8

板书设计

相交线的性质

一、平面上两条直线的位置关系

二、邻补角和对顶角的定义

1. 邻补角的定义

2. 对顶角的定义

五、小结

三、对顶角的性质

四、例题分析

例 1

例 2



《同位角、内错角、同旁内角》教学设计

教学目标

1. 知识教学点

- (1) 理解同位角、内错角、同旁内角的概念.
- (2) 结合图形识别同位角、内错角、同旁内角.

2. 能力训练点

- (1) 通过变式图形的识图训练,培养学生的识图能力.
- (2) 通过例题回答“为什么”,培养学生的推理能力.

3. 德育渗透点

从复杂图形分解为基本图形的过程中,渗透化繁为简,化难为易的化归思想;从图形变化过程中,培养学生辩证唯物主义观点.

教学重点、难点

1. 同位角、内错角、同旁内角的概念.
2. 在较复杂的图形中辨认同位角、内错角、同旁内角,

教学方法

尝试指导、讨论评价、变式、回授.

教具准备

投影仪、三角板、自制胶片.



教学步骤

一、创设情境,复习导入

回答下列问题:

1. 如图 1, $\angle 1$ 与 $\angle 3$, $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是什么角? 它们的大小有什么关系?

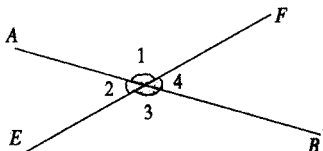


图 1

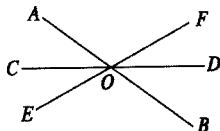


图 2

2. 如图 1, $\angle 1$ 与 $\angle 2$, $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 是什么角? 它们有什么关系?

3. 如图 2, 三条直线 AB 、 CD 、 EF 交于一点 O , 则图中有几对对顶角, 有几对邻补角?

4. 如图 3, 三条直线 AB 、 CD 、 EF 两两相交, 则图中有几对对顶角, 有几对邻补角?

5. 三条直线相交除上述两种情况外, 还有其他相交的情形吗?

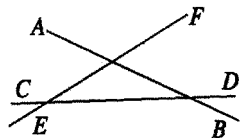


图 3

学生答后, 教师出示复合投影片 1, 在

图 1 上填加一条直线 CD , 使 CD 与 EF 相交于某一点(如图 4), 直线 AB 、 CD 都与 EF 相交或者说两条直线 AB 、 CD 被第三条直线 EF 所截, 这样图中就构成八个角, 在这八个角中, 有公共顶点的两个角的关系前面已经学过, 今天, 我们来研究那些没有公共顶点的两个角的关系.

[板书] 2.3 同位角、内错角、同旁内角



[教法说明] 通过复合投影片演示了同位角、内错角、同旁内角的产生过程,并从演示过程中看到,这些角也是与相交线有关系的角,两条直线被第三条直线所截,是相交线的又一种情况.认识了事物间发展变化的辩证关系.

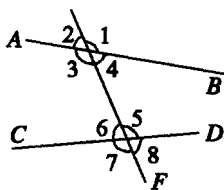


图 4

二、尝试指导,学习新知

1. 学生自己尝试学习,阅读课本第 67 页例题前的内容.

2. 设计以下问题,帮助学生正确理解概念.

(1) 同位角: $\angle 4$ 和 $\angle 8$ 与截线及两条被截直线在位置上有什么特点? 图中还有其他同位角吗?

(2) 内错角: $\angle 3$ 和 $\angle 5$ 与截线及两条被截直线在位置上有什么特点? 图中还有其他内错角吗?

(3) 同旁内角: $\angle 4$ 和 $\angle 5$ 与截线及两条被截直线在位置上有什么特点? 图中还有其他同旁内角吗?

(4) 同位角和同旁内角在位置上有什么相同点和不同点?

内错角和同旁内角在位置上有什么相同点和不同点?

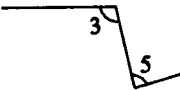
(5) 这三类角的共同特征是什么?

3. 对上述问题以小组为单位展开讨论,然后学生间互相评议.

4. 教师对学生讨论过程中所发表的意见进行评判,归纳总结.

角的名称	位置特征	基本图形	图形结构特征
同位角	在两条被截直线同旁,在截线同侧	去掉多余的线 显现基本图形 	形同字母“F”(或倒置)



角的名称	位置特征	基本图形	图形结构特征
内错角	在两条被截直线之内,在截线两侧(交错)	去掉多余的线 显现基本图形 	形同字母“Z”(或倒置)
同旁内角	在两条被截直线之内,在截线同侧	去掉多余的线 显现基本图形 	形同字母“U”

在截线的同旁找同位角和同旁内角,在截线的不同旁找内错角,因此在三线八角的图形中的主线是截线,抓住了截线,再利用图形结构特征(F、Z、U)则判断问题就迎刃而解。

[教法说明] 让学生自己尝试学习,可以充分发挥学生的积极性,主动性和创造性,几个问题的设计目的是深化教学重点,使学生看书更具有针对性,避免盲目性.学生互相评价可以增加讨论的深度,教师最后评价可以统一学生的观点,学生在议评的过程中明理、增智,培养了能力。

投影显示(投影片2)例题 如图5,直线DE、BC被直线AB所截,
(1) $\angle 1$ 与 $\angle 2$, $\angle 1$ 与 $\angle 3$, $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 各是什么关系的角?

(2) 如果 $\angle 1 = \angle 4$,那么 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 相等吗? $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 互补吗?为什么?

[教法说明] 例题较简单,让学生口答,回答“为什么”只要求学生能用文字语言把主要根据说出来,讲明道理即可,不必太规范,等学习证明时再严格训练。

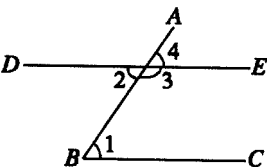


图5



三、变式训练,巩固新知

投影显示(投影片 3)

口答题

1. 如图 6, 找出右图中所有的同位角、内错角、同旁内角

2. 如图 7, 直线 a 、 b 被 c 所截所构成的角中, 找出同位角、内错角、同旁内角.

[教法说明] 本题目是对简单变式图形的训练, 以培养学生的识图能力, 第 2 题指明第三条直线是 c , 即 a 和 b 被 c 所截, 如 c 和 a 被 b 所截, 则结果截然不同, 因此遇到题目先分清哪两条直线被哪一条直线所截, 这是解题的关键和前提.

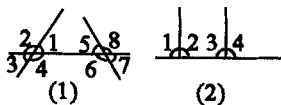


图 6

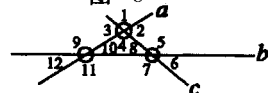


图 7

投影显示(投影片 4)

填空题

1. 如图 8, (1) $\angle BAD$ 与 $\angle CDA$ 是直线_____和_____被_____所截, 构成的同旁内角.

(2) $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是直线_____和_____被_____所截, 构成的内错角.

(3) $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是直线_____和_____被_____所截, 构成的内错角. (4) $\angle DCE$ 与 $\angle ABC$ 是直线_____和_____被_____所截, 构成的同位角.

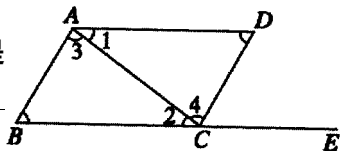


图 8

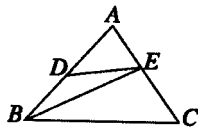


图 9

2. 如图 9,

(1) $\angle AED$ 和 $\angle ACB$ 是_____, _____被_____所截得



的_____角.

(2) $\angle DEB$ 和 _____ 是 DE 、 BC 被 _____ 所截得的内错角.

(3) $\angle$ _____ 和 $\angle$ _____ 是 DE 、 BC 被 AC 所截得的同旁内角.

(4) $\angle$ _____ 和 $\angle$ _____ 是 AB 、 AC 被 BE 所截得的内错角.

3. 如图 10, 直线 AB 、 AC 被 BC 所截, 则 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是 _____ 角, $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 是 _____ 角, $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是 _____ 角, $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是 _____ 角, $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是 _____ 角.

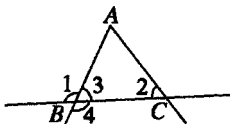
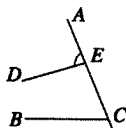


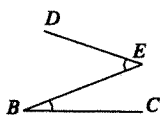
图 10

[教法说明] 本组练习是由同位角、内错角和同旁内角找出构成它们的“三线”, 或是由三线

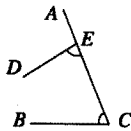
八角图形判断同位角、内错角、同旁内角. 这两者都需要进行这样的三个步骤, 一看角的顶点; 二看角的边; 三看角的方位. 这“三看”又离不开主线——截线的确定, 教给学生无论图形的位置怎样变动, 图形多么复杂, 都要以截线为主线(不变), 去解决万变的图形, 另外遇到较复杂的图形, 也可以从分解图形入手, 把复杂图形化为若干个基本图形. 如第 2 题由已知条件结合所求部分, 对各个小题分别分解图形如下:



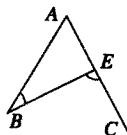
(1)



(2)



(3)



(4)

投影显示(投影片 5)

选择题

1. 如图 11, $\angle BAC$ 和 $\angle ACD$ 是().

A. 同位角

B. 同旁内角



C. 内错角

D. 以上结论都不对

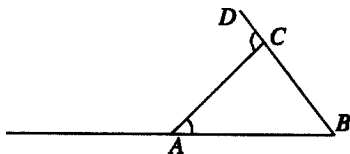
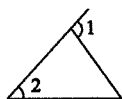
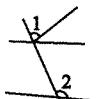


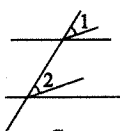
图 11

2. 如图 12, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 不能构成同位角的图形是().

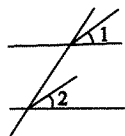
A



B



C



D

图 12

3. 如图 13, 图中共有同旁内角() 对.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

[教法说明] 学生在较复杂的图形

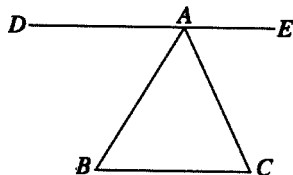


图 13

中, 对找 这一类的同位角, 找 这一

类的内错角, 找 这一类的同旁内角有一定困难, 为此安排本组选择题, 有利于突破难点. 第 2 题中学生对 C、D 两个图形易混淆, 要加强对比以便解决教学疑点. 第 3 题要让学生掌握三角形中 3 对同旁内角. 另外本组练习也为后面的练习打基础.



四、课堂小结

师:1. 本节研究了一条直线分别和两条直线相交,所得八个角的位置关系,掌握辨别这些角位置关系的关键是分清哪是截线,哪是被截直线,在截线的同旁找同位角和同旁内角,在截线的不同旁找内错角,只要抓住三线中的主线——截线,就能正确识别这三类角.

2. 相交直线

相交直线	两条直线相交	一般情况	对顶角 —— 对顶角相等 邻补角 —— 邻补角互补
		特殊情况 垂线	垂线的存在性和惟一性 垂线段最短 —— 点到直线距离
		两条直线被第三条直线所截 —— 同位角、内错角、同旁内角	

3. 教师指着图中的一条被截直线,问:“这条直线绕着与截线的交点旋转,当同位角相等时,两条被截直线是什么关系?”

[教法说明] 将所学知识进行归纳总结,加强了知识间的联系,充分体现了所学知识的系统性,最后用悬念式小结,可使学生课后自觉地去看书预习,寻找答案.

板书设计

同位角、内错角、同旁内角

角的名称	位置特征	基本图形	图形结构特征
同位角	在两条被截直线同旁, 在截线同侧		形如字母“F”
内错角	在两条被截直线之内, 在截线两侧(交错)		形如字母“Z”
同旁内角	在两条被截直线之内, 在截线同侧		形如字母“U”



《相交线、对顶角》教学设计

教学目标

1. 知识教学点

- (1) 理解对顶角和邻补角的概念,能在图形中辨认.
- (2) 掌握对顶角相等的性质和它的推证过程.
- (3) 会用对顶角的性质进行有关的推理和计算.

2. 能力训练点

- (1) 通过在图形中辨认对顶角和邻补角,培养学生的识图能力.
- (2) 通过对顶角性质的推理过程,培养学生的推理和逻辑思维能力.

3. 德育渗透点

从复杂图形分解为若干个基本图形的过程中,渗透化难为易的化归思想方法和方程思想.

教学重点、难点

1. 重点 对顶角的概念及性质.
2. 难点 在较复杂的图形中准确辨认对顶角和邻补角.

教学方法

教具直观演示法,启发诱导,尝试研讨法,变式,回授.



教具准备

投影仪或电脑、三角尺、自制复合胶片、木条制成的相交直线的模型.

教学步骤

一、创设情境,引入课题

投影打出本章的章前图(投影片 1) 然后引导学生观察,并回答问题.

学生活动 口答哪些道路是交错的,哪些道路是平行的.

师导入 图中的道路是有宽度的,是有限长的,而且也不是完全直的,当我们把它们看成直线时,这些直线有些是相交线,有些是平行线.相交线,平行线都有许多重要性质,并且在生产和生活中有广泛应用.它们就是我们本章要研究的课题:

[板书] 第二章 相交线、平行线

[教法说明] 以立交桥为实例引出本章内容,目的是 ① 通过实例,让学生了解相交线、平行线是我们日常生活中经常见到的;② 通过画面,培养学生的空间想像能力;③ 通过画面,启发学生广泛地联想,让学生知道,相交线、平行线的概念是从实物中抽象出来的;④ 通过学生熟悉的事物,激发学生的学习兴趣.

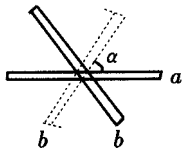
学生活动 请学生举出现实空间里相交线、平行线的一些实例.

师导入 相交线、平行线在日常生活中经常见到,有着广泛应用,所以研究这些问题对今后的工作和学习都是有用的,也将为后面的学习做些准备.我们先研究直线相交的问题,从而引入本节课题.



[板书] 2.1 相交线、对顶角

二、探索新知,讲授新课



教师演示 取两根木条 a, b , 用钉子将它们钉在一起, 并且能随意张开. 固定木条 a , 绕钉子转动 b , 可以看到, b 的位置变化了, a, b 所成的角 α 也随着变化. 这说明两条直线相交的不同位置情况, 与它们的交角大小有关. 可以用它们所成的角来说明相对位置的各种情况. 所以研究两条直线相交问题首先来研究两条直线相交得到的有公共顶点的四个角. 这四个角都有一个公共顶点, 其中有些有公共边, 有些没有公共边, 故我们把这些角分成两类, 对顶角和邻补角.

[教法说明] 演示相交线的模型, 目的是使学生领会研究相交线为什么要研究它们相交所成的角.

1. 对顶角和邻补角的概念

学生活动 观察图 1, 同桌讨论 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 有什么特点, 然后: 举手回答, 教师统一学生观点并板书.

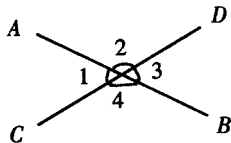


图 1

[板书] $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是直线 AB, CD 相交得到的, 它们有一个公共顶点 O , 没有公共边, 像这样的两个角叫做对顶角.

学生活动 让学生找一找图 1 中还有没有对顶角, 如果有, 是哪两个角?

学生口答: $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 也是对顶角.

紧扣对顶角定义强调以下两点:

(1) 辨认为对顶角的要领: 一看是不是两条直线相交所成的角, 对顶角与相交线是唇齿相依, 哪里有相交直线, 哪里就有对顶角, 反过来, 哪里有对顶角, 哪里就有相交线; 二看是不是有公共顶点; 三看是不是没有公共边, 符合这三个条件时, 才能确定这两个角是对顶角,

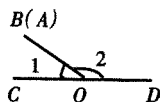
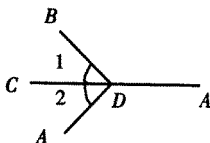
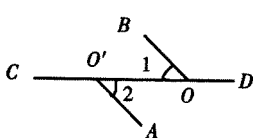
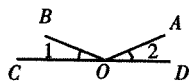
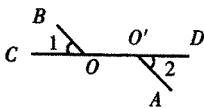
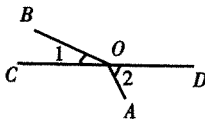


只具备一个或两个条件都不行.

(2) 对顶角是成对存在的,它们是互为对顶角,如 $\angle 1$ 是 $\angle 3$ 的对顶角,同时, $\angle 3$ 是 $\angle 1$ 的对顶角,也常说 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是对顶角.

反馈练习 投影显示(投影片 2)

下列各图中, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角吗?为什么?(射线 OA 是活动的)



[教法说明] 本组题目是巩固对顶角概念的,通过练习,使学生掌握在图形中辨认对顶角的要领,同时又用反例印证概念,使学生加深印象,最后一个图形为下面讲邻补角做铺垫.

学生活动 观察图, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 与对顶角相比,有什么相同点和不同点,从而得出邻补角的定义.

[板书] $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 也是直线 AB 、 CD 相交得到的,它们不仅有一个公共顶点 O ,还有一条公共边 OA ,像这样的两个角叫做邻补角.

学生活动 让学生找一找图 1 中还有没有其他邻补角.如果有,是哪些角.

学生口答: $\angle 1$ 和 $\angle 4$, $\angle 2$ 和 $\angle 3$, $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 都是邻补角.

[教法说明] 讲解邻补角的概念与对顶角概念对比着讲,便于掌握概念之间的联系与区别,加深对概念的理解.

提出问题 如图 2, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 还是邻补角吗?为什么?

师: 邻补角也可以看成是一条直线与端点在这条直线上的一条射线组成的两个角,由此可知,邻补角是有特殊位置关系的两个互补



的角.图2这样的邻补角在图形中也是常见的.在这种情况下,只存在一对邻补角,而不存在对顶角,与两条直线相交所得的角不同.

教师演示 图2中射线 OC 固定在一个位置 A 不动,把 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 拉开,并且保持角的大小不变,如图3,(投影片3).

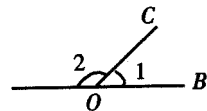


图 2

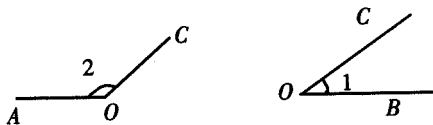


图 3

提出问题 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的和是多少度? $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 还是邻补角吗? 为什么?

学生活动 观察图形的变换,回答教师提出的问题,同桌可相互讨论.

[教法说明] 此问题意在区别互为补角和互为邻补角的概念,演示活动投影片,有助于学生抓住概念的本质,比教师单纯地强调效果更好.

2. 对顶角的性质

提出问题 我们在图形中能准确地辨认对顶角,那么对顶角有什么性质呢?

学生活动 学生以小组为单位展开讨论,选代表发言,并回答为什么.

[教法说明] 学生说出对顶角 $\angle 1 = \angle 3$ 后,启发学生再说 $\angle 2 = \angle 4$,然后得出对顶角相等的性质.在学生理解推理思路的基础上,板书为几何符号推理的格式.对顶角的性质不难得出,放手让学生展开讨论,充分发挥学生的主动性,在活跃课堂气氛的同时,培养学生创造性思维能力.

[板书] $\because \angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补, $\angle 3$ 与 $\angle 2$ 互补(邻补角定义),



$\therefore \angle 1 = \angle 3$ (同角的补角相等),

注意: $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补不是给出的已知条件, 而是分析图形得到的, 所以括号内不填已知, 而填邻补角定义.

或写成: $\because \angle 1 = 180^\circ - \angle 2, \angle 3 = 180^\circ - \angle 2$ (邻补角定义),

$\therefore \angle 1 = \angle 3$ (等量代换).

[教法说明] 推得“对顶角相等”这个结论的过程, 是课本中初次出现一步推理, 使学生了解推理可以写成“ $\because \dots \therefore \dots$ ”的形式, 并且每一步都要有根据, 也就是括号里填的理由. 这种推理的格式以后还要逐步渗透和训练, 现在不要求自己会写推理过程, 只要求学生能看明白就可以了, 为以后证明打好基础.

三、尝试反馈, 巩固练习

投影显示(投影片 4)

填空题:

1. 如图 4, 三条直线 AB 、 CD 、 EF 两两相交, 在这个图形中有对顶角_____对, 邻补角_____对

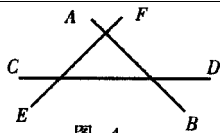


图 4

2. 如图 5, 三条直线 AB 、 CD 、 EF 相交于 O 点, 图中对顶角_____对, $\angle COF$ 的对顶角是_____, 共有邻补角_____对, $\angle COB$ 的邻补角有_____

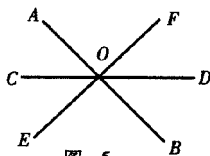


图 5

3. 如图 6, 直线 AB 、 CD 相交于 O 点, $EO \perp AB$ 于 O , 则 $\angle 4$ 的对顶角是_____, $\angle 1$ 的对顶角是_____, $\angle 1$ 的邻补角是_____, $\angle 2$ 的邻补角是_____, $\angle 2$ 的余角是_____

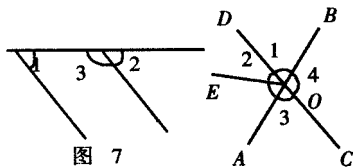


图 6

4. 如图 7, $\angle 1 = \angle 2$, 则 $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 的关系是_____, $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 的关系是_____

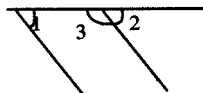
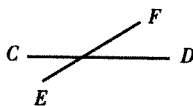
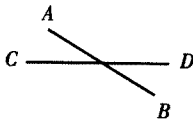
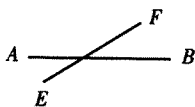


图 7



[教法说明] 本组练习是巩固对顶角和邻补角概念的,同时培养学生的识图能力.第1题是课本练习第2题的变式,第2题是课本练习第3题和“想一想”的综合.解决这类题目的关键是要善于从复杂图形中分离出基本图形.对顶角、邻补角的基本图形是两条直线相交,则三条直线相交的图形应分解为三个两条直线交于一点的图形.如



为此,对顶角有 $2 \times 3 = 6$ 个,邻补角的对数为 $4 \times 3 = 12$ 个.第3、4题是有关的概念的综合训练,其中第4题意在区别互为补角和互为邻补角的概念.

投影显示(投影片5) 填空题

1. 若出 $\angle x$ 与 $\angle \beta$ 是对顶角, $\angle x = 16^\circ$, 则 $\angle \beta =$ _____

2. 如图8,三条直线 a, b, c 相交于 O 点, $\angle 1 = 40^\circ$, $\angle 2 = 75^\circ$, 则 $\angle 3 =$ _____

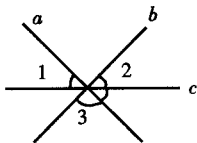


图 8

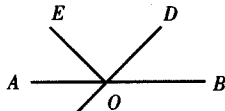


图 9

3. 如图9已知直线 AB, CD 相交于 O 点, OA 平分 $\angle EOC$, $\angle EOC = 70^\circ$. 则 $\angle BOD =$ _____, $\angle BOC =$ _____.

4. 两条直线相交得四个角, 其中一个角是 90° , 其余各角是 _____.

[教法说明] 第1题是直接利用对顶角相等的性质得出, 第2、3



题是结合图形利用对顶角相等的性质,第4题是课本题,是两条直线相交的一种特殊情况,为下节课讲两直线互相垂直埋下伏笔.

四、变式训练,培养能力

投影显示,(投影片6)

例题,已知:直线 a, b 相交, $\angle 1 = 40^\circ$ (如图 10) 求 $\angle 2, \angle 3, \angle 4$ 的度数.

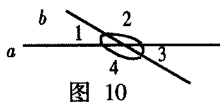


图 10

学生活动:例题比较简单,教师不做任何提示,让学生在练习本上独立完成解题过程,请一个学生板演.

解: $\angle 3 = \angle 1 = 40^\circ$ (对顶角相等).

$\angle 2 = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$ (邻补角定义).

$\angle 4 = \angle 2 = 140^\circ$ (对顶角相等)

[教法说明] 例题一方面巩固了对顶角的性质;另一方面说明几何里的计算题,需要用到图形的几何性质,因此,要有根有据地计算.例题放手让学生自己解决,比教师单纯地讲解效果会更好.尽管学生书写格式不如课本上的规范,但通过集体讲评纠正后,学生印象更深刻.

学生活动:让学生把例题 $\angle 1 = 40^\circ$ 这个条件换成其他条件,而结论不变,自编几道题.

变式 1 把 $\angle 1 = 40^\circ$ 变为 $\angle 2 - \angle 1 = 40^\circ$

变式 2 把 $\angle 1 = 40^\circ$ 变为 $\angle 2$ 是 $\angle 1$ 的 3 倍

变式 3 把 $\angle 1 = 40^\circ$ 变为 $\angle 1 : \angle 2 = 2 : 9$

变式 4 把 $\angle 1 = 40^\circ$ 变为 $\angle 1 = \frac{2}{9}$ 平角



【教法说明】 学生自编开放性的题目,一是活跃课堂气氛;二是培养学生的开放思维能力和逆向思维能力.变式1、2、3均可建立方程或方程组求解,几何中计算角度和线段长度等问题常借助代数方程来解决.

五、归纳小结

角的名称	特征	性质	相同点	不同点
对顶角	① 两条直线相交而成的角 ② 有一个公共顶点 ③ 没有公共边	对顶角相等	都是两直线相交而成的角,都有一个公共顶点,它们都是成对出现	对顶角没有公共边而邻补角有一条公共边;两条直线相交时,一个角的对顶角有一个、而一个角的邻补角有两个邻补角
邻补角	① 两条直线相交而成的角 ② 有一个公共顶点 ③ 有一条公共边	邻补角互补		

学生活动 表格中的结论均由学生自己口答填出.

【教法说明】 课堂小结以提问形式,由学生自己讨论,系统归纳总结,以便培养学生的概括表达能力.

布置作业

课后习题

【教法说明】 作业紧紧围绕着对顶角、邻补角的概念及对顶角性质.思考题是对顶角性质的一个应用实例,结合图形可以看出,活动指针的读数,就是两直线相交成一个角的度数,培养学生应用数学意识.



《平行线、平行公理》教学设计

教学目标

1. 使学生理解平行线的定义,掌握它的画法,培养学生画图的基本技能.
2. 使学生理解平行公理及其推论.
3. 通过观察图形,培养学生发现问题的能力.
4. 初步培养学生从反面思考问题的能力.

教学重点和难点

平行线的定义、画法以及平行公理和推论是重点,而推论的证明是难点.

教学过程设计

一、从旧的知识引入新的概念,给出平行线定义

问:每人拿出两只笔表示直线,这两条直线之间有哪些位置关系呢?请把你得到的结论用几何图形画出来.(如图1)

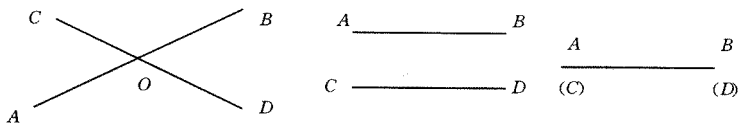


图 1



问 这三种位置关系如果用两条直线的交点个数来表示,分别是几个交点?

(一个,没有、无数多个)

对两条直线相交的情况,以及三条直线相交的情况都已进行过研究,下面就要开始研究两条直线没有交点的情况,这样的两条直线叫做平行线.

1. 定义 在同一个平面内,不相交的两条直线叫做平行线.

请大家想一想,在实际生活中平行线的实例.

(铁路的两条铁轨、两条高压电线、马路的两边等)

问“不相交的两条直线叫做平行线”,这一句话是否正确?(或者问‘去掉‘在同一平面内’是否可以?)

(举出异面直线的情况,房屋、长方体的棱都可以.)

强调 对重合的两条直线只看作一条,因此得到以下结论:

在同一平面内,两条直线的位置关系只有 A ————— B
相交和平行两种.

2. 平行线的记法和画法.

C ————— D

(1) 记法:如图 2(1),直线 AB 与直线 CD 平行,记作 $AB \parallel CD$,也可记作 $CD \parallel AB$,因为两条直线平行是相互的.

图 2

(2) 画法:

工具:一把直尺和一块三角板或用两块三角板.(一块代替直尺)

教师演示:并强调,①三角板要两贴紧,一斜边贴紧直线 l ,另一直角边贴紧直尺.②向下滑动,也可向上推动,都可以画出直线 l 的平行线,如图 2(2).③如果将三角板换成两条直角边做两贴紧也能画出.如图 2(3).④直尺不能动.⑤不能徒手画.⑥两条线段平行,指它们所在的直线平行.

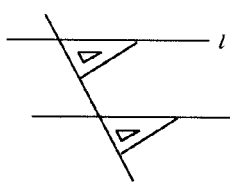


图 2 (2)

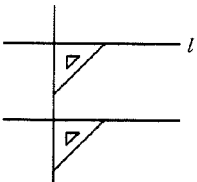


图 2 (3)



图 2 (4)

变式练习 做直线 l 的平行线(如图 2(4))

二、通过实践活动发现平行公理

1. 实践活动

(1) 已知直线 l , 能作几条直线平行于 l .

(答 无数条)

(2) P 为直线 l 外一点, 过 P 点能作几条直线平行于 l ?

在学生实践的基础上, 引导学生发现平行公理.

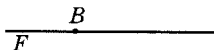
2. 平行公理 经过直线外一点, 有且只有一条直线与这条直线平行.

三、通过实践活动发现平行公理推论



1. 实践活动 如图 2(5), 已知直线 l 和直线 l 外的点 A 出, 分别过 A 点和 B 点作 l 的平行线.

当学生作出图 2(5) 后, 引导学生提出猜想.



2. 猜想 若 $AE \parallel l$, $BF \parallel l$, 则 $AE \parallel BF$.

图 2 (5)

3. 分析证明:

证明两条直线平行, 只有根据定义, 即从正面证明它们不相交, 但这很不容易, 因此我们从反面思考这个问题.

(这种思考问题的角度与书中证明‘两条直线相交只有一个交点’时的思考是一样的)



在同一平面内的两条直线只有两种位置关系,不是平行就是相交.如果相交不成立,那么它们就一定是平行了,因此我们只要否定相交就可以了.

相交为什么不可能?

假定 AE 与 BF 相交于 P , P 点既在 AE 上,又在 BF 上,因为 $AE \parallel l, BF \parallel l$, 所以过 P 点有两条直线与 l 平行,这样就与平行公理矛盾,所以 AE 与 BF 不能相交,只能平行.这样我们就证明了一个重要结论.(引导学生用文字叙述)

4. 平行公理的推论 如果两条直线都和第三条直线平行,那么这两条直线也互相平行.

推论的实质:平行线具有传递性.

练习:作图并填空.

(1) 作 $\angle BAC = 90^\circ$.

(2) 在 $\angle BAC$ 的一边 AC 上,依次截取 $AE = 1$ 厘米, $EF = 2$ 厘米.

(3) 过 E 作 $EP \parallel AB$, 过 F 作 $FG \parallel AB$.

由作图填空.

因为 $EP \parallel$ _____, $FG \parallel$ _____, (作图)

所以 _____ $\parallel$ _____. ()

四、小结

1. 教师先向学生提出问题.

本节课学了哪些具体内容和思维方法?

2. 在学生回答的基础上,教师总结出:

(1) 本节课学习了平行的概念和画法,平行公理和它的推论.

(2) 学习了从反面思考问题的方法.

五、作业

以下习题供参考选用.



1. 如图 3, 过 $\triangle ABC$ 的三个顶点 A, B, C 作对边的平行线 AE, BF, CG , 作出后再观察这三条边的平行线是否相交.

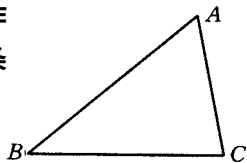


图 3

2. 判断以下说法是否正确.

(1) 两条不相交的直线叫做平行线;

(2) 过直线 l 外一点有直线与 l 平行;

(3) 直线 l 平行于 l_1 , 则直线 l_1 平行于直线 l ;

(4) 如果三条直线 a, b, c 中 $a \parallel b, a \parallel c$, 则 b 与 c 的关系不能确定.

3. 任意画一个梯形 $ABCD$, 在它两腰分别找出中点 M, N , 连结 MN , 观察 MN 与两底的位置关系.

4. 任意画三角形 ABC , 找出 AB, BC, AC 三边的中点 E, F, G , 连结 EF, FG, EG , 观察它们与各边的关系.

板书设计

平行线、平行公理

一、平行线

1. 平行线的定义

2. 平行线的记法与画法

练习:

二、平行公理

三、平行公理的推论

推论:

练习:

四、小结

五、作业



《平行线的判定》教学设计

第一课时

教学目标

1. 知识教学点

- (1) 了解 推理、证明的格式.
- (2) 理解 平行线判定公理的形成, 第一个判定定理的证法.
- (3) 掌握 平行线判定公理和第一个判定定理.
- (4) 应用 ; 会用判定公理及第一个判定定理进行简单的推理论证.

2. 能力训练点

- (1) 通过模型演示, 即“运动 —— 变化”的数学思想方法的运用, 培养学生的“观察 —— 分析”和“归纳 —— 总结”的能力.
- (2) 通过判定公理的得出, 培养学生善于从实践中总结规律, 认识事物的能力.
- (3) 通过判定定理的推导, 培养学生的逻辑推理能力.

3. 德育渗透点

通过“转化”及“运动 —— 变化”的数学思想方法的运用, 让学生认识事物之间是普遍联系相互转化的辩证唯物主义思想.

教学重点、难点与疑点

1. 在观察实验的基础上进行公理的概括与定理的推导.



2. 判定定理的形成过程中逻辑推理及书写格式.
3. 推理的书写格式.

教学方法

启发式引导发现法.

教具准备

三角板、投影胶片、投影仪、计算机.

教学步骤

一、创设情境,复习引入

师:上节课我们学习了平行线、平行公理及推论,请同学们判断下列语句是否正确,并说明理由(出示投影).

1. 两条直线不相交,就叫平行线.
2. 与一条直线平行的直线只有一条.
3. 如果直线 a 、 b 都和 c 平行,那么 a 、 b 就平行.

学生活动 学生口答上述三个问题.

[教法说明] 通过 3 个判断题,使学生回顾上节所学知识,第 1 题目的目的在于强化平行线定义的前提条件“在同一平面内”.第 2 题的目的不仅回顾平行公理,同时使学生认识学习几何,语言一定要准确、规范,同一问题在不同条件下,就有不同的结论.第 3 题复习巩固平行公理推论的同时提示学生,它也是判定两条直线平行的方法.

师:测得两条直线相交,所成角中的一个是直角,能判定这两条直线垂直吗?根据什么?

生:能判定垂直,根据垂直的定义.

师:在同一平面内不相交的两条直线是平行线,你有办法测定两



条直线是平行线吗？

学生活动 学生思考,如何测定两条直线是否平行.

教师在学生思考未得结论情况下,指出不能直接利用平行线的定义来测定两条直线是否平行,必须找其他可以测定的方法,有什么方法呢？

学生活动 学生思考,在前面复习平行公理推论的情况下,有学生会提出,再作一条直线 c , 让 $c \parallel a$, 再看 c 是否平行于 b 就可以了.

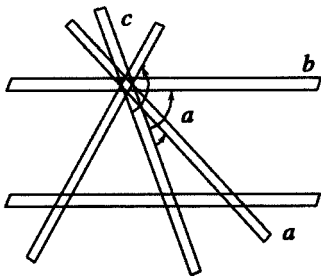
师 这种想法很好,那么,如何作 c , 使它与 a 平行? 若作出 c 后,又如何判断 c 是否与 b 平行？

学生活动 学生思考老师的追问,意识到刚才的回答,似是而非,不能解决问题.

师 显然,我们的问题没有得到解决,为此我们来寻找另外一些判断方法,就是今天我们要学习的平行线的判定,(板书课题)

[板书] 2.5 平行线的判定(1).

[教法说明] 由垂线定义可以来判断两线是否垂直,学生自然想到要用平行线定义来判断,但我们无法测定直线是否不相交,也就不能利用定义来判断.这时,学生会考虑平行公理推论,此时教师只须简单地追问,就让学生弄清问题未能解决,由此引入新课内容.



二、探索新知,讲授新课

教师给出像课本第 78 页图 2-20 那样的两条直线被第三条直线所截的模型,转动 b , 让学生观察, b 转动到不同位置时, $\angle \alpha$ 的大小有无变化,再让 $\angle \alpha$ 从小变大,说出直线 b 与 a 的位置关系变化规律.

[教法说明] 让学生充分观察,在教师的启发式提问下,分析、思考、总结出结论.



学生活动： b 转动到不同位置时， $\angle\alpha$ 也随着变化，当 $\angle\alpha$ 从小变大时，直线 b 从原来在右边与直线 a 相交，变到在左边与 a 相交。

师：在这个过程中，存在一个与 a 不相交即与 a 平行的位置，那么 $\angle\alpha$ 多大时，直线 $a \parallel b$ 呢？也就是说，我们若判定两条直线平行，需要找角的关系”

师：下面先请同学们回忆平行线的画法，过直线 a 外一点 P 画 a 的平行线 b 。

学生活动：学生在练习本上完成，教师在黑板上演示。（见图 1）

师：由刚才的演示，请同学们考虑，画平行线的过程，实际上是保证了什么？

生：保证了两个同位角相等。

师：由此你能得到什么猜想？

生：两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么两条直线平行。

师：我们的猜想正确吗？会不会有某一特定的时刻，即使同位角不等，而两条直线也平行呢？

教师用计算机演示运动变化过程。在观察实验之前，让学生认清 α 角和 β 角（如图 2），而后开始实验，让学生充分观察并讨论能得出什么结论。

学生活动：学生观察讨论，分析。

总结出，当 $\beta \neq \alpha$ 时， a 不平行 b ，而无论 α 取何值，只要 $\beta = \alpha$ ， a 、 b 就平行。

教师引导学生自己表达出结论，并告诉学生这个结论称为平行线的判定公理。

[板书] 两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行。

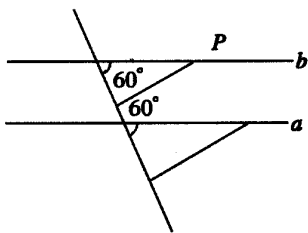


图 1

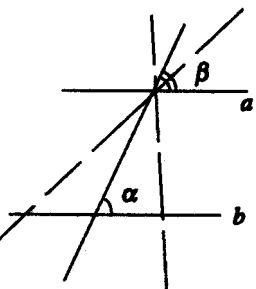


图 2

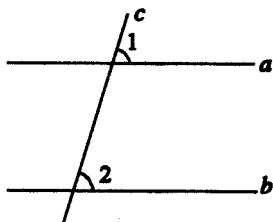


简单说成 同位角相等,两直线平行.

即 $\because \angle 1 = \angle 2$ (已知见图 3),

$\therefore a \parallel b$ (同位角相等, 两直线平行).

[教法说明] 通过实际画图和用计算机演示运动——变化过程, 让学生确信公理的正确. 尝试反馈, 巩固练习 (出示投影)



1. 如图 4, $\angle 1 = 150^\circ$, $\angle 2 = 150^\circ$, $a \parallel b$ 吗?

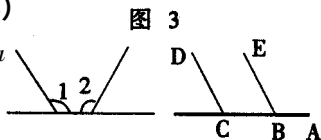


图 3

图 4

2. $\angle DCA = 149^\circ$, 当 $\angle ABE =$ _____ 时, 就能使 $BE \parallel CD$.

[教法说明] 这两个题目旨在巩固所学判定公理, 对于第 2 题是已知结论, 找出使它成立的题设, 这是证明问题时应掌握的一种思考方法, 要求学生逐步学会执因导果和执果索因的思考方法, 教师在教学时要注意逐渐培养学生的这种数学思想.

(出示投影)

直线 a, b 被直线 c 所截.

1. 见图 5, 如果 $\angle 1 = \angle 2$, 那么 a 与 b 有什么关系?

2. $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 有什么关系?

3. $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是什么位置关系的一对角?

学生活动 学生观察, 思考分析, 给出

答案: $\angle 1 = \angle 2$ 时, $a \parallel b$, $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 相等, $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是内错角.

师: $\angle 3$ 与 $\angle 2$ 满足什么条件, 可以得到 $\angle 1 = \angle 2$ 为什么?

生: $\angle 3 = \angle 2$, 因为 $\angle 3 = \angle 1$, 通过等量代换可以得到 $\angle 1 = \angle 2$.

师: $\angle 1 = \angle 2$ 时, 你进而可以得到什么结论?

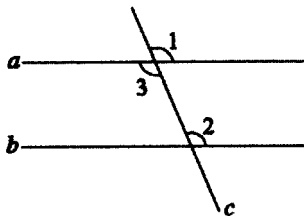


图 5



生： $a \parallel b$.

师：由此你能总结出什么正确结论？

生：内错角相等，两直线平行.

师：也就是说，我们得到了判定两直线平行的另一个方法：

【板书】 两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等，那么这两条直线平行. 简单说成：内错角相等，两直线平行.

【教法说明】 通过教师的启发、引导式提问法，引导学生自己去发现角之间的关系，进而归纳总结出结论，主要采用探讨问题的方式，能够培养学生积极思考，善于动脑、分析的良好学习习惯.

师：上面的推理过程，可以写成

$\because \angle 3 = \angle 2$ (已知)，

$\angle 1 = \angle 3$ (对顶角相等)，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$.

【 $\because \angle 1 = \angle 2$ (已证)】，

$\therefore a \parallel b$ (同位角相等，两直线平行).

【教法说明】 这里的推理过程可以放手让学生试着说，这样才能使学生大胆尝试，培养他们勇于进取精神.

教师指出：方括号内的“ $\because \angle 1 = \angle 2$ ”，就是上面刚刚得到的“ $\therefore \angle 1 = \angle 2$ ”，在这种情况下，方括号内这一步可以省略.

尝试反馈，巩固练习(出示投影)

1. 如图 6，直线 AB 、 CD 被直线 EF 所截.

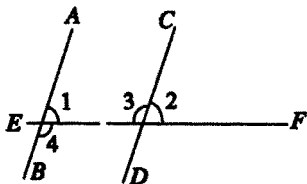


图 6

(1) 量得 $\angle 1 = 80^\circ$ ， $\angle 2 = 80^\circ$ ，就可以判定 $AB \parallel CD$ ，它的根据是什么？

(2) 量得 $\angle 3 = 100^\circ$ ， $\angle 4 = 100^\circ$ ，就可以判定 $AB \parallel CD$ ，它的根据是什么？

2. 如图 7， BE 是 AB 的延长线，量得 $\angle CBE = \angle A = \angle C$.



(1) 从 $\angle CBE = \angle A$, 可以判定哪两条直线平行? 它的根据是什么?

(2) 从 $\angle CBE = \angle C$, 可以判定哪两条直线平行? 它的根据是什么? 学生活动: 学生口答.

[教法说明] 这组题旨在巩固平行线的判定公理和判定方法的掌握, 使学生熟悉并会用于解决简单的说理问题.

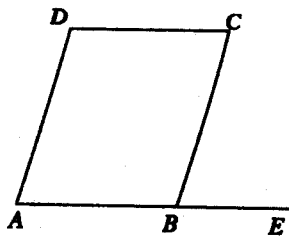


图 7

三、变式训练, 培养能力

(出示投影)

1. 如图8所示, 由 $\angle DCE = \angle D$, 可判断哪两条直线平行? 由 $\angle 1 = \angle 2$, 可判断哪两条直线平行?

2. 如图9, 已知 $\angle 1 = 45^\circ$, $\angle 2 = 135^\circ$, $l_1 \parallel l_2$ 吗? 为什么?

学生活动 学生思考后回答问题. 教师给以指正并启发、引导得出各种答案.

[教法说明] 这组题不仅让学生认识变式图形, 加强识图能力, 同时培养学生的发散思维, 也就是培养学生从多角度, 全方位考虑问题, 从而得到一题多解. 提高了学生的解题能力.

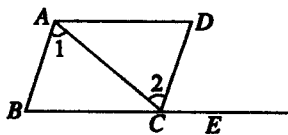


图 8

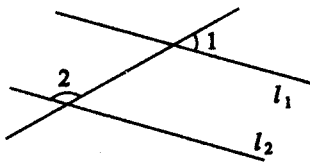


图 9

四、归纳总结

1. 概括判定两直线平行的方法

- 判定公理 同位角相等, 两直线平行,
- 判定定理 内错角相等, 两直线平行.

2. 结合判定定理的证明过程熟悉表达推理证明的要求, 初步了



解推理证明的格式.

五、布置作业

1. 必做题略

(第二课时)

教学目标

1. 知识教学点

- (1) 了解 推理、证明的格式.
- (2) 理解 判定定理的证法.
- (3) 掌握 平行线的第二个判定定理.
- (4) 应用 会用判定公理及定理进行简单的推理论证.

2. 能力训练点

(1) 通过第二个判定定理的推导,培养学生分析问题、进行推理的能力.

(2) 通过例题的多种解答方法,发展学生的思维.

3. 德育渗透点

通过引入第 4 题使学生了解知识来源于实践,又服务于实践,只有学好文化知识,才有解决实际问题的本领,从而对学生进行学习目的教育.

教学重点、难点、疑点

1. 判定定理的推导和例题的解答.
2. 使用符号语言进行推理.
3. 推理的书写格式.



教学方法

启发式引导发现法.

教具准备

三角板、投影仪、自制胶片.

教学步骤

一、创设情境,复习引入

师:上节课我们学习了平行线的判定公理和一种判定方法,根据所学看下面的问题.(出示投影)

1.如图 10 所示,直线 a 、 b 被直线 c 所截,如果 $\angle 1 = \angle 2$,那么 $a \parallel b$ 为什么?

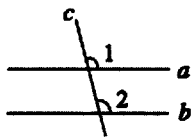


图 10

2.如图 11,如果 $\angle 1 = \angle 2$ 那么 $AD \parallel BC$,为什么?

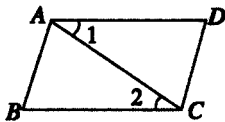


图 11

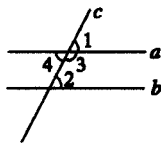


图 12

3.如图 12,直线 a 、 b 被直线 c 所截,(1) 如果 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, 那么 $\angle 1 = \angle 2$,为什么?

(2) 如果 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, 那么 $\angle 2 = \angle 4$,为什么?

4.如图 13,一个弯形管道 $ABCD$ 的拐角 $\angle ABC = 110^\circ$, $\angle BCD = 70^\circ$,这时管道 AB 、 CD 平行吗?

学生活动 学生口答第 1、2 题.



师 你能说出有什么条件,就可以判定两条直线平行呢?

学生活动 由第 1、2 题,学生思考分析,只要有同位角相等或内错角相等,就可以判定两条直线平行.

教师将第 3 题图形画在黑板上.

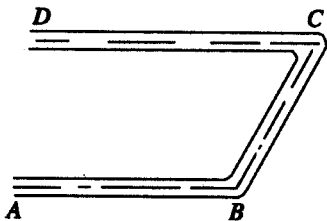


图 13

学生活动:学生口答理由,同角的补角相等.

师 要求学生写出符号推理过程,并板书.

[板书] $\because \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ (已知),

$\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ (邻补角定义).

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (同角的补角相等). (以备后面推导判定定理使用)

[教法说明] 本节课是前一节课的继续,是在前一节课的基础上进行学习的,所以通过第 1、2 两题复习上节课所学平行线判定的两个方法,使学生明确,只要有同位角相等或内错角相等,就可以判定两条直线平行.复习的第 3 题是为推导本节判定定理做的铺垫,即如果同旁内角互补,则可以推出同位角相等,也可以推出内错角相等,为定理的推理论证,分散了难点.

师 第 4 题是一个实际问题,题目中已知的两个角是什么位置关系角?

生 同旁内角.

师 它们有什么关系.

生 互补.

师 这个问题就是知道同旁内角互补了,那么两条直线是不是平行的呢?这就是这节课我们要研究的问题.

[板书] 2.5 平行线的判定(2)

[教法说明] 通过一个实际问题,引出本节所学问题,同时使



学生了解几何知识和我们的实际生活是紧密相联的,要解决实际问题就要学习新知识,从而激发学生学习兴趣.

二、探索新知,讲授新课

师:请同学们看复习提问中的第3题,我们知道了 $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互补,那么 $\angle 1 = \angle 2$,由此你还可以推出什么?根据什么?

学生活动 学生思考、回答,还可以推出 $a \parallel b$,这个推理的全过程就是:

$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ (已知), $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$ (邻补角定义),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (同角的补角相等)

$\therefore a \parallel b$ (同位角相等,两直线平行) (教师再加上这一步即可).

由此你能得到什么结论?

学生活动 学生思索后回答出,两条直线被第三条直线所截,如果同旁内角互补,那么这两条直线平行(学生语言不规范,注意纠正)

师:也就是说,我们又得到了一种平行线的判定方法,我们把它简单说成:

[板书] 同旁内角互补,两直线平行

[教法说明] 由于复习引入第3题为定理的推导做好了铺垫,所以学生并不难接受推理过程,放手由学生总结出判定方法,注意培养学生的归纳总结能力,另外在叙述判定方法时,训练学生用准确、规范的几何语言.

师:请同学们思考,刚才我们由同旁内角互补,推导两条直线平行,除了上面的推理过程,有没有其他途径?怎样写推理格式?

学生活动 学生思考,对照复习提问第3题的第2问很快地找到另一种途径,并在练习本上写出推理格式,找一个学生在原来黑板上的板书基础上完成.

[教法说明] 通过不同种方法的推理,不仅开拓学生思维,同



时也能够让学生尽可能地接触使用推理,从而使学生掌握推理格式的书写.

三、尝试反馈,巩固练习

师:有了这种判定方法,我们就可以由同旁内角互补,直接判定两条直线平行了,让我们回到复习提问的第4题,管道 AB 、 CD 平行吗?为什么?

生:平行,因为同旁内角互补,两直线平行.

[教法说明] 不仅解决了前面遗留的问题,同时巩固了所学新知识.

师:下面我们一起应用这种判定方法再来研究一些题目.(出示投影)

练习:

1. 如图 14,量得 $\angle 1 = 80^\circ$, $\angle 2 = 100^\circ$ 可以判定 $AB \parallel CD$,它的根据是什么?

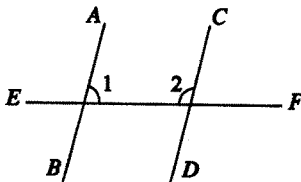


图 14

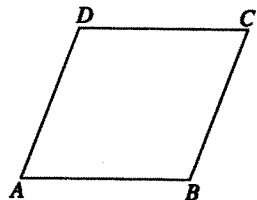


图 15

2. 如图 15,已知, $\angle A$ 与 $\angle D$ 互补,可以判定哪两条直线平行?
 $\angle B$ 与哪个角互补,可以判定直线 $AD \parallel BC$?

[教法说明] 这组练习进一步对判定方法加以巩固,第2题的第2问是根据给出的结果,找它成立的条件,是执果索因,学生应该没有什么困难,教师不必多讲,但要注意出现答 $\angle B$ 与 $\angle C$ 互补这类错误时,要结合图形让学生弄清是哪两条直线被哪两条直线所截.



四、例题讲解

师 我们学习了三种平行线的判定方法,在具体题目中如何选择应用它们来解决问题呢?下面我们看例题.(出示投影)

例 两条直线垂直于同一条直线,这两条直线平行吗?为什么?

师 这个题目相当于文字题,解答时应根据题意画出图形(如图 16),同时为了叙述方便,还要在图形上标出需要的字母或符号.

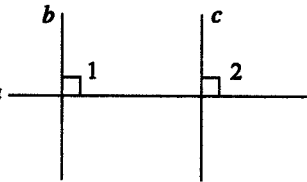


图 16

师 我们要判定两条直线是否平行,应先想什么?可以讨论.

生 讨论后答出,先想学过哪些判定平行线的方法.

师 再看已知条件与哪一种方法的条件相同或有关,思考时注意图形,按老师所标直角符号,回答问题.

学生活动 学生认真观察,积极思考后,踊跃回答.

教师给出规范的板书,答 垂直于同一条直线的两条直线平行.

理由 如图 16, $b \perp a$, $c \perp a$.

$\therefore b \perp a$ $c \perp a$ (已知),

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ (垂直的定义).

$\therefore b \parallel c$ (同位角相等,两直线平行),

师 这是两步推理,两个“ $\therefore$ ”之间省略的一个“ $\therefore$ ”,是什么内容?

生 $\therefore \angle 1 = \angle 2$ (已证).

[教法说明] 教师在讲解时,注意启发学生,引导学生形成正确的思维,从而学会分析问题,提高解题能力.



师想一想,能不能利用内错角相等,或者同旁内角互补,来说明 $b \parallel c$ 呢?图形中的符号怎样改动?模仿例题说出理由.

学生活动 学生思考,并在练习本上写出理由,请两名同学到黑板上去做,形成板书:

理由 如图 17, $b \perp a, c \perp a$

$\therefore b \perp a, c \perp a$ (已知),

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ (垂直的定义).

$\therefore b \parallel c$ (内错角相等,两直线平行).

理由 如图 18, $b \perp a, c \perp a$

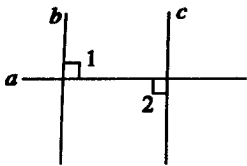


图 17

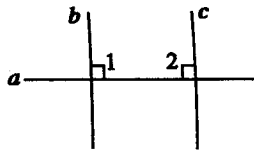


图 18

$\therefore b \perp a, c \perp a$ (已知),

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 90^\circ$ (垂直的定义).

$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.

$\therefore b \parallel c$ (同旁内角互补,两直线平行).

[教法说明] 一题多解既巩固所学知识,同时培养了学生的发散思维,提高了学生的解题能力.

五、变式训练,培养能力

练习:(出示投影)

1. 如图 19,木工师傅用角尺画出工件边缘的两条垂线,这两条垂线平行吗?为什么?



2. 如图 20, 如何判断这块玻璃板的上下两边平行?

学生活动 学生思考, 给出第 1 题的答案为两条垂线平行. 因为画出的两条线都垂直于工件边缘, 也就是说, 相交成直角, 根据同位角相等(或内错角相等或同旁内角互补), 两直线平行. 对于第 2 题需要添出截线, 然后有三种方法来判断.

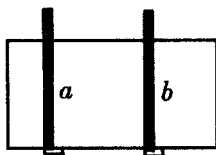


图 19



图 20

[教法说明] 这两个题目都是实际问题, 培养学生应用所学知识解决实际问题的能力, 尤其是第 2 题, 我们判定两条直线是否平行, 必须根据被第三条直线截出的三种位置的关系角的大小来判定, 通过此题, 让学生进一步理解, 平行线的三种判定方法及应用.

六、归纳总结

师 我们学习了几种判定两条直线平行的方法.

学生活动 学生自己总结归纳完成下表.

判定	文字叙述	符号语言	图形
第一种	同位角相等, 两直线平行	$\because \angle 1 = \angle 2$ (已知) $\therefore a \parallel b$ ()	
第二种	内错角相等, 两直线平行	$\because \angle 3 = \angle 2$ (已知) $\therefore a \parallel b$ ()	
第三种	同旁内角互补, 两直线平行	$\because \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ (已知) $\therefore a \parallel b$ ()	

七、布置作业

(略)



《平行线的性质》教学设计

教材说明

1. 说课题目: 平行线的性质

2. 课的类型: 新授课

3. 教材简析: 这节课的主要内容是平行线的三个性质. 这三个性质是本章的重点内容之一, 平行线的三个性质很重要, 它们不但为三角形内角和定理的证明提供了转化的方法, 而且也今后三角形全等、三角形相似等知识的学习奠定了理论基础.

根据教学实际, 确定如下教学目标、重点、难点和关键.

4. 教学目标:

(1) 知识目标: 使学生了解平行线的性质和判定的区别, 掌握平行线的性质, 并且会运用它们进行简单的推理和计算.

(2) 智能目标: 使学生领会数形结合、转化、对比的数学思想和方法, 从而提高学生分析问题和解决问题的能力.

(3) 思想教育目标: 通过实际问题的引入和解决向学生渗透几何知识来源于实践并反作用于实践及认识事物的规律是从特殊到一般, 再从一般到特殊等辩证唯物主义观点.

5. 教学重点、难点和关键: 本节课的重点是平行线三个性质的推导及运用, 难点是平行线性质的得出过程. 突出重点、突破难点的关键是: 通过观察电脑演示、度量等方法, 让学生自己确认平行线性质的存在性和正确性.

教法说明

1. 为了充分揭示获取知识的思维过程, 培养学生具有获取知识



的能力,可采取引导发现法、讨论式、启发探究法三结合的教学方法.

2. 采用电脑、投影仪等现代化教学手段,从而增大教学容量和增强直观性.

3. 所用教具:电脑、投影仪、投影片、三角板、小黑板、机器零件模型、两条平行线被第三条直线所截模型.

学法说明

1. 为了培养学生动手、动脑、动口能力,这节课采用制作学具、动手实验、自己发现结论、总结规律的学习方法,这是实施素质教育的有效途径.

2. 所用学具:量角器、三角板、两条平行线被第三条直线所截模型.

教学程序

教学主程序 问题的提出 → 发现性质 → 得出性质 → 应用性质
→ 解决问题.

具体程序:

一、教学氛围的创设、引入新课.

师:(先后出示完整和残缺的机器零件模型) 同学们请看,这是一个机器零件,它是什么形状呢?

生:齐答(梯形).

师:梯形最主要的特点是什么呢?

生:齐答.

师:可惜呀,由于长时间的使用,它残缺了,我们只能量得梯形上底两个角的度数分别为 115° 、 100° ,同学们想知道工人师傅是如何确定梯形下底的两个角的度数吗?根据什么道理呢?(停顿一会儿) 好,这节课,我们就学习有关的知识,通过这节课的学习我们就能够知道工人师傅不用度量就可以求出这两个角的度数.这节课我们学习第



二章第6节——平行线的性质.(板书课题)

设计意图:根据直观性的教学原则,以趣味性的问题作为出发点,目的是想把学生的注意力一下子吸引到教学活动中来,使学生产生强烈的求知欲望.

二、复习提问

1. 师:(在黑板上画出直线 a 和直线 a 外的一点 P) 同学们还记得怎样经过点 P 画直线 a 的平行线吗?

生 齐答.

师 请一名同学到黑板上画,其余同学在本上画.

2. 师:(在黑板上画直线 l_1 、 l_2 被直线 l_3 所截图形) 同学们,要想得到结论 $l_1 \parallel l_2$, 需满足什么条件呢?

生 答.

设计意图 问题 1 的提出是为了得到平行线的三个性质埋下了伏笔,而问题 2 的提出既复习了平行线的判定又为后面区别性质奠定了基础,起到承上启下的作用.

三、导课

(老师指向平行线的图形) 那么两条平行线被第三条直线所截,同位角、内错角、同旁内角又有什么关系呢?这节课我们将逐一解决这三个问题,这也是我们这节课的重点内容.

设计意图 这样导课的目的是想巧妙地支持本节课的教学目标,从而把学生的注意力紧紧吸引到探求新知识的教学过程上来.

四、讲授新课

1. 平行线性质 1 的得出.

师 两条平行线被第三条直线所截,同位角有什么关系呢?我们一起回忆一下平行线的画法,看看从中是否能得到一点启示呢?(老师打开电脑) 大家请看电视屏幕:已知直线 a 和直线 a 外的一点 P ,



三角板一边靠直线 a , 另一条直尺靠紧三角板的另一边, 三角板沿着直尺平行移动直至经过点 P , 画直线 b . 两条平行线画好了, (示意一组同位角) $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是一组什么角?

生 齐答.

师 有怎样的关系?

生 齐答.

师 显然, 两条平行线 a 、 b 被这条特殊位置的截线 d 所截得的同位角是相等的, 那么是否两平行线被任意一条直线 c 所截得的同位角都相等呢? 请同学们拿出你们自己制作的两条平行线被第三条直线所截的模型, 你可以任意地选择截线 c 的位置, 然后量其中一组同位角的大小. 量完之后请同学们回答.

生 答.

师 测量数据表明这组同位角相等, 究竟是否相等呢? 请同学们继续看电视屏幕. 通过数量、图形比较, 从中可以得出什么规律呢?

生 答.

师 板书. 并启发学生: 这是我们从实践中总结出来的图形的基本性质, 我们把它作为平行线的性质公理, 也是平行线的性质 1. 启发学生说出性质 1 的应用. 证明两个角相等或作为推理、计算的理论根据.

设计意图 这部分内容是本节课的第一个重点内容, 教者并不是直接抛结论, 而是先让学生观察、猜测、度量, 然后从实践中总结出来, 尤其注重了数形结合、化归等数学思想的渗透, 目的是想体现九年义务教育教学的要求: “把数学思想和方法作为基础知识让学生掌握.” 同时, 为了体现以教师为主导、学生为主体的教学原则, 教学中借助了电脑演示、实物、图形、模型等教具, 让学生先得到直观的感性认识, 以丰富的感性认识为基础, 有利于实现从形象到思维的飞跃, 真正的通过老师创造性的思维架起了一座由学生的思维通向数学思维的桥梁.

2. 推导平行线的性质 2、3.

师 两条平行线被第三条直线截, 内错角、同旁内角又有什么关



系 你会用推理的方法说明你猜测的结论是正确的吗?

生 答.

师 板书性质 2、3 的内容和它们的推理过程,并启发学生说出它们的应用.

设计意图 本环节的设计是为了引导学生通过推理的方法得出平行线的性质 2、3,从而培养学生逻辑推理能力和言必有据的严谨科学态度.

3. 性质与判定的区别.

师 这节课我们学习了平行线的性质,上节课我们学习了平行线的判定,它们有什么区别?请同学们分组讨论,然后请同学们回答(老师出示投影片).

生 答.

设计意图 区分平行线的判定和性质是本节课的一个难点,为分散难点,让学生分组讨论,使学生学会用对比、归纳的方法研究数学问题.

4. 解决引课时提出的实际问题.

师 学习到这,同学们讨论一下,工人师傅究竟是如何确定梯形下底两个角的度数呢?根据什么道理?有几种方法?(出示投影片)讨论之后,请两名同学上前面回答.生 答.

师 板书例 1,若学生只答出一种方法,正沉浸在成功的喜悦中,这时老师要及时鼓励和点拨学生:我们仅仅是求梯形下底两个角的度数,与梯形的大小没有关系,是否还有别的方法求出这两个角的度数?

生 答.

师:(演示投影片)总结:从新课的引入到实际问题的解决,看得出来,几何知识来源于现实生活,反过来,对现实生活和祖国的建设又有很大的指导作用,因此为了今后的工作和学习,为了祖国的建设,我们必须学好这门课.

设计意图 把教科书中的例 1 做了进一步的引伸,运用一题多解



的方法,开拓学生思路,提高学生灵活解题能力,从而达到事半功倍的效果。美国数学家哈尔莫斯指出:“数学真正的组成部分是问题和解,解题才是数学的心脏。”这里以实际问题的解决完成了新课内容,正好和前边引入时提出的问题相呼应,使学生感到这是在办真事,办实事,看来几何这门课真有用,必须学好这门课。这堂课不仅是想让学生掌握新知识,而且还想激发学生用数学的意识。

5. 巩固练习:

(1)“快速抢答”见投影片。这组题是用来检测学生基础知识基本技能情况的,直接运用平行线的性质解决。“快速抢答”侧重“快”字和“抢”字,这无疑给思维敏捷性的训练提供了一种训练方法。

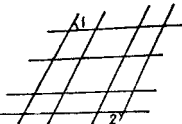
(2)“是真是假”见投影片。这组题是关于学生易混淆、易忽略、易出错的知识,学生回答时以“掌”表示真,以“拳”表示假,学生既可以从“拳”变“掌”,又可以从“掌”变“拳”。

(3)“猜猜看”见投影片。“猜猜看”是对学生认知结构的形成进行强化和矫正的评价过程,也是优化学生思维品质、培养学生思维全面性、缜密性、批判性的过程。

(4) 填空:见投影片。此题是用来训练学生综合运用知识能力的,旨在体现因材施教的教学原则。

设计意图 教育理论认为:学生在愉快而活泼的气氛中学习,易于接受新知识,易于开展一系列的逻辑思维活动,有利于学生进行创造性的学习。所以,可把深受人们喜爱、内容新颖并集竞争和游戏于一体的《正大综艺》节目中的“是真是假”、“快速抢答”、“猜猜看”等形式引入课堂。而这些形式恰是教师在课堂创设宽松、愉悦的学习氛围,训练学生思维品质的又一办法。

(5) 数学游戏。如图。这是一付“角棋”。“棋盘”是一些平行线;“棋子”是用彩纸做成的两个角($\angle 1$ 和 $\angle 2$ 颜色不同)下面请两位同学上来,从两头开始“跳”角,执“ $\angle 1$ ”、“ $\angle 2$ ”的双方以跳到对方初始位置为胜,双方轮流进行,每“跳”一步要说出“跳”的根据(即平行线的性质),看看谁





“跳”得快,理由说得准确.

设计意图:心理学认为:竞赛是激发学生学习积极性的有效手段,在此基础上能产生更高水平的求知欲.学生 40 多分钟的用脑感到疲乏了,此时做这样一个数学游戏,既活跃了课堂气氛,又巩固了平行线的性质,使学生感到上几何课是一种享受.

6. 小结.

这节课我们在数学游戏中结束了,同学们回忆一下你有哪些收获呢?

设计意图:启发学生动脑思考、归纳、总结所学知识,从而培养学生简明的语言概括能力和准确的语言表达能力.



《命题》教学设计

教学目标

1. 使学生对命题、真命题、假命题等概念有所理解.
2. 使学生理解几何命题的组成,能够区分命题的题设和结论两部分,并能将命题改写成“如果……,那么……”的形式.
3. 会判断一些命题的真假.

教学重点和难点

本节的重点和难点是 找出一个命题的题设和结论.

教学过程设计

一、分析语句,理解命题

1. 教师让学生随意说一句完整的话,每个小组可以派一名同学说,如:

- (1) 我是中国人.
- (2) 我家住在北京.
- (3) 你吃饭了吗?
- (4) 两条直线平行,内错角相等.
- (5) 画一个 45° 的角.
- (6) 平角与周角一定不相等.

2. 找出哪些是判断某一件事情的句子?



学生答:(1),(2),(4),(6).

3. 教师给出命题的概念,并举例.

命题 判断一件事情的句子,叫做命题,分析(3),(5)为什么不是命题.

教师分析以上命题中,每句话都判断什么事情.所谓判断,就是肯定一个事物是什么或不是什么,不能含混不清.在数学课中,只研究数学命题,请学生举几个数学命题的例子,每组再选一个同学说.(不要让说过的再说)

如:

(1) 对顶角相等.

(2) 等角的余角相等.

(3) 一条射线把一个角分成两个相等的角,这条射线一定是这个角的平分线.

(4) 如果 $a > 0, b > 0$, 那么 $a + b > 0$.

(5) 当 $a > 0$ 时, $|a| = a$.

(6) 小于直角的角一定是锐角.

在学生举例的基础上,教师有意说出以下两个例子,并问这不是命题.

(7) $a > 0, b > 0, a + b = 0$.

(8) 2 与 3 的和是 4.

有些学生可能给与否定,这时教师再与学生共同回忆命题的定义,加以肯定,先不要给出假命题的概念,而是从“判断”的角度来加深对命题这一概念的理解.

4. 分析命题的构成,改写命题的形式.

例 两条直线平行,同位角相等.

(1) 分析此命题的构成,前一部分是后一部分成立的条件,后一部分是在前一部分条件下所得的结论.已知事项为“题设”,由已知推出的事项为“结论”.



(2) 改写命题的形式.

由于题设是条件,可以写成“如果……”的形式,结论写成“那么……”的形式,所以上述命题可以改写成“如果两条平行线被第三条直线所截,那么同位角相等.”

请同学们将下列命题写成“如果……,那么……”的形式,例:

① 对顶角相等.

如果两个角是对顶角,那么它们相等.

② 两条直线平行,内错角相等.

如果两条直线平行,那么内错角相等.

③ 等角的补角相等.

如果两个角是等角,那么它们的补角相等.(注意不仅仅限于两个角,如果多个角相等,它们的补角也相等.)

以上三个命题的改写由学生进行,对(2)要更改为“如果两条平行线被第三条直线所截,那么内错角相等.”

提示学生注意 题设的条件要全面、准确.如果条件不止一个时,要一一列出.

如 两条直线相交,有一个角是直角,则这两条直线互相垂直,可改写为:

“如果两条直线相交,而且有一个角是直角,那么这两条直线互相垂直.”

二、分析命题,理解真、假命题

1. 让学生分析两个命题的不同之处.

(1) 若 $a > 0, b > 0$, 则 $a + b > 0$.

(2) 若 $a > 0, b > 0$, 则 $a + b < 0$.

相同之处 都是命题.为什么 都是对 $a > 0, b > 0$ 时, $a + b$ 的值的正负,做出判断,都有题设和结论.

不同之处:(1)中的结论是正确的,(2)中的结论是错误的.



教师及时指出 同学们发现了命题的两种情况.结论是正确的或结论是错误的,那么我们就有了对命题的一种分类:真命题和假命题.

2. 给出真、假命题定义.

真命题 如果题设成立,那么结论一定成立,这样的命题,叫做真命题.

假命题 如果题设成立,结论不成立,这样的命题都是错误的命题,叫做假命题.

注意:

(1) 真命题中的“一定成立”不能有一个例外,如命题“ $a \geq 0, b > 0$, 则 $ab > 0$ ”.显然当 $a = 0$ 时, $ab > 0$ 不成立,所以该题是假命题,不是真命题.

(2) 假命题中“结论不成立”是指“不能保证结论总是正确”如:“ a 的倒数一定是 $\frac{1}{a}$ ”,显然当 $a = 0$ 时命题不正确,所以也是假命题.

(3) 注意命题与假命题的区别.如“延长直线 AB ”.这本身不是命题.也更不是假命题.

(4) 命题是一个判断,判断的结果就有对错之分.因此就要引入真假命题,强调真假命题的大前提,首先是命题.

3. 运用概念,判断真假命题.

例 请判断以下命题的真假.

(1) 若 $ab > 0$, 则 $a > 0, b > 0$.

(2) 两条直线相交,只有一个交点.

(3) 如果 n 是整数,那么 $2n$ 是偶数.

(4) 如果两个角不是对顶角,那么它们不相等.

(5) 直角是平角的一半.

解:(1)(4) 都是假命题,(2)(3)(5) 是真命题.



4. 介绍一个不辨真伪的命题.

“每一个大于 4 的偶数都可以表示成两个质数之和”. (即著名的哥德巴赫猜想)

我们可以举出很多数字,说明这个结论是正确的,而且至今没有人举出一个反例,但也没有一个人能证明它对一切大于 4 的偶数正确.我国著名的数学家陈景润,已证明了“每一个大于 4 的偶数都可以表示成一个质数与两个质数之积的和”.即已经证明了“ $1+2$ ”,离“ $1+1$ ”只差“一步之遥”.所以这个命题的真假还不能做最后的判定.

5. 怎样辨别一个命题的真假.

- (1) 实际生活问题,实践是检验真理的惟一标准.
- (2) 数学中判定一个命题是真命题,要经过证明.
- (3) 要判断一个命题是假命题,只需举一个反例即可.

三、总结

师生共同回忆本节的学习内容.

1. 什么叫命题 真命题 假命题?
2. 命题是由哪两部分构成的?
3. 怎样将命题写成“如果……,那么……”的形式.
4. 初步会判断真假命题.

教师提示应注意的问题:

1. 命题与真、假命题的关系.
2. 抓住命题的两部分构成,判断一些语句是否为命题.
3. 命题中的题设条件,有两个或两个以上,写“如果”时应写全面.
4. 判断假命题,只需举一个反例,而判断真命题,数学问题要经过证明.



四、作业

1. 选用课本习题.

2. 以下供选用.

(1) 指出下列语句中的命题.

- ① 我爱祖国.
- ② 直线没有端点.
- ③ 作 $\angle AOB$ 的平分线 OE .
- ④ 两条直线平行, 一定没有交点.
- ⑤ 能被 5 整除的数, 末位一定是 0.
- ⑥ 奇数不能被 2 整除.
- ⑦ 学习几何不难.

(2) 找出下列各句中的真命题.

- ① 若 $a = b$, 则 $a^2 = b^2$.
- ② 连结 A, B 两点, 得到线段 AB .
- ③ 不是正数, 就不会大于零.
- ④ 90° 的角一定是直角.
- ⑤ 凡是相等的角都是直角.

(3) 将下列命题写成“如果……, 那么……”的形式.

- ① 两条直线平行, 同旁内角互补.
- ② 若 $a^2 = b^2$, 则 $a = b$.
- ③ 同号两数相加, 符号不变.
- ④ 偶数都能被 2 整除.
- ⑤ 两个单项式的和是多项式.



《定理与证明》教学设计

教学目标

1. 了解公理、定理的概念及公理与定理的区别.
2. 了解证明的必要性,初步了解什么是证明及怎样证明.
3. 初步培养学生观察、分析、概括的逻辑思维能力,渗透推理意识.

教学重点、难点

1. 了解什么是证明及证明的方法.
2. 证明的方法.

教学准备

多媒体辅助教学(电脑、教学软盘、三角板).

教学过程

一、复习引入.

提出以下三个问题:

1. 什么是命题?命题由哪两个部分组成?
2. 什么叫真命题和假命题?
3. 在初一几何前两章我们学习了哪些真命题?试举例说明.

教师根据学生对问题(3)的回答进行归纳,作适当的调整,并以



下列真命题为例进行分析.(电脑显示)

- (1) 过两点有且只有一条直线.
- (2) 两点之间,线段最短.
- (3) 两条直线被第三条直线所截,如果同位角相等,那么两条直线平行.
- (4) 对顶角相等.
- (5) 同角或等角的补角相等.
- (6) 两直线平行,内错角相等.

教师带领学生看课本讨论,可以发现前三个问题是公理,其正确性是通过画图、实验等实践活动来证实的,而后三个命题的正确性则是通过推理来证实的,由此引出课题.

二、讲授新课

1. 公理与定理的定义.

结合以上分析,引导学生归纳定义,教师进行适当的补充,并板书定义.

公理 人们在长期的实践中总结出来的可作为判定其他命题真假依据的真命题,这样的真命题叫公理.

定理 经过推理证实的真命题叫定理.

2. 引导学生分析定义,找出公理与定理的共同点和不同点.(板书)

用多媒体显示公理与定理、命题的关系:

命题 $\begin{cases} \text{真命题} \begin{cases} \text{公理(正确性由实践总结)} \\ \text{定理(正确性由推理证实)} \end{cases} \\ \text{假命题} \end{cases}$

3. 提出问题 什么是证明 推理的过程叫做证明.

4. 提出问题 为什么要证明?

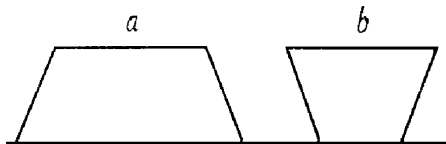
学生常对证明的必要性产生疑问:用观察或仪器度量就可以解



决问题,为什么要证明呢 因此从以下三个方面联系实际加以说明:

第一,我们常根据观察或测量来作出判断,但是观察会产生错觉,测量有一定的误差和局限性.例如古塔的高、天体运行的轨迹等不能去实际测量,但我们可以借助几何方法来实现.

第二,利用电脑让学生观察一组图形,很容易得到错误的判断:图形的形状、大小和相互位置改变了,学生可体会到由观察得到的结果是不可靠的.



图中相等的线段 a 、 b 因所在图形不同,看起来好像不等了,这就是我们观察产生的错误的判断.图形的大小改变了.

图中两条弧的长度和弯度是一样的,但我们观察好像图形的形



状改变了.图中所画的是一组平行线,但因交叉的线的干扰,我们观察的图形的位置关系改变了,好像不平行了.



第三,利用数值实验得到的结果是否可靠呢?

例 判断命题“如果 n 是自然数,那么 $n^2 + n + 17$ 是质数”.是真命题还是假命题?

答:当 $n = 1$ 时, $n^2 + n + 17 = 19$ 是质数;

当 $n = 2$ 时, $n^2 + n + 17 = 23$ 是质数;

当 $n = 3$ 时, $n^2 + n + 17 = 29$ 是质数;

当 $n = 4$ 时, $n^2 + n + 17 = 37$ 是质数;



但如果由此就判断该命题是真命题就错了.事实上,当 $n = 16$ 时, $n^2 + n + 17 = 17^2$ 就是一个合数,因此原命题是假命题.

由此例可知代入数值检验来判定命题的真假所得的结果也是不可靠的.通过以上三方面说明命题的正确性要经过推理来证明.

5. 提出问题 怎样证明呢?(证明的方法)

这是我们本节课要研究的最后一个问题,前面讲过证明就是推理的过程,什么是推理呢?下面以实际生活和数学中的两个例题来说明.

例1 说明年满18岁的张勇有选举权,可采取下列推理方法:

宪法规定年满18岁的公民有选举权(已有的正确判断),张勇是年满18岁的公民(已有的正确判断),所以张勇有选举权(新的判断).

答:∵ 张勇是年满18岁的公民(已知),

∴ 张勇有选举权(宪法规定年满18岁的公民有选举权).

例2 说明1242能被3整除.

我们不一定要用1242除以3,可采用下面的推理方法:

各位数字之和能被3整除的整数都能被3整除(已有的正确判断).

1242的各位数字之和能被3整除(已有的正确判断),所以1242能被3整除(新的判断).

答:∵ 1242各位数字之和能被3整除(已知),

∴ 1242能被3整除(各位数字之和能被3整除的整数能被3整除).

像这样通过推理由题目的条件得出结论就叫证明,一般将已有的正确的判断作为依据写在括号里.最后再以课本例题来说明证明的方法.

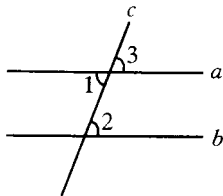
例3 证明两直线平行,内错角相等.

第一步 让学生说出命题的题设和结论,结合题意画出图形,写出已知、求证.



第二步 引导学生分析、探求证明思路.

第三步 师生共同写出证明过程,教师边总结边板书.



已知 如图 $a \parallel b$, c 是截线. 求证: $\angle 1 = \angle 2$.

证明. $\because a \parallel b$ (已知),

$\therefore \angle 2 = \angle 3$ (两直线平行, 同位角相等)

$\because \angle 3 = \angle 1$ (对顶角相等),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (等量代换).

通过以上例题归纳总结(板书):

第一 证明是由题设(已知)出发,经过一步步推理,最后得出结论(求证)正确的过程,进一步理解证明就是推理的过程.

第二 证明的依据是已知条件、定义、公理、定理、性质、代数运算性质等.

第三 证明要步步有据、论据正确.

三、巩固练习

教学中可利用电脑先给出题目,让学生分析思路,口述证明过程,再显示正确的过程并由学生填注理由,这样可提高学生分析问题的能力,进一步落实本节所学的内容.

四、归纳小结

师生以谈话交流的形式小结下面两个问题:

第一 什么是公理和定理,它们有何联系与区别?

第二 什么是证明?证明需注意哪些问题?



《三角形的有关线段》教学设计

教学目的

1. 理解三角形三边关系定理及其推论,并会初步应用;
2. 理解三角形三种重要线段的概念,会画出任意三角形的角平分线、中线和高;
3. 利用添辅助线,进一步渗透“转化”思想.

教学重点

三角形三边关系定理及其应用,三角形三种重要线段的概念及画法.

教学难点

证明线段的不等关系,画钝角三角形的高.

教学方法

引导探索法.

点评 教学目的确定既重视了对学生基础知识传授和能力的培养,也重视了数学思想方法的挖掘和渗透.教师在备课中不但深钻教材,而且能从中挖掘出数学的灵魂——数学思想,并且体现在教学活动中.



自制教具

色纸卷成棍状,10cm、30cm、40cm(均为白色)、20cm(蓝色)、50cm(红色)各一根.大头针三枚.

教学过程

教师 前面我们研究了三角形的角,本节课我们再来研究‘三角形的有关线段’(板书课题,并画 $\triangle ABC$).通常我们将 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别用小写字母 a 、 b 、 c 表示(标记于图上).

同学们在小学时已经学过三角形的一些知识,在现实生活中也见过不少三角形的图形.你们是否想过,任意三条线段都可以围成三角形吗?

点评 从学生实际引入,提出这个学生见惯不惊,但从未认真想过的简单问题,顿时就把学生情绪激发起来,学生思考、议论、争论,气氛热烈,不失为激发情趣的良好开端.

教师 我这儿有一些纸棍,我们用它们表示线段,请大家看我的演示(取 10cm、20cm、50cm 纸棍,用大头针对 50cm 纸棍的两端与另两根纸棍的各一端钉上,转动短边),它们为什么不能围成三角形?

学生 白色的、蓝色的短了.

教师 就是说,两条线段之和小于第三条线段不能围成三角形.换长点的(将 10cm 的纸棍换成 30cm 的).

学生 还是短了!

教师 说明了什么?

学生 两条线段之和等于第三条线段,也不能围成三角形.

教师 到底有多长?

学生 要两条线段之和大于第三条段,才能围成三角形.

教师 完全正确.同学们会观察,也会思考.(再将 30cm 的纸棍换成



40cm 的) 这里得到一个三角形,那么将它的两边之和与第三边比较.会得出什么结论?

学生 两边之和大于第三边.

教师 对.只有这两边吗?(演示教具)

学生 任意两边.

教师 对,把这个命题写出来(板书命题,略).这个命题能不能用我们所学过的公理来证明呢?

点评:不是生硬地直接给出定理,而是在教师的引导下共同探索、发现定理,充分体现了教师为主导、学生为主体的教学思想,也是“GX”教学原则“先做后说、师生共作”的灵活运用.教具的巧妙使用,不但增强了直观性,易于揭示抽象的理论问题,而且趣味倍增,使学生在愉快、和谐的气氛中学习.

学生沉默.教师手指黑板图形,自言自语 边 a ,即线段 a 的长度就是它的两个端点 B 、 C 间的距离……

学生争着答 两点之间,线段最短.

教师 对!我们既然以公理为依据证明了这个命题,那么它可以作为定理 3(将黑板上的“命题”改为“定理”),用符号表示就是(板书): $b + c > a, c + a > b, a + b > c$.

教师 在我们得出一个结论或做完一道题后,若能再想一想,变化一下,看又能得出什么结果,就更好了.我们应逐渐养成这个习惯.现在考虑将这三个式子根据不等量公理变形(板书第一个不等式的变形,略).后两个类似不写了,你能由这个事实得出什么结论?

学生 两边之差小于第三边.

教师 说得好!我们又得到这个定理的一个推论(板书推论,略)由定理直接推得的结论叫做定理的推论.再想一下,这定理及其推论是在什么图形上用,主要用来证明什么?

学生 在一个三角形中用,用来证线段的不等关系.

教师 对!只能在同一个三角形中用,主要用于证明线段的不等



关系. 现在看例题(出示小黑板).

点评 明确定理的应用特点、适用范围与用法, 这对学生, 特别是中差生十分必要.

例 已知 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 上一点.

求证 $AB + AC > DB + DC$.

教师 此题已给出图形, 要证明的结论 $AB + AC > DB + DC$ (同时用红粉笔描 AB 、 AC , 蓝粉笔描 DB 、 DC), 观察一下, 看到什么情况? (学生: BD 是公共的) 对, BD 特殊, 不等式两边都含有它, 我们是否可先不考虑这一公共部分, 而只考虑它们的剩余部分, 剩余部分多的, 再加上公共部分, 那么也就该……(学生: 多). 那么先比较什么? (学生: $AD + AC$ 与 DC) 能证明吗? (学生: 能) 好, 现在请一位同学上来证, 其余同学在下面证.

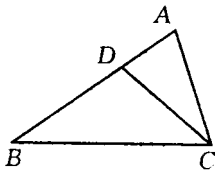


图 1

教师巡视, 辅导差生.

教师肯定学生的板演, 并收集反馈信息: 做对了的请举手 (全班学生几乎都举手).

教师: 我们这里是通过的在图上标记求证式, 观察到特殊线段 BD , 从而找到思路的. 这告诉我们, 遇到特殊情况, 不妨考虑由特殊地方入手, 寻求解决问题的途径. 比较线段的和与一线段或几线段的大小时, 将相等部分搁置一边, 先想法比较出剩余部分的大小, 这是一种常用思路, 我们应逐步掌握.

点评: 至此, 从定理的发现、证明, 推论的得出, 到应用定理证题、思路方法的小结, 一气呵成, 仅用了十余分钟, 既体现了教者较好地理解了“GX”实验“淡化形式, 注重实质, 积极前进, 循环上升”的精神, 更展现了“GX”教改实验具有省时、高效的特点.

教师 我们已学习了三角形的边的关系定理, 现在我们再研究三角形的重要线段. 请同学们(教师板书) 在 $\triangle ABC$ 中:

1. 画 $\angle A$ 的平分线 AD 交对边于 D ;



2. 取 BC 的中点 E , 连结 AE ;

3. 过点 A , 画 BC 的边的垂线 AF , 垂足为 F .

请一位学生在黑板上画.

教师手指图形 给线段 AD 、 AE 、 AF 分别取名为三角形的角平分线、中线、高.

教师:想一下,三角形的角平分线与一般的角平分线有没有区别?

学生:有.三角形的角平分线是线段,一般的角平分线是射线.

教师:答得好.我们要注意这个区别.高也不是垂线,而是垂线段.它们都是线段,都可度量长度.现在我们一起给这三种线段下定义.(手指图形)三角形的角平分线是指一个角的顶点与这一角的角平分线和对边交点间的线段,所以我们这样定义(板书定义,略).

现在请同学们给三角形的中线下定义.

学生:三角形一个角的顶点与对边中点间的线段,叫做三角形的中线.

教师:说得对.由画图知,它就是连结三角形的顶点与对边中点的线段(板书定义,略).三角形的高呢?

学生答:连结三角形的顶点与对边垂足的线段叫做三角形的高.

有学生反对:垂足又不是先画的.

教师:会动脑筋,你说呢?

学生:由画法,是从三角形的一个顶点向对边画垂线,顶点和垂足之间的线段叫做三角形的高.

教师:正确.由于顶点与垂足之间的线段就是垂线段,所以我们这样定义(板书定义,略.)

教师:想一下,一个三角形都可以画出几条角平分线,几条中线,几条高?

学生:三条.

教师:那就请我们每个同学都任意画三个三角形,并在第一个三



角形中画三条角平分线,第二个画三条中线,第三个画三条高.

教师在黑板上画出五个三角形,在其中两个三角形中分别画出角平分线、中线,留出锐角三角形、直角三角形、钝角三角形各一个,并请两名自愿者上来,一个画锐角三角形与直角三角形的三条高,另一个画钝角三角形的三条高.

教师巡视,辅导差生画图.

学生画完后,教师进行检查和总结,然后手指黑板上五个图形,让学生观察这三种线段与三角形的相互位置、交点个数等.

教师 刚才我看到有的同学还不会画三角形的高,尤其是钝角三角形的高,现在请跟着我画一遍钝角三角形的三条高.

教师边口述画图要领边示范画图.

教师 现在再将黑板上的钝角三角形画下来(钝角换了位置),并画它的三条高.

教师 同桌互相检查一下,看画对了没有.画对了的请举手.(稍停顿后)看来还有三四个人不会.

点评:“GX”的“先做后说,师生共作”是“GX”实验成败的关键,它就是要求先让学生观察、思考、动手做,积累了足够的感性认识后,再下定义,再归纳结论.这就是要求师生一起探讨问题,共同归纳结论.教师只是导演,学生才是主演.本课在教师的引导下,学生充分动脑思考、动口答问、动手画图,教师的主导作用和学生的主体地位落到了实处.课堂教学中,教师不但重视研究和解决认知领域和操作领域的问题,而且在情感领域中作了许多有益的探索.

教师 现在利用你们画的三角形做习题第6、7题.

请一位同学回答结果.

学生: $GD = 1.4\text{ cm}$, $GB = 2.7\text{ cm}$, 比值是 $14:27$.

教师:十分接近 $1:2$,有结果恰好是 $1:2$ 的吗?(约过半数学生举手)

教师 图画准了,结果应该是 $1:2$,这是三角形中线的一个性质,



我们今后还要证明,并常常会用到第7题呢?

差生 交点到 AB 边的距离最大,到 BC 边的距离最小.

教师到该生前:你量的是哪几段的长度?

学生指图.

师 哦,他量的是三条平分线的交点与角平分线和边的交点之间的线段.(教师指黑板上的图)这一线段的长度是交点到边的距离吗?

学生齐答 不是!

教师对差生 再努力,相信下次你会正确!

教师 现在请一个同学上来量出交点 O 到 BC 边的距离.请注意看他的做法.

学生在黑板图形上过点 O 画 BC 边的垂线段,并量出长度.

教师 看清楚了吗?该怎么量点到直线或线段的距离?请对的同学课后帮助暂时还不会画高,量点到直线或线段的距离的同学,务求会画、会量.

点评 教者故意提问差生,暴露问题,再作强调,这比教师直接告诉学生该怎么做要有效得多.课内学生的演示,课后学生的帮助,有时比教师直接动手效果更好.

画任意三角形的高是本课的重点、难点之一,理应突出.教者通过学生自画、随教师练、学生示范几个层次,突出重点、突破难点,是必要且应该的,但并未待全体学生都会画才“前进”,这正是教者摒弃了“毕其功于一役”的观点,而运用了“ GX ”积极前进,循环上升”的精神.

教师 现在看课本的课堂练习(口答).

学生迅速正确答完.教师展示小黑板上的题:

已知线段 a 、 b 、 c , $a = 4\text{cm}$, $b = 7\text{cm}$, 且 a 、 b 、 c 三线段能围成三角形,那么 c 的取值范围是_____.

学生 1 小于 11cm .



学生 2 小于 11cm , 大于 3cm .

教师 为什么?

学生 两边之和要大于第三边, 两边之差要小于第三边.

教师 答得好! 应该从两个方面考虑. 现在请做课堂练习, 填在书上.

教师请一位学生念完答案后, 请全对的同学举手. (几乎全班举手) 这是这三种线段的符号表示, 每个同学都要十分熟悉. 现在请看练习 2 (小黑板题):

已知: D 是 $\triangle ABC$ 内部一点, 求证: $AB + AC > DB + DC$.

教师 此题无图, 应先按题意画图 (图 2).

看结论 (用红、蓝粉笔描图), 看来该用今天的定理来证, 谁能说一下该怎么证明?

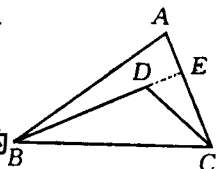


图 2

学生: $AB + AC > BC$, $BD + DC > BC$ (语塞).

教师 不好回答了. 这两个式子正确, 但不好出较, 宛如哥哥、姐姐比弟弟大, 但哥哥与姐姐谁大, 清楚吗? (学生: 不清楚) 再看一下, 这里要比较大小的两组线段, 不是同一个三角形的边, 而三角形三边关系定理又只能在同一个三角形中用, 怎么办呢? 能否想个办法使它们在同一三角形里或有部分在同一个三角形里呢?

学生 延长 BD 交 AC 于 E , 它们之间就有部分在同一个三角形里了.

教师 非常好, 会动脑筋. 看能否成功?

教师画好辅助线, 引导学生共同分析:

要证 $AB + AC > DB + DC$,

①

$\therefore AC = AE + ED$,

$\therefore$ 只要证 $AB + AE + EC > DB + DC$.

②

② 式的 $AB + AE$ 在 $\triangle ABE$ 中, 并且又有 $AB + AE > BE$, 即

$AB + AE > DB + DE$.

③



③与②比较,左边少了 EC ,右边少了 DC (多的 DE 暂不考虑),应加上才对.

而 EC 、 DC 在 $\triangle DEC$ 中,并且又有

$$DE + EC > DC. \quad ④$$

③+④,得 $AB + AE + DE + EC > BC + DE + DC$ (大量之和大于小量之和),整理即得②式,可达目的.

点评 老师注重分析,转化矛盾,对比目的,逐步到位,有利于培养学生的思维能力.

练习要有层次性,由易到难,逐步深入,积极前进,不断激发学生的求知欲,以提高课堂效益.这正是“ GX ”精神.本练习题为本课中的最难点.对有新意及发展变化较大的题目,教师引导学生观察、思考、点拨、分析是必要的,以免学生丧失信心.根据当堂实验情况,例题可作为练习题,练习题也可作为例题,方式方法应灵活,一切以实际效果为准,这正是“ GX ”注重实质”精神的延伸.

教师 现在前后两桌的同学互相讨论一下:如何写出证明过程?请一位同学上来做.

教师下去辅导、讨论、评讲,并强调证明过程书写的格式和顺序.

教师 我们还遇到新问题常常需考虑转化,将陌生的问题通过一定方式转化为我们熟悉的能解决的问题.如本题,是比较线段的大小,与三角形边的定理有联系,所以我们延长 BD 交 AC 于 E ,当然延长 CD 交 AB 于 F 也是一样的.这样就将要比较的四条线段放在了有关联的两个三角形中,与所学知识联系上了,从而完成了转化.通过本题,我们看到,如果要解决的问题与所学的有关知识无法联系上时,就需考虑添辅助线了,就是用辅助线搭一座桥,使两者联系起来,分析中,我们是朝着目标的方向,边走边看,寻求途径的.这种分析的方法同学们要细心体会,逐步掌握.同学们课后还可再思考一下此题与例题的异同.它是否是在例题的基础上发展变化出来的.可否利用例题的结论与方法来证明.而例题用本题的方法又该如何分析?



点评 启发学生“转化”，用分析法层层展现思维过程，以及做完题后的小结，都充分体现了教者不但教知识，更重视教方法、教思维。教者是以基础知识为载体，使学生通过基础知识的学习，培养能力，同时重视数学思想方法的教学，注意培养良好的思维品质和数学素养，把素质教育落实到了学科教学之中，确实是一堂好课。



《三角形的内角和》教学设计

教学目标

1. 识记 能说出三角形内角和等于 180° 及多边形内角和公式；
2. 理解 能用多种方法独立推证三角形内角和定理；
3. 应用

(1) 用三角形内角和定理推证四边形、五边形、 $\cdots$ 、 n 边形内角和公式；

(2) 用 n 边形内角和公式结合其他条件求多边形的内角或边数；

(3) 培养学生的归纳、猜想能力, 逻辑思维能力及发散思维能力, 渗透化归思想.

教学过程

一、诊断性测试

1. 平角的定义是_____.

2. 两条平行直线被第三条直线所截, 则同位角_____, 内错角_____, 同旁内角_____.

3. 两条直线被第三条直线所截, 如果同位角相等(或内错角相等、或同旁内角互补), 则这两条直线_____.

二、实施目标

1. 三角形的内角和定理

教师 前面我们学习了三角形三边的关系, 即三角形任何两边的



和大于第三边.那么,自然使我们想到,三角形的三个内角有什么关系呢?比如,三角形的任何两个内角的和是否也大于第三个内角呢?(教师在黑板上先画出如图1所示的三个三角形,然后要求每个学生画在自己的练习本上,再要求学生用量角器量出各三角形的三个内角.计算一下是否满足上面的猜想)

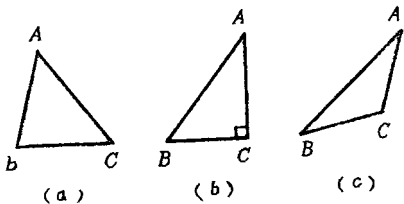


图1

学生众 不满足.

教师 为什么?

学生1 图1中的(b)有 $\angle B + \angle A = \angle C$ 图1中的(c)有 $\angle A + \angle B < \angle C$.

教师 那么,三角形的三个内角有什么关系呢?

提示 请同学们根据量得的结果看图1中三个三角形的三个内角有何共同性质?

学生2 三个三角形的内角和都等于 180° .

[教师要求未发现这一结论的同学验证一下.待一致通过后,教师出示课题:三角形的内角和]

教师 我们不妨再做一个试验,用以验证这个结论.(师生一起取出预先用纸剪成的三角形,撕下其中的两个角,拼到第三个角上去,发现它们组成一个平角.学生可任意拼,而教师在黑板上最好拼成图2式样,而不要拼成图3)

教师:(板书:三角形三个内角的和等于 180°) 中学数学是建立在推理的基础上的,实验结果是否可靠,还要加以证明.

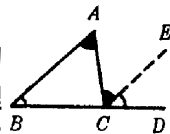


图2

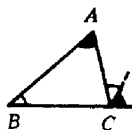


图3

我们现在的任务是证明这个实验结果.如图2,欲证 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$,根据刚才的拼角试验,需作 BC 的延长线 CD ,而证



$\angle ACD = \angle A + \angle B$. 为此,以 C 为顶点,以 CA 为一边,在 $\angle ACD$ 内作一角 $\angle ACE = \angle A$,这时,只需证 $\angle ECD = \angle B$,只因 $\angle ACE = \angle A$, $\therefore CE \parallel AB \Rightarrow \angle ECD = \angle B$ (同位角相等). (证明过程同课本,故略去书写).

[除上面的分析外,教师还应提问,以 C 为顶点,以 CA 为一边,在 $\angle ACD$ 内作一角 $\angle ACE = \angle B$,如图 3,这时只需证 $\angle A = \angle ECD$ 行否? 经讨论,师生认为:此路不通]

教师:同学们开动脑筋,看还能不能找到另外证法.

学生 3 作 $AF \parallel BC$,如图 4. (内错角、内错角、平角)

学生 4 作 $CD \parallel AB$,如图 5. (内错角、同旁内角)

学生 5 作 $AD \parallel BC$,并延长 CA 、 BA ,如图 6. (同位角、同位角、对顶角、平角)

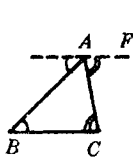


图 4

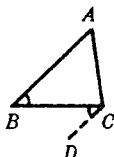


图 5

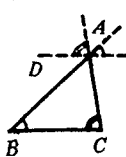


图 6

[图 2 的证法之所以被书上采用,是因为它便于推论得到三角形外角和定理,且是证明“整体 = 部分 + 部分”的常用方法].

2. 多边形的内角和公式

教师:三角形是一种特殊的多边形,那么,一般 n 边形是否也有内角和公式呢? (可启发学生退一步,先从四边形、五边形开始. 如还有困难,可进一步启发:因已知三角形的内角和是 180° ,所以关键是将四边形、五边形转化为三角形. 至此,学生可得:

$2 \times 180^\circ$ $4 \times 180^\circ - 180^\circ = 360^\circ$ $3 \times 180^\circ - 360^\circ = 360^\circ$ 让学生比较,哪种做法更好.)

同样的方法、可依次求得:

三边形的内角和 $= 180^\circ = (3 - 2) \times 180^\circ$;

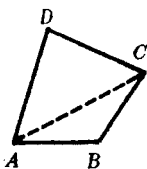


图 7

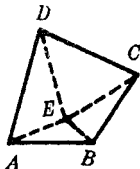


图 8

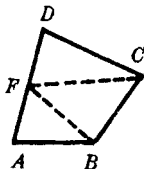


图 9

四边形的内角和 $= 360^\circ = (4 - 2) \times 180^\circ$;

五边形的内角和 $= 540^\circ = (5 - 2) \times 180^\circ$;

六边形的内角和 $= 720^\circ = (6 - 2) \times 180^\circ$;

n 边形的内角和 $= ?$

学生 6 : n 边形的内角和 $= (n - 2) \cdot 180^\circ$. 对吗 ?

教师 3 : 能进一步证明它吗 ?

学生 7 : n 边形从一个顶点出发, 可分成 $n - 2$ 个三角形. 因此, n 边形的内角和 $= (n - 2) \cdot 180^\circ$.

3. 练习巩固

(1) 根据下列条件, 求 $\triangle ABC$ 中 $\angle C$ 的大小 ;

① $\angle A = 65^\circ 40'$, $\angle B = 36^\circ 25'$;

② $\angle A = 35^\circ$, $\angle B = \angle C$;

③ $\angle B = \angle C = 2\angle A$;

④ $\angle A = 105^\circ$, $\angle B - \angle C = 15^\circ$;

⑤ $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$.

(2) 一个多边形的内角和等于 2340° , 求它的边数.

(3) 一个多边形的各内角都是 150° , 求它的边数.

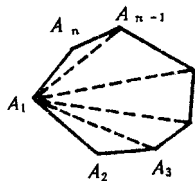


图 10

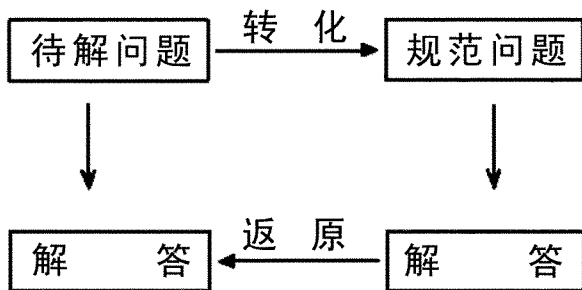
三、小结

1. 这节课主要讨论了三角形的内角和与多边形的内角和. 三角形内角和是 n 边形内角和当 $n = 3$ 时的特例.

2. 同学们在今后的学习中还应注意慢慢体会 : 以退求进的思想方法 ; 化未知为已知、化复杂为简单、化生疏为熟悉的化归思想. 如下



面框图所示：



同时,做题不仅要注意一题多解,还要注意从中选优,找出具有一般性的解题方法,以及归纳、猜想在数学发现中的重要意义.

四、形成性测试题

1. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $\angle A = 2\angle C - \angle B$,求 $\angle C$.

2. 已知 n 边形的内角和等于 $n \cdot 120^\circ + \frac{n(n-1)}{2} \cdot 5^\circ$,求边数 n .

五、作业(略)



《全等三角形》教学设计

教学目标

1. 了解全等形、全等三角形的概念及表示方法.
2. 掌握寻找全等三角形中的对应元素的基本方法.
3. 初步会用全等三角形的性质进行一些边角的简单的计算.

教学重点和难点

寻找全等三角形中的对应元素.

教学过程设计

一、观察实验,提出问题

教师提问 请同学们观察周围有没有能完全重合的两个平面图形?

生 两本几何课本、两个含 45° 角、大小一样的三角形……

师生共同拿两张硬纸叠在一起,剪出两个三角形,观察发现这两个三角形形状相同,大小相等,叠在一起能完全重合,引出并板书课题.

二、揭示全等三角形的定义及性质

1. 全等三角形的定义及有关概念和性质

(1) 定义:(教师板书) 全等三角形是能够完全重合的两个三角形或形状相同、大小相等的两个三角形.



(2) 反例 举出不全等的三角形的例子,利用教师和学生手中的含 30° 角的三角板说明只满足形状相同的两个图形不是全等形,强调定义的条件.

(3) 对应元素及性质:教师结合手中的教具说明对应元素(顶点、边、角)的含义,并引导学生观察全等三角形中对应元素的关系,发现对应边相等,对应角相等.教师启发学生根据“重合”来说明道理.

2. 学习全等三角形的符号表示及读法和写法

解释“ $\cong$ ”的含义和读法,并强调对应顶点写在对应位置上.

举例说明 如图 1, $\because \triangle ABC \cong \triangle DFE$, (已知)

$\therefore AB = DF, AC = DE, BC = FE$, (全等三角形的对应边相等)

$\angle A = \angle D, \angle B = \angle F, \angle C = \angle E$. (全等三角形的对应角相等)

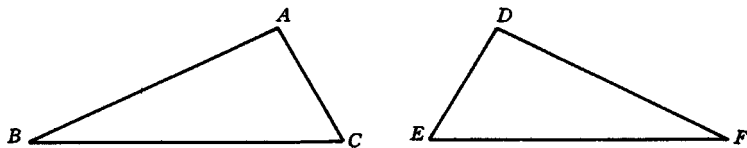


图 1

教师小结 在书写全等三角形时,如果将对应顶点写在对应位置上,那么,将两个三角形的顶点同时按 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ 的顺序轮换,可写出所有对应边和对应角相等的式子,而不会找错,并节省观察图形的时间.

三、总结寻找全等三角形对应元素的方法,渗透全等变换的思想

1. 叠合练习

让学生用手中的两块全等三角形纸板,摆放出以下图形(见图 2),观察对应元素的位置关系,总结寻找对应元素的方法.教师在此过程中渗



透全等变换的思想 将两个全等三角形中的一个三角形平移、翻折、旋转可得到另一个三角形.

2. 总结常用的寻找全等三角形对应元素的方法

方法(1) 有公共边的, 公共边一定是对应边, 如图 2(b), (e), (g) 有公共角的, 公共角一定是对应角, 如图 2(f).

方法(2) 有对顶角的, 对顶角一定是对应角, 如图 2(d), (f), (g).

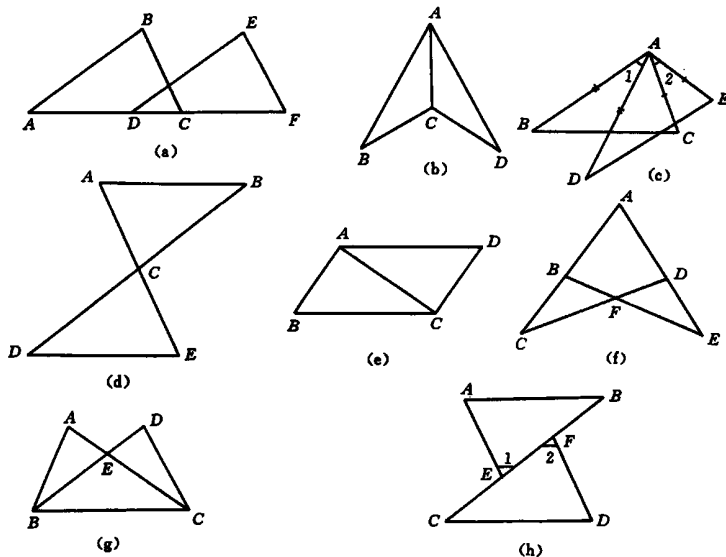


图 2

教师提醒学生注意,这两种方法是利用图形中的元素之间隐含的位置关系,不需要已知全等条件就能得到.遇到这两种情况,需要自己挖掘图形中的隐含条件.

通过练习总结后三种方法:

(投影) 练习 1 已知如图 2(a), $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, $AB = DE$, $AC = DF$, $BC = EF$. 写出所有对应角相等的式子.



方法(3) 全等三角形对应边所对的角是对应角,两个对应边所夹的角是对应角.

(投影)练习2 已知如图2(c), $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, $AB = AD$, $\angle 1 = \angle 2$, $AC = AE$. 写出其余对应元素相等的式子.

(投影)练习3 已知如图2(h), $\triangle AEB \cong \triangle DFC$, $\angle 1 = \angle 2$, $BE = CF$, $\angle B = \angle C$, 写出其余对应元素相等的式子.

方法(4) 全等三角形对应角所对的边是对应边,两个对应角所夹的边是对应边.

方法(5) 在两个全等三角形中,一对最长的边(或最大的角)是对应边(或角);一对最短的边(或最小的角)是对应边(或角).

3. 巩固练习

(投影)练习4 已知如图2(g), $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, $\triangle ABE \cong \triangle DCE$. 写出两对全等三角形中对应元素相等的式子.

分析 教师要引导学生综合使用以上五种方法,选择恰当的顺序判断全等三角形中的对应元素.

四、性质应用举例

1. 性质的基本应用

例1 已知如图1, $\triangle ABC \cong \triangle DFE$, $\angle A = 96^\circ$, $\angle B = 25^\circ$, $DF = 10\text{cm}$. 求 $\angle E$ 的度数及 AB 的长.

例2 如图3, 已知 $CD \perp AB$ 于 D , $BE \perp AC$ 于 E , $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, $\angle C = 20^\circ$, $AB = 10$, $AD = 4$, G 为 AB 延长线上一点. 求 $\angle EBG$ 的度数和 CE 的长.

分析 (1) 图中可分解出四组基本图形: 有公共角的 $Rt\triangle ACD$ 和 $Rt\triangle ABE$; $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, $\triangle ABE$ 的外角 $\angle EBG$ 或 $\angle ABE$ 的邻补角 $\angle EBG$.

(2) 利用全等三角形的对应角相等性质及外角或邻补角的知



识,求得 $\angle EBG$ 等于 160° .

(3) 利用全等三角形对应边相等的性质及等量减等量差相等的关系可得:

$$CE = CA - AE = BA - AD = 6.$$

2. 机动练习

练习 5 已知: 如图 4, $\triangle ABC \cong$

$\triangle ADE$, BC 的延长线交 DA 于 F , 交 DE 于 G , $\angle ACB = 105^\circ$, $\angle CAD = 10^\circ$, $\angle D = 25^\circ$. 求 $\angle EAC$, $\angle DFB$, $\angle DGB$ 的度数.

提示 渗透旋转变换的观点及分解全等三角形外角等基本图形的方法.

答案: $\angle EAC = 60^\circ$, $\angle DFB = 85^\circ$, $\angle DGB = 60^\circ$.

五、师生共同小结

1. 学生回忆这节课: 在自己动手实际操作中, 得到了全等三角形的哪些知识?

(1) 全等三角形的定义、判断方法、性质.

(2) 找全等三角形对应元素的方法. 注意挖掘图形中隐含的条件, 如公共元素、对顶角等, 但公共顶点不一定是对应顶点, 如图 2(g) 中, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DCB$ 的公共顶点 B .

2. 在运用全等三角形的定义和性质时应注意什么问题?

教师应强调全等三角形及性质的规范书写格式.

3. 了解全等变换的思想, 更好地识别全等三角形及对应元素.

六、作业

略

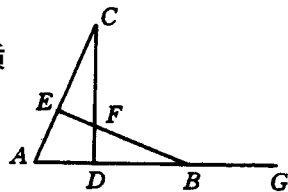


图 3

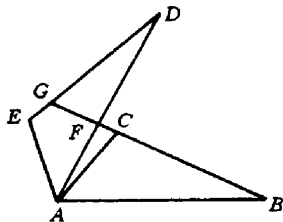


图 4



《全等三角形》教学设计

教学目标

理解掌握全等三角形的性质和判定这两个三角形全等的方法,并利用这些知识解决线段、角相等的问题,使学生逐步学会分析证明几何命题的思路,建立补形思想,逐步提高学生的逻辑思维能力.

教学重点、难点

教学重点 三角形全等的判定方法.

教学难点 掌握辅助线的基本作法来构造全等三角形.

教学方法

讲练结合法.

教学手段

多媒体

教学过程

一、复习提问

引题 前面学习了全等三角形的性质和判定三角形全等的方法,利用这些知识能解决哪些与三角形全等有关的问题呢?今天我



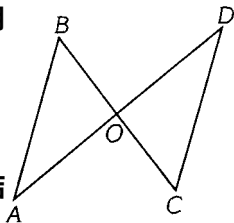
们师生共同上一节全等三角形的习题课(引题).

问题1 请同学们回忆判定三角形全等的方法有哪些?

问题2 全等三角形有哪些重要的性质?

问题3 利用判定和性质能解决哪些问题?

教师调控,学生回答,下面我们就一同利用这些学过的知识解决以下的问题.



二、巩固练习

1. 已知:如图, BC 、 AD 相交于点 O , 连结 AB 、 CD , 你能否适当地添加条件, 使得 $\triangle ABO \cong \triangle DCO$. (学生有的讨论, 有的思考, 有的动手做……)

教师让同学们各抒己见, 并用学过的知识来验证添加的条件是否合理. (学生踊跃举手, 写出了不同的添加条件的方法)

注 教师在讲课中要注意学生可能会出现错误.

①不结合图形添加条件; ②可能会添加出三个独立条件如: $BO = CO$ 、 $AO = DO$ 、 $AB = DC$ 的错误. 在教学中要注意及时纠正(鼓励学生互相查缺补漏)

小结: ①注意图形中的隐含条件; ②注意添加的条件要不多不少?

2. 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点, $AD = AE$. 根据这些条件利用一次全等能直接得到哪些正确的结论?

[学生探索、研究、讨论, 得出结论并加以验证]

教师引导学生认真审题, 分析题意, 得出正确的结论. 可能会出现的问题: 学生审题不够, 或不能充分理解题意, 在教学中让学生之间自评自改, 并鼓励学生独立探索问题.

小结 通过本题要注意图形中的隐含条件, 并且能认识到全等三角形是用来证明线段和角相等的重要方法.

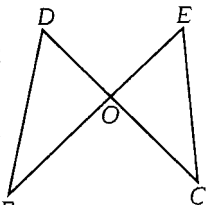
3. 已知 如图, $BE = CD$, $BD = CE$, 求证 $BO = OC$. (改变第1题



的图形,微机演示)

问题4:这是证明线段相等的问题,你有办法解决吗?

学生独立思考,画图分析,独立证明.教师观察学生的证题方法,找出有特点的不同方法让学生上黑板板演示,并让学生分别谈谈他们是如何想到要添加这样的辅助线的(辅助线可以作连结 BC 或连结 DE).



可能会出现证明方法 ①利用二次全等;②利用等腰三角形的有关知识.

小结 在证题有困难时要适当添加辅助线,要巧妙地借助隐含条件,使方法明朗化,并随着知识的增加,方法也要越来越巧妙,应选择恰当的、简捷的方法解决问题.

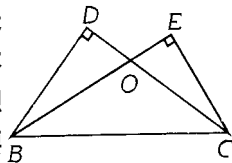
问题5 把第3题的图形不变,结论也不变,只改变一个条件,把 $BD = CE$ 换成 $\angle B = \angle C$,你还能解决这个问题吗?

4. 已知 如(第3题)图, $BE = CD$, $\angle B = \angle C$. 求证: $OB = OC$. (学生会发现构造公共边条件不足,于是想到去构造公共角)

小结 教师鼓励学生通过解题,自己归纳、总结辅助线的基本作法.

基本作法:①要把已知条件与隐含条件结合起来,构造三角形全等;②了解一些基本图形,建立补形思想,通常可以构造公共边、公共角.

5. 已知:如图 $\angle D = 90^\circ$, $BD = DC$, BO 是 $\angle DBC$ 的平分线, $CE \perp BO$, 求证: $BO = 2CE$. 本题有一定难度,通过前面习题的铺垫学生能够想到辅助线的引法,在用二次全等解决问题时需要





三、变式训练

知识进一步升华,教师再次提出新问题.问题6:你能变换结论和题设中的一个条件,得到一个真命题吗?并加以证明.可能会出现下面几种真命题?

1. 已知: $\angle D = 90^\circ$, BD 是 $\angle DBC$ 的平分线, $CE \perp BO$, $BO = 2CE$. 求证: $BD = DC$.

2. 已知: $\angle D = 90^\circ$, $BD = DC$, $CE \perp BO$, $BO = 2CE$. 求证: BD 平分 $\angle DBC$.

3. 已知: $BD = DC$, $CE \perp BO$, $BO = 2CE$, BD 平分 $\angle DBC$. 求证: $\angle D = 90^\circ$.

小结 ①证明线段相等或角相等常常借助于三角形的全等. ②要善于寻找图形中的隐含条件. ③掌握基本的辅助线的做法,使已知条件和隐含条件明显化. ④熟练掌握一些基本图形,逐步建立补形思想.

四、作业:

第5题变式的完整证明.

评析 这节课是全国第二届课堂教学大赛一等奖获奖教师陈冬梅在哈尔滨市示范化初中验收活动中所做的一节初二几何的复习课. 在课堂教学设计和安排上别具一格. 首先通过对全等三角形有关知识的回顾,使学生对已学过的知识在头脑中有了简单的集聚,进而提出练习1,让学生通过观察图形能否适当地添加条件,得到 $\triangle ABO \cong \triangle DCO$ 这一开放性的命题,马上得到几个不同的结论,并且通过学生的讨论而加以认定,激发了学生独立思考和创新意识. 而对有的学生添加三个独立条件如 $BO = CO$ 、 $AO = DO$ 、 $AB = CD$,则及时指出它的错误是其中一个条件多余,并以此为例培养学生严谨的思维习惯. 练习2、练习3则通过基本图形的变式教学,体现了教师对教



材深层次的理解,让用不同方法的学生到黑板前谈自己是如何想到辅助线的添加方法的,并及时给予表扬与鼓励,体现了“鼓励成功的课堂教学原则”,激发了学生强烈的求知欲几个图形的变式通过电脑展示在学生面前,画面新颖、活泼,吸引了学生的注意力.练习4的变式则是把问题深化,着重强调分析、解决问题的过程,使学生感受理解知识的产生、发展过程,并培养学生养成独立分析与解决问题的习惯.

这节课体现了素质教育中的课堂教学模式的改革,积极实行启发式与讨论式教学,使学生主动地参与整个教学过程,是一节好课.



《三角形全等的判定》教学设计

教学目标

1. 通过实际操作理解“学习三角形全等的四种判定方法”的必要性.
2. 比较熟练地掌握应用边角边公理时寻找非已知条件的方法和证明的分析法,初步培养学生的逻辑推理能力.
3. 初步掌握“利用三角形全等来证明线段相等或角相等或直线的平行、垂直关系等”的方法.
4. 掌握证明三角形全等问题的规范书写格式.

教学重点和难点

应用三角形的边角边公理证明问题的分析方法和书写格式.

教学过程设计

一、实例演示,发现公理

1. 教师出示几对三角形模板,让学生观察有几对全等三角形,并根据所学过的全等三角形的知识动手操作,加以验证,同时写出全等三角形的数学表达式.

2. 在此过程中应启发学生注意以下几点:

(1) 可用移动三角形使其重合的方法验证图 1 中的三对三角形分别全等,并根据图中已知的三对对应元素分别相等的条件,可以证明结论成立.如图 1(c) 中,由 $AB = AC = 3\text{ cm}$,可将 $\triangle ABD$ 绕 A 点



转到 B 与 C 重合 由于 $\angle BAD = \angle CAE = 120^\circ$, 保证 AD 能与 AE 重合, 由 $AD = AE = 5\text{ cm}$, 可得到 D 与 E 重合. 因此 $\triangle BAD$ 可与 $\triangle CAE$ 重合, 说明 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$.

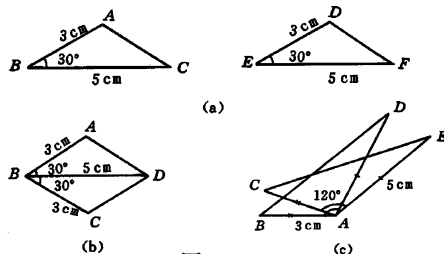


图 1

(2) 每次判断全等, 若都根据定义检查是否重合是不便操作的, 需要寻找更实用的判断方法 —— 用全等三角形的性质来判定.

(3) 由以上过程可以说明, 判定两个三角形全等, 不必判断三条边、三个角共六对对应元素均相等, 而是可以简化到特定的三个条件, 引导学生归纳出: 有两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等.

3. 画图加以巩固.

教师照课本上所叙述的过程带领学生分析画图步骤并画出图形, 理解‘已知两边及夹角画三角形’的方法, 并加深对结论的印象.

二、提出公理

1. 板书边角边公理, 指出它可简记为‘边角边’或‘SAS’, 说明记号‘SAS’的含义.

2. 强调以下两点:

(1) 使用条件: 三角形的两边及夹角分别对应相等.

(2) 使用时记号‘SAS’和条件都按边、夹角、边的顺序排列, 并将对应顶点的字母顺序写在对应位置上.



3. 板书定理证明应使用标准图形、文字及数学表达式,正确书写证明过程.

如图 2,在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 中,(指明范围)

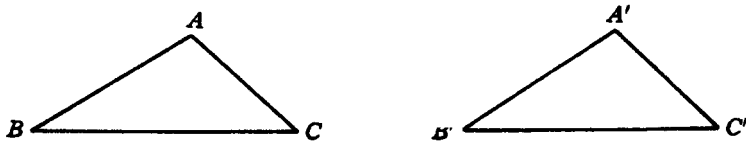


图 2

$$\therefore \begin{cases} AB = A'B', (\text{已知}) \\ \angle A = \angle A', \\ AC = A'C', (\text{已知}) \end{cases} \quad (\text{列齐条件})$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' (SAS)$. (得出结论)

三、应用举例、变式练习

1. 充分发挥一道例题的作用,将条件、结论加以变化,进行变式练习.

例 1 已知 如图 3, $AB = CB$, $\angle ABD = \angle CBD$. 求证: $\triangle ABD \cong \triangle CBD$.

分析 将已知条件与边角边公理对比可以发现,只需再有一组对应边相等即可,这可由公共边相等 $BD = BD$ 得到.

说明:(1) 证明全等缺条时,从图形本身挖掘隐含条件,如公共边相等、公共角相等、对顶角相等,等等.

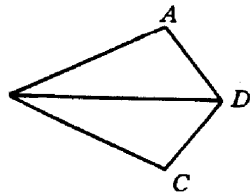


图 3

(2) 学习从结论出发分析证明思路的方法(分析法).

分析 $\triangle ABD \cong \triangle CBD$



$$\begin{array}{l} \uparrow \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{边} \quad AB = CB (\text{已知}) \\ \text{角} \quad \angle ABD = \angle CBD (\text{已知}) \\ \text{边} \quad \text{未知} \end{array} \right. \end{array}$$

因此只能在两个等角分别所在的三角形中寻找与 AB, CB 夹两已知角的公共边 BD .

(3) 可将此题做各种变式练习:

练习 1(改变结论) 如图 3, 已知 $AB = CB, \angle ABD = \angle CBD$.

求证: $AD = CD, BD$ 平分 $\angle ADC$.

分析 在证毕全等的基础上, 可继续利用全等三角形的性质得出对应边相等, 即 $AD = CD$ 对应角相等 $\angle ADB = \angle CDB$, 即 BD 平分 $\angle ADC$. 因此, 通过证明两三角形全等可证明两个三角形中的线段相等或和角相关的结论, 如两直线平行、垂直、角平分线等等.

练习 2(改变条件) 如图 3, 已知 BD 平分 $\angle ABC, AB = CB$. 求证: $\angle A = \angle C$.

分析 能直接使用的证明三角形全等的条件只有 $AB = CB$, 所缺的其余条件分别由公共边相等、角平分线的定义得出. 这样, 在证明三角形全等之前需做一些准备工作. 教师板书完整证明过程如下:

$\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$, (已知)

$\therefore \angle ABD = \angle CBD$. (角平分线的定义) ①(准备条件)

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle CBD$ 中, ②(指明范围)

$\left\{ \begin{array}{l} AB = CB, (\text{已知}) \\ \angle ABD = \angle CBD, (\text{已证}) \\ BD = BD (\text{公共边}) \end{array} \right\}$ ③(列齐条件)

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD$. (SAS)

$\therefore \angle A = \angle C$. (全等三角形的对应角相等) ④(得出结论)

以上四步是证明两三角形全等的基本证明格式.

(4) 将题目中的图形加以有规律地图形变换, 可得到相关的一



组变式练习,使刚才的解题思路得以充分地实施,并加强例题、习题之间的有机联系,熟悉常见图形,同时让学生总结常用的寻找所缺边、缺角条件的方法.

练习3 如图4(c),已知 $AB = AE$, $AD = AF$, $\angle 1 = \angle 2$. 求证: $DB = FE$.

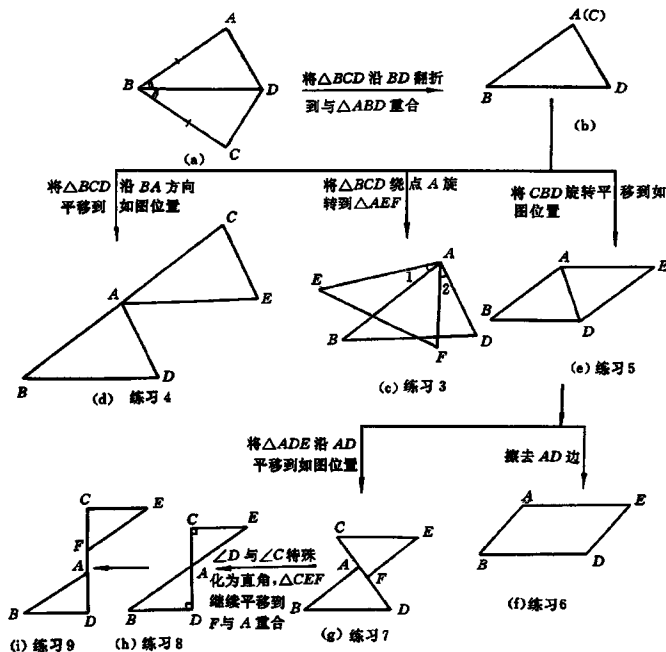


图4

分析 关键由 $\angle 1 = \angle 2$, 利用等量公理证出 $\angle BAD = \angle EAF$.

练习4 如图4(d), 已知 A 为 BC 中点, $AE \parallel BD$, $AE = BD$. 求证: $AD \parallel CE$.

分析 由中点定义得出 $AB = AC$ 由 $AE \parallel BD$ 及平行线性质得出 $\angle ABD = \angle CAE$.



练习5 已知如图4(e), $AE \parallel BD$, $AE = DB$. 求证: $AB \parallel DE$.

分析 由 $AE \parallel BD$ 及平行线性质的得出 $\angle ADB = \angle DAE$ 由公共边 $AD = DA$ 及已知证明全等.

练习6 已知如图4(f), $AE \parallel BD$, $AE = DB$. 求证: $AB \parallel DE$, $AB = DE$.

分析 通过添加辅助线——连结 AD , 构造两个三角形去证明全等.

练习7 已知: 如图4(g), $BA = EF$, $DF = CA$, $\angle EFD = \angle CAB$. 求证: $\angle B = \angle E$.

分析: 由 $DF = CA$ 及等量公理得出 $DA = CF$; 由 $\angle EFD = \angle CAB$ 及“等角的补角相等”得出 $\angle BAD = \angle EFC$.

练习8 已知如图4(h), BE 和 CD 交于 A , 且 A 为 BE 中点, $EC \perp CD$ 于 C , $BD \perp CD$ 于 D , $CE = BD$. 求证: $AC = AD$.

分析: 由于目前只有边角边公理, 因此, 必须将角的隐含条件——对顶角相等转化为已知两边的夹角 $\angle B = \angle E$, 这点利用“角的余角相等”可以实现.

练习9 已知如图4(i), 点 C, F, A, D 在同一直线上, $AC = FD$, $CE = DB$, $EC \perp CD$, $BD \perp CD$, 垂足分别为 C 和 D . 求证: $EF \parallel AB$.

在下一课时中, 可在图中连结 EA 及 BF , 进一步练习证明两次全等.

小结 在以上例1及它的九种变式练习中, 可让学生归纳概括出目前常用的证明三角形全等时寻找非已知条件的途径.

缺边时 ① 图中隐含公共边; ② 中点概念; ③ 等量公理; ④ 其它.

缺角时 ① 图中隐含公共角; ② 图中隐含对顶角; ③ 三角形内角和及推论; ④ 角平分线定义; ⑤ 平行线的性质; ⑥ 同(等)角的补(余)角相等; ⑦ 等量公理; ⑧ 其它.

例2 已知如图5, $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 均为等边三角形. 求证: BD



$= EC$.

分析 先选择 BD 和 EC 所在的两个三角形 $\triangle ABD$ 与 $\triangle AEC$, 已知没有提供任一证两个三角形全等所需的直接条件, 均需由等边三角形的定义提供.

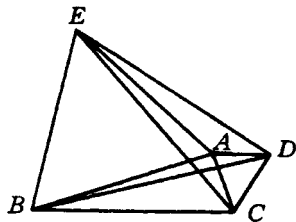


图 5

四、师生共同归纳小结

1. 证明两三角形全等的条件可由定义的六条件减弱到至少几个? 边角边公理是哪三个条件?
2. 在遇到证明两三角形全等或用全等证明线段、角的大小关系时, 最典型的分析问题的思路是怎样的? 你体会这样做有些什么优点?
3. 遇到证明两个三角形全等而边、角的直接条件不够时, 可从哪些角度入手寻找非已知条件?

五、练习与作业



《直角三角形全等的判定》教学设计

教学目标

1. 已知斜边和一直角边会作直角三角形.
2. 掌握“斜边直角边公理”, 会熟练利用这个公理及一般三角形全等的判定方法判定直角三角形全等.
3. 熟练使用“分析综合法”探求解题思路.

教学重点和难点

“斜边直角边公理”的掌握和灵活应用.

教学过程设计

一、讨论直角三角形全等的判定方法

1. 可用判定一般三角形全等的方法

练习 1 判断以下各组直角三角形是否全等, 为什么?

- (1) 两直角边对应相等的两个直角三角形;
- (2) 一边和一锐角对应相等的两个直角三角形.

分析:(1) 判定两直角三角形全等时, 直角相等是一个很重要的隐含条件.

(2) 由于直角三角形是特殊的三角形, 所以一般三角形全等的四种判定方法对直角三角形都适用.



(3) 由于直角三角形与一般三角形相比增加了一个特殊条件——直角,因此,判定直角三角形全等的条件可减弱到两个,“SSS”对直角三角形来说条件多余.

2. 探求判定直角三角形全等的特殊方法

(1) 对直角三角形中的两对对应元素进行分类,探求有无判定全等的其它方法.

除练习1的(1)和(2)之外,还有以下两种情况:

- ① 两锐角对应相等;
- ② 斜边和一直角边对应相等.

(2) 对第①句,由教师和学生手中的含 30° 的直角三角板可说明它不成立.因此,判定直角三角形全等仍然至少需要一边对应相等.

对第②句,通过画图寻找答案.

3. 画图得出公理

例1 如图1,已知线段 $a, c (a < c)$,画一个 $Rt\triangle ABC$,使 $\angle C = 90^\circ$,一直角边 $CB = a$,斜边 $AB = c$.

教师应注意启发学生选择合理的画图顺序来确定三角形的三个顶点:

画直角确定顶点 $C \rightarrow$ 在直角一边上截取线段 a 确定 B 点 $\rightarrow$ 以点 B 为圆心,线段 c 为半径作弧与另一直角边相交确定点 A .

说明:

- (1) 教师按照教材所述,详细板书画法并作图.
- (2) 着重说明画出的直角三角形存在且惟一,因此,可以作为判定公理,称为“斜边、直角边公理”,简称为“HL”.

4. 叙述公理,强调条件及格式

教师板书“HL公理”的内容,说明它实际上就是两边及其中一

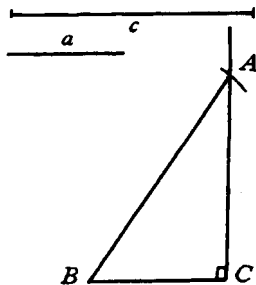


图1



边的对角对应相等,但所对的角是直角,所以它只对直角三角形适用,对一般三角形并不一定成立.因此,在“HL公理”的使用过程中要突出直角三角形这个条件.对于图2,在 $Rt\triangle ABC$ 与 $Rt\triangle A'B'C'$ 中,

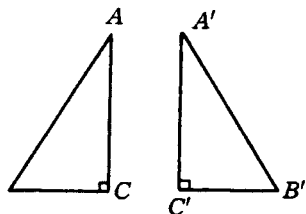


图2

$$\begin{cases} AB = A'B', \\ BC = B'C', (\text{或 } AC = A'C') \end{cases}$$

$$\therefore Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle A'B'C' (HL)$$

二、应用举例

例2 已知 如图3,在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 中, CD 和 $C'D'$ 分别是高,并且 $AC = A'C'$, $CD = C'D'$, $\angle ACB = \angle A'C'B'$. 求证: $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

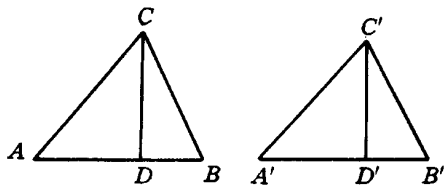


图3

分析:

$$\begin{array}{c} \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' \\ \uparrow \\ \begin{array}{ccc} AC = A'C' & \angle ACB = \angle A'C'B' & \angle A = \angle A' \\ & & (\text{或 } \angle B = \angle B', \text{ 或 } BC = B'C') \end{array} \\ \uparrow \\ Rt\triangle ACD \cong Rt\triangle A'C'D' (HL) \\ \uparrow \\ \begin{array}{ccc} AC = A'C' & & CD = C'D' \end{array} \end{array}$$

(分析法)

(综合法)



说明 请一名学生口述,教师纠正后板书正确过程.

(投影) 练习 2 如图 4, $AB = AC$, $CF \perp AB$ 于 F , $BE \perp AC$ 于 E , CF 与 BE 交于 H . 求证: (1) AH 平分 $\angle BAC$; (2) $CH = BH$; (3) $AH \perp BC$; (4) 连结 BC 与 AH 的延长线交于 D , 图中有多少对全等三角形? 为什么? (5) 交换“ $AB = AC$ ”与“ AH 平分 $\angle BAC$ ”, 以上命题是否成立? 为什么?

说明: (1) 通过二次全等证明所需结论, 并培养学生逆向思维能力.

(2) 通过此题全面复习直角三角形全等的判定方法 (SAS , AAS , ASA , HL).

(投影) 练习 3 已知 如图 5, $AB = AC$, $AD \perp BC$ 于 D , $DE \perp AB$ 于 E , $DF \perp AC$ 于 F . 求证: $DE = DF$.

(投影) 例 3 求证 有一条直角边和斜边上的高对应相等的两个直角三角形全等.

说明 要求学生根据文字叙述画图, 分析已知、未知条件, 根据直角三角形的判定方法来证明两次全等.

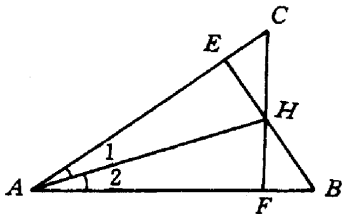


图 4

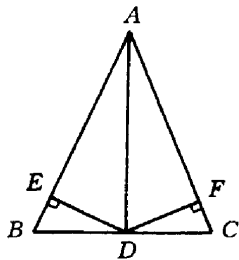


图 5

三、师生共同小结

1. 一般三角形与直角三角形证明全等的方法有什么区别与联系?
2. 灵活选用几种方法来证明两个直角三角形全等, 注意分析法



与综合法的使用.

四、作业

补充题:

1. 如图6, A, F 和 B 三点在一条直线上, $CF \perp AB$ 于 F , $AF = FH$, $CF = FB$. 求证: $BE \perp AC$.

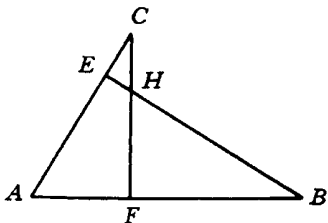


图6

说明 利用三角形全等来说明两直线的垂直关系.

2. 思考 两边及其中较长边所对的角对应相等的两个三角形是否全等? 为什么? 较短边所对的角对应相等吗?

提示: (1) 对较长边所对的角按锐角、直角、钝角三种情况进行分类讨论, 结论成立. 可用尺规作图作出符合条件的惟一确定的三角形.

(2) 对较短边所对的角按锐角、直角、钝角三种情况进行分类讨论, 发现由“大边对大角”得知直角、钝角时三角形不存在, 而锐角时即为表 3.1 中“SSA”的反例图形, 三角形形状不惟一.



《三角形全等的判定》教学设计

教学目标

1. 双基目标 : (1) 掌握“边边边”公理,能灵活运用此公理判定两个三角形全等;

(2) 理解三角形的稳定性和它在生产、生活中的应用;

(3) 教会学生如何利用尺规来完成“已知三边画三角形”,如何添加辅助线构造全等三角形.

2. 能力目标 培养学生观察、实验、分析、综合、抽象、概括和发散思维的能力,感悟分类、转化的数学思想方法.

3. 非智力目标 培养学生勇于实践、大胆创新的精神和积极探求客观真理的科学态度,渗透数学中普遍存在的相互联系、相互转化、相互制约以及数学来源于实践,又反过来作用于实践的辩证唯物主义观点.

教学重点、难点

教学重点 理解并熟练掌握“边边边”公理及其应用.

教学难点 “边边边”公理的应用和转化意识的形成及辅助线的添加.

教学方法

1. 教法 主要采用讲解和发现法等,具体通过观察、实验、模型演示、推理论证等方法进行教学.



2. 学法: 让学生自己制作学具, 边模仿边画图边实验, 自己猜想归纳发现“边边边”公理.

教学准备

1. 教具 圆规、三角板、投影仪、投影片、模型、图片等.
2. 学具 圆规、三角板、剪刀、白纸两张, 小投影胶片若干.

教学过程

一、复习提问

[教师用一个三角形教具边演示边给出题目并提问]

(1) 某工厂生产一批三角形钢架, 质检员周师傅和马师傅为了确保钢架的三边、三角均符合设计要求, 每天要对产品作抽样检验. 周师傅的检验方法是: 用量角器和皮尺分别量出被检钢架两角的大小和夹边的长度, 如果这三个数据都符合产品的相应要求, 他就确认这个三角形钢架合格. 你认为他这样做是否有道理, 并说明理由. 马师傅的检验方法是: 用量角器和皮尺分别量出三角形钢架两边的长度和这两边夹角的大小, 如果这三个数据符合产品的要求, 他就确认这个产品合格. 你认为它这样做有道理吗? 为什么?

(2) 判定两个三角形全等, 除定义外, 我们已学习了哪几种判定方法? (SAS 、 ASA 、 AAS) 这些方法有什么共同点? (都具备三个元素对应相等)

二、揭示课题

本节课我们继续研究三角形全等的其他判定方法.

[板书课题 3.7 三角形全等的判定(三)]



三、讲授新课

(1) 提出问题 从已研究过的判定方法来看,两个三角形必须具备三个元素对应相等才有可能全等.除以上三种情况外,三个元素对应相等的情况还有哪些?

师生共同参与得出如下三种情况:

- ① 三个角对应相等 ;② 两边和其中一边的对角对应相等 ;
- ③ 三边对应相等 .

启发学生举反例说明:“有三个角对应相等的两个三角形全等”是假命题.(用教师手中的大三角板和学生手中的小三角板说明即可)

教师随后说明:有关“两边和其中一边的对角对应相等”,两三角形是否全等的问题留作下节课专门研究讨论.

揭示本节课所要研究的主题:同学们知道,全等三角形的三条边对应相等,那么反过来,三条边对应相等的两个三角形是否全等呢?

(2) 已知三边画三角形.

(投影显示)如图1,已知任意 $\triangle ABC$,画一个 $\triangle A'B'C'$,使 $A'B' = AB$, $A'C' = AC$, $B'C' = BC$.

强调两个注意点:① 已知条件是 $\triangle ABC$ 的三边,② 画图工具是圆规和直尺.

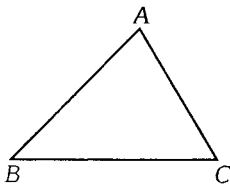


图 1

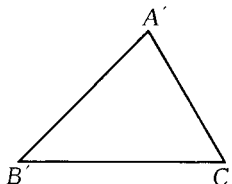


图 2

指出:画三角形的关键是确定三角形的三个顶点.师生共同分析



画法,提出问题:① 首先画什么?怎么画?② 如何画出第三个顶点?

在分析的基础上,教师在黑板上示范画法,画出图1、图2,学生在下面边看边模仿画图;(注意渗透和解释两弧的“交轨”思想)

让一名学生口述画法,由师生共同补充完善;最后,将精炼准确的画法用投影显示,使学生对画法的表述有一个清晰准确的认识,以便今后模仿.

(3) 实验、猜想、揭示“边边边”公理.

让学生将各自画好的 $\triangle A'B'C'$ 用剪刀剪下与 $\triangle ABC$ 叠合,观察实验现象,随后提出以下问题让学生回答.

① 通过实验可以发现什么事实?(两个三角形完全重合,无一例外,即 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$),② 用语言怎样概括实验得出的结论?

学生回答后教师指出:以上所得结论是人们在长期实践中早已证实是正确的命题,因此,我们把它作为判定两个三角形全等的一个公理,简称“边边边”公理.

(板书)边边边公理:“有三边对应相等的两个三角形全等”简写形式:“边边边”或“SSS”.

公理的数学符号语言:在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中(如图1,图2),如果 $AB = A'B'$ 、 $BC = B'C'$ 、 $AC = A'C'$,那么 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

师生共同小结:判定三角形全等,目前学习了四种方法:

“SAS”、“ASA”、“AAS”、“SSS”.

设问:以上判定方法有什么共同点?(均有三对对应元素,并且至少有一条边对应相等)

(4) 教学三角形的稳定性.

① 教师指出:由边边边公理可知,只要三角形三边的长度一定,三角形的形状大小就完全确定.(演示三角形及四边形教具,在比较中让学生认识三角形的这一特性)

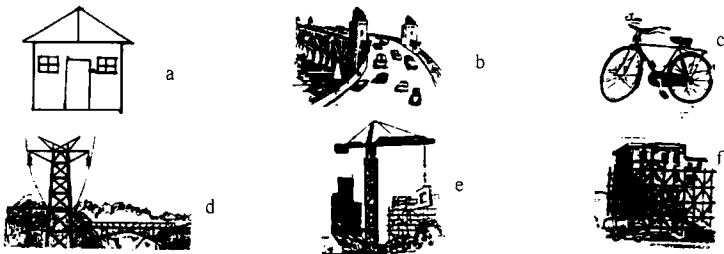
我们把三角形的这个性质,叫做三角形的稳定性.② 图片欣赏 举例说明三角形的稳定性在日常生产、生活和工程建设等方面的应用.



a. 房屋的人字梁 ; b. 南京长江大桥钢梁 ; c. 自行车三角梁 ; d. 供电线路塔架 ; e. 吊车 ; f. 建筑搭架 ; g. 法国巴黎的埃菲尔铁塔 (见初中美术图片欣赏) .

③ 举例说明四边形的不稳定性在实际中的应用 (例 : 推拉式防盗门、叠合式电动门等) .

④ 说明‘稳定’与‘灵活’的特性在现实生活中都有广泛的用途, 它们既相互对立, 又相互统一, 具有辩证关系.



(5) 练习 利用‘边边边’公理, 解释平分角的仪器的原理.

练习方法 出示平分角的仪器进行演示, 让平分角的仪器由静变动, 不断改变形状, 让学生观察并说明平分角的道理, 随后让学生具体写出推理论证的过程.

(6) 例 1① 出示人字梁模型并提出以下问题:

工人师傅为了使房屋的人字梁更加牢固, 常在顶点和横梁的中点之间加一根柱子, 这根柱子必定垂直于横梁, 这是什么道理?

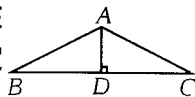


图 3

将上述问题抽象成数学问题可得到下面的命题.

(投影显示) 已知 如图 3, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是 BC 的中点, 求证: $AD \perp BC$.

(教学要点) : a. 继续演示平分角的仪器, 并变成图 3 的形状, 让学生通过演示发现, 利用‘边边边’公理, 证明 $\triangle ADC \cong \triangle ADB$ 可证得命题的结论成立.



b. 教师注意渗透“分析法”和“综合法”等数学方法,随后学生口述,教师将证明过程板书在黑板上,并强调书写格式.

② 挖掘结论 由 $\triangle ADC \cong \triangle ADB$,除可证得 $AD \perp BC$ 外,还可得到哪些结论? ($\angle BAD = \angle CAD$ 、 $\angle B = \angle C$).

结论(师生共同归纳): AD 既是等腰三角形 ABC 底边上的中线和
高线,又是顶角的平分线.(提出“三线合一”,让能力较强的学生开阔
眼界,不要求全体学生掌握)

(7) 例 2. 学生观察教师画图过程,说出已知条件,随后投影显示
题目及题图如下:

已知:如图 4, $AB = DC$, $AD = BC$, 求证: $\angle A = \angle C$.

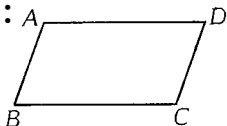


图 4

教学要点:① 引导学生添加辅助线.

分析 要证 $\angle A = \angle C$,很难根据定义利用
移动重合的方法证明,由前面证两角相等的经验可知,设法将 $\angle A$ 、
 $\angle C$ 转化到两个三角形中,并且能证明这两个三角形全等,且 $\angle A$ 、
 $\angle C$ 为对应角,这个问题就可得到解决.

若构造全等三角形,需添加辅助线.引导学生发现连结 BD 或 AC
均可证得结论,但连结 BD 较连结 AC 证法简便.

学生口述证明过程,最后用投影显示其中一种证法,教师强调书
写格式.

② 挖掘结论 在条件不变的情况下,还可证得哪些结论?

[$\angle ABC = \angle CDA$, $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$]

本题小结 本题利用添加辅助线,构造出一对全等三角形,将证
角相等的问题转化为证三角形全等的问题来解决.

四、巩固反馈练习

(1) 教材中相应练习可用投影显示题目.

(2) (供学有余力的学生完成) 已知:如图 5,点 B 、 E 、 C 、 F 在同



一直线上,要使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$,需要添加什么条件,并说明理由(列出各种满足要求的情况).

练习方法: 可让中等程度的学生在黑板上板书解题过程.另指定程度不同的学生,每两人解答一道题,将解答过程写在投影胶片上.其余学生同练.最后,师生共同对解答过程依次进行订正和讲评.

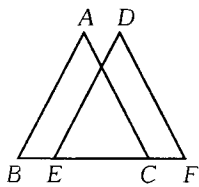


图 5

五、小结

[引导学生从以下几方面进行小结,并投影显示小结内容]

(1)“边边边”公理,三角形的稳定性及其在生产、生活中的应用.

(2)判定三角形全等的四种方法:“SAS”、“ASA”、“AAS”、“SSS”.

(3)“边边边”公理的发现过程中所用到的数学方法(包括画图、实验、模仿、猜想、分析、归纳等).

(4)“边边边”公理在应用中所用到的思想方法.

① 证角(或线段)相等——转化(证角或线段)所在的两个三角形全等.

② 四边形问题——转化 构造成三角形问题来解决.

(5)感悟数学中普遍存在的相互联系、相互转化、相互制约的辩证关系;以及数学来源于实践,又反过来作用于实践的辩证唯物主义观点.

六、布置作业

略.



《等腰三角形的性质》教学设计

教学目标

1. 使学生通过本节课的学习,初步掌握等腰三角形的性质定理及推论,掌握等腰三角形常用辅助线的作法.
2. 运用现代化的教学手段,发展学生的思维能力、动手操作能力和数学语言表达(包括口头和书面)能力.
3. 增强学生学数学、用数学的意识,培养学生的探索意识和创新意识.

点评 数学教学目标主要包括三方面的内容:①“双基”的内容(包括数学思想和方法)及要求;②数学能力的培养;③良好的个性品质和正确的思想观点的培养.这三方面体现了数学的技术教育功能和文化教育功能.素质教育的重点是培养学生的创新精神和实践能力,将素质教育的重点落实在教学目标中,是教师对数学教育有深入理解的体现.

教材简析

本节课是在掌握了全等三角形的性质与判定以及尺规作图基本方法的基础上,进一步学习特殊三角形性质的第一课时.本节课的主要内容包括“第三章 三角形(二)”的导入,等腰三角形性质定理的两个推论,例题1.等腰三角形的两底角相等的性质学生在小学学习过,但知其然不难,知其所以然则有一定的困难.等腰三角形‘三线合一’的性质在几何第一册中多处有渗透,本节课关键在于会添加辅助



线.等腰三角形的两底角相等的性质是今后论证两个角相等的依据之一,“三线合一”的性质是今后论证两条线段相等、两个角相等及两条直线垂直的重要依据,也是下一步学习线段垂直平分线性质的预备知识.因此,本节课内容在教材中处于非常重要的地位.本节课是等腰三角形的性质3课时中的第一课时,课堂练习不能超过大多数学生的接受能力.

点评 教师能根据教材的前后联系设计教学,灵活地把握教材,从一个侧面反映了教师的数学教学功底.

教学过程

一、导入新课

1. 引言

师 我们置身于美丽的海滨城市威海.威海素以蓝天、碧海、红瓦、白墙的优美景色闻名于全国.请大家看屏幕(电脑显示一幢建筑物图片).图片上是坐落于威海海水浴场的一幢漂亮建筑物,同学们从图片上能观察到哪些几何图形呢?(生讨论,即兴发言)



师 非常好.同学们的观察力十分敏锐.通过上述观察,我们感受到几何图形与我们的生活密不可分.在这些图形中,有我们同学比较熟悉的三角形(图片闪动分离出三角形).同学们想想,我们常见的建筑物中,体现人字梁结构的三角形是不是特殊的三角形?(生议论)对,大多数人字梁都呈等腰三角形的形状(拉动图片中一个人字梁,使横截面放大),你能从人字梁结构图中找出等腰三角形和直角三角形吗?(生议论、抢答)很好.在一些房屋的梁架中,多采用这种等腰三角形与直角三角形相结合的结构.另外,我国自古以来的土地测量和建筑施工,多利用特殊三角形的一些性质进



行计算.从这学期开始,我们就要系统学习、研究等腰三角形和直角三角形的一些重要性质,并进一步学习逻辑论证的基本方法.今天,我们首先一起来学习等腰三角形的性质(板书课题).

点评 利用现代化的教学手段‘创设问题情境’可以有效地激发学生的好奇心和求知欲,使学生很快‘进入角色’.简单问题的提问可以使各个层次的学生都能增强学好数学的信心.

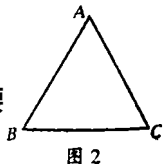
2. 导入

师:首先我们复习两个问题:

(1)三角形的三个角有什么关系?(生答)

(2)等腰三角形的定义是什么?(生答)

[师重复等腰三角形的定义一遍,并画出一个等腰
 $\triangle ABC$.结合图形复习等腰三角形的概念]



师:假期前,我给同学们布置了一个作业:用尺规

或《几何画板》软件画一个等腰三角形,然后观察你所画的等腰三角形除了两腰相等外,是否有其它性质,并说明你是如何发现的,同学们完成了没有?(生答:完成了)好,我们一起看甲同学作业完成的情况.

生甲:我是用《几何画板》画等腰三角形的,通过测量,发现它的两个底角相等.(生在计算机上用《几何画板》软件画出一个等腰 $\triangle ABC$,测量两个底角 $\angle B$ 和 $\angle C$ 的度数,然后沿底边的中线拖动点A,屏幕显示 $\angle B$ 和 $\angle C$ 的度数总是相等.)

师:甲同学作业完成得很好,我们再看乙同学作业完成的情况.

生乙:我用尺规在白纸上作了一个等腰三角形,通过折叠发现两底角相等(乙生演示折叠等腰三角形,说明两底角相等).

师:很好.同学们是否都得到等腰三角形的两个底角相等的结论?(生答:是)很好,我也和许多用尺规作图的同学一样,用硬纸做了一个等腰三角形(展示).如果将两腰重叠在一起(演示教具),两个底角就能完全重合,即两个底角相等.事实上,同学们在小学已经知



道了等腰三角形两底角相等.学习了平面几何第二章以后,我们知道,要证明一个数学命题是真命题,就要进行——(生:逻辑证明).

点评 数学教学不仅要教给学生数学知识,而且还要揭示获取知识的思维过程.后者对发展学生能力更为重要.因此,不仅要让学生知道等腰三角形两底角相等,而且要说出这条性质是怎样发现的.由于发现的方法很多,这就给学生营造了广阔的思维空间,培养了学生的发散思维能力和实践操作能力.学生用《几何画板》画一个动态的等腰三角形,通过演示发现,三角形无论怎样变化,两个底角的度数总相等,从而清楚地说明任何一个等腰三角形都有两底角相等的性质.这是将数学实验引入课堂的典型范例.

二、讲授新课

1. 证明定理

师 哪位同学根据图 2,用几何语言概括我们通过实验得到的命题?

[生讨论,师生共同探讨归纳出证明文字命题的步骤,然后由生丙口答已知、求证,师板书]

已知: $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$

求证: $\angle B = \angle C$

证明:……

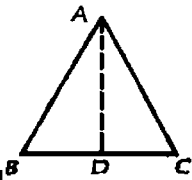


图 3

师 请同学们回忆,我们已经学习了哪些证明角相等的方法?(生讨论后,答:全等三角形的对应角相等,平行线的同位角相等、内错角相等,同角的余角相等,…)很好,本题用什么方法证明 $\angle B = \angle C$? (生思考)师再次折叠说明“等腰三角形的两个底角相等”,启发学生添加辅助线,构造全等三角形.学生思考议论,教师巡视,倾听学生讨论后,老师按学生叙述添加辅助线(图 3),生丁作顶角的平分线,生戊作底边上的中线,生己作底边上的高.让各种证法的学生说明自己的证题思路,然后由学生任选一种



方法在练习本上给出证明,并请生丁板书他的证明过程,然后师生共同评析三种不同的证法)。

点评 等腰三角形性质定理的证明是本节课的重点,添加辅助线是本节课的难点,因此本环节是本节课的关键。本环节的教学中,若只局限于课本上的一种证法,必然限制了学生的思维活动。在教学过程中,应鼓励学生通过独立思考,不拘一格,创造性地解决问题,使学习数学成为再发现和再创造的过程。本课通过师生密切合作,师生之间、学生之间交流互动,使全体学生的思维活动充分展开,提出了多种证法,并且让学生任选一种方法通过书面练习达到巩固的目的,学生轻松愉快地完成了本环节的学习任务。

师 通过逻辑论证,证明了我们实验得到的命题是一个真命题,从而得到了等腰三角形的性质定理。(教师板书:定理 等腰三角形的两个底角相等,简写成“等边对等角”)

师 同学们想想刚才的几种证明方法中,生丁所作的辅助线与生戊、生己所作的辅助线有没有关系?(生讨论、答:有关系。)实际上作的是同一条线段,很好!从定理证明过程中得到,等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合,也就是说,等腰三角形顶角的平分线也是底边上的中线和高,我们把这个结论作为定理的推论1(师板书:推论1 等腰三角形顶角的平分线平分底边并且垂直于底边,简称等腰三角形“三线合一”)。

师:下面我们一起来作一个实验。我用《几何画板》画了一个 $\triangle ABC$, AD 、 AE 、 AF 分别是它的高、角平分线和底边的中线(图4,屏幕演示),现在请一位同学拖动点 A ,看看会发现什么问题。哪位同学愿意演示给大家看?(生庚主动上前演示,拖动点 A , AD 、 AE 、 AF 的位置在不断地变化,数据显示,当 $AB = AC$ 时,图中 AD 、 AE 、 AF 三条线段重合)大家观察到了什么?

[生讨论,答:当 $AB = AC$ 时,图中 AD 、 AE 、 AF 三条线段重合]

点评 利用《几何画板》可以绘制动态几何图形的特点,准确、清



楚地说明等腰三角形具有‘三线合一’的性质.这种从“推理几何”返回到“实验几何”的做法,不仅加深了学生对等腰三角形这一重要性质的印象,而且给优秀生留下另一个思维空间.该命题的逆命题是否是真命题?

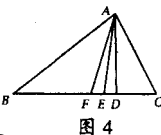


图 4

师:很好,这进一步验证了等腰三角形具有‘三线合一’的性质.今后,在等腰三角形中,如果出现这‘三线’中的‘一线’时,同学们会联想到什么?(生:另外‘两线’.)如果‘三线’都未出现,你会想到什么?(生:做出这条辅助线.)对,看是否需要做出这条辅助线.等腰三角形‘三线合一’是证明两个角相等、两条线段相等或垂直的重要依据.下面,我们进行口答练习.

2. 巩固练习(口答)

练习一 判断:(屏幕显示)

(1)如图 5, $\because AB = AC$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2$$

(2)如图 6, $\because AB = BC$

$$\therefore \angle B = \angle C$$

[生答,师问理由]

练习二(抢答)

师用《几何画板》画一个动态的等腰三角形(屏幕显示),度量出顶角的度数,拖动一顶点使三角形变形为另一个等腰三角形,让学生抢答底角的度数.然后度量出底角的度数,拖动一个顶点使三角形变形为另一个等腰三角形,让学生抢答其余两个角的度数.

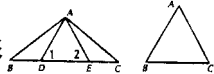


图 5

图 6

师:很好,同学们的心算能力很强.通过刚才抢答练习我们知道,只要已知等腰三角形一个角的度数,就能——(生:计算出另外两个角的度数.)同学们再看下面的题目(屏幕显示图 7).

练习三(口答)

在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle B = ?$ $\angle C = ?$ (生答,



师问理由并归纳出等腰直角三角形两个锐角都等于 45° 的结论.)

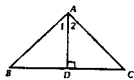


图 7

师 如果作斜边 BC 上的高 AD (屏幕显示), 那么, $\angle 1 = ? \angle 2 = ?$ (生答, 师问理由.)

点评 此处设计一组口答练习题, 可以及时巩固定理和推论 1. 设计练习一的目的在于从反面辨析定理的内容. 设计练习二目的在于通过抢答, 不仅进一步激发学生的学习兴趣, 而且使学生明确已知等腰三角形的一个角, 其他两个角可求. 设计练习三目的在于①明确等腰直角三角形的锐角等于 45° ; ②巩固推论 1; ③为解答例 1 留下伏笔. 由此可见教师的匠心所在.

3. 例题讲解

师 现在请看关于房屋梁架的一个数学问题 (屏幕重新显示引言的图 1), 这个图形我们是否见过? (生 见过)

例 1 已知: 如图 (屏幕显示, 从图 1 抽象成图 8), 房屋的顶角 $\angle BAC = 100^\circ$, 过屋顶 A 的立柱 $AD \perp BC$, 屋椽 $AB = AC$. 求顶架上 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle BAD$ 、 $\angle CAD$ 的度数.

点评 例题与引言用同一个图形, 体现了数学来源于实践, 又反过来为实践服务的思想. 教师的目的在于体现将实际问题抽象为数学问题, 建立起数学模型, 从而解决问题的过程, 增强了学生应用数学的意识.

[学生讨论后, 请一生上黑板写解题过程, 其余学生在练习本上解题, 方法不限于课本上一种, 做完后师生共同点评.]

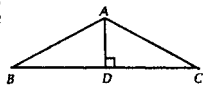


图 8

三、课堂练习

师: 下面我们一起做几道填空题. 首先打开课本做练习 2. (学生作完后, 投影展示一生做的练习, 并评析.)

师: 再作下面的练习 (屏幕显示).



(1) 如图 9, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AD \perp BC$, $\angle BAC = 150^\circ$, $BC = 15\text{ cm}$, 求 $\angle BAD$ 的大小和 BD 的长.

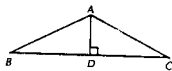


图 9

(2) 如图 10, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle CAE$ 是它的一个外角, 且 $\angle CAE = 30^\circ$, 求 $\angle CAB$ 、 $\angle B$ 和 $\angle C$.

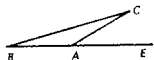


图 10

(3) 如图 11, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = BC$, 求 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$.

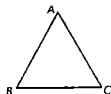


图 11

[做完练习后师生共同评析]

师 请同学们思考, 由第(3)小题可以得到什么结论?

(生 等边三角形每个角都等于 60°) 好极了! 这样, 我们又得到了等腰三角形性质定理的推论 2 (教师板书 推论 2 等边三角形的各角都相等, 并且每一个角都等于 60°).

点评 设计此组练习的主要目的是培养学生的书面数学语言表达能力. 另外, 第(2)题可以让学生领悟到等腰三角形顶角的外角等于底角的二倍的规律. 通过第(3)题, 让学生自己得到推论 2, 教学效果优于教师讲解得出结论.

师 由推论 2, 我们知道等边三角形的内角都是 60° , 那么反过来, 你能不能用尺规或《几何画板》画一个 60° 的角?

点评 即学即用, 不失时机地培养学生的数学应用意识和实践能力.

[学生议论方法, 然后作图, 并请一位学生上机作图, 对用尺规作出的图形通过实物投影评析.]

师 同学们都通过画一个等边三角形做出了 60° 的角, 那么, 如何用尺规或《几何画板》画一个 30° 的角呢? (生议论, 抢答)

师 非常好! 这就是我们今天的家庭作业之一.

四、课堂小结

师 请同学们回想, 本节课我们学习了哪些内容?

[先由学生归纳, 互相补充, 教师再用屏幕显示课堂小结]



点评 课堂小结是课堂教学的重要环节,教师再次给学生提供展示自己的机会,充分体现了以学生的发展为本的素质教育观念.

1. 等腰三角形除了具备一般三角形的性质以外,还有

(1) 两底角相等,即“等边对等角”.

(2) 顶角的平分线垂直平分底边,即等腰三角形“三线合一”.

2. 等边三角形除了具备一般三角形的性质以外,还有

(1) 三个角都相等,且都等于 60° .

(2) 每个角的平分线都与它对边上的高及中线重合,即有三组“三线合一”.

3. 等腰三角形中一般作辅助线的方法及应用.

五、布置作业

用尺规或《几何画板》作一个 30° 的角(要求用两种方法作图).

点评 本节课经过了老师的精心设计与组织,它有两个明显特点:①积极实施启发式和讨论式教学,引导学生主动参与,较好地体现了教为主导、学为主体的教学原则.教学过程立足于启开全体学生的思维活动,使不同层次的学生都有所发展,符合素质教育的要求;

②利用多媒体的强大功能,较好地满足学生学习心理上的要求,充分调动了学生的学习积极性和主动性.特别值得一提的是,教师利用《几何画板》软件将“几何实验室”引进课堂,师生通过共同实验得出结论,改变了那种将数学课的教学变成单纯数学理论推导与练习的作法,也避免了将计算机辅助教学变成教师的“课件演示课”和学生的“图片欣赏课”的误区,体现了教师积极探索,勇于创新的精神.

从教学过程还可以看出,执教教师有一定的计算机操作水平,并且对学生进行过计算机操作培训,因而师生能当堂用《几何画板》制作简单实用的课件.教师如何提高计算机操作水平,如何制作和使用课件,并且让学生参与课件的制作和使用,进而达到“人机对话”的要求,是今后亟待研究的问题.



《轴 对 称》教学设计

教学目标

1. 理解轴对称的概念和轴对称的性质及判定, 并会初步运用它们来解决问题.
2. 会画简单图形关于某直线的对称图形.
3. 渗透图形间运动、联系的观点及对称的感受.

教学重点和难点

重点是轴对称的概念以及画出简单的关于某直线的对称图形;
 难点是轴对称的性质及几何极值问题.

教学过程设计

一、从图形的运动过程引出轴对称的概念的教学

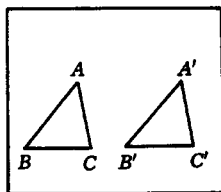
1. 概念的发生过程.

教师给出如图 1 的三组教具, 引导学生观察并逐一回答以下几个问题.

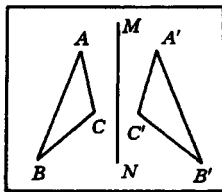
(1) 每组中的两个三角形形状、大小有何关系?

答 形状、大小完全相同, 或称能完全重合, 或两三角形全等.

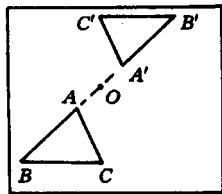
(2) 从运动的角度来看, 分别由其中的一个三角形怎样得到另一个三角形?



(a)



(b)



(c)

图 1

答 图 1(a) 中可平移得到 图 1(b) 中可沿 MN 线折叠得到 图 1(c) 中可绕点 O 旋转 180° 得到.

让学生演示上述三个过程. 教师指出: 两图形重合, 可以通过平移、对称等方式得到, 而对称方式也有两种, 它们是几何中常用的两种对称, 今天学习第一种. 引出课题.

2. 对轴对称概念的准确描述及理解.

(1) 让学生用语言准确简练地描述图形 1(b) 的运动过程, 得到轴对称的概念及对称点、对称轴的概念.

(2) 教师应强调以下几点:

① 轴对称涉及两个图形, 它们能完全重合, 因此轴对称是指两个图形之间的形状与位置关系;

② 概念对两个图形的重合方式有限制, 它们的位置关系必须满足沿某一条直线对折后能重合.

二、学习轴对称的性质和判定定理

引导学生操作图 1(b) 的教具, 由轴对称的概念得出轴对称的三条性质及一种判定方法——课本上的四个定理.

注意四个定理的作用:

1. 定理 1 在解决折叠问题(如课本第 118 页 B 组第 3 题) 中有着很重要的应用, 需认清对应元素及关系.

但定理 1 的逆命题不正确, 即全等的图形不一定关于某直线对



称.反例图形如图 1(a), (c).

2. 定理 2 可用来确定关于某直线对称图形的对称轴. 它的逆命题即定理 4 可用来判定两个图形关于某直线对称, 是作关于某直线对称的图形的主要依据.

3. 定理 3 说明, 如果成轴对称的两个图形的对应线段或其延长线相交, 那么, 它们和轴三线交于一点, 可用它来简化作图. 但定理 3 的逆命题不正确, 反例图形如图 2, 梯形 $ABCD$ 与梯形 $A'B'C'D'$ ($AB \parallel CD \parallel l \parallel C'D' \parallel A'B'$).

三、轴对称的作图

例 1 如图 3(a) ~ (e), 画出下列图形关于直线 l 的对称图形.

求作 图 3(a) 中点 P 关于 l 的对称点 图 3(b)
中线段 AB 关于 l 的对称线段 图 3(c) 中 $\triangle ABC$ 关
于 l 的对称三角形 图 3(d) 中 $\triangle ABC$ 关于 l 的对称三角形 图 3(e)
中直线 m 关于 l 的对称直线.

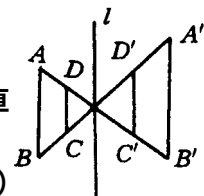


图 2

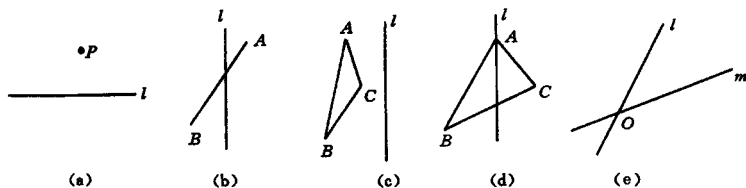


图 3

说明 作图方法可总结为

① 作点 P 关于 l 的对称点时, 垂直 —— 延长 —— 截取等长, 当 P 在对称轴上时, 对称点仍是 P 本身;

② 作线段或封闭图形关于轴的对称图形时, 先找每一顶点的对称点, 然后再按对应顺序顺次连结, 即图 3 中 (c), (d) 的作法可推广



到作多边形关于某直线的对称图形；

③ 作直线 m 关于轴 l 的对称直线时,可找出 m 上任一点 A 关于轴的对称点 A' ,利用定理 3 作出过 l 与 m 的交点 O 和 A' 的直线即可.

四、轴对称性质的应用

1. 最短路线问题.

例 2 如图 4(a),要在河边修建一个水泵站,分别向张村、李庄送水,修在河边什么地方,可使所用的水管最短?

引导学生画图分析题意并用数学语言叙述问题如下:

已知 如图 4(a) 直线 a 和 a 同侧两点 A, B .

求作:点 C ,使 C 在直线 a 上,并且 $AC + CB$ 最小.

分析:

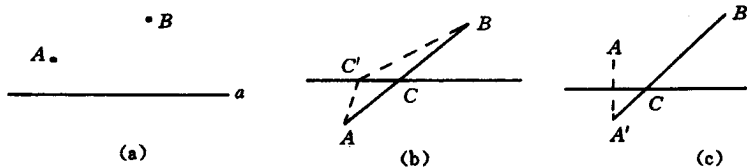


图 4

(1) 预备知识.此题实际上是求最短路线问题,需要线段的长度比大小,与它有关的内容是,两点之间线段最短以及三角形两边之和大于第三边.

(2) 解决这个问题的思考方法为减弱条件,退一步想问题.

① 先研究点 A, B 在直线 a 异侧的情况 如图 4(b),直线 AB 与直线 a 交点 C 为所求点,直线 a 上其余点 C' 总使 $AC' + C'B > AB$,即 $AC + CB$ 最小;

② 利用轴对称的性质将“同侧”转化为异侧来研究,解决方法是做其中任一点关于直线 a 的对称点,如图 4(c) 作 A 关于直线 a 的对称点 A' ,将 AC 转化为 $A'C$,利用“同侧”的结论解决;



③ 证明最短路程的方法是,任选直线 a 上除点 C 外其它一点 C' ,说明 $C'A + C'B$ 都比 $CA + CB$ 大,则 $CA + CB$ 最短.这是证明最小的一种常用方法.

2. 利用轴对称知识证明几何问题.

例2 已知 如图5, AD 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle CAE$ 的平分线, $CF \perp AD$ 于 F , 延长 CF 交 AE 于 G .

求证: 点 C 与点 G 关于 AD 对称.

分析: 要证明两点关于一直线对称, 只要证明这两点的连线被这条直线垂直平分.

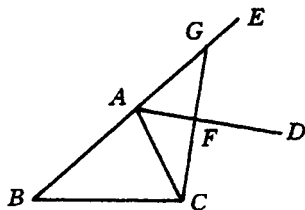


图5

五、师生共同回忆小结

1. 轴对称是怎样定义的?
2. 轴对称有哪些性质和哪些判定方法?
3. 怎样做一个图形关于某直线对称的图形?

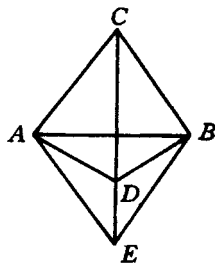


图6

练习: 如图6, $CA = CB, DA = DB$, $EA = EB = CA$, E, C, D 在同一直线上, 则线段 AD, DB 关于_____对称; $\triangle ACB$ 与 $\triangle AEB$ 关于_____对称.

六、作业

补充题:

1. 已知 如图7, 直线 l 及异侧两点 A, B . 求作 直线 l 上一点 P , 使 P 与 A, B 两点距离之差最大.

提示: 作 A (或 B) 关于直线 l 的对称点 A' (或 B'), 直线 $A'B$ (或 $B'A$) 与直线 l 的交点即为所求.



2. 已知 如图 8, $\angle MON$ 及 $\angle MON$ 内一点 A . 求作: $\triangle ABC$, 使 B 在 OM 上, C 在 ON 上, 且使 $\triangle ABC$ 的周长最小.

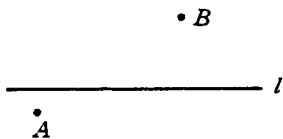


图 7

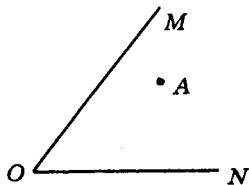


图 8

提示: 分别作 A 关于 OM, ON 的对称点 A_1 和 A_2 , 连结 A_1, A_2 分别与 OM, ON 交于 B 和 C 点, 则 $\triangle ABC$ 即为所求.



《三角形的中位线》教学设计

教学目的

1. 使学生掌握三角形的中位线的概念和三角形的中位线定理.
2. 使学生会用三角形中位线定理进行有关的论证和计算.

点评 在第二部部分说课中,将对教学目的确定作出说明

教学重点、难点

重点是三角形中位线定理及其运用.

难点是三角形中位线定理的推证.

教学方法

引导发现法、教具直观演示法.

教学过程

一、复习导入

1. 如图 1, $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 且 $AD = DB$. 问: 图中还有哪些相等线段? 为什么?

点评 是否可以改为问图中还有哪些线段必定相等? 强调必定. 图中 $AE = EC$, 这是根据上一节“平行线等分线段定理”推



得的.

2. 由此我们还得到关于在三角形中的推论是什么?

推论 经过三角形一边的中点与另一边平行的直线必平分第三边.

点评 这实际上就是“中位线的判定定理”,本节课要考虑相反的问题,即“中位线的性质定理”.这样的复习导入抓住了课程体系的内在联系

即如图2, $\because AD = DB$ 且 $DE \parallel BC$, $\therefore AE = EC$.

3. 同学们可以看出在图2中, D 、 E 两点分别是 AB 、 AC 的中点, 于是我们把线段 DE 叫做三角形的中位线.

(板书课题: 三角形的中位线)

点评 这个复习导入, 设计了概念的获得过程, 同时也营造了“性质定理”的发现情境, 并且都是在学生参与下完成的

二、新课讲解

1. 定义. (由学生说出)

连结三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线.

点评 定义本身并没有说惟一性, 两边中点连线的惟一性在直觉上是非常明显的, 但如何讲清却不容易. 特别是, 这里的“惟一性”与“性质定理”的发现和证明直接有关, 教师在教学都必须对此十分清醒. 没有“惟一性”就不会有“同一法”

2. 根据定义让学生画一个三角形的所有中位线(3条)(图3), 同时强调三角形的中位线与三角形的中线的区别和联系(让一个学生到黑板上来画, 并让一个学生回答问题).

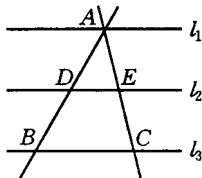


图 1

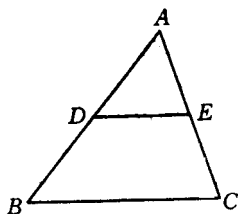


图 2



点评 叫学生去画3条中位线是一个很聪明的设计,它等于为定理的证明作好了辅助线,整堂课的进行将十分顺利.并且追问中位线共有几条?为什么恰有3条时,将很自然导出定理的结论与定理的证明,因为中位线的“条数”与中位线的性质本质是相通的.可惜本课例没有在“所有”上多做文章,正因此,学生在此处对“所有”的接受难免夹生

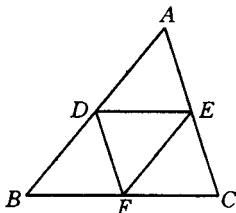


图 3

3. 三角形中位线定理的导出,(引导学生动手作图,分析探索,后发生发现并归纳)

(1) 让学生任意画 $\triangle ABC$, 先画出 $\triangle ABC$ 的一条中位线 DE , D 、 E 分别是 AB 与 AC 的中点, 再过 D 作 $DE' \parallel BC$ 交 AC 于 E' 点, 学生通过作图发现 E 与 E' 重合了. 教师问为什么?

点评 出于“同一法”的考虑, 作 $DE' \parallel BC$ 是必要的, 但作为从中位线定义到中位线定理的过渡, 则稍显生硬, 接着图 3 发问: “上一节课中 BC 的平行线 DE 按定义必是三角形的中位线, 那么, 反过来, 这节课的中位线 DE 是不是 BC 的平行线呢?”或许会稍为自然一点. 接下来, 同时作“中位线”与“平行线”, 看是否重合就顺理成章了. “同一法”难点的突破, 主要不是形式上指挥学生去作平行线看是否重合, 而是要从本质上去领悟正逆命题之间的惟一性

因为过三角形的一边中点作另一边的平行线必平分第三边, 点 E' 是 AC 的中点, 而线段中点是惟一的[点评: 不要提中点存在惟一性的证明], 所以 E 与 E' 重合(图 4). 由此得到什么结论呢?[点评: 此处设计了一个定理的发现过程. 这也是一个不断提出问题、不断解决问题的过程, 当然, 定理的发现还没有结束]

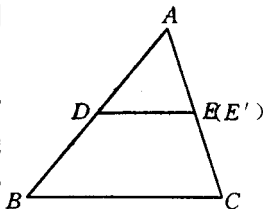


图 4



(板书) 三角形的中位线平行于第三边.

点评: 反过来, 平行于第三边的“连线”未必是“中位线”, 这就产生了一个问题, 逆命题不正确的命题为什么也能用“同一法”来证明. 我们建议对互逆命题作这样的解析: 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 的中点, E 是 AC 上的点, 连结 DE .

① 若 $DE \parallel BC$, 则 DE 为中位线;

② 若 DE 为中位线, 则 $DE \parallel BC$

(2) 现在让学生来观察图 3, DE 与 BC 除了平行这样一个位置关系外, 在长度上有什么关系呢?

学生可以发现: $\because DE \parallel BC, DF \parallel AC$ 四边形 $DFCE$ 是平行四边形, 则 $DF = FC$, 而 F 是 BC 的中点, $\therefore DE = \frac{1}{2}BC$.

[点评: 此处的“学生可以发现”有“教师包办代替”之嫌. 其实, 设计一个结论的发现过程是很现成的. 我们说过(见本刊 1996 年第 6 期 P. 21), 教材 P. 10 图 3-7 的图形包含了 3 个定理(图 5), 另外, 计算正 $\triangle ABC$ 的中位线(图 6), 计算 $Rt\triangle ABC$ ($AB = 6, AC = 8, BC = 10$) 的中位线(图 7), 都能“发现” $DE = \frac{1}{2}BC$, 并且图 7 还可留待做练习题 1 时再使用, 将有前后呼应之效]

(3) 归纳总结得到三角形的中位线定理

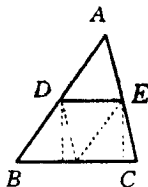


图 5

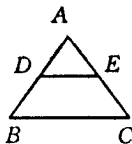


图 6

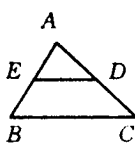


图 7

(板书) 三角形中拉线定理: 三角形的中位线平行于第三边, 且等于第三边的一半, [点评: 建议定理的叙述与课本保持一致]

这个定理与我们以前所学定理的描述方法所不同的一点是, 在



同一题设下有两个结论[点评 这也将构成学生认识和处理上的一个难点],这就要求我们在应用它的过程中加以选择,有时用位置关系,有时用数量关系,有时两者兼而用之.

点评 至此,一个“定义—定理—证明—应用”的完整过程已初步形成,下面是证明与应用的深入.这一切又是在学生共同参与下完成的

4. 启发学生想一想:三角形中位线定理还有没有其他证法.

已知 $\triangle ABC$ 中,点 D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点,求证 $DE \parallel \frac{1}{2}BC$.

(教师) 分析 此题中的结论 $DE = \frac{1}{2}BC$,即 $BC = 2DE$,检索以前学过的定理、公理,几乎没有关于线段间的倍分关系(在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AB = 2AC$ 除外),而大量出现的是有关线段间的相等关系,于是我们演示一张可以折叠的纸条(如图 9), AB 线段可以由长截短, AC 线段可以由短补长,这样对此题来说,我们可以把 DE 与 BC 中的较短线段 DE 延长(图 8),使 $EF = DE$,转而证 $DF = BC$ 即可.

[证明过程由学生书写完成]

证明 如图 8,延长 DE 到 F ,使 $EF = DE$,连结 CF 、 AF 、 DC .

$$\because EF = DE, AE = EC,$$

$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是平行四边形.

$$\therefore FC \parallel AD.$$

$$\because AD = DB, \therefore FC \parallel BD.$$

$\therefore$ 四边形 $DBCF$ 是平行四边形.

$$\therefore DF \parallel BC, \text{而 } DE = \frac{1}{2}DF, \therefore DE \parallel \frac{1}{2}BC.$$

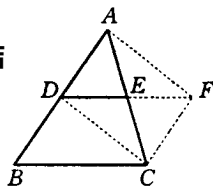


图 8



点评 这个补充解法比原解法多使用了知识,多经历了步骤

5. 小结归纳上面证明过程中辅助线添加的常用方法:(1) 截长法;(2) 补短法. 当需要证明一条线段与另一条线段间的倍分关系时,常用的两种方法是(图9):

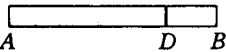


图 9

(1) 在校长的线段上截取一部分,然后转化为线段间的相等问题;

(2) 将较短的线段适当延长,然后也转化为线段间的相等问题.

总之,通过辅助线的添加可以把我们没见过或不会做的问题转化为我们熟知的问题来解决,我们不要认为添加辅助线好像是凭空而来的,其实是有章可循的.

点评 分析辅助线的添加章法,有利于突破难点,有利于论证能力的培养

我们在这儿还可以给大家画两个示意图. 三角形中位线定理的证明方法是多种多样的,请同学们从不同的角度去考虑.

点评 文[4]中有中位线定理的7种证法

① 过点 C 作 $CF \parallel BA$, 交 DE 的延长线于点 F (图10);

② 延长 DE 到 F , 使 $EF = DE$, 连结 CF (图10).

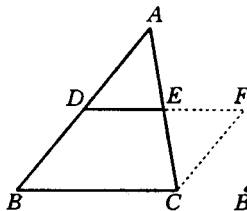


图 10

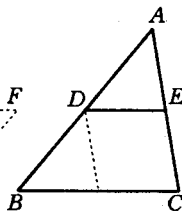


图 11

③ 过点 D 作 AC 的平行线 DG (图11).

6. 课堂练习

题1 已知三角形三边长为6、8、10则连结其各边中点所得三角形的周长是多少?其面积与原三角形面积的关系如何?(由学生到黑板上来做,做完后由老师讲解纠正)



点评 通过这个试探性的练习,可了解学生的接受情况,以调节下面范例讲解的深浅度

7. 范例讲解

例1 求证 顺次连结四边形四条边的中点所得四边形是平行四边形. [点评:有条件的地方可以用计算机作演示.没有条件的地方可用竹(木)条做一个四边形,四个中点连上橡皮筋,不管四边形怎么活动,橡皮筋都组成一个平行四边形,有的教案正是以这个演示来引进新课的(见文[1] P.32)]

已知 在四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点.

求证 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

分析(要点): (请两位同学尝试着分析,教师进行补充) $\because E$ 、 F 、 G 、 H 分别是各边的中点,于是设法构造三角形,从而能形成三角形的中位线,利用三角形中位线定理即可. 学生发现可连结 BD , 得到 EH 和 FG 分别是 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 的中

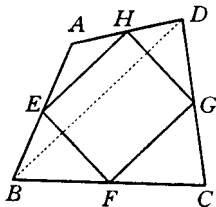


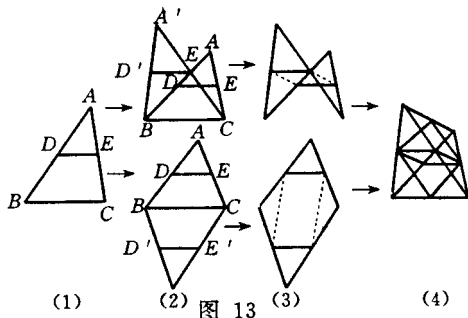
图 12

位线,利用三角形的中位线定理,有 $EH \parallel \frac{1}{2}BD$, $FG \parallel \frac{1}{2}BD$,

$\therefore EH \parallel \frac{1}{2}FG$, 则四边形 $EFGH$ 是平行四边形. 当然本题也可连接

AC . [点评:作为中位线定理的证明,是把三角形中点问题通过作辅助线,转化为平行四边形来解决;反过来,作为中位线定理的应用,又把四边形(更一般地“多边形”)作辅助线转化为三角形来解决,这种三角形与四边形的互相转化是平面几何中典型的转化.有的教师为了强化这种转化,在用平行四边形证完三角形中位线定理之后,对顶

点、 A 作运动 如图 13(2), 总有 $D'E' \parallel DE$, 擦去 BC 便是四边形问题,这种处理费时不多,但有利于理解三角形与四边形的关系,有利于理解辅助线的由来]



证明:(由学生完成)连结 BD (图 12).

$$\because AE = EB, AH = HD,$$

$$\therefore EH \parallel BD, EH = \frac{1}{2}BD. \text{ (三角形中位线定理) 同理 } FG \parallel BD,$$

$$FG = \frac{1}{2}BD.$$

$$\therefore EH \parallel FG$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

8. 课堂练习 (P. 180, 第 4 题, 图 14)

题 2 已知梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 、 BD 相交于 O , A' 、 B' 、 C' 、 D' 分别是 AO 、 BO 、 CO 、 DO 的中点.

求证:(1) 四边形 $A'B'C'D'$ 是梯形;

(2) 梯形 $ABCD$ 的周长等于梯形 $A'B'C'D'$ 周长的 2 倍.

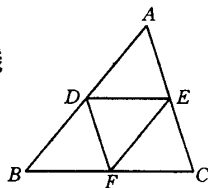


图 3

(教师与学生同时进行,教师板书已知和求证,让学生画上图形并证明) [点评:例习题的处理仍然是动员学生参与]

9. 课堂小结

通过回答问题的方式进行小结.

(1) 三角形的中位线与三角形的中线有什么区别和联系?



(2) 三角形中位线有什么性质？

(3) 证明一条线段是另一条线段的倍分关系,如证 $DE = \frac{1}{2}BC$,

或 $BC = 2DE$ 时,一般方法有哪两种？

点评:从引入到小结,自始至终都有学生的参与,参与的形式也有变化

10. 作业布置 P. 184A 组第 4、5、6、7、8 题.

板书设计

三角形的中位线		
1. 定义	4. 三角形中位线定理	5. 例题
2. 图 3	(分析) 第一种证法	图 12. 证明过程
3. 图 4	(证明) 第二种证法	小结

点评:板书设计应是教学设计的重要组成部分,建议不要作为附录,同时,也不能太简单



《平行四边形的判定》教学设计

教学目标

1. 由学生探索平行四边形的判定方法并学会其简单应用；
2. 通过判定方法的探求，引导学生学习观察、类比、猜测等合情推理方法，培养学生用转化、类比、逆向联想及运动的思维方法来研究问题；
3. 通过教证明、教猜想，使学生领会数学的严谨性和探索精神，培养学生实事求是的科学态度和积极参与的主动精神。

教学重点

平行四边形的判定定理。

教学难点

探索、寻求判定定理。

教学方法

引导发现法。

教学准备

六根长 40cm ~ 50cm 的铁丝、投影仪等。



教学过程

一、提出课题

师 前两节课我们从四边形的主要元素角、边、对角线出发研究了平行四边形的性质,知道作对角线是解决四边形问题常用的辅助线,通过作对角线可以把未知的四边形问题转化成已知的三角形的问题.今天研究怎样的四边形是平行四边形,也就是“平行四边形的判定”.(板书)

二、探索方法

师 让我们来作一个四边形(在磁性黑板上放上相应的线段,图形略),使线段 $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$,问四边形 $ABCD$ 是不是平行四边形?为什么?

生 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.根据平行四边形的定义,可以判定一个四边形为平行四边形.

师 除了根据定义判定平行四边形外,还有没有别的判定方法呢?让我们一起动手试试,如果改变四边形的条件,看看能否作出平行四边形来.如果拿掉 $AB \parallel CD$ 这个条件,连结 BC 、 AD ,四边形 $ABCD$ 是否一定是平行四边形?为什么?

生 不一定.如果线段 $AB \neq CD$,则四边形 $ABCD$ 不是平行四边形.若线段 $AB = CD$,则四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

[教师在磁性黑板上用铁丝分别来演示这两种情况]

师 为什么? $AB \parallel CD$, $AB = CD$ (图1) $\rightarrow$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形?(板书)

生 连结 AC .“ $AB \parallel CD$, $\angle 1 = \angle 2$.因为 $AB = CD$, $AC = AC$,所以 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$.所以 $BC = AD$, $\angle 3 = \angle 4$.所以 $BC \parallel AD$.”

师 谁能用文字语言来叙述这个命题?

生 有一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

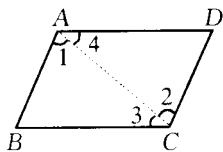


图1

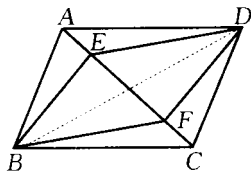


图2

师 刚才改变了四边形的条件来搭建四边形,找到了一个判定平行四边形的方法. 还有没有别的判定方法呢? 同学们前后两排为一组,用铁丝来作四边形的边或对角线,看看在什么条件下还能构成平行四边形.

学生通过观察所搭建的四边形,测量、讨论、猜想. 教师巡视掌握各组讨论情况,记录学生提出来的新问题;收集、提炼全班的交流内容,巡回答疑,及时引路.

在学生讨论的基础上,将学生找出的方法写在黑板上,形成三个猜想.

猜想1 $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D \rightarrow$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

猜想2 $AB = CD, BC = AD \rightarrow$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

猜想3 设 AC, BD 交于 $O, AO = CO, BO = DO \rightarrow$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

师 这些猜想对不对? 能不能用它们来判定平行四边形呢? 请同学们讨论一下. 如果能判定的话,要求给予证明. 如果不能判定,请举出反例.

下面请三位同学将讨论的结果以及证题思路口述出来(包括已知、求证及证明过程),并允许其他同学补充或纠正错误.

生 猜想1 成立. 在四边形 $ABCD$ 中,如果 $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$ 那么 $\angle A + \angle B = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ \Rightarrow AD \parallel DC$. 同理 $AB \parallel CD \Rightarrow$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

生 猜想2 成立. 如图1,若 $AB = CD, BC = AD$,连结 AC ,由



$\triangle ABC \cong \triangle CDA$, 得 $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$, 那么 $AB \parallel CD, BC \parallel AD$.

生 猜想 3 也成立, 它可以用平行四边形定义或猜想 1、猜想 2 所得到的命题来加以证明.

生 我是根据改变条件的思路. 老师刚才把一个平行条件改为相等条件, 我就想把两个平行条件都改为相等条件试试看.

生 把四边形的问题转化为三角形的问题进行研究, 从而化未知为已知. 要使构成的四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 关键是要使四边形中的两个三角形全等. 如图 1, 要使 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$, 就要凑全等三角形的条件. 如凑“边边边”, 则需要 $AB = CD, BC = AD$ 这两个条件; 如凑“边角边”则需要 $AB = CD, \angle 1 = \angle 2$, 这就要求 $AB \parallel CD$, 且 $AB = DC$.

生 猜想 1、猜想 2 是平行四边形性质定理的逆命题, 受其启发用类比法构造性质 3 的逆命题形成猜想 3.

师 同学们的思路很清楚. 一是能抓住构成平行四边形的关键条件和根据有公共边的情况推出两个三角形全等还需要什么条件; 二是通过类比构造平行四边形的性质定理的逆命题, 从而得出猜想. 这种通过研究性质定理的逆命题成立与否的方法, 是平面几何的一种常用方法. 希望同学们掌握它. 是否还想到其他研究方法? (稍停顿片刻, 观察学生反应) 我们知道平行四边形是从一般的四边形演变而来的, 有兴趣的同学课后可就二者的演变条件进行研究、探讨.

上述这些判定平行四边形的方法(除定义判定外), 书上把它们叫做判定定理. 请把书翻开, 把这四个定理先默读几遍再背诵后, 要根据题目条件从中灵活选用方法来解题.

三、定理应用

现在请同学们看投影. (教师出示投影 1, 方框内的文字为投影内容, 以下同)

例 已知: E, F 是平行四边形 $ABCD$ 对角线 AC 上的两点, 并且 $AE = CF$ (图 2). 求证: 四边形 $BFDE$ 是平行四边形.



让学生展开讨论,指各学生板演两个证法,由其他同学口述要点,共得五种证法,其中“添加对角线构造使用判定定理3的条件”的证明方法最为简捷.

教师启发学生从条件、结论两方面对题目进行思考:(1)在此基础上,还可证出什么结论?用到什么方法?(2)根据运动、类比、特殊化的思维方法,猜想对此题可作怎样的推广?

[请同学们课后完成,相互交流]

四、深化定理

议一议 1. 一组对边平行,另一组对边相等的四边形是平行四边形吗?为什么?

练一练:

如图1 (1) $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$,你能得出哪些结论?(2) 根据图1编题解题.

教师不限制学生思路,任其发挥,学生自编自解,同桌学生交换相互批改.对学习有困难的学生进行个别辅导,并通过投影显示两个同学的编题解题结果.

五、课堂小结(师生共同讨论归纳)

1. 平行四边形的判定方法有哪些?应从角、边、对角线等三方面来进行总结.并指出平行四边形性质定理与判定定理互为逆定理.性质定理的逆命题如果正确,常常作为判定定理来使用.

2. 本节课学习了哪三种研究平行四边形判定的方法,它们各渗透了什么数学思想方法.

六、课外作业

略.



《梯形中位线定理》教学设计

教学目标

1. 知识目标 使学生掌握梯形中位线概念和梯形中位线定理.
2. 能力目标 培养学生观察、类比、探索、转化的求解能力和平移、旋转的图形变换能力、求实创新的创造想像能力和缜密严谨的逻辑思维能力.
3. 素质目标 敢于想像,知难而进.

教学重点、难点

教学重点 梯形中位线定理及其证明思路的探索.

教学难点 在梯形中位线定理学习中,通过辅助线的添设,将其证明转化为三角形中位线定理的应用,即将新课归结到旧知识的基础上.

教学方法

探索、发现法

教学准备

1. 电脑多媒体动画课件;
2. TI-92 图形计算器;
3. 实物投影;
4. 课堂训练卡.



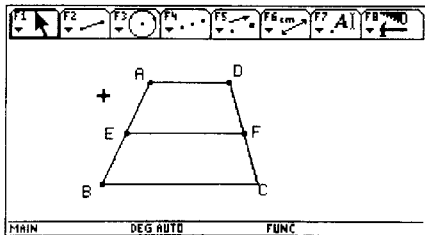
教学过程

一、复习旧知识

1. 每个同学拿出训练卡,做训练一,开展课前基础知识竞赛,并核对答案.
2. 请同学们看电脑课件演示,复习“平行线等分线段定理以及推论1、2和三角形中位线定理”.

二、新课学习

1. 导入:(看电脑演示)画出梯形,画出中位线,请同学们类比三角形中位线知识得出梯形中位线定义.



- (1) 梯形中位线定义:连接梯形两腰中点的线段叫做梯形的中位线.

- (2) 问题 梯形的中位线具有哪些性质.

2. 探索:(让同学们应用 TI-92 图形计算器实验) 教师进行实验指导.

步骤:(1) 作梯形中位线 EF .

- (2) 量一条腰与中位线、下底的夹角,探索中位线与两底的位置关系.

- (3) 拉动顶点 A ,观察中位线 EF 的长度及规律.

- (4) 拉动腰 CD ,观察中位线 EF 长度变化.

- (5) 上、下拉动上底,观察中位线 EF 长度有无变化.

- (6) 写下实验数据,归纳规律.

[可以四人学习小组展示讨论,记载.]

3. 构思:(问 探索结果 回忆 三角形中位线定理.那么,梯形中



位线是否会有类似的位置关系和大小数量关系呢?这得从理论上加以证明.请同学们拿出课堂训练卡,做训练三,展开自己的想像,去试着添设辅助线,思考怎样将梯形中位线问题转化成三角形中位线问题.)

4. 互动:(同学们在训练三上添设辅助线,老师巡视辅导,并让四人小组讨论,拿出他们的实物进行投影,并请所投影实物图形的小组代表讲解他们的设想和证明思路.)

用电脑板书出规范的定理证明全过程(略).(证法二略.)

5. 结论(让同学们总结出):

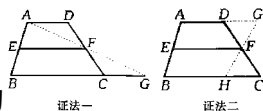
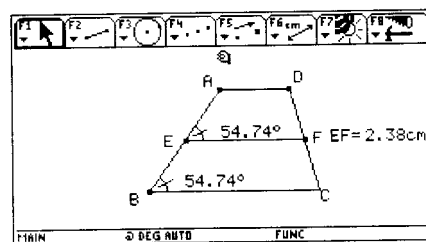
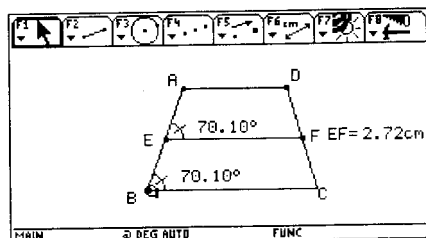
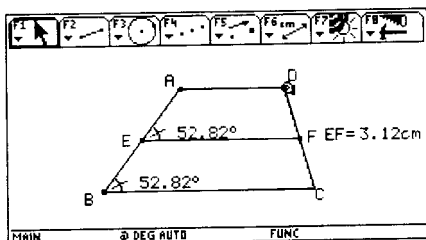
梯形中位线定理:梯形的中位线平行于两底,并且等于两底和的一半.

6. 练习:同学们拿出训练卡四,配合定理应用,做基本题型训练,加强印象.

三、课堂小结

1. 梯形中位线定理 连结梯形两腰中点的线段叫做梯形中位线.

2. 梯形中位线定理 梯形的中位线平行于两底且等于两底和的一半.



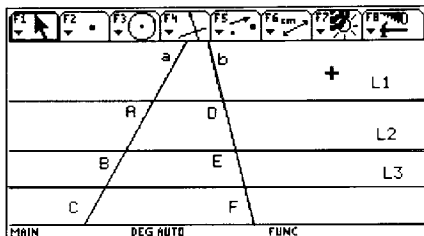


3. 探索梯形问题的过程中,往往把梯形的问题转化为三角形或平行四边形问题来解决.

四、布置作业

略

梯形中位线课堂训练卡

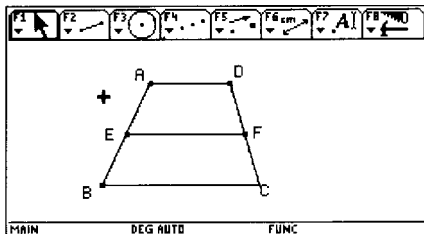


由学生持 TI-92 图形计算器操作探索完成以下训练.

训练一(复习).

1. 已知 直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ 直线 a, b 与之相交, 交点依次为 A, B, C 和 D, E, F , 其中 $AB = BC = 3\text{cm}, DE = 2\text{cm}$, 则 DF 的长 = _____.

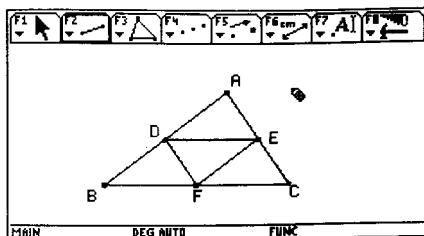
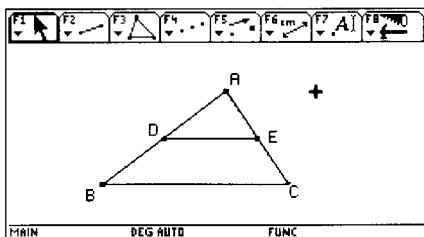
2. 已知 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC \parallel EF$ 且 $AB = 2AF$, 则 $DC =$ _____ EC .



3. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AD = DB, \angle ADE = \angle B$, 则 $AC =$ _____.

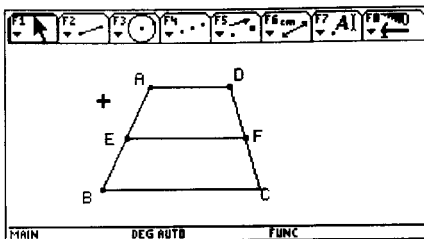


_____ AE.



4. 已知 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 、 F 分别是 AB 、 AC 、 BC 的中点, 则 $\triangle ABC$ 的周长 = _____ $\triangle DEF$ 的周长.

训练二, 试验探索记录:



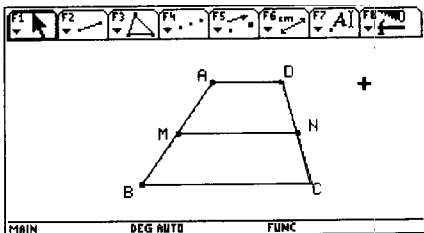
第一次实验数据	第二次实验数据	第三次实验数据	探索结论
$\angle AEF =$	$\angle AEF =$	$\angle AEF =$	EF 与 AD 、 BC 的位置关系如何? EF 与 AD 、 BC 的大小关系如何?
$\angle ABC =$	$\angle ABC =$	$\angle ABC =$	
$AD =$	$AD =$	$AD =$	
$BC =$	$BC =$	$BC =$	
$EF =$	$EF =$	$EF =$	



训练三(发挥想像,探索梯形中位线的性质,并自己设计添设辅助线去证明):

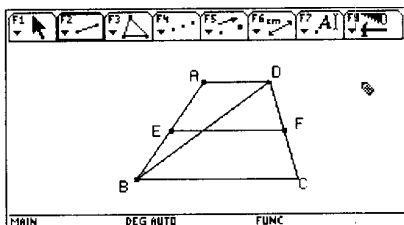
已知:在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AM = BM$, $DN = CN$. 求证: $MN \parallel BC \parallel AD$, $MN =$

$$\frac{1}{2}(BC + AD).$$

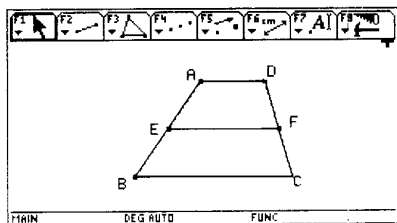


训练四:

1. 梯形上底长为 8cm, 下底长为 10cm, 则中位线长为 _____.
2. 梯形上底长为 8cm, 中位线长为 10cm, 则下底长为 _____.
3. 梯形下底长为 b , 中位线长为 m , 则上底的长为 _____.
4. 梯形上底为 6, 下底为 10, 中位线被一条对角线分成的两条线段的长分别是 _____.
5. 梯形的中位线一定平分梯形的对角线吗? 为什么?



6. 梯形的中位线长与它的一底长能不能相等? 为什么?



7. 等腰梯形的中位线与一腰长相等, 长为 6cm 那么其周长为



8. 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD : BC = 1 : 2$, 中位线长为 6cm , 则 AD 、 BC 的长分别是 _____, _____.

9. 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AC \perp BD$, $AC = 3$, $BD = 4$, 求中位线的长.

