

青海省 2002 年初初中毕业、升学考试 试 数 学

一、填空题(每空 2 分,共 30 分)

1. 比-3 大 2 的数是____; $-\frac{1}{2}$ 的倒数是____。

2. 单项式 $-\frac{x^2y}{7}$ 的系数是____; 次数是____。

3. 我国航天工业近 10 年来迅猛发展,有关数据计算精确度越来越高,卫星发射偏差已达到 0.0000104,若用科学记数法表示这个数,应为____。

4. 化简: $\sqrt{\frac{2a^2}{1-2a+a^2}}$ ($a>1$) = ____; 前式化简后,当 $a=\sqrt{2}$ 时,此式的值为____。

5. 两根木棒的长分别是 8cm 10cm, 要选择第三根木棒将它们钉成一个三角形,那么三根木棒长 x 的范围是____; 如果以 5cm 为等腰三角形的一边,另一边为 10cm, 则它的周长应为____。

6. 设 $\odot Q$ 和 $\odot Q$ 的半径分别为 R r , 圆心距为 d , 当 $R=6\text{cm}$, $r=3\text{cm}$, $d=5\text{cm}$ 时, $\odot Q$ 和 $\odot Q$ 的位置关

系是____；当 $R=5\text{cm}$ $r=2\text{cm}$, $d=3\text{cm}$ 时, Q 和 Q_2 的位置关系是_____。

7. 若一次函数 $y=(2-m)x+m$ 的图象经过第一、二、四象限时, 则 m 的取值范围是_____。

8. 当分式 $\frac{|x|-5}{x^2-6x+5}$ 的值为零时, x 的值为_____。

9. 已知正三角形的边长为 1, 则它的内切圆与外接圆组成的圆环的面积为_____。

10. 等腰梯形中, 已知一个底角是 45° , 高为 h , 中位线长为 m , 则梯形的上底长是_____。

二、选择题(每小题 3 分, 共 30 分。每小题给出的四个选项中, 只有一个选项符合要求。)

11. $\sqrt{8}$ 的相反数是()

(A) -8 (B) -2 (C) $-2\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$

12. 下列各式中, 相等关系一定成立的是()

(A) $(x-y)^2=(y-x)^2$

(B) $(x+6)(x-6)=x^2-6$

(C) $(x+y)^2=x^2+y^2$

(D) $6(x-2)+x(2-x)=(x-2)(x-6)$

13. 下列方程中, 有正实数根的是()

(A) $2x+1=0$ (B) $x^2+3x+4=0$

(C) $x+\frac{1}{x}=0$ (D) $5/x=2-\frac{1}{x}$

14. 一批电脑按原价的 85%出售，每台售价为 y 元，则这批电脑原价为 ()

(A) $\frac{85}{100}y$ 元

(B) $\frac{100}{85}y$ 元

(C) $\frac{15}{100}y$ 元

(D) $\frac{100}{15}y$ 元

15. 若 x_1 、 x_2 是一元二次方程 $x^2-3=0$ 的两个根，则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值是()

(A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 0 (D) ± 3

16. 某工程队，在修建兰宁高速公路时，有时需将弯曲的道路改直，根据什么公理可以说明这样做能缩短路程()

(A) 直线的公理

(B) 直线的公理或线段最短公理

(C) 线段最短的公理

(D) 平行公理

17. 在 $0 < \cos \alpha < 1 (0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ)$ ， $\sin 78^\circ > \cos 78^\circ$ ， $\sin 0^\circ > \tan 45^\circ$ ， $\sin 25^\circ = \cos 65^\circ$ 这四个式子中，正确的是()

(A) 、 (B) 、 (C) 、 (D) 、

18. 菱形的两条对角线长分别为 6cm 8cm, 它的高为()

(A) $24/5$ cm (B) $48/5$ cm (C) $6/5$ cm (D) $12/5$ cm

19. O 的半径为 10cm, 弦 AB CD, $AB=12$ cm, $CD=16$ cm, 则 AB 和 CD 的距离为()

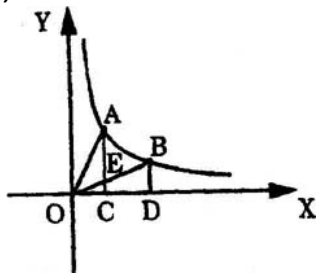
(A) 2cm (B) 14cm

(C) 2cm或 14cm (D) 10cm或 20cm

20. 如图(1)过反比例函数 $y=1/x (x>0)$ 的图象上任意两点 A B 分别作 x 轴的垂线, 垂足分别为 C D, 连结 OA OB, 设 AC 与 OB 的交点为 E, $\triangle AOE$ 与梯形 ECDB 的面积分别为 S_1 、 S_2 , 比较它们的大小, 可得()

(A) $S_1>S_2$ (B) $S_1=S_2$

(C) $S_1<S_2$ (D) 大小关系不能确定



图(1)

三、(每小题 6 分，共 18 分)

21. 比较下面四个算式结果的大小:(在横线上选填“>”、“<”、“=”)

$$4^2+5^2 \underline{\hspace{1cm}} 2 \times 4 \times 5 ; (-1)^2+2^2 \underline{\hspace{1cm}} 2 \times (-1) \times 2 ;$$

$$(\sqrt{3})^2+(1/3)^2 \underline{\hspace{1cm}} 2 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{3} ; 3^2+3^2 \underline{\hspace{1cm}} 2 \times 3 \times$$

3 ;

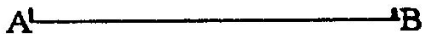
通过观察归纳，写出反映这种规律的一般结论:

22. 已知线段 AB，如图(2)，按下列要求进行尺规作图，保留作图痕迹。

过点 B 作 BD $\perp$ AB，使 $BD = \frac{1}{2}AB$ ；

连结 AD，在 AD 上截取 $DE = DB$ ；

在 AB 上截取 $AC = AE$ 。

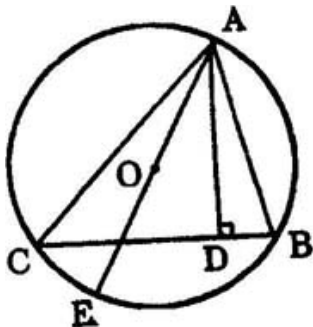


图(2)

请你回答: 这时点 C 是线段 AB 上的一个_____点。

23. 如图(3)，AD 是 $\triangle ABC$ 的高。AE 是 $\triangle ABC$ 的外接圆直径。

求证: $AB \cdot AC = AE \cdot AD$.



图(3)

四、(第 24 题 6 分, 第 25、26 题各 8 分, 共 22 分)

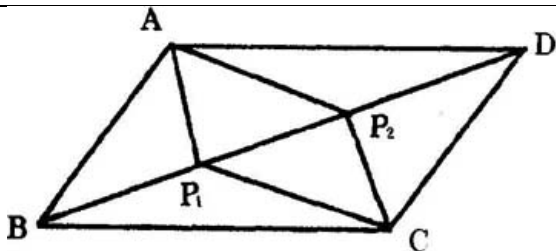
24. 某地区筹备召开中学生运动会, 指定某校初二年级 9 个年班中抽取 48 名女生组成花束队, 要求身高一致, 现随机抽取 10 名初二某班女生体检表(各班女生人数均超过 20 人), 得身高如下(单位: m): 165, 162, 158, 157, 162, 162, 154, 160, 167, 155.

(1) 求这 10 名学生的平均身高；

(2) 问该校能否按要求组成花束队，试说明理由。

25. 为了保证 2002 年 5 月 12 日-5 月 16 日中国·青海郁金香节的顺利进行。省园林局特设置甲、乙两个郁金香幼苗培育基地，准备将这些幼苗移置到面积约为 48000m^2 的土地上(每间隔 0.2m 种植一株)，并要求甲培育的株数是乙培育株数的 2 倍。问甲、乙两地各培育多少株才能满足要求？

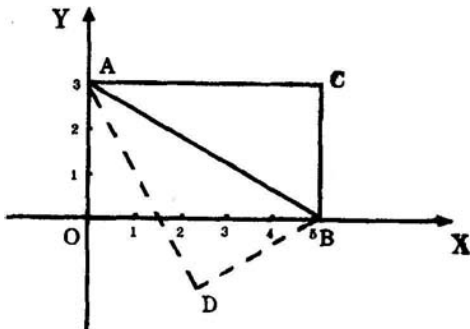
26. 如图(4)，在 $\square ABCD$ 中， P_1 、 P_2 是对角线 BD 的三等分点。求证：四边形 AP_1CP_2 是平行四边形。



图(4)

五、(每小题 10 分，共 20 分)

27. 已知: 如图(5)，矩形 $AOBC$ ，以 O 为坐标原点， OB 、 OA 分别在 x 轴、 y 轴上，点 A 坐标为 $(0, 3)$ ， $\angle OAB = 60^\circ$ ，以 AB 为轴对折后，使 C 点落在 D 点处，求 D 点坐标。

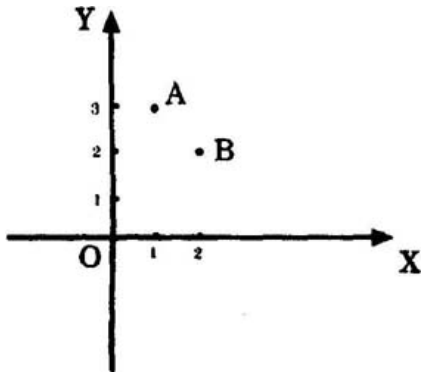


图(5)

28. 如图(6)，已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过原点 O ，并且与一次函数 $y=kx+4$ 的图象相交于 $A(1, 3)$ ， $B(2, 2)$ 两点。

(1) 分别求出一一次函数、二次函数的解析式；

(2) 若 C 为 x 轴上一点，问：在 x 轴上方的抛物线上是否存在点 D ，使 $S_{\triangle OAC} = \frac{9}{16} S_{\triangle OAB}$ 。若存在，请求出所有满足条件的 D 点坐标；若不存在，请说明理由。



图(6)

参考答案

1. -1. -2 2. $-\frac{1}{7}$, 3 3. 1.04×10^{-5} 4. $\frac{\sqrt{2}a}{a-1}$,
 $2\sqrt{2}+2$ 5. $2\text{cm} < x < 18\text{cm}$, 25cm 6. 相交 , 内切 7. $m > 2$
 8. -5 9. $\pi/4$ 10. $m+h$

11. C 12. A 13. D 14. B 15. C 16. C 17. B 18. A
 19. C 20. B

21. 解 $> , > , > , = ;$ (4 分)

一般结论是如果 a 、 b 是两个实数 , 则有 $a^2+b^2 \geq 2ab$ 。(6 分)

22. 按 作出图形 , (3 分) 按 作出图形 , (4 分)
 填空为: 黄金分割。(6 分)

23. 连结 OE 。(2 分)

$\angle ADB = \angle ACE = 90^\circ$, $BE = EC$, $\angle ADB = \angle ACE$ 。(4 分)

$AB/AE = AD/AC$, $AB \cdot AC = AE \cdot AD$ 。(6 分)

24. 解(1) 平均身高为 160.2cm ; (3 分)

(2) 能。因为该组数据众数是 162cm , 估计一个班至少有 6 名女同学身高是 162cm , 估计全校 9 个班共有 162cm 的女生数为 $6 \times 9 = 54$ 名, 大于 48 名花束队队员数, 所以能。(6 分)

25. 解: 由题意知, 1m^2 的面积可种植郁金香 25 株。(2 分)

设甲、乙两幼苗培育基地各培育 x 株、 y 株, 得方程组

$$\begin{cases} x + y = 48000 \times 25, \\ x = 2y. \end{cases} \quad (6 \text{ 分})$$

$$\text{解方程组得} \begin{cases} x = 800000, \\ y = 400000. \end{cases}$$

答: 甲、乙两培育基地分别种植 800000 株、400000 株即可满足要求。(8 分)

26. 证明: P_1 、 P_2 是对角线 BD 的三等分点, $ABCD$ 是平行四边形,

$$\left. \begin{array}{l} BP_1 = DP_2 \\ \therefore \angle ABP_1 = \angle CDP_2 \\ AB = CD \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABP_1 \cong \triangle CDP_2 \Rightarrow AP_1 = CP_2. \quad (4 \text{ 分})$$

同理可证: $CP_1 = AP_2$, (6 分)

四边形 AP_1CP_2 是平行四边形。(8 分)

27. 解: 由题意知: $OA=3$, $\angle OAB=60^\circ$,
 $OB=3 \tan 60^\circ = 3\sqrt{3}$, (3 分)

又 $\text{Rt } \triangle ACB \sim \text{Rt } \triangle ADB$, $AD=AC=OB$, (6 分)

过点 D 作 y 轴垂线, 垂足为 E , 又 $\angle OAD=30^\circ$

$$\therefore ED = \frac{3}{2}\sqrt{3},$$

$$\text{又 } \cos 30^\circ = \frac{AO + OE}{AD}, \quad OE = 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 = 3/2, \text{ (分)}$$

故 D 点坐标为 $(\frac{3}{2}\sqrt{3}, -\frac{3}{2})$ 。(10 分)

28. 解: (1) 由题意得

$$\begin{cases} 0 = a \times 0^2 + b \times 0 + c, \\ 3 = k + 4, \\ 3 = a \times 1^2 + b \times 1 + c, \\ 2 = a \times 2^2 + b \times 2 + c. \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} c = 0, \\ k = -1, \\ a = -2, \\ b = 5. \end{cases} \quad (4 \text{ 分})$$

所求一次函数、二次函数的解析式分别为:

$$y = -x + 4, \quad y = -2x^2 + 5x. \quad (5 \text{ 分})$$

$$(2) \text{ 依题意有 } \frac{1}{2} | \infty \cdot (-2x^2 + 5x) = \frac{1}{2} | \infty \times 2 \times \frac{9}{16}, \quad (7 \text{ 分})$$

$$\text{即: } x^2 - 5/2x + \frac{9}{16} = 0 \quad \text{解得, } x_1 = 1/4, \quad x_2 = 9/4,$$

$$\text{代入 } y = -2x^2 + 5x \quad \text{中得, } y_1 = 9/8, \quad y_2 = 9/8, \quad (9 \text{ 分})$$

满足条件 D 点存在, 坐标为 $D_1(1/4, 9/8)$ 、 $D_2(9/4, 9/8)$ 。(10 分)

烟台市 2002 年初中毕业、升学统一考试 数学

(本卷满分 150 分，考试时间 150 分钟)

A 卷(满分 100 分)

第 部分(选择题，满分 45 分)

一、选择题(本题共 15 小题，每小题 3 分，满分 45 分。每小题都给出标号为 A B C D 四个备选答案，其中有且只有一个是正确的)

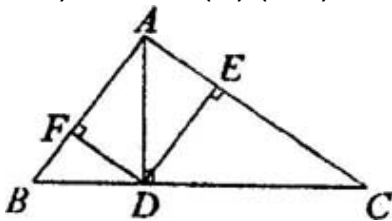
1. $(-2)^2$ 的平方根是()

(A) 2 (B) -2 (C) $\pm\sqrt{2}$ (D) ± 2

2. 下列式中，正确的是()

(A) $x^3+2x^3=2x^6$ (B) $(-x)^5 \div (-x)^3 = -x^2$

(C) $2x^2 \cdot (-3x^3) = -6x^5$ (D) $(-x^2)^3 = -x^5$



第 3 题图

3. 如图，在直角三角形 ABC 中， $AC \neq AB$ ， AD 是斜边 BC 上的高， $DE \perp AC$ ， $DF \perp AB$ ，垂足分别为 E ， F ，则图中与 $\angle C$ (除 $\angle C$ 外) 相等的角的个数是()

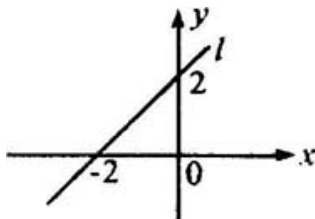
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

4. 已知 $a < -\frac{1}{4}$ ，则化简 $\sqrt{4a^2 + 2a + \frac{1}{4}}$ 的结果是()

- (A) $-2a - \frac{1}{2}$ (B) $2a + \frac{1}{2}$ (C) $2a - \frac{1}{2}$ (D) $-2a + \frac{1}{2}$

5. 如图所示，直线 l 的解析式是()

- (A) $y = x + 2$ (B) $y = -2x + 2$ (C) $y = x - 2$ (D) $y = -x - 2$



第 5 题图

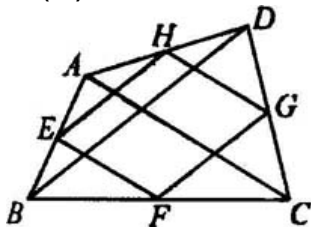
6. 第五次全国人口普查的结果表明，我国全国总人口已达 129533 万人，如果每人每天节约 1 分钱，则一年节约的钱数为 $3.65 \times 129533 = 472795.45$ (万元)，将此钱数用四舍五入法保留 3 个有效数字，并用科学记数法可表示为()

- (A) 47.2×10^5 万元 (B) 4.73×10^5 万元

(C) 4.728×10^5 万元 (D) 4.73×10^6 万元

7. 如图，顺次连结四边形 $ABCD$ 各边的中点，得到四边形 $EFGH$ ，在下列条件中，可使四边形 $EFGH$ 为矩形的是()

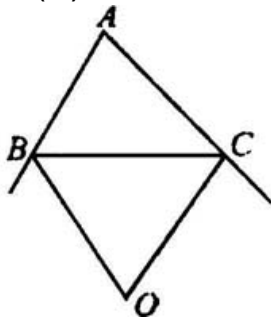
- (A) $AB=CD$ (B) $AC=BD$
(C) $AC \perp BD$ (D) $AD \perp BC$



第 7 题图

8. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$ 的外角平分线交于点 O ，设 $\angle BOC = \alpha$ ，则 $\angle A$ 等于()

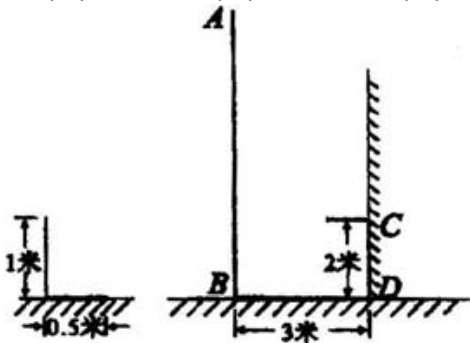
- (A) $90^\circ - 2\alpha$ (B) $90^\circ - \frac{\alpha}{2}$
(C) $180^\circ - 2\alpha$ (D) $180^\circ - \frac{\alpha}{2}$



第 8 题图

9. O 上有 A, B, C 三点, 若弦 AC 的长恰好等于 O 的半径, 则 $\angle ABC$ 的度数为()

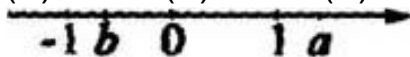
- (A) 30° (B) 60° (C) 150° (D) 30° 或 150°



第 10 题图

10. 如图, 一电线杆 AB 的影子分别落在了地上和墙上, 某一时刻, 小明竖起 1 米高的直杆, 量得其影长为 0.5 米, 此时, 他又量得电线杆 AB 落在地上的影子 BD 长 3 米, 落在墙上的影子 CD 的高为 2 米。小明用这些数据很快算出了电线杆 AB 的高。请你计算, 电线杆 AB 的高为()

- (A) 5 米 (B) 6 米 (C) 7 米 (D) 8 米



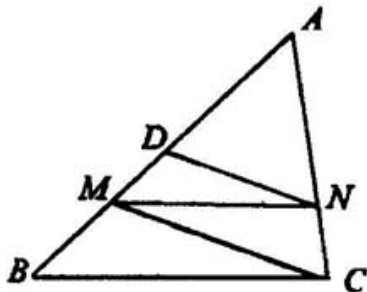
第 11 题图

11. a, b 两数在数轴上的位置如图, 设 $M=a+b$,

$N=a+b$, $H=a-b$, $G=a-b$ 。则下列各式中正确的是()

(A) $M \div N \div H \div G$ (B) $H \div M \div G \div N$

(C) $H \div M \div N \div G$ (D) $G \div H \div M \div N$



第 12 题图

12. 如图, $\triangle ABC$ 中, 已知 $MN \parallel BC$, $DN \parallel MC$ 。小红同学由此得出了以下四个结论:

(1) $AN/NC = AM/AB$; (2) $AD/DM = DN/MC$;

(3) $AM/MB = AN/NC$; (4) $DN/MC = MN/BC$;

其中正确结论的个数为()

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

13. 两年期定期储蓄的年利率为 2.25%, 国家规定, 所得利息要缴纳 20% 的利息税。例如, 存入两年期 100 元, 到期储户所得税后利息应这样计算:

$$\begin{aligned} \text{税后利息} &= 100 \times 2.25\% \times 2 - 100 \times 2.25\% \times 2 \times 20\% \\ &= 100 \times 2.25\% \times 2 \times (1 - 20\%) \end{aligned}$$

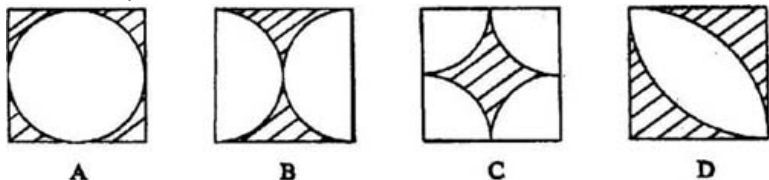
王师傅今年 4 月份存入银行一笔钱，若两年到期可得税后利息 540 元，则王师傅的存款数为()

- (A) 20000 元 (B) 18000 元
(C) 15000 元 (D) 12800 元

14. 花园内有一块边长为 a 的正方形土地，园艺师设计了四种不同的图案，如下图 A, B, C, D 所示，其中的阴影部分用于种植花草。

种植花草部分面积最大的图案是()

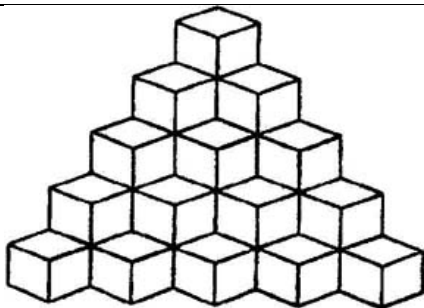
(说明: A, B, C 中圆弧的半径均为 $a/2$, D 中圆弧的半径为 a)



第 14 题图

15. 把棱长为 a 的正方体摆成如图的形状，从上向下数，第一层 1 个，第二层 3 个，……，按这种规律摆放，第五层的正方体的个数是()

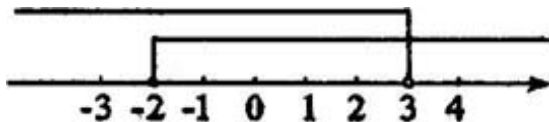
- (A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 20



第 15 题图

第 部分(非选择题, 满分 55 分)

二、填空题(本题共 5 个小题, 每题 3 分, 满分 15 分)

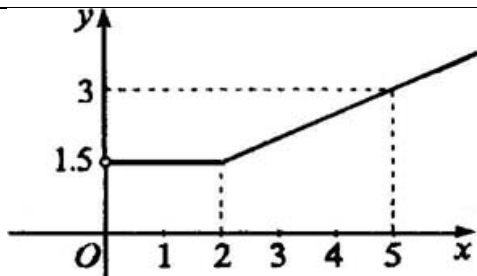


第 16 题图

16. 已知一个关于 x 的一元一次不等式的解集在数轴上表示如图, 则此不等式组的解集为_____。

17. 方程组 $\begin{cases} x - y = 4 \\ xy = 12 \end{cases}$ 的解为_____。

18. 某图书出租店, 有一种图书的租金 y (元) 与出租的天数 x (天) 之间的关系如图所示。则两天后, 每过一天, 累计租金增加_____元。



第 18 题图

19. 若等腰三角形一腰上的高等于腰长的一半，则这个等腰三角形底角的度数为_____。

20. 某件商品，把进价提高后，标价为 220 元。为了吸引顾客，再按 9 折出售（即卖价为标价的 90%），这件商品仍能盈利 10%。这件商品的进价为_____。

三、（本题共 3 个小题，第 21 题 4 分，第 22 题 5 分，第 23 题 6 分，满分 15 分）

21. 先阅读下列一段文字，然后解答问题。

已知:方程 $x - \frac{1}{x} = 1 \frac{1}{2}$ 的解是 $x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{2}$;

方程 $x - \frac{1}{x} = 2 \frac{2}{3}$ 的解是 $x_1 = 3, x_2 = -\frac{1}{3}$;

方程 $x - \frac{1}{x} = 3 \frac{3}{4}$ 的解是 $x_1 = 4, x_2 = -\frac{1}{4}$;

方程 $x - \frac{1}{x} = 4 \frac{4}{5}$ 的解是 $x_1 = 5, x_2 = -\frac{1}{5}$;

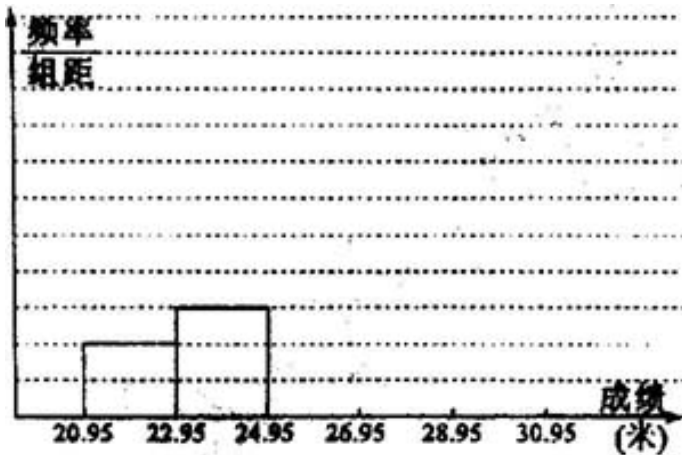
问题:观察上述方程及其解,再猜想出方程 $x - \frac{1}{x} = 10 \frac{10}{11}$ 的解,并写出检验。

22. 为了解某中学初四年级男同学的投掷标枪成绩情况,从中抽测了 20 名男同学进行投掷标枪测验,其成绩(单位:米)如下:

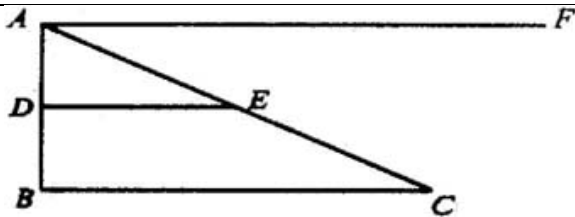
25.5 21.0 23.6 25.7 27.0 22.0 25.0 24.2 28.0
30.5 29.5 26.1 24.0 25.8 27.6 26.0 29.0 25.4
26.0 28.3

甲、乙两同学各自根据以上数据进行了统计、绘图,下表与图分别是甲、乙两同学完成的一部分,其中表中频数累计栏甲同学只统计了前 15 个数据,请你帮这两个同学完成表和图中剩余的部分:

分组	频数累计	频数	频率
20.95~22.95	T		
22.95~24.95	F		
24.95~26.95	正		
26.95~28.95	F		
28.95~30.95	T		
合 计			



第 22 题图



第 23 题图

23. 如图，DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线， $\angle B=90^\circ$ ，AF 是 BC 的延长线。在射线 AF 上是否存在点 M，使 $\triangle MEC$ 与 $\triangle ADE$ 相似？若存在，请先确定点 M，再证明这两个三角形相似；若不存在，请说明理由。

四、(本题共 2 个小题，第 24 题 7 分，第 25 题 8 分，满分 15 分)

24. 小明用的练习本可以到甲商店购买，也可以到乙商店购买。已知两商店的标价都是每本 1 元，但甲商店的优惠条件是：购买 10 本以上，从第 11 本开

始按标价的 70% 卖；乙商店的优惠条件是：从第 1 本开始就按标价的 85% 卖。

(1) 小明要买 20 本时，到哪个商店购买较省钱？

(2) 写出甲商店中，收款 y (元) 关于购买本数 x (本) ($x > 10$) 的函数关系式；

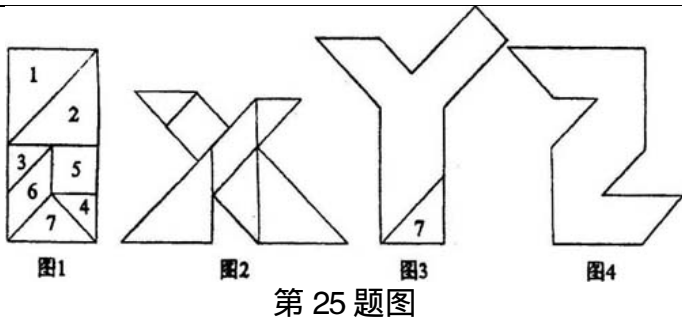
(3) 小明现在 24 元钱，最多可买多少本？

25. 校教具制造车间有等腰直角三角形、正方形、平行四边形三种废塑料板若干，数学兴趣小组的同学利用其中 7 块，恰好拼成一个矩形(如图 1)。后来，又用它们分别拼出了 X, Y, Z 等字母模型(如图 2, 3, 4)，如果每块塑料板保持图 1 的标号不变，请你参与：

(1) 将图 2 中每块塑料板对应的标号填上去；

(2) 图 3 中，只画出了标号 7 的塑料板位置，请你适当画线，找出其他 6 块塑料板，并填上标号；

(3) 在图 4 中，请你适当画线，找出 7 块塑料板，并填上标号。



五、(本题满分 10 分)

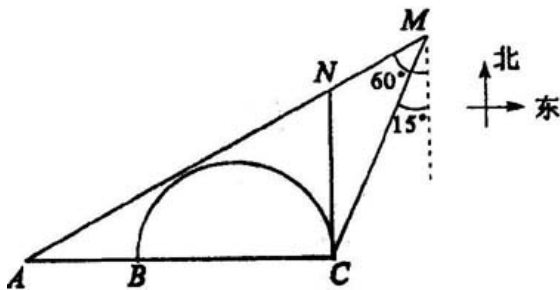
26. 如图，某港口有一灯塔 A，灯塔 A 的正东有 B，C 两灯塔，以 BC 为直径的半圆区域内有若干暗礁，BC=18 海里，一船在 M 处测得灯塔 A，C 分别在船的南偏西 60° 和南偏西 15° 方向，船沿 MA 方向行驶 6 海里恰好处在灯塔 C 的正北方向 N 处。

(1) 求 CN 的长(精确到 0.1 海里) ；

(2) 若船继续沿 MA 方向朝 A 行驶，是否有触礁的危险？

(参考数值： $\sqrt{2}=1.414$ ， $\sqrt{3}=1.732$ ， $\sin 15^\circ=0.2588$ ， $\cos 15^\circ=0.9658$ ， $\tan 15^\circ=0.2680$ ， $\cot 15^\circ=3.732$)

$^{\circ}=3732)$



第 26 题图

B 卷(满分 50 分)

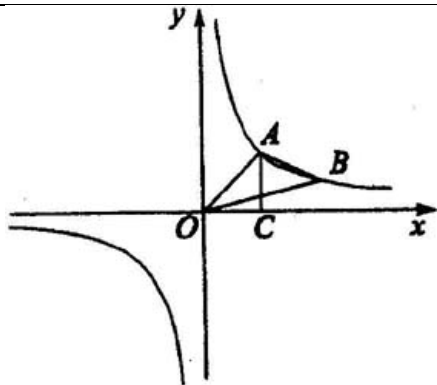
六、(本题满分 11 分)

27. 如图点 A, B 在反比例函数 $y=k/x$ 的图象上, 且点 A, B 的横坐标分别为 $a, 2a(a>0)$, $AC \perp x$ 轴, 垂足为点 C , 且 $\triangle AOC$ 的面积为 2.

(1) 求该反比例函数的解析式;

(2) 若点 $(-a, y_1), (-2a, y_2)$ 在该反比例函数的图象上, 试比较 y_1 与 y_2 的大小;

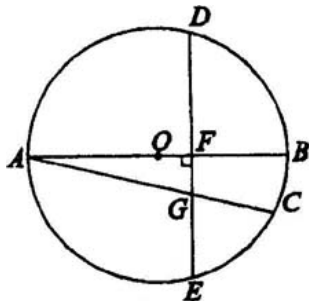
(3) 求 $\triangle AOB$ 的面积.



第 27 题图

七、(本题满分 12 分)

28. 如图，已知 AB 是 $\odot O$ 直径， AC 是 $\odot O$ 的弦，点 D 是 $\widehat{ABC}$ 的中点，弦 $DE \perp AB$ ，垂足为点 F ， DE 交 AC 于点 G 。



第 28 题图

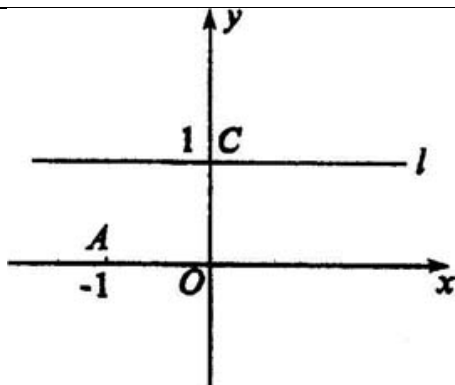
(1) 图中有哪些相等的线段?(要求: 不再标注其他字母, 找结论的过程中所作的辅助线不能出现在结论中, 不写推理过程)

(2) 若过点 E 作 $\odot O$ 的切线 ME, 交 AC 延长线于点 M (请补完整图形), 试问: $ME = MG$ 是否成立? 若成立, 请证明; 若不成立, 请说明理由;

(3) 在满足第 (2) 问的条件下, 已知 $AF=3$, $FB=4/3$, 求 AG 与 GM 的长(第 (1) 问中的结论可直接利用)。

八、(本题满分 13 分)

29. 如图, 过点 C 的直线 l $\perp$ x 轴, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a<0$) 过 $A(-1, 0)$, $Q(0, 1)$ 两点, 且截直线 l 所得线段 $CD=2/3$ 。



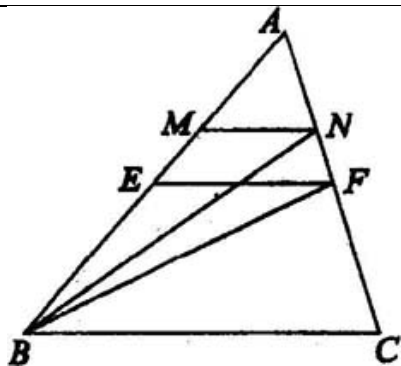
第 29 题图

(1) 求该抛物线的解析式；

(2) 若点 $M(m, t)$ ($m < 0, t > 0$) 在抛物线上, $MN \perp x$ 轴, 且与该抛物线的另一交点为 N , 问: 是否存在实数 t , 使得 $MN=2AO$? 如果存在, 求出 t 的值; 如果不存在, 请说明理由。

九、(本题满分 14 分)

30. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 5, 点 M 在 AB 边上移动(点 M 与点 A, B 不重合), $MN \perp BC$, MN 交 AC 于点 N , 连结 BN , 设 $\frac{AM}{AB}=x$, $S_{\triangle MBN}=y$ 。



第 30 题图

(1) 求 y 关于 x 的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围；

(2) 点 E, F 分别是边 AB, AC 的中点，设 MBN 与 EBF 的公共部分的面积为 S ，试用含 x 的代数式表示 S ；

(3) 当第(2)问中的 $S=1/5$ 时，试确定 x 的值(不必写出解题过程)。

参考答案

1. D 2. C 3. B 4. A 5. A 6. B 7. C 8. C 9. D 10. D

11. B 12. B 13. C 14. D 15. C 16. $-2 \leq x < 3$

17. $\begin{cases} x_1 = 6 \\ y_1 = 2; \end{cases} \begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = -6 \end{cases}$ 18. 0.5 19. 15° 或 75° 20. 180 元

21. 解: 猜想: 方程 $x - \frac{1}{x} = 10 \frac{10}{11}$ 的解是 $x_1 = 11$, $x_2 = -\frac{1}{11}$ 。

(2 分)

检验: 当 $x = 11$ 时左边 $= 11 - \frac{1}{11} = 10 \frac{10}{11}$ = 右边;

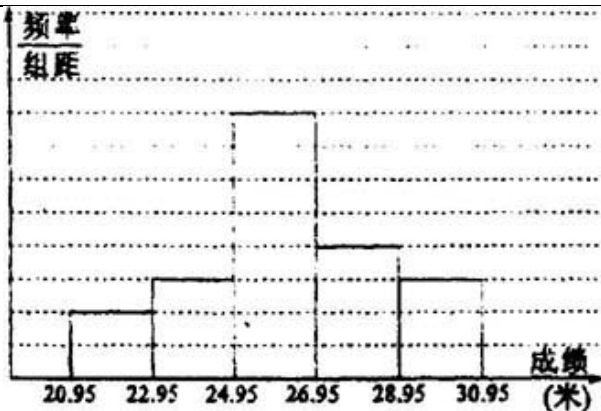
(3 分)

当 $x = -\frac{1}{11}$ 时, 左边 $= -\frac{1}{11} - \frac{1}{-\frac{1}{11}} = -\frac{1}{11} + 11 = 10 \frac{10}{11}$ = 右边

(4 分)

22.

分组	频数累计	频数	频率
20.95~22.95	T	2	0.10
22.95~24.95	T	3	0.15
24.95~26.95	正T	8	0.40
26.95~28.95	正T	4	0.20
28.95~30.95	T	3	0.15
台 计		20	1

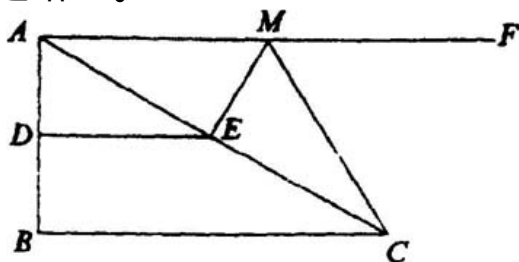


第 22 题图

说明: 表中“频数累计”、“频数”、“频率”栏各占 1 分, 图占 2 分。

23. 解: 存在。过点 E 作 AC 的垂线, 与 AF 交于一点, 即为 M 点(或作 $\angle MCA = \angle AED$)(2 分)

证明: 连结 MC。



第 23 题图

DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

DE $\parallel$ BC, $AE = EC$.

又 $ME \perp AC$,

$$\angle AEM = \angle CEM \quad (3 \text{ 分})$$

$$MAE = MCE.$$

$$\angle B = 90^\circ, \quad \angle ADE = 90^\circ.$$

$$AF \perp BC, \quad AM \perp DE.$$

$$\angle MAE = \angle AED, \quad \angle AED = \angle MCE. \quad (5 \text{ 分})$$

$$\angle ADE = \angle MEC = 90^\circ, \quad \angle ADE = \angle MEC. \quad (6 \text{ 分})$$

24. 解: (1) 甲商店收款为: $1 \times 10 + 1 \times 70\% \times (20 - 10) = 17$ (元); (1 分)

乙商店收款为: $1 \times 85\% \times 20 = 17$ (元)。

所以: 买 20 本时, 到甲、乙两商店购买交款一样多。 (2 分)

(2) 当 $x > 10$ 时, $y = 1 \times 10 + 1 \times 70\% (x - 10)$, 即 $y = 0.7x + 3$ 。 (4 分)

(3) 由(1)知, 超过 17 元时, 甲商店每本价显然低于乙商店每本价, 故用 24 元钱应到甲商店买。 (5 分)

$$\text{当 } y = 24 \text{ 时, } 24 = 0.7x + 3. \quad x = 30. \quad (6 \text{ 分})$$

答: 小明用 24 元钱, 最多可买 30 本。 (7 分)

25.

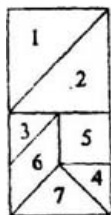


图1

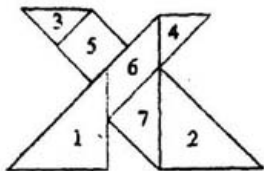


图2

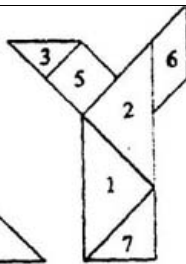


图3

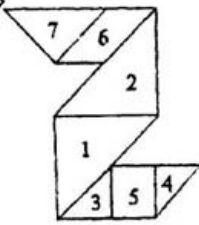


图4

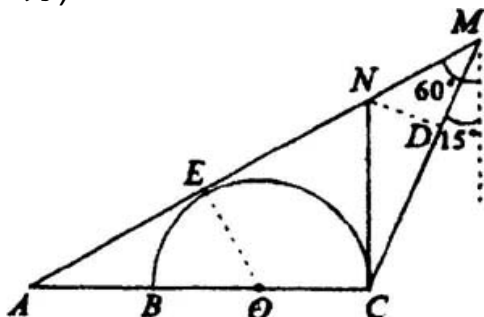
第 25 题图

说明: 题中的第(1), (2), (3)小题, 分别占 1 分, 3 分, 4 分。

26. 解: (1) 设 BC 中点为 O , 作 $ND \perp CM$, $OE \perp AM$, 垂足分别为 D, E , (1 分)

在 $Rt \triangle MND$ 中, $ND = MN \cdot \sin \angle NMD = 6 \cdot \sin 45^\circ = 3\sqrt{2}$ 。(2 分)

在 $Rt \triangle NCD$ 中, $CN = ND / \sin \angle NCD = \frac{3\sqrt{2}}{\sin 15^\circ} = \frac{3\sqrt{2}}{0.2588} \approx 16.4$ (海里)。(5 分)



第 26 题图

(2) 在 $\text{Rt } \triangle ANC$ 中, $AC = CN \cdot \cot A = 16.4 \times \cot 30^\circ = 16.4 \times \sqrt{3} \approx 28.4$ (海里)。 (6 分)

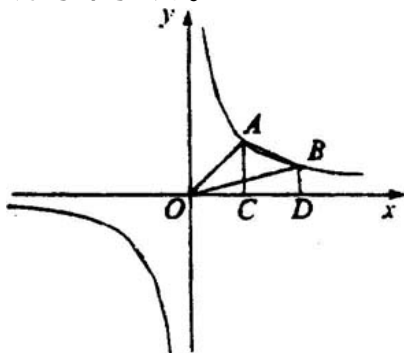
$AO = AC - \frac{1}{2}BC \approx 28.4 - \frac{1}{2} \times 18 = 19.4$ (海里)。 (7 分)

$OE = \frac{1}{2}AO \approx \frac{1}{2} \times 19.4 = 9.7$ (海里)。 (8 分)

$9.7 > 9$, (9 分)

船沿 MA 方向继续行驶, 没有触礁的危险。 (10 分)

注: 若 $CN \approx 16.3$, 第(1)问扣 1 分, 第(2)问按 $CN \approx 16.3$ 计算正确可不扣分。



第 27 题图

27. 解: (1) 因点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 故可设点 A 的坐标为 $(a, k/a)$, 由 $\frac{1}{2}OC \cdot AC = 2$, 得 $\frac{1}{2}a \cdot \frac{k}{a} = 2$, 即 $k = 4$ 。

所求反比例函数的解析式为 $y = 4/x$ 。 (3 分)

$$(2) \quad a > 0, \quad -2a < -a < 0,$$

点 $(-a, y_1)$, $(-2a, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上, 且该函数的图象在第三象限 y 随 x 的增大而减少。
 $y_1 < y_2$ 。(6 分)

(3) 作 $BD \perp x$ 轴, 垂足为点 D 。(7 分)

B 点在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上,

B 点坐标为 $(2a, 4/2a)$,

$$S_{\triangle AOB} = S_{\text{四边形 } OABD} - S_{\triangle BOD} \quad (8 \text{ 分})$$

$$= S_{\triangle AOC} + S_{\text{梯形 } AOCB} - S_{\triangle BOD} \quad (9 \text{ 分})$$

$$= 2 + \frac{1}{2} \left(\frac{4}{a} + \frac{4}{2a} \right) (2a - a) - \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{4}{2a} = 3. \quad (11 \text{ 分})$$

28. (1) $AO = OB, DF = FE$, (1 分)

 $AC = DE, AG = DG, GE = GC$ 。(每个 1 分)

(4 分)

 (2) $ME = MG$ 成立。 (5 分)

 证明: 连结 AD, AE 。

 $\because \widehat{AD} = \widehat{DE}, \therefore \angle 1 = \angle CAD$ 。

 $\because \angle 2 = \angle 1 + \angle 3$,

 $\therefore \angle 2 = \angle 3 + \angle CAD = \angle EAD$ 。 (6 分)

 $\because EM$ 是 $\odot O$ 的切线,

 $\therefore \angle GEM = \angle EAD$ 。 (7 分)

 $\therefore \angle 2 = \angle GEM, \therefore ME = MG$ 。 (8 分)

 (3) 解: 连结 BC 。 $\because DF \perp AB, AF = 3, FB = \frac{4}{3}$,

 $\therefore DF^2 = AF \cdot FB = 3 \times \frac{4}{3} = 4, \therefore DF = 2$ 。 (9 分)

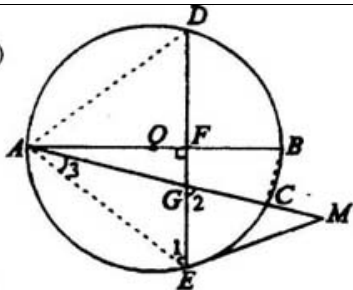
 由 (1) 知 $AC = DE = 2DF = 4$ 。

 由 $Rt\triangle ABC \sim Rt\triangle AGF$, 得

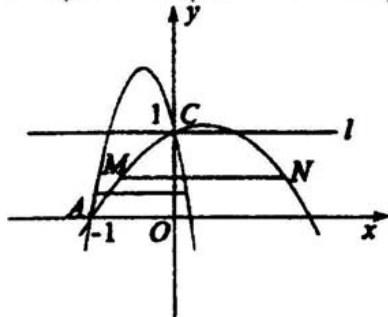
$$\frac{AG}{AB} = \frac{AF}{AC} \cdot AG = \frac{AB \cdot AF}{AC} = \frac{(3 + \frac{4}{3}) \times 3}{4} = \frac{13}{4} \quad (10 \text{ 分})$$

 由切割线定理得 $EM^2 = MC \cdot MA$,

 即 $MG^2 = (MG - GC)(MG + AG)$ 。

 $\therefore MG^2 = [MG - (4 - \frac{13}{4})](MG + \frac{13}{4}) \quad \therefore MG = \frac{39}{40}$ 。 (12 分)


第 28 题图



第 29 题图

29. 解: (1) $\perp$ x 轴, $Q(0, 1)$, $OD=2/3$,

D 点坐标为 $D(-2/3, 1)$ 或 $D_2(2/3, 1)$ (1 分)

当抛物线过点 $A(-1, 0)$, $Q(0, 1)$,

$D(-2/3, 1)$ 时,

$$\begin{cases} a - b + c = 0, \\ c = 1, \\ \frac{4}{9}a - \frac{2}{3}b + c = 1. \end{cases} \quad (4 \text{ 分})$$

解这个方程组, 得 $\begin{cases} a = -3, \\ b = -2, \\ c = 1. \end{cases}$

当抛物线过点 $A(-1, 0)$, $C(0, 1)$, $D_2(\frac{2}{3}, 1)$ 时,

$$\begin{cases} a - b + c = 0, \\ c = 1, \\ \frac{4}{9}a + \frac{2}{3}b + c = 1. \end{cases} \quad (5 \text{ 分})$$

解这个方程组, 得 $\begin{cases} a = -\frac{3}{5}, \\ b = \frac{2}{5}, \\ c = 1. \end{cases} \quad (6 \text{ 分})$

故所求的解析式为 $y = -3x^2 - 2x + 1$ 或 $y = -\frac{3}{5}x^2 + \frac{2}{5}x + 1$. (7 分)

(2) 若点 $M(m, t)$ 在抛物线 $y = -3x^2 - 2x + 1$ 上, 因抛物线对称轴在 y 轴左侧, 线段 MN 在 x 轴上方, 故 $MN < 2AO$, 因此不存在实数 t , 使得 $MN = 2AQ$. (9 分)

若点 $M(m, t)$ 在抛物线 $y = -\frac{3}{5}x^2 + \frac{2}{5}x + 1$ 上, 则存在实数 t , 使得 $MN = 2AQ$.

$$\text{设 } N(n, t), \text{ 则有 } -\frac{3}{5}n^2 + \frac{2}{5}n + 1 = t,$$

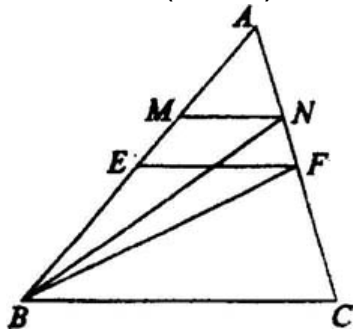
$$\text{又 } -\frac{3}{5}m^2 + \frac{2}{5}m + 1 = t,$$

故 m, n 是方程 $-\frac{3}{5}x^2 + \frac{2}{5}x + 1 - t = 0$ 的两实数根. (10 分)

$$\therefore m + n = \frac{2}{3}, mn = -\frac{5}{3}(1 - t)$$

$$\therefore MN = n - m = \sqrt{(m + n)^2 - 4mn} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 4 \times \frac{5}{3}(1 - t)} = 2AO = 2.$$

(12 分) $t = 7/15$. (13 分)



第 30 题图

30. 解: (1) $MN \parallel BC$, $\triangle AMN \sim \triangle ABC$.

$S_{\triangle AMN} / S_{\triangle ABC} = (AM / AB)^2$, 即

$$S_{\triangle AMN} / 5 = x^2, S_{\triangle AMN} = 5x^2. \quad (2 \text{ 分})$$

$$\frac{S_{\triangle MBN}}{S_{\triangle AMN}} = \frac{BM}{AM} = \frac{AB - AM}{AM} = \frac{AB}{AM} - 1 = \frac{1}{x} - 1, \quad (4 \text{ 分})$$

$$\begin{aligned} S_{\triangle MBN} &= \left(\frac{1}{x} - 1\right) S_{\triangle AMN} \\ &= \left(\frac{1}{x} - 1\right) 5x^2 = -5x^2 + 5x. \quad (5 \text{ 分}) \end{aligned}$$

$$y = -5x^2 + 5x \quad (0 < x < 1). \quad (6 \text{ 分})$$

(2) E, F 分别是 AB, AC 的中点, EF ∥ BC
MN,

当 $0 < x \leq 1/2$ 时, $\triangle MBN$ 与 $\triangle EBF$ 的公共部分的三角形与 $\triangle MBN$ 相似,

$$\therefore \frac{y}{S} = \left(\frac{BM}{BE}\right)^2 = \left(\frac{AB - AM}{\frac{1}{2}AB}\right)^2 = 4\left(1 - \frac{AM}{AB}\right)^2 = 4(1 - x)^2.$$

$$\therefore S = \frac{y}{4(1-x)^2} = \frac{-5x^2 + 5x}{4(1-x)^2} = \frac{5x}{4-4x}. \quad (10 \text{ 分})$$

当 $1/2 < x < 1$ 时, $\triangle MBN$ 与 $\triangle EBF$ 的公共部分的三角形与 $\triangle EBF$ 相似,

$$S / S_{\triangle EBF} = \left(\frac{BM}{BE}\right)^2 = 4(1-x)^2.$$

$$S_{\triangle EBF} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} = 5/4, \quad S = 4(1-x)^2 \times \frac{5}{4} = 5(1-x)^2 \quad (12 \text{ 分})$$

$$(13) x = 4/29 \quad (13 \text{ 分}) \text{ 或 } x = 4/5. \quad (14 \text{ 分})$$

无锡市 2002 年初中毕业、高级中等学校招生考试 数学

(本卷满分 130 分, 考试时间 120 分钟)

一、填空题(本大题共有 15 小题; 第 1~10 小题中, 每空 2 分; 第 11~15 小题中, 每空 3 分, 共 45 分。把答案直接填在题中的横线上)

1. -5 的绝对值是____; $-\frac{1}{3}$ 的倒数是____: $(-2)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. $\frac{1}{9}$ 的平方根是____; 81 的算术平方根是____。

3. 21000 用科学记数法可表示为_____。

4. 若点 $(1, 2)$ 在直线 $y=2x+k$ 上, 则 k 的值是_____。

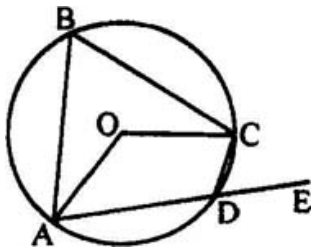
5. 函数 $y = \frac{3}{x-3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____。

函数 $y = \sqrt{x+5}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____。

6. 计算 $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$ 的结果为_____。

7. 已知一个 n 边形的内角和为 540° , 则边数 n 的值是_____。

8. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 O ， E 是 AD 延长线上的一点，若 $\angle AOC = 122^\circ$ ，则 $\angle B = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$ ， $\angle EDC = \underline{\hspace{1cm}}$ 。



9. 命题“两直线平行，内错角相等”的逆命题是： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

10. 已知圆柱的母线长是 5cm ，底面半径是 2cm ，则这个圆柱的侧面积是 $\underline{\hspace{1cm}}\text{cm}^2$ 。

11. 分解因式： $a^3 - ab^2 = \underline{\hspace{1cm}}$ 。

12. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 70^\circ$ ，则 $\cos C = \underline{\hspace{1cm}}$ (结果保留四个有效数字)。

13. 若一个等腰梯形的中位线长是 6cm ，腰长是 5cm ，则这个梯形的周长是 $\underline{\hspace{1cm}}\text{cm}$ 。

14. 已知数 1 和 2，请再写出一个数，使这三个数恰好是一个直角三角形三边的长，则这个数可以是 $\underline{\hspace{1cm}}$ (只需填写一个即可)。

15. 给出下列命题：顺次连接矩形四边中点所得

的四边形是矩形； 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形； 一组对边平行，一组对角相等的四边形是平行四边形； 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形。其中真命题的序号是____(请把所有真命题的序号都填上)。

二、选择题(本大题共有 7 小题，每小题 3 分，共 21 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题意的，请把所选项前的字母代号填在题后的括号内)

16. 下列二次根式中，与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

(A) $\sqrt{18}$

(B) $\sqrt{12}$

(C) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

(D) $\sqrt{\frac{2}{9}}$

17. 下列方程中，有实数根的是

()

(A) $x^2 - x + 1 = 0$

(B) $x^2 + x - 1 = 0$

(C) $x + \frac{1}{x-1} = 1 + \frac{1}{x-1}$

(D) $\sqrt{x-1} + 2 = 0$

18. 已知方程组 $\begin{cases} 4x + y = 3 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$ ，则 $x - y$ 的值是

()

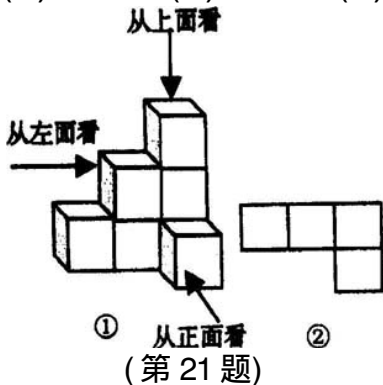
(A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 2

19. 一项工程，甲单独做 a 小时完成，乙单独做 b 小时完成，则甲、乙合做此项工程所需的时间为()

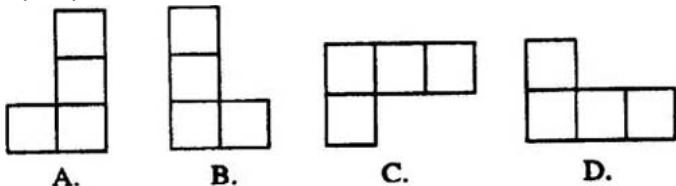
(A) $(\frac{1}{a} - \frac{1}{b})$ 小时 (B) $\frac{1}{ab}$ 小时 (C) $\frac{ab}{a+b}$ 小时 (D) $\frac{1}{a-b}$ 小时

20. 已知 $\odot P$ 与 $\odot Q$ 的圆心距是 9cm, 它们的半径分别为 3cm 和 6cm, 则这两圆的位置关系是()

- (A) 外切 (B) 内切 (C) 相交 (D) 外离



21. 我们从不同的方向观察同一物体时, 可能看到不同的图形。如图, 图 ① 是由若干个小正方体所搭成的几何体, 图 ② 是从图 ① 的上面看这个几何体所看到的图形, 那么从图 ① 的左面看这个几何体所看到的图形是()



22. 已知: 四边形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $CD=3$, M N 分别是边 AD BC 的中点, 则线段 MN 长的取值范围是

()

(A) $1 < MN < 5$ (B) $1 < MN \leq 5$ (C) $1/2 < MN < 5/2$ (D) $1/2 < MN \leq 5/2$

三、解答题(本大题共有 7 小题,共 64 分。解答需写出文字说明、证明过程或演算步骤)

23. (本题共有 2 小题,每小题 5 分,共 10 分)

(1) 解不等式组:
$$\begin{cases} 5+2x > 3, \\ 2(1-x) < 4-3x \end{cases}$$

(2) 根据题意,完成下列填空:

某装配班组为提高工作效率,准备采取每天生产定额、超产有奖的措施。下面是该班组 13 名工人在一天内各自完成装配的产量情况(单位:台):

6, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 12, 14, 14, 15

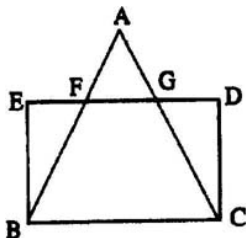
这组数据的众数是____, 中位数是____, 平均数是____(结果精确到个位)。

每人每天生产定额的确定,既要考虑到能促进生产,又要考虑到能调动生产者的积极性,根据你学过的统计知识及 中的结果,把生产定额定为每人每天完成装配____台较为恰当。

24. (本题满分 7 分)

已知:如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 矩形 $BODE$ 的边

DE 分别与 AB、AC 交于点 E、G, 求证: $EF=DG$



25. (本题满分 8 分)

已知: 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $AD=3$, E 、 F 分别是 AB 、 CD 的中点。

(1) 在边 AD 上取一点 M , 使点 A 关于 BM 的对称点 G 恰好落在 EF 上, 设 BM 与 EF 相交于点 N , 求证: 四边形 $ANGM$ 是菱形。

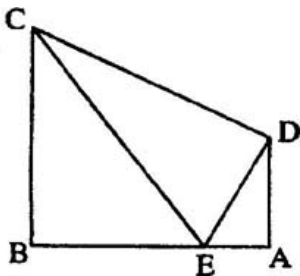
(2) 设 P 是 AD 上一点, $\angle PFB=3\angle FBC$, 求线段 AP 的长。

27. (本题满分 10 分)

已知: 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AD \perp AB$, $BC \perp AB$, $BC=2AD$, $DE \perp CD$ 交边 AB 于 E , 连结 CE .

(1) 求证: $DE^2 = AE \cdot CE$;

(2) 若 $\triangle CDE$ 与四边形 $ABCD$ 的面积之比为 $2:5$, 求 $\sin \angle BOE$ 的值。



28. (本题满分 10 分)

某小型开关厂今年准备投入一定的经费用于现有

生产设备的改造以提高经济效益。通过测算：今年开关的年产量 y (万只) 与投入的改造经费 x (万元) 之间满足 $3-y$ 与 $x+1$ 成反比例，且当改造经费投入 1 万元时，今年的年产量是 2 万只。

(1) 求年产量 y (万只) 与改造经费 x (万元) 之间的函数解析式(不要求写出 x 的取值范围)；

(2) 已知每生产 1 万只开关所需要的材料费是 8 万元。除材料费外，今年在生产中，全年还共需支出 2 万元的固定费用。

求平均每只开关所需的生产费用为多少元(用含 y 的代数式表示)？

(生产费用=固定费用+材料费)

如果将每只开关的销售价定为“平均每只开关的生产费用的 1.5 倍”与“平均每只开关所占改造经费的一半”之和，那么今年生产的开关正好销完。问今年需投入多少改造经费，才能使今年的销售利润为 9.5 万元？

(销售利润=销售收入-生产费用-改造经费)

29. (本题满分 10 分)

已知直线 $y=kx-4$ ($k>0$) 与 x 轴和 y 轴分别交于 A、C 两点；开口向上的抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过 A、C 两点，且与 x 轴交于另一点 B。

(1) 如果 A、B 两点到原点 O 的距离 AQ 、 BO 满足 $AQ=3BO$ ，点 B 到直线 AC 的距离等于 $16/5$ ，求这条直线和抛物线的解析式。

(2) 问是否存在这样的抛物线，使得 $\tan \angle ACB=2$ ，且 $\triangle ABC$ 的外接圆截 y 轴所得的弦长等于 5？若存在，求出这样的抛物线的解析式；若不存在，请说明理由。

参考答案

1. 5, -3, 4 2. $\pm \frac{1}{3}$, 9 3. 2.1×10^4 4. 0 5. $x \neq 3$, $x \geq -5$ 6. 1 7. 5 8. 61, 61 9. 内错角相等，两

直线平行 10. 20π 11. $a(a+b)(a-b)$ 12. 0.6428
13. 22 14. $\sqrt{3}$ (或 $\sqrt{5}$) 15.

16. B 17. B 18. A 19. C 20. A 21. B 22. D

23. (1) 解: 由 $5+2x > 3$ 得 $x > -1$. (1 分)

由 $2(1-x) < 4-3x$ 得 $x < 2$. (3 分)

原不等式的解集为 $-1 < x < 2$. (5 分)

(2) 8, 9, 10 9

24. 证: $AB=AC$, $\angle ABC = \angle ACB$. (1 分)

又 四边形 BCDE 是矩形,

$BE=CD$, $\angle E = \angle D$, $\angle EBC = \angle DCB$. (3 分)

$\angle EBF = \angle DCG$ (4 分)

$BE = CD$. (5 分)

$EF = DG$. (7 分)

25. (1) 证: 设 AG 交 MN 于 O, 则

A、G 关于 BM 对称, $AO=GO$, $AG \perp MN$. (1 分)

E、F 分别是矩形 ABCD 中 AB、CD 的中点,

$AE=BE$, $AE \parallel DF$ 且 $AE=DF$, $AD \parallel EF \parallel BC$.

$MO=ON=AO=OG=1$, $MD=ND$. (2 分)

AG 与 MN 互相平分且互相垂直,

四边形 ANGM 是菱形. (4 分)

(2) 连 AF

$$AD \parallel EF \parallel BC, \quad \angle PAF = \angle AFE, \quad \angle EFB = \angle FBC.$$

(5 分)

$$\text{又 } EF \perp AB, \quad AE = BE, \quad AF = BF, \quad \angle AFE = \angle EFB.$$

(6 分)

$$\angle PAF = \angle AFE = \angle EFB = \angle FBC.$$

$$\angle PFB = \angle PFA + \angle AFE + \angle EFB = \angle PFA + 2 \angle FBC = 3$$

 $\angle FBC.$

$$\angle PFA = \angle FBC = \angle PAF. \quad PA = PF. \quad (7 \text{ 分})$$

$$PA = \sqrt{DF^2 + PD^2} = \sqrt{1 + (3 - PA)^2} \quad PA = 8/3. \quad (8 \text{ 分})$$

26. 解: (1) $\odot E$ 切圆 $\odot O$ 于 C , $\angle ECB = \angle A$. (1 分)又 $E = E$, $\angle ECB = \angle EAC$. (2 分)

$$BC \cdot AC = BE \cdot CE = 1 \cdot 2, \quad AC = 2BC. \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{又 } \because \begin{cases} AC + BC = 3(r - 2), \\ AC \cdot BC = r^2 - 4. \end{cases} \quad (4 \text{ 分}) \quad \therefore \begin{cases} BC = r - 2, \\ 2BC^2 = r^2 - 4. \end{cases}$$

解得: $BC = 4$, $r = 6$, $AC = 8$. (5 分)(2) 解一: 连 CO 并延长交圆 $\odot O$ 于 F , 连 AF , 则 $\angle CAF = 90^\circ$. (6 分)

$$\angle OFA = \angle OCB. \quad (7 \text{ 分})$$

$$\angle OCB = 90^\circ = \angle CAF, \quad \angle CAF = \angle OCB.$$

$$AC \cdot CD = CF \cdot BC_0 \quad (8 \text{ 分})$$

$$\therefore CD = \frac{AC \cdot BC}{CF} = \frac{8 \times 4}{12} = \frac{8}{3}。 \quad (9 \text{ 分})$$

解二: 连 AO 、 CO , 作 $CF \perp AC$ 于 F , 则 F 是 AC 的中点 (6 分)

$$AF = \frac{1}{2} AC = 4 \quad \angle ACF = \angle OCB \quad (7 \text{ 分})$$

$$\text{Rt } \triangle ACF \sim \text{Rt } \triangle OCB, \quad OA \cdot BC = AF \cdot OC_0 \quad (8 \text{ 分})$$

$$\therefore CD = \frac{BC \cdot AF}{OA} = \frac{4 \times 4}{6} = \frac{8}{3} \quad (9 \text{ 分})$$

27. 解法一: (1) 证: 延长 CD 交 BA 的延长线于 F 。

$$AD \parallel AB, \quad BC \parallel AB, \quad AD \parallel BC,$$

$$FD \cdot FC = AD \cdot BC = 1 \cdot 2。 \quad FD = CD_0 \quad (1 \text{ 分})$$

$$\text{又 } ED \perp CD, \quad EF = EC_0 \quad \angle FED = \angle CED_0$$

$$\text{Rt } \triangle ADE \sim \text{Rt } \triangle DOE_0 \quad (3 \text{ 分})$$

$$AE \cdot DE = DE \cdot OE, \text{ 即 } DE^2 = AE \cdot OE_0 \quad (4 \text{ 分})$$

(2) 解: 设 $S_{\triangle ODE} = 2S$, $S_{\text{梯形 } ABCD} = 5S$ 。由 (1) 知 $S_{\triangle DEF} = 2S_0$ (5 分)

$$\text{又 } S_{\triangle ADF} : S_{\triangle FBC} = AD^2 : BC^2 = 1 : 4。 \quad S_{\triangle ADF} : (S_{\triangle ADF} + 5S) = 1 : 4,$$

$$\therefore S_{\triangle ADF} = \frac{5}{3} S_0. \quad \therefore S_{\triangle ADE} = 2S - \frac{5}{3} S = \frac{1}{3} S_0. \quad (6 \text{ 分})$$

$$\therefore \left(\frac{AE}{DE}\right)^2 = \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle CDE}} = \frac{1}{6}, \quad \therefore DE = \sqrt{6} AE. \quad (7 \text{ 分})$$

$$\therefore CE = \frac{DE^2}{AE} = 6AE. \quad (8 \text{ 分})$$

$$\text{又 } AD = \sqrt{DE^2 - AE^2} = \sqrt{5} AE. \quad \therefore BC = 2\sqrt{5} AE,$$

$$\therefore BE = \sqrt{CE^2 - BC^2} = 4AE. \quad (9 \text{ 分})$$

$$\therefore \sin \angle BCE = \frac{BE}{CE} = \frac{2}{3}. \quad (10 \text{ 分})$$

解法二: (1) 过 D 作 DF ⊥ BC 于 F 交 CE 于 G, 则

AD ⊥ AB, BC ⊥ AB, AD ⊥ BC, DF ⊥ AB,

四边形 ADFB 是矩形。

BC=2AD, BF=AD=CF,

CG ⊥ EG=CF / FB=1, CG=CE. GD=GC. (1 分)

∠GDC = ∠GDC. (2 分)

∠ADF = ∠CDE = 90°. ∠ADE = ∠GDC = ∠GDC.

Rt △ADE ≌ Rt △DCE. (3 分)

AE · DE = DE · CE, 即 DE² = AE · CE. (4 分)

(2) 解: 设 S_{△CDE} = 2S, S_{梯形ABCD} = 5S₀. 则

CG = GE, S_{△GDC} = S_{△GCE} = S₀.

CF = BF, S_{△CDF} = $\frac{1}{2}$ S_{矩形ABFD} = $\frac{1}{3}$ S_{梯形ABCD},

$$\therefore S_{\triangle CDF} = \frac{5}{3} S_0. \quad \therefore S_{\triangle GFC} = \frac{2}{3} S_0. \quad (5 \text{ 分})$$

$$\frac{S_{\triangle GFC}}{S_{\triangle BCE}} = \left(\frac{CF}{CB}\right)^2 = \frac{1}{4}, \therefore S_{\triangle BCE} = \frac{8}{3} S_0.$$

$$\therefore S_{\triangle ADE} = S_{\text{梯形 } ABCD} - S_{\triangle CDE} - S_{\triangle BCE} = \frac{1}{3} S_0. \quad (6 \text{ 分})$$

(下同解法一)。

28. 解: (1) 设 $3-y = \frac{k}{x+1} (k \neq 0)$ 。(1 分) 由题意得 $3 - 2 = \frac{k}{1+1}$

$$k=2, y=3-\frac{2}{x+1}. \quad (2 \text{ 分})$$

(2) 平均每只开关所需的生产费用为 $\frac{2+8y}{y}$ 元。(4 分)

每只开关的定价为 $\left[\frac{1.5(2+8y)}{y} + \frac{x}{2y}\right]$ 元。(5 分)

由题意得 $\left[\frac{1.5(2+8y)}{y} + \frac{x}{2y}\right] \cdot y - (2+8y) - x = 9.5$ 。(7 分)

将 $y=3-\frac{2}{x+1}$ 代入上式, 并化简得: $7-\frac{16}{x+1}-x=0$ 。(8 分)

解得 $x=3$ 。(9 分)

答: 今年需投入 3 万元改造经费, 才能使今年的销售利润为 9.5 万元。

29. 解: 由题意: $A(4/k, 0), C(0, -4)$ 。

$k > 0$, A 在 x 轴正半轴上, B 必在 x 轴负半轴上。

设 $A(x_1, 0), B(x_2, 0) (x_1 > 0 > x_2)$ 。

$$(1) \because AO = 3BO, \therefore x_1 = -3x_2, \therefore x_2 = -\frac{1}{3}x_1. \quad (1 \text{ 分})$$

设 B 到直线 AC 的距离为 h, 则 $AC = \sqrt{x_1^2 + 16}$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot h = \frac{1}{2} AB \cdot OC.$$

$$\therefore \sqrt{x_1^2 + 16} \cdot \frac{16}{5} = (x_1 - x_2) \times 4. \quad (2 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{16}{5} \sqrt{x_1^2 + 16} = \frac{16}{3} x_1. \quad \text{解得: } x_1^2 = 9, \because x_1 > 0, \therefore x_1 = 3$$

$$\therefore \frac{4}{k} = 3, k = \frac{4}{3}, \text{直线的解析式为 } y = \frac{4}{3}x - 4. \quad (3 \text{ 分})$$

$$\text{又 } x_2 = -\frac{1}{3}x_1 = -1, \therefore A(3, 0), B(-1, 0).$$

$$\therefore \begin{cases} 9a + 3b + c = 0, \\ a - b + c = 0, \\ c = -4 \end{cases} \quad \text{解得: } a = \frac{4}{3}, b = -\frac{8}{3}, c = -4.$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x - 4. \quad (5 \text{ 分})$$

(2) 假设存在这样的抛物线, 其解析式为 $y = ax^2 + bx - 4$.

设 $\triangle ABC$ 的外接圆圆心为 P, 连 AP、BP, 过 P 作 PE $\perp$ x 轴于 E, PF $\perp$ y 轴于 F.

圆 P 截 y 轴所得弦长为 5, 且过点 A、B 及 Q(0, -4),

圆 P 过点 D(0, 1)。 (6 分)

P 点在 x 轴下方, $CF = DF = 5/2$, $PE = OF = 4$

$$5/2=3/2.$$

$$AP \perp PE, \quad \angle APB = \angle ACB, \quad \tan \angle APE = AE/PE = \tan \angle$$

$$\angle ACB = 2,$$

$$AE = 2PE = 3, \quad AB = 2AE = 6. \quad (7 \text{ 分})$$

$$OA \cdot OB = OC \cdot OD, \text{ 即 } -x_1 x_2 = 4, \quad \frac{4}{a} = 4, \quad a = 1. \quad (8 \text{ 分})$$

$$\text{抛物线的解析式为 } y = x^2 + bx - 4. \quad AB = 6, \quad x_1 -$$

$$x_2 = 6.$$

$$(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = b^2 + 16 = 36, \quad b = \pm$$

$$2\sqrt{5}.$$

$$\text{存在这样的抛物线 } y = x^2 \pm 2\sqrt{5}x - 4. \quad (10 \text{ 分})$$

北京市朝阳区 2002 年初中升学统一考试 数学

第 卷(选择题 68 分)

一、下列各题均有四个选项，其中只有一个是正确的(本题共 68 分，每小题 4 分)

1. 用科学记数法表示 0.00608 的结果是()

(A) 6.08×10^{-3} (B) 6.08×10^{-4}

(C) 0.608×10^{-3} (D) 0.608×10^{-2}

2. 下列计算正确的是()

(A) $2x^3 \cdot 3x^2 = 6x^6$ (B) $x^3 + x^3 = x^6$

(C) $x^{10} \div x^5 = x^2$ (D) $x^4 \div x^5 \cdot y = 1/xy$

3. 化简 $\frac{1}{2\sqrt{3}-1}$ 的结果为 ()

(A) $2\sqrt{3}+1$ (B) $2\sqrt{3}-1$ (C) $\frac{2\sqrt{3}-1}{11}$ (D) $\frac{2\sqrt{3}+1}{11}$

4. 函数 $y = \frac{x-3}{\sqrt{x-2}}$ 的自变量 x 的取值范围是()

(A) $x \neq 2$ (B) $x > 2$ (C) $x \geq 2$ (D) $x > 2$ 且 $x \neq 3$

5. 正 n 边形的一个内角为 120° ，那么 n 为()

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

6. 顺次连结三角形三边的中点，所成的三角形与

原三角形对应高的比是()

- (A) 1 : 4 (B) 1 : 3 (C) 1 : 2 (D) 1 : $\sqrt{2}$

7. 下列各式从左到右变形正确的是()

(A) $\frac{x+1}{2} + \frac{y}{3} = 3(x+1) + 2y$ (B) $\frac{0.2a-0.03b}{0.4c+0.05d} = \frac{2a-3b}{4c+5d}$

(C) $\frac{a-b}{b-c} = \frac{b-a}{c-b}$ (D) $\frac{2a-2b}{c+d} = \frac{a-b}{c+d}$

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, $\sin A + \cos B$

的值等于()

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) 1 (C) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

9. 从 2002 年 5 月 29 日开始的一周内, 北京某地区每天的最高气温依次是(单位: $^\circ\text{C}$):

30 31 34 33 32 31 33

那么这 7 个数据的平均数和中位数分别是()

- (A) 32 和 32 (B) 32 和 33
(C) 33 和 32 (D) 33 和 33

10. 用换元法解方程 $\frac{1}{2x^2-3} - 8x^2 + 12 = 0$, 下列换元过程中, 原方程变形不正确的是()

(A) 设 $\frac{1}{2x^2-3} = y$, 则 $y - 4 = 0$ (B) 设 $2x^2 - 3 = y$, 则 $\frac{1}{y} - 4y = 0$

(C) 设 $8x^2 - 12 = y$, 则 $\frac{4}{y} - y = 0$ (D) 设 $\frac{1}{2x^2-3} = y$, 则 $y - \frac{1}{4y} = 0$

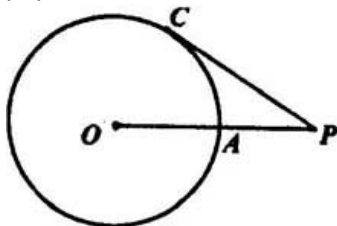
11. 已知两圆的半径分别为 3 和 5, 圆心距为 4,

则两圆公切线的条数是()

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

12. 已知: 如图, $\odot O$ 半径为 5, PC 切 $\odot O$ 于点 C , PO 交 $\odot O$ 于点 A , $PA=4$, 那么 PC 的长等于()

- (A) 6 (B) $2\sqrt{5}$
(C) $2\sqrt{10}$ (D) $2\sqrt{14}$



(12 题图)

13. 如果圆锥的侧面积为 $20\pi \text{ cm}^2$, 它的母线长为 5cm, 那么此圆锥的底面半径的长等于()

- (A) 2cm (B) $2\sqrt{2}\text{cm}$ (C) 4cm (D) 8cm

14. 在 A I、Q S、W X、Z 这 7 个字母中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的个数是()

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

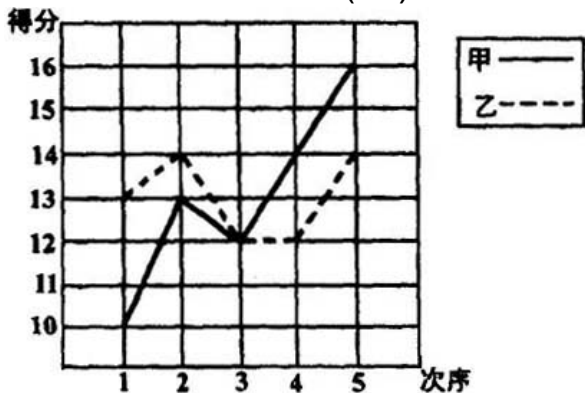
15. 用科学计算器算得 $29^3=24389$; $\sqrt{58} \approx 7.615773106$; $\sin 35^\circ \approx 0.573576436$; 若 $\tan \alpha = 5$, 则锐角 $\alpha \approx 0.087488663^\circ$ 。其中正确的是()

(A) (B) (C) (D)

16. 平行四边形 $ABCD$ 的对角线的交点在坐标原点，且 AD 平行于 x 轴，若 A 点坐标为 $(-1, 2)$ ，则 C 点的坐标为()

(A) $(1, -2)$ (B) $(2, -1)$ (C) $(1, -3)$ (D) $(2, -3)$

17. 甲乙二人参加某体育项目训练，为了便于研究，把最近五次训练成绩分别用实线和虚线连结，如图所示，下面的结论错误的是()



(17 题图)

(A) 乙的第二次成绩与第五次成绩相同

(B) 第三次测试甲的成绩与乙的成绩相同

(C) 第四次测试甲的成绩比乙的成绩多 2 分

(D) 五次测试甲的成绩都比乙的成绩高

第 卷(解答题 82 分)

二、(本题共 22 分,第 18、19 题各 7 分,第 20 题 8 分)

18. 分解因式: $m^3 - 2m^2 - 4m + 8$ 。

解:

19. 解不等式组
$$\begin{cases} 10 - 4(x - 3) \geq 2(x - 1), \\ x - 1 > \frac{1 - 2x}{3}. \end{cases}$$

解:

20. 计算: $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} - \frac{x - 2}{x - 1} \div \frac{x - 2}{x}$ 。

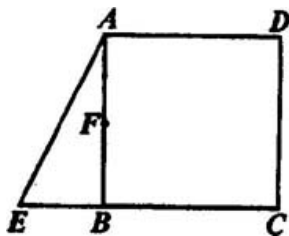
解:

三、(本题 10 分)

21. 已知: 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是 CB 延长线上一点, $EB = \frac{1}{2}BC$, 如果 F 是 AB 的中点, 请你在正方形 $ABCD$ 上找一点, 与 F 点连结成线段, 并证明它和 AE 相等。

解: 连结 _____, 则 _____ AE 。

证明:



(21 题图)

四、列方程或方程组解应用题(本题 10 分)

22. 某空调厂的装配车间，原计划用若干天组装 150 台空调，厂家为了使空调提前上市，决定每天多组装 3 台，这样提前 3 天超额完成了任务，总共比原计划多组装 6 台，问原计划每天组装多少台？

解：

五、(本题 12 分)

23. 已知：在内角不确定的 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点 E、F 分别在 AB、AC 上，EF $\parallel$ BC，平行移动 EF，如果梯形 EBCF 有内切圆。

$$\text{当 } \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2} \text{ 时, } \sin B = \frac{2\sqrt{2}}{3};$$

$$\text{当 } \frac{AE}{AB} = \frac{1}{3} \text{ 时, } \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{提示: } \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{4});$$

$$\text{当 } \frac{AE}{AB} = \frac{1}{4} \text{ 时, } \sin B = \frac{4}{5}.$$

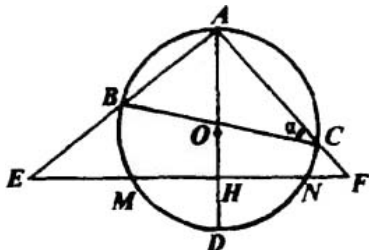
(1) 请你根据以上所反映的规律，填空：当 $AE/AB=1/5$ 时， $\sin B$ 的值等于_____；

(2) 当 $AE/AB=1/n$ 时(n 是大于 1 的自然数)，请用

含 n 的代数式表示 $\sin B =$ _____, 并画出图形、写出已知、求证和证明过程。

六、(本题 14 分)

24. 已知: 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AD 是 $\odot O$ 的直径, 点 E 、 F 分别在 AB 、 AC 的延长线上, EF 交 $\odot O$ 于点 M 、 N , 交 AD 于点 H , H 是 OD 的中点, $\widehat{MD} = \widehat{DN}$, $EH + HF = 2$. 设 $\angle ACB = \alpha$, $\tan \alpha = 3/4$, EH 和 HF 是方程 $x^2(k+2)x + 4k = 0$ 的两个实数根。



(24 题图)

- (1) 求 EH 和 HF 的长;
- (2) 求 BC 的长。

解:

七、(本题 14 分)

25. 已知: 以直线 $x=1$ 为对称轴的抛物线与 x 轴交于 A 、 B 两点(点 A 在点 B 的左边), 且经过点 $(4, 5/4)$ 和 $(0, -\frac{3}{4})$ 。点 $P(x, y)$ 在抛物线的顶点 M 的右侧的半支上(包括顶点 M), 在 x 轴上有一点 C 使 OPC 是等腰三角形, $OP=PC$ 。

(1) 若 OPC 是直角, 求点 P 的坐标;

(2) 当点 P 移动时, 过点 C 作 x 轴的垂线, 交直线 AM 于点 Q , 设 AQC 的面积为 S , 求 S 关于 x 的函数解析式和自变量 x 的取值范围, 并画出它的图象。

解:

参考答案

1. A 2. D 3. D 4. B 5. B 6. C 7. C 8. B 9. A 10. D
11. C 12. D 13. C 14. B 15. A 16. A 17. D

18. 解: $m^3 - 2m^2 - 4m + 8 = m^2(m-2) - 4(m-2)$ (2 分)

$$= (m-2)(m^2 - 4)$$
 (4 分)

$$= (m-2)(m-2)(m+2)$$
 (6 分)

$$= (m-2)^2(m+2)$$
 (7 分)

19. 解: 解 $10 - 4(x-3) \geq 2(x-1)$, 得 $x \leq 4$ 。(3 分)

解 $x-1 > \frac{1-2x}{3}$, 得 $x > \frac{4}{5}$ 。(6 分)

$\therefore$ 不等式组的解集为 $\frac{4}{5} < x \leq 4$ 。(7 分)

20. 解: $\frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{x-2}{x-1} \div \frac{x-2}{x} = \frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{x-2}{x-1} \times \frac{x}{x-2}$

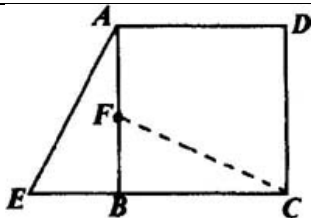
$$= \frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{x}{x-1}$$
 (2 分)

$$= \frac{x^2+1}{(x+1)(x-1)} - \frac{x(x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{x^2+1}{(x+1)(x-1)} - \frac{x^2+x}{(x+1)(x-1)}$$
 (4 分)

$$= \frac{x^2+1-x^2-x}{(x+1)(x-1)} = \frac{1-x}{(x+1)(x-1)}$$
 (6 分)

$$= -\frac{1}{x+1}$$
 (8 分)



(21 题图)

21. 解: CF , CF 。(2 分)

证明: 在正方形 $ABCD$ 中,

$AB=BC$, $\angle ABC=\angle ABE=90^\circ$ 。(4 分)

F 是 AB 的中点, $FB=\frac{1}{2}AB$ 。

$EB=\frac{1}{2}BC$, $EB=FB$ 。(6 分)

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CBF$ 中,
$$\begin{cases} AB=CB, \\ \angle ABE=\angle CBF, \\ EB=FB, \end{cases}$$

$\triangle ABE \cong \triangle CBF$ 。 $AE=CF$ 。(10 分)

注: 连结 FD 可参照给分。

22. 解: 设原计划每天组装 x 台。(1 分)

依题意, 得 $\frac{150}{x} - \frac{150+6}{x+3} = 3$ (5 分)

整理, 得 $x^2+5x-150=0$ 。(7 分)

解此方程, 得 $x=10$ 或 $x=-15$ (8 分)

经检验, $x=10$ 或 $x=-15$ 都是原方程的根,

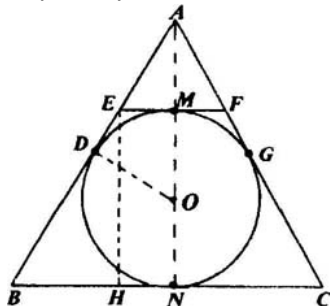
但 $x=-15$ 不合题意, 舍去。

$$x=10(9 \text{ 分})$$

答: 原计划每天组装 10 台。(10 分)

23. (1) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 。(2 分)

(2) $\frac{2\sqrt{n}}{n+1}$ 。(4 分)



(23 题图)

图形、已知、求证和证明过程如下:

已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $EF \parallel BC$, $\odot O$ 内切于梯形 $EBCF$, 点 D, N, G, M 为切点, $AE/AB=1/n$ (n 是大于 1 的自然数)。

求证: $\sin B = \frac{2\sqrt{n}}{n+1}$ 。

证明: 连结 AO 并延长与 BC 相交。

$\odot O$ 内切于梯形 $EBCF$, AB, AC 是 $\odot O$ 的切线,

$\angle BAO = \angle CAO$, $EF \parallel BC$, $AB=AC$, $AE=AF$ 。

又 M, N 为切点, $OM \perp EF$, $ON \perp BC$ 。

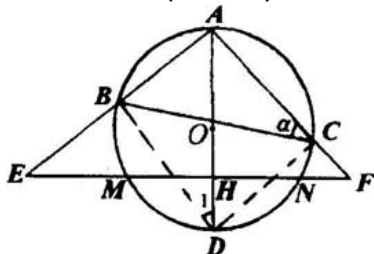
$AO \perp EF$ 于 M , $AO \perp BC$ 于 N 。

$$\frac{EF}{BC}, \quad \frac{EM}{BN}, \quad \frac{AE}{AB} = \frac{1}{n}.$$

$$\therefore \frac{EM}{BN} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{n}.$$

设 $EM=k$, 则 $BN=nk$ 。作 $EH \perp MN$ 交 BC 于 H ,
 则 $HN=EM=k$ 。 D, N, M 为切点, $BD=BN=nk$,
 $ED=EM=k$ 。在 $\triangle EDB$ 中, $\angle EDB = \angle MNB = 90^\circ$,
 $BE=BD+DE=(n+1)k$, $BH=BN-HN=(n-1)k$,
 由勾股定理得 $EH=2\sqrt{n} \cdot k$ 。

$$\sin B = \frac{EH}{BE} = \frac{2\sqrt{n} \cdot k}{(n+1)k} = \frac{2\sqrt{n}}{n+1} \quad (12 \text{ 分})$$



(24 题图)

24. 解: (1) 依题意, 及一元二次方程根与系数关系, 得

$$[-(k+2)]^2 - 4 \times 4k > 0$$

$$EH+HF=k+2,$$

$$EH \cdot HF=4k > 0,$$

$$\text{又 } EH+HF=2.$$

由 、 、 得 $k=12$ 。

当 $k=12$ 时, 成立。

把 $k=12$ 代入原方程解得

$$x_1=8, x_2=6。$$

$$EH=8, HF=6。(4 分)$$

(2) 解: 连结 BD , $\angle 1 = \alpha$ 。

AD 是 $\odot O$ 的直径, $\angle ABD=90^\circ$ 。

$$\widehat{MD} = \widehat{DN}, AD \perp EF。$$

即 $\angle AHE = \angle AHF = 90^\circ$ 。

$\angle E = \angle 1 = \alpha$ 。在 $Rt \triangle ABH$ 中, $\tan \angle E = AH / EH = \tan \alpha = 3/4$, 又 $EH=8$,

$AH=6$ 。由勾股定理得 $AE=10$ 。

在 $Rt \triangle AHF$ 中, $AH=HF=6$,

由勾股定理得 $AF=6\sqrt{2}$ 。

在 $Rt \triangle ABD$ 中, $\tan \angle 1 = AB / BD = \tan \alpha = 3/4$ 。

设 $AB=3m$, 则 $BD=4m$, 由勾股定理 $AD=5m$ 。

$$\because H \text{ 是 } OD \text{ 的中点}, \therefore AH = \frac{3}{4} AD. \therefore AD = \frac{4}{3} AH = \frac{4}{3} \times 6 = 8.$$

$$\therefore 5m = 8. \text{ 解得 } m = \frac{8}{5}. \therefore AB = 3m = \frac{24}{5}. \quad (11 \text{ 分})$$

$$\because \angle E = \angle \alpha, \angle BAC = \angle FAE, \therefore \triangle ABC \sim \triangle AFE. \therefore \frac{BC}{EF} = \frac{AB}{AF}.$$

$$\therefore BC = \frac{AB(EH + HF)}{AF} = \frac{\frac{24}{5} \times (8 + 6)}{6\sqrt{2}} = \frac{28}{5}\sqrt{2} \quad (14 \text{ 分})$$

25. 解: (1) 设抛物线的解析式为 $y = a(x-1)^2 + n$ ($a \neq$

0)

$$\because \text{抛物线过点 } (4, \frac{5}{4}), (0, -\frac{3}{4}),$$

$$\therefore \begin{cases} 9a + n = \frac{5}{4}, \\ a + n = -\frac{3}{4}. \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a = \frac{1}{4}, \\ n = -1. \end{cases}$$

$$\therefore y = \frac{1}{4}(x-1)^2 - 1 = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}. \quad (2 \text{ 分})$$

顶点 M 的坐标为 (1, -1.)

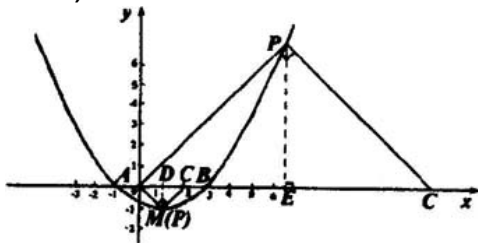
抛物线与 x 轴交于 A、B 两点(点 A 在点 B 的左边),

$$\text{令 } y=0, \text{ 则 } \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4} = 0. \quad \text{解得 } x_1 = -1, x_2 = 3.$$

点 A 的坐标为 (-1, 0) 点 B 的坐标为 (3, 0).

点 P(x, y) 在抛物线的顶点 M 的右侧的半支上 (包括顶点 M), $\angle OPC$ 是直角, $OP \geq 1$, 且 $x \neq 3$. 在 $\triangle POC$ 中, $OP = PC$, $\angle OPC = 90^\circ$,

当 $1 \leq x < 3$ 时, 点 $P(x, y)$ 在第四象限内($x > 0, y < 0$), 过点 P 作 $PD \perp x$ 轴于 D 点, 则点 D 的坐标为 $(x, 0)$ (如图 1), 且 $PD=OD$.



(25 题图 1)

$$PD = |0 - y| = -y,$$

$$OD = |x - 0| = x.$$

$$y = -x.$$

$$-x = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}.$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0.$$

解得 $x = 1$, 或 $x = -3$ (舍).

$y = -x = -1$. 点 P 的坐标为 $(1, -1)$.

当 $x > 3$ 时, 点 $P(x, y)$ 在第一象限内($x > 0, y > 0$), 过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于点 E , 则点 E 的坐标为 $(x, 0)$ (如图 1),

且 $OE = PE$. $PE = |0 - y| = y$, $OE = |x - 0| = x$,

$$y = x. \quad x = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}.$$

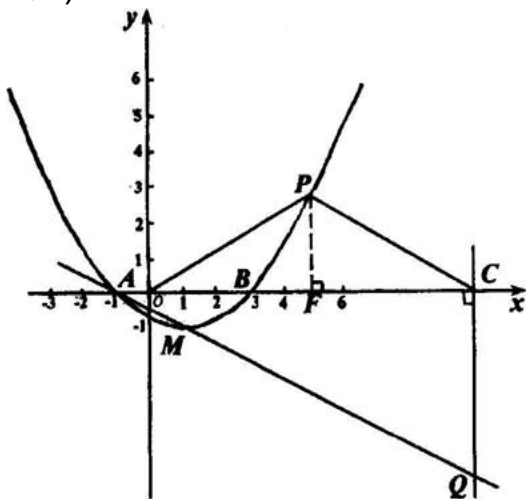
$x^2-6x-3=0$ 。解得 $x=3\pm 2\sqrt{3}$ (舍负)。

$$y=x=3+2\sqrt{3}。$$

点 P 的坐标为

$$(3+2\sqrt{3}, 3+2\sqrt{3})。$$

综合 , 点 P 的坐标为 $(1, -1)$, 或 $(3+2\sqrt{3}, 3+2\sqrt{3})$ 。(8 分)



(25 题图 2)

(2) 设过点 $A(-1, 0)$, $M(1, -1)$ 的直线解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) ,

$$\therefore \begin{cases} -k + b = 0 \\ k + b = -1. \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ b = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

直线 AM 的解析式为

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}.$$

OP=PC, 作 PF $\perp$ x 轴于 F (如图 2), 得 OC=2OF.

点 C 在 x 轴上, 点 C 的坐标为 $(2x, 0)$ ($x \geq 1$ 且 $x \neq 3$).

OC $\perp$ x 轴于点 C, 交直线 AM 于点 Q,

点 Q 的坐标为 $(2x, -x - \frac{1}{2})$.

$$S = \frac{1}{2}AC \cdot OQ$$

$$= \frac{1}{2} |2x - (-1)| \cdot |0 - (-x - \frac{1}{2})|$$

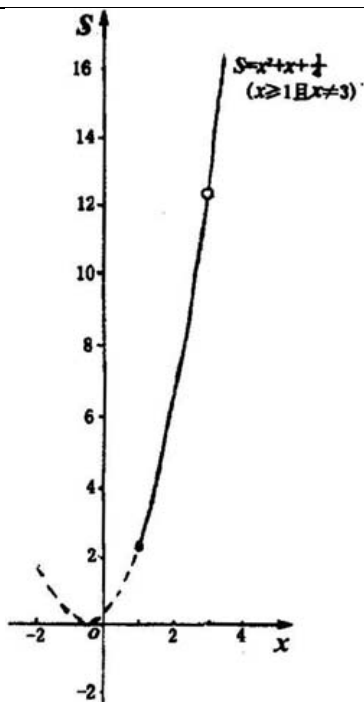
$$= \frac{1}{2} (2x+1) (x + \frac{1}{2})$$

$$= (x + \frac{1}{2})^2$$

$$= x^2 + x + \frac{1}{4}. \quad (12 \text{ 分})$$

自变量 x 的取值范围是 $x \geq 1$ 且 $x \neq 3$.

图象如图 3. (14 分)



(25 题图 3)

北京市崇文区 2002 年初中升学统一考试 数学

第 卷(选择题共 48 分)

一、选择题(本题共 48 分, 每小题 4 分)

在下列各题的四个备选答案中, 只有一个选项是正确的。

1. -6 的相反数是()

(A) 6 (B) -6 (C) $1/6$ (D) $-1/6$

2. 下列计算结果正确的是()

(A) $(-2)^2=4$ (B) $2^{-2}=-4$ (C) $(-2)^0=0$ (D) $\sqrt{9}=\pm 3$

3. 2001 年北京市残联采取多种形式对 45073 名残疾人进行了不同类型的职业技能培训。数据 45073 保留 2 位有效数字, 并用科学记数法表示为()

(A) 4.5×10^3 (B) 4.5×10^4

(C) 4.5×10^5 (D) 45×10^3

4. 一元二次方程 $x(x+3)=5$ 的根的情况是()

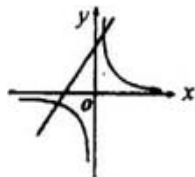
(A) 无实数根

(B) 有两个相等的无理数根

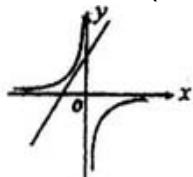
(C) 有两个相等的整数根

(D) 有两个不相等的实数根

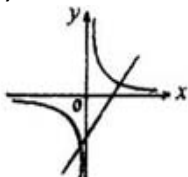
5. 一次函数 $y=2x-1$ 与反比例函数 $y=1/x$ 在同一坐标系内的图象大致是()



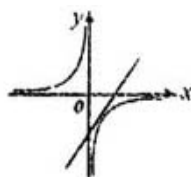
(A)



(B)



(C)

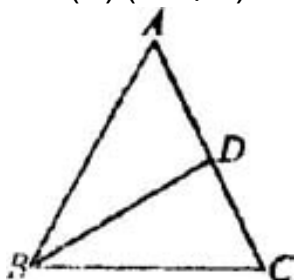


(D)

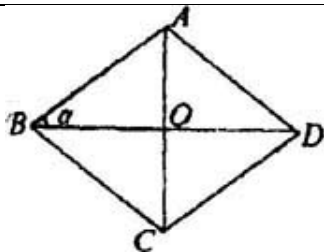
6. 点 $M(3, -1)$ 关于原点对称的点的坐标是()

(A) $(-3, 1)$ (B) $(3, 1)$

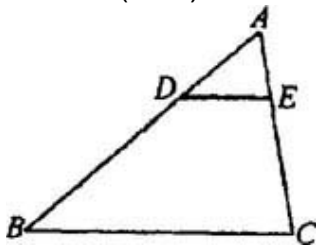
(C) $(-3, -1)$ (D) $(-1, 3)$



(7 题)



(8 题)



(9 题)

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, BD 是 $\triangle ABC$ 的平分线, 若 $\angle ADB=93^\circ$, 则 $\angle A=(\quad)$

- (A) 31° (B) 46.5° (C) 56° (D) 62°

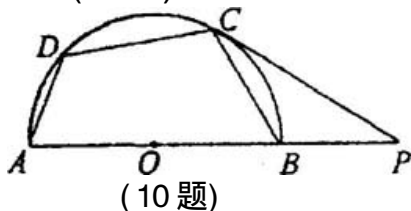
8. 如图, 菱形 ABCD 的边长为 5, AC、BD 相交于点 O, $AC=6$, 若 $\angle ABD=\alpha$, 则下列式子正确的是($\quad$)

- (A) $\sin \alpha = 4/5$ (B) $\cos \alpha = 3/5$
(C) $\tan \alpha = 4/3$ (D) $\cot \alpha = 4/3$

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $AD:DB=1:2$, 则 $S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ABC}=(\quad)$

- (A) 1:2 (B) 1:4 (C) 1:8 (D) 1:9

10. 如图, AB 是半圆 O 的直径, C 、 D 是半圆上的两点, 半圆 O 的切线 PC 交 AB 的延长线于点 P , $\angle PCB = 29^\circ$, 则 $\angle ADC = (\quad)$



(A) 109° (B) 119° (C) 120° (D) 129°

11. 两圆半径分别为 5cm 和 10cm , 圆心距为 12cm , 则这两圆的位置关系为()

(A) 外离 (B) 外切 (C) 相交 (D) 内切

12. 在崇文区某片危旧房改造过程中, 有 20 户三口之家在改造前人均居住建筑面积不足 7.2 平方米, 改造后对这 20 户居民居住情况进行跟踪调查, 结果如下表所示:

人均居住建筑面积 (平方米)	19	20	22	23	25	27
户	2	6	4	4	3	1

则改造后这 20 户居民的人均居住建筑面积为 ()

- (A) 21 平方米 (B) 22 平方米
(C) 23 平方米 (D) 24 平方米

第 卷(解答题共 72 分)

二、填空题(本题共 24 分, 每空 2 分)

1. $a^3 \cdot a^4 \div a^5 = \underline{\hspace{2cm}}$; $\sqrt{27} - \sqrt{12} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2. 因式分解: $2X^6 - 12x^2y + 18xy^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 已知直线 $y=kx+b$ 经过点 $(3, -1)$ 和点 $(-6, 5)$
则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

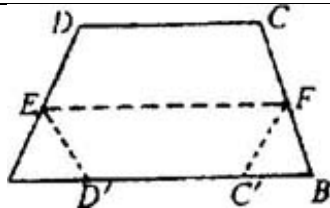
4. 在函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 中, 由变量 x 的取值范围是
 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 抛物线 $y = x^2 - 2x + 3$ 的顶点坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

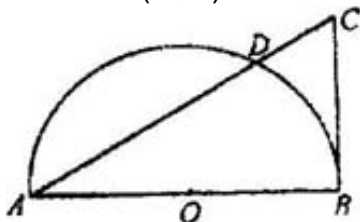
6. 一个角的 8 倍等于这个角的补角, 则这个角等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度。

7. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $DC \parallel AB$, 将梯形对折, 使点 D 、 C 分别落在 AB 上的 D' 、 C' 处, 折痕为 EF 。若 $CD=3\text{cm}$, $EF=4\text{cm}$, 则 $AD' + BC' = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$ 。

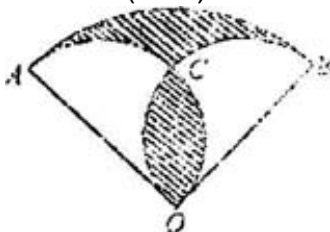
8. 如图, AB 为半圆 O 的直径, CB 切半圆于点 B , AC 交半圆于点 D , 若 $CD=1$, $AD=3$, 则 O 半径的长为
 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



(7 题)



(8 题)



(10 题)

9. 观察下面一列有规律的数，并根据此规律写出第五个数。

$$1/2 \quad 2/5 \quad 3/10 \quad 4/17 \quad \underline{\hspace{1cm}} \quad 6/37 \quad \dots$$

10. 如图，扇形 OAB 的半径为 10cm ， $\angle AOB=90^\circ$ ，分别以 OA 、 OB 为直径作半圆，两半圆交于点 C ，则图中阴影部分的面积为 $\underline{\hspace{1cm}}\text{cm}^2$ 。

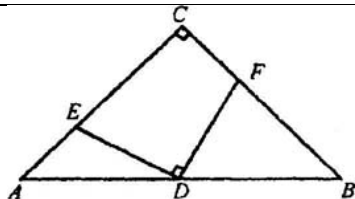
三、(本题共 8 分，每小题 4 分)

1. 已知关于 x 的一元二次方程 $3x^2 - 19x + m = 0$ 的一个根是 1, 求它的另一个根及 m 的值。

2. 求不等式组 $\begin{cases} 3x + 7 < 5(x + 2) \\ \frac{x + 1}{3} - \frac{x}{2} > 0 \end{cases}$ 的整数解。

四、(本题 5 分)

已知: 如图, 在 $\text{Rt } \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, D 是 AB 的中点, E 、 F 分别在 AC 、 BC 上, 且 $ED \perp FD$ 。



求证: $S_{\text{四边形 EDCF}} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$

五、(本题共 11 分, 第 1 小题 6 分, 第 2 小题 5 分)

1. 用换元法解方程: $(x+2/x) - 6(x/x^2+2) = 1$ 。

2. 列方程或方程组解应用题:

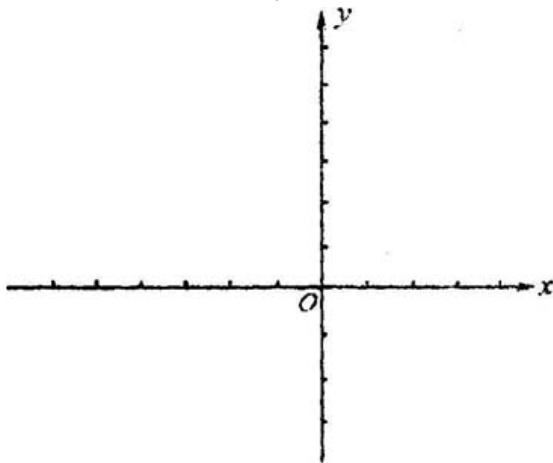
某公园有东、西两个门, 开园半小时内东门售出成人票 65 张, 儿童票 12 张, 收票款 568 元, 西门售出成人票 81 张, 儿童票 8 张, 收票款 680 元。问此

公园成人票、儿童票每张售价各几元？

六、(本题 7 分)

已知：在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 y 轴交于点 $C(0, 4)$ ，与 x 轴交于 A 、 B 两点，点 A 在点 B 的左侧， $\tan \angle BCO = 1/4$ ，且 $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle BOC} = 4 : 1$ 。

求：此抛物线的解析式。

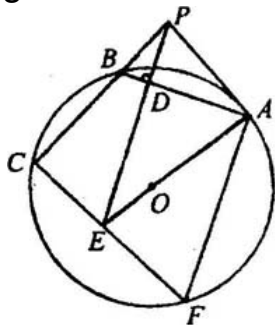


七、(本题 8 分)

已知: 如图, PA 切 $\odot O$ 于点 A , 割线 PBC 交 $\odot O$ 于点 B 、 C , $PD \perp AB$ 于点 D , PD 、 AO 的延长线相交于点 E , 连结 CE 并延长 CE 交 $\odot O$ 于点 F , 连结 AF 。

1. 求证: $\triangle PBD \sim \triangle PEC$;

2 若 $AB=12$, $\tan \angle EAF = \frac{2}{3}$ 求 $\odot O$ 半径的长。

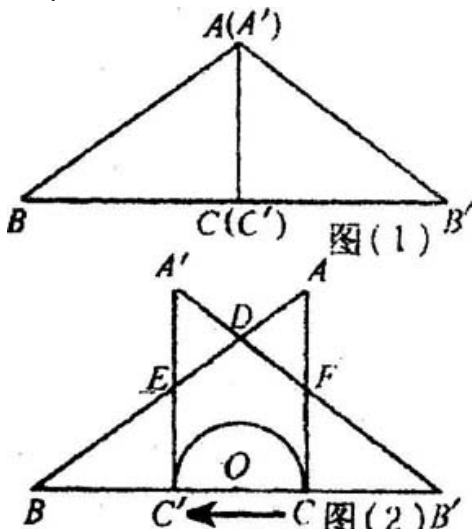


八、(本题 9 分)

已知: $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$, $\angle ACB = \angle A'C'B' = 90^\circ$, $AB=5$, $AC=3$, 对应边 AC 与 $A'C'$ 重合, 如图(1)。若将 $\triangle A'B'C'$ 沿 CB 边按箭头所示方向平移, 如图(2), 使边 AB 、 $A'B'$ 相交于点 D , 边 $A'C'$ 交 AB 于点 E , 边 AC 交 $A'B'$ 于点 F , 以 CC' 为直径在五边形 $DEC'OF$ 内作半圆 O , 设 BC' 的长为 x , 半圆 O 的面积为 y 。

1. 求 y 与 x 的函数关系式及自变量 x 的取值范围;

2. 连结 EF , 求 EF 与半圆 O 相切时的 x 的值。



参考答案

一、 1. A 2. A 3. B 4. D 5. C 6. A 7. C 8. D 9. D
10. B 11. C 12. B

二、 1. $a^2, \sqrt{3}$ 2. $2x(x-3y)^2$ 3. $-2/3, 1$ 4. $x > -3$
5. $(1, 2)$ 6. 20 7. 2 8. $\sqrt{3}$ 9. $5/26$ 10. $(25\pi - 50)$

三、 1. 解: 设方程的另一个根是 x_1 , 那么
 $1+x_1=19/3$, $x_1=16/3$ 。(2分)

又 $1 \times 16/3 = m/3$, $m=16$ 。(4分)

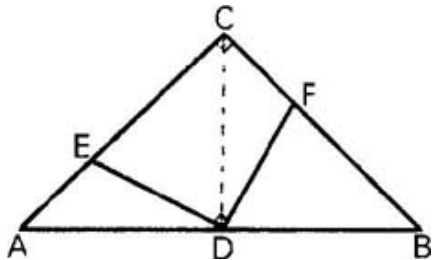
答: 方程的另一个根是 $16/3$, m 的值是 16。

2. 解: 解不等式(1)得 $x > -3/2$; (1分)

解不等式(2), 得 $x < 2$ 。(2分)

不等式组的解集是 $-3/2 < x < 2$ 。(3分)

不等式组的整数解是 $-1, 0, 1$ 。(4分)



四、证明: 连结 OD 。(1 分)

在 $\text{Rt } \triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$,

$AC=BC$, D 为 AB 中点,

$OD \perp AB$, $\angle ADO = \angle BDO = 90^\circ$,

$AD=BD=OD$,

$\angle A = \angle BOD = 45^\circ$ 。

又 $ED \perp FD$,

$\angle EDC + \angle CDF = 90^\circ$,

$\angle ADE + \angle EDC = 90^\circ$,

$\angle ADE = \angle CDF$ 。(2 分)

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDF$ 中, $\begin{cases} \angle A = \angle FCD, \\ AD = CD, \\ \angle ADE = \angle CDF, \end{cases}$

$\triangle ADE \cong \triangle CDF$ (ASA)。(3 分)

$S_{\triangle ADE} = S_{\triangle CDF}$ 。同理可证 $S_{\triangle CDE} = S_{\triangle BDF}$ 。(4 分)

$\therefore S_{\text{四边形 } EDCF} = 1/2 S_{\triangle ABC}$ 。(5 分)

五、1. 解: 方程可化为 $\frac{x^2+2}{x} - 6(x/x^2+2) = 1$ 。

设 $\frac{x^2+2}{x} = y$, (1 分)

原方程可变为 $y - 6/y = 1$, (2 分)

$y^2 - y - 6 = 0$ 。解之得, $y_1 = -2$, $y_2 = 3$ 。(3 分)

当 $y_1 = -2$ 时, $\frac{x^2+2}{x} = -2$, $x^2 + 2x + 2 = 0$ 。

$=4-8 < 0$, 方程无实根。 (4 分)

当 $y_2=3$ 时, $\frac{x^2+2}{x}=3$, $x^2-3x+2=0$ 。

解之得 $x_1=1$, $x_2=2$ 。 (5 分)

经检验: $x_1=1$, $x_2=2$ 都是原方程的根。 (6 分)

故原方程的根为 $x_1=1$, $x_2=2$ 。

2. 解: 设此公园成人票每张售价 x 元, 儿童票每张售价 y 元。 (1 分)

根据题意, 得 $\begin{cases} 65x + 12y = 568, \\ 81x + 8y = 680. \end{cases}$ (4 分)

解这个方程组, 得 $\begin{cases} x = 8, \\ y = 4. \end{cases}$ (5 分)

答: 此公园成人票每张售价 8 元, 儿童票每张售价 4 元。

六、解: 当 A、B 两点在原点同侧时, 如图(1),

$\tan \angle BEO = 1/4$, $OB/OC = 1/4$ 。

又 C 点坐标(0, 4), $OC=4$,

$OB=1$ 。

B 点坐标(-1, 0)。 (1 分)

又 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle BOC} = 4$,

$AB:BO=4:1$, 即 $AB=4$ 。

A 点坐标(-5, 0) (2 分)

设二次函数解析式为 $y=a(x+1)(x+5)$ 。

$$4=5a, a=4/5. \quad (3 \text{ 分})$$

$$y=4/5(x+1)(x+5),$$

即二次函数解析式为

$$y=\frac{4}{5}x^2+\frac{24}{5}x+4. \quad (4 \text{ 分})$$

当 A、B 两点在原点异侧时，如图(2)，

$$\tan \angle BOC=1/4, \quad OB/OC=1/4.$$

又 C 点坐标(0, 4)，OC=4，

$$OB=1.$$

B 点坐标(1, 0)。 (5 分)

又 $S_{\triangle ABC}: S_{\triangle BOC}=4:1$ ，

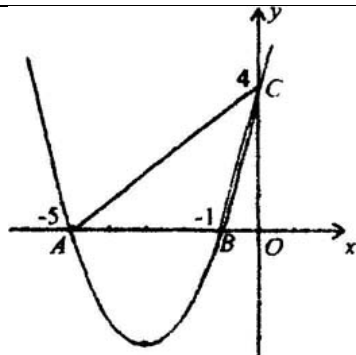
AB/BO=4:1，即 AB=4。

A 点坐标(-3, 0)。 (6 分)

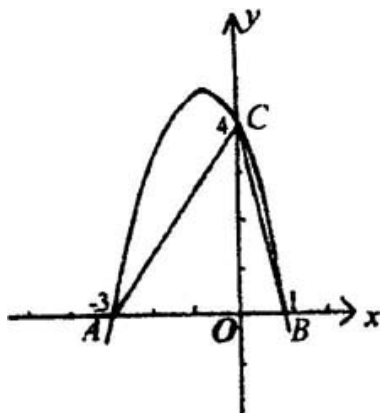
设二次函数解析式为 $y=a(x-1)(x+3)$ 。

$$4=-3a, a=-4/3. \quad y=-4/3(x-1)(x+3),$$

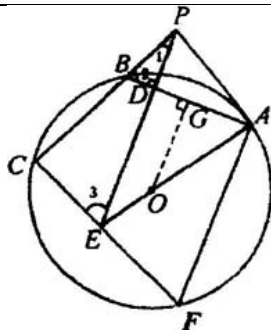
即二次函数解析式为 $y=-\frac{4}{3}x^2-\frac{8}{3}x+4$ 。 (7 分)



图(1)



图(2)



七、证明: 1. PA 切 $\odot O$ 于 A, $PA^2 = PB \cdot PC$. (1 分)

O 在 AE 上, PA $\perp$ AE.

PE $\perp$ AB 于 D, $\angle PAD = \angle PEA$.

$PD/PA = PA/PE$, $PA^2 = PD \cdot PE$. (2 分)

$PB \cdot PC = PD \cdot PE$. (3 分)

$PB/PE = PD/PC$.

$1 = 1$,

$PBD \sim PEC$. (4 分)

2. $PBD \sim PEC$, $2 = 3$.

$2 = \angle F$, $3 = \angle F$.

PE $\perp$ AF. (5 分)

作 OG $\perp$ AB 于 G, 则 $AG = 1/2 AB = 1/2 \times 12 = 6$,

OG $\parallel$ ED $\parallel$ FA, $\angle AOG = \angle EAF$. (6 分)

在 Rt $\triangle AOC$ 中, $\tan \angle AOC = \frac{AG}{OC} = \frac{2}{3}$.

$\frac{6}{OC} = \frac{2}{3}$, $OC = 9$. (7 分)

$$AG^2 + OC^2 = AC^2, \quad AO = \sqrt{6^2 + 9^2} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}. \quad (8$$

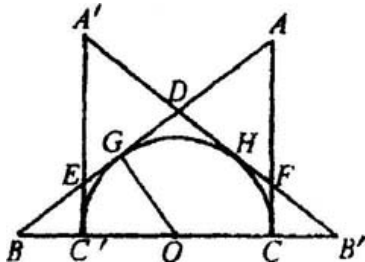
分)

O 的半径长为 $3\sqrt{13}$.

八、解: 1. $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, $\angle ACB = \angle A'C'B' = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 3$,

$BC = 4$. $BC' = x$, $CC' = BC - BC' = 4 - x$,

$$y = \frac{1}{2}\pi \left(\frac{4-x}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{8}x^2 - \frac{\pi}{4}x + 2\pi. \quad (2 \text{ 分})$$



图(3)

以 CC' 为直径在五边形内部作半圆, 依题意, 在运动过程中 $A'C'$ 、 AC 与 O 始终相切, 故只需考虑 AB 与 O 相切的特殊位置, 以确定 x 的最小值。

当 $\triangle A'B'C'$ 沿 CB 边按箭头所示方向平移时,

$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, $\angle B = \angle B'$,

$\triangle DBB'$ 是等腰三角形。

又 $BC=B'C'$, $OC=OC'$,

$BO=B'O$ O 是 BB' 的中点。

O 到 BD 、 $B'D$ 的距离相等。

AB 与 O 相切时, $A'B'$ 必与 O 相切。

设切点分别为 G 、 H , 连结 OG ,

则有 $\angle BGO = \angle BCO = 90^\circ$, $BO = B'O$,

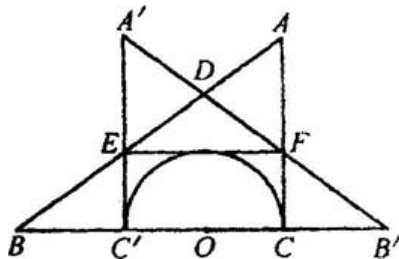
$\angle BOG = \angle B'OH$,

$$\angle OGA = \angle OHB' , \quad \frac{OG}{AC} = \frac{BO}{BA} , \quad \frac{\frac{4-x}{2}}{3} = \frac{4-\frac{4-x}{2}}{5} .$$

解之得 $x=1$ 。

当 $x < 1$ 或 $x \geq 4$ 时, 不合题意,

自变量 x 的取值范围是 $1 \leq x < 4$ 。(5 分)



图(4)

2. 在 $\triangle BEC'$ 和 $\triangle B'FC$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle B' , \\ BC' = B'C , \\ \angle BC'E = \angle B'CF = 90^\circ , \end{cases}$$

$$\angle BEC' = \angle B'FC,$$

$$EC' = FC,$$

$$\angle EC'F = \angle FOC' = 90^\circ,$$

四边形 $EC'CF$ 为矩形。

当 EF 与 $\odot O$ 相切时, $EC' = \frac{1}{2}CC$ 。

$$\because \tan B = \frac{EC'}{BC'} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{4}, \quad \therefore EC' = \frac{3}{4}x, \quad \therefore \frac{3}{4}x = \frac{1}{2}(4-x).$$

解之得 $x = \frac{8}{5}$ 。(7分)

图(3)、图(4)各 1 分,共 9 分。

上海市 2002 年中等学校高中阶段招生文化考试 数学

(本卷满分 120 分, 考试时间 120 分钟)

一、填空题: (本大题共 14 题, 每题 2 分, 满分 28 分)

1. 计算: $(1/2)^{-2} =$ _____。

2. 如果分式 $\frac{x+3}{x-2}$ 无意义, 那么 $x =$ _____。

3. 在张江高科技园区的上海超级计算中心内, 被称为“神威 1”的计算机运算速度为每秒 384 000 000 000 次, 这个速度用科学记数法表示为每秒_____次。

4. 方程 $\sqrt{2x^2 - 1} = x$ 的根是_____。

5. 抛物线 $y = x^2 - 6x + 3$ 的顶点坐标是_____。

6. 如果 $f(x) = kx$, $f(2) = -4$, 那么 $k =$ _____。

7. 在方程 $x^2 + \frac{1}{x^2 - 3x} = 3x - 4$ 中, 如果 $y = x^2 - 3x$, 那么原方程可化为关于 y 的整式方程是_____。

8. 某出租车公司在“五一”长假期间平均每天的

营业额为 5 万元，由此推断 5 月份的总营业额约为 $5 \times 31 = 155$ (万元)。根据所学的统计知识，你认为这样的推断是否合理？答：_____。

9. 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $DE \parallel BC$ 。如果 $AD=8$ ， $DB=6$ ， $EC=9$ ，那么 $AE=$ _____。

10. 在离旗杆 20 米处的地方用测角仪测得旗杆顶的仰角为 α ，如果测角仪高为 1.5 米，那么旗杆的高为_____米(用含 α 的三角比表示)。

11. 在 $\triangle ABC$ 中，如果 $AB=AC=5\text{cm}$ ， $BC=8\text{cm}$ ，那么这个三角形的重心 G 到 BC 的距离是_____cm。

12. 两个以点 O 为圆心的同心圆中，大圆的弦 AB 与小圆相切，如果 AB 的长为 24，大圆的半径 OA 为 13，那么小圆的半径为_____。

13. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中， $\angle A < \angle B$ ， CM 是斜边 AB 上的中线，将 $\triangle ACM$ 沿直线 CM 折叠，点 A 落在点 D 处，如果 CD 恰好与 AB 垂直，那么 $\angle A$ 等于度。

14. 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， E 、 F 分别是边 AB 、 AC 的中点，连结 DE 、 DF 。在不再连结其他线段的前提下，要使四边形 $AEDF$ 成为菱形，还需添加一个条件，这个条件可以是_____度。

二、多项选择题: (本大题共 4 题, 每题 3 分, 满分 12 分)

【每题列出的四个答案中, 至少有一个是正确的, 把所有正确答案的代号填入括号内, 错选或不选得 0 分, 否则每漏选一个扣 1 分, 直至扣完为止】

15. 在下列各数中, 是无理数的是()

(A) π (B) $22/7$ (C) $\sqrt{9}$ (D) $\sqrt[3]{4}$

16. 在下列各组根式中, 是同类二次根式的是()

(A) $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{12}$

(B) $\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{2}}$

(C) $\sqrt{4ab}$ 和 $\sqrt{ab^3}$

(D) $\sqrt{a-1}$ 和 $\sqrt{a+1}$

17. 如果两个半径不相等的圆有公共点, 那么这两个圆的公切线可能有()

(A) 1 条 (B) 2 条 (C) 3 条 (D) 4 条

18. 下列命题中, 正确的是()

(A) 正多边形都是轴对称图形;

(B) 正多边形一个内角的大小与边数成正比例;

(C) 正多边形一个外角的大小随边数的增加而减小;

(D) 边数大于 3 的正多边形的对角线长都相等。

三、(本大题共 4 题, 每题 7 分, 满分 28 分)

19. 计算: $\frac{x+2}{x-1} \cdot \frac{x^2-2x+1}{x^2-x-6} - \frac{2x+6}{x^2-9}$.

20. 解不等式组: $\begin{cases} 3x+1 > 5(x-1), & \textcircled{1} \\ \frac{4}{3}x-6 \geq \frac{6-5x}{3}. & \textcircled{2} \end{cases}$

21. 如图 1, 已知四边形 $ABCD$ 中, $BC=CD=DB$, $\angle ADB=90^\circ$, $\cos \angle ABD=4/5$, 求 $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle BCD}$.

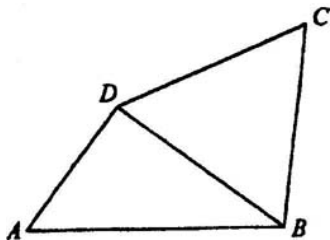


图 1

22. 某校在六年级和九年级男生中分别随机抽取 20 名男生测量他们的身高，绘制的频数分布直方图如图 2 所示，其中两条点划线上端的数值分别是每个年级被抽 20 名男生身高的平均数，试根据该图提供的信息填空：

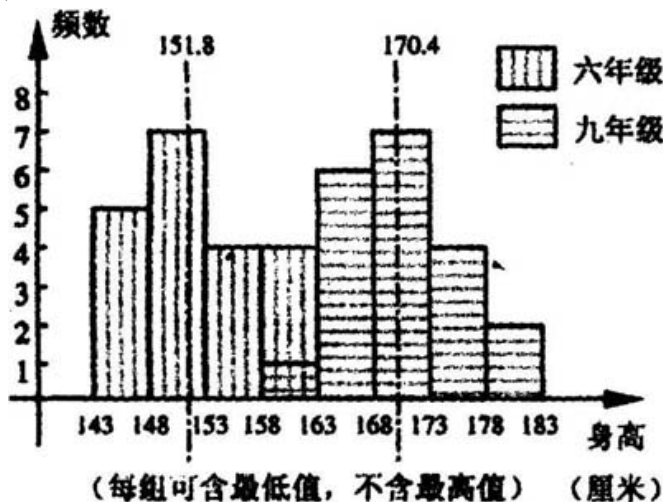


图 2

(1) 六年级被抽取 20 名男生身高的中位数所在组的范围是_____厘米；

九年级被抽取的 20 名男生身高的中位数所在组的范围是_____厘米。

(2) 估计这所学校九年级男生的平均身高比六年级男生的平均身高高_____厘米。

(3) 估计这所学校六、九两个年级全体男生中，身高不低于 153 厘米且低于 163 厘米的男生所占的百分比是_____。

四、(本大题共 4 题，每题 10 分，满分 40 分)

23. 已知: 二次函数 $y=x^2-2(m-1)x+m^2-2m-3$ ，其中 m 为实数。

(1) 求证: 不论 m 取何实数，这个二次函数的图象与 x 轴必有两个交点；

(2) 设这个二次函数的图象与 x 轴交于点 $A(x_1, 0)$ 、 $B(x_2, 0)$ ，且 x_1 、 x_2 的倒数和为 $2/3$ ，求这个二次函数的解析式。

24. 已知: 如图 3, AB 是半圆 O 的直径, 弦 CD AB , 直线 CM DN 分别切半圆于点 C D , 且分别和直线 AB 相交于点 M N

(1) 求证: $MD=NO$;

(2) 设 $\angle M=30^\circ$, 求证: $MN=4CD$.

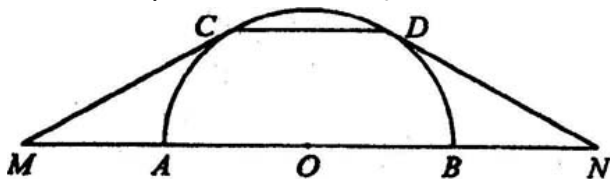


图 3

25. 某班进行个人投篮比赛, 受污损的下表记录了在规定时间内投进 n 个球的人数分布情况:

进球数 n	0	1	2	3	4	5
投进 n 个球的人数	1	2	7	[污损]		2

同时, 已知进球 3 个或 3 个以上的人平均每人投进 3.5 个球; 进球 4 个或 4 个以下的人平均每人投进

2. 5 个球。问投进 3 个球和 4 个球的各有多少人。

26. 如图 4，直线 $y = \frac{1}{2}x + 2$ 分别交 x 、 y 轴于点 A 、 C ， P 是该直线上在第一象限内的一点， $PB \perp x$ 轴， B 为垂足， $S_{\triangle ABP} = 9$ 。

(1) 求点 P 的坐标；

(2) 设点 R 与点 P 在同一个反比例函数的图象上，且点 R 在直线 PB 的右侧，作 $RT \perp x$ 轴， T 为垂足，当 $\triangle BRT$ 与 $\triangle AOC$ 相似时，求点 R 的坐标。

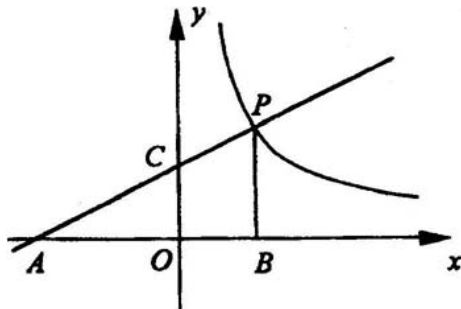


图 4

五、(本大题只有 1 题, 满分 12 分, (1)、(2)、(3) 题均为 4 分)

27. 操作: 将一把三角尺放在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 上, 并使它的直角顶点 P 在对角线 AC 上滑动, 直角的一边始终经过点 B , 另一边与射线 DC 相交于点 Q

探究: 设 A 、 P 两点间的距离为 x 。

(1) 当点 Q 在边 CD 上时, 线段 PQ 与线段 PB 之间有什么样的大小关系? 试证明你观察得到的结论;

(2) 当点 Q 在边 CD 上时, 设四边形 $PBCQ$ 的面积为 y , 求 y 与 x 之间的函数解析式, 并写出函数的定义域;

(3) 当点 P 在线段 AC 上滑动时, $\triangle PCQ$ 是否可能成为等腰三角形? 如果可能, 指出所有能使 $\triangle PCQ$ 成为等腰三角形的点 Q 的位置, 并求出相应的 x 的值; 如果不可能, 试说明理由。

(图 5、图 6、图 7 的形状大小相同，图 5 供操作、实验用，图 6 和图 7 备用)

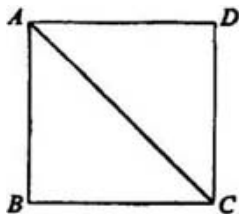


图 5

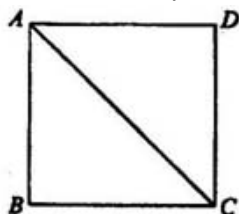


图 6

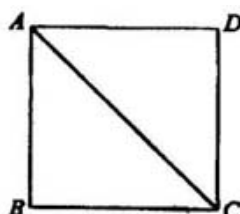


图 7

参考答案

1. 4 ; 2. 2 ; 3. 3.84×10^{11} ; 4. $x=1$; 5. (3, -6) ; 6. -2 ; 7. $y^2+4y+1=0$; 8. 不合理 ; 9. 12 ;
 10. $20t \operatorname{tg} \alpha + 1.5$ 11. 1 ; 12. 5 ; 13. 30 ;
 14. $AB=AC$ B= C $AE=AF$ $AE=ED$ DE AC ...
 中的一个。

15. A D ; 16. B C ; 17. A B C ; 18. A C

$$\begin{aligned} 19. \text{解: 原式} &= \frac{x+2}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{(x-3)(x+2)} - \frac{2(x+3)}{(x+3)(x-3)} \\ &= \frac{x-1}{x-3} - \frac{2}{x-3} = \frac{x-3}{x-3} = 1. \end{aligned}$$

20. 解: 由 解得 $x < 3$. 由 解得 $x \geq 8/3$.

原不等式组的解集是 $8/3 \leq x < 3$.

21. 解: $\cos \angle ABD = 4/5$, 设 $AB=5k$, $BD=4k$ ($k > 0$), 得 $AD=3k$.

于是 $S_{\triangle ABD} = 1/2 AD \cdot BD = 6k^2$.

BCD 是等边三角形, $S_{\triangle BCD} = \frac{\sqrt{3}}{4} BD^2 = 4\sqrt{3}k^2$ 。

$$S_{\triangle ABD} : S_{\triangle BCD} = 6k^2 : 4\sqrt{3}k^2 = \sqrt{3} : 2。$$

22. (1) 148 ~ 153。 168 ~ 173。 (2) 18.6

(3) 22.5%

23. (1) 证明: 和这个二次函数对应的一元二次方程是 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m - 3 = 0$ 。

$$\begin{aligned} &= 4(m+1)^2 - 4(m^2 - 2m - 3) = 4m^2 - 8m + 4 - 4m^2 + 8m + 12 = 16 \\ &> 0。 \end{aligned}$$

方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m - 3 = 0$ 必有两个不相等的实数根。

不论 m 取何值, 这个二次函数的图象与 x 轴必有两个交点。

(2) 解: 由题意, 可知 x_1 、 x_2 是方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m - 3 = 0$ 的两实数根,

$$\begin{aligned} &x_1 + x_2 = 2(m+1), \quad x_1 \cdot x_2 = m^2 - 2m - 3。 \\ \therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} &= \frac{2}{3}, \text{ 即 } \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{2}{3}, \therefore \frac{2(m+1)}{m^2 - 2m - 3} = \frac{2}{3} (*)。 \end{aligned}$$

解得 $m=0$ 或 $m=5$ 。经检验: $m=0$, $m=5$ 都是方程(*)的解。

所求二次函数的解析式是 $y=x^2+2x-3$ 或 $y=x^2-8x+12$ 。

24. 证明: 连结 OC , OD .

(1) $OC=OD$, $OC=OD$, $OC \perp AB$,

$OC \perp OM$, $OC \perp ON$, $OM \perp$

ON .

OM , ON 分别切半圆 O 于点 C , D , $OM \perp$

$ON=90^\circ$.

$OM \perp ON$, $OM \perp ON$

(2) 由(1) $OM \perp ON$ 可得 $M \perp N$, $M=30$

$^\circ$, $N=30^\circ$.

$OM=2OC$, $ON=2OD$, $OM \perp ON=60^\circ$.

$OC=60^\circ$.

OC 是等边三角形, 即 $OC=OC=OD$.

$MN=OM+ON=2OC+2OD=4OC$.

25. 解: 设投进 3 个球的有 x 个人, 投进 4 个球的有 y 个人。

$$\text{由题意,得} \begin{cases} \frac{3x+4y+5 \times 2}{x+y+2} = 3.5, \\ \frac{0 \times 1 + 1 \times 2 + 2 \times 7 + 3x + 4y}{1+2+7+x+y} = 2.5. \end{cases} \quad (*)$$

$$\text{整理,得} \begin{cases} x-y=6, \\ x+3y=18. \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x=9, \\ y=3. \end{cases}$$

经检验: $\begin{cases} x=9, \\ y=3. \end{cases}$ 是方程组(*)的解。

答: 投进 3 个球的有 9 个人, 投进 4 个球的有 3 个人。

26. 解: (1) 由题意, 得点 $Q(0, 2)$, 点 $A(-4, 0)$ 。

设点 P 的坐标为 $(a, 1/2 a+2)$, 其中 $a > 0$ 。

由题意, 得 $S_{\triangle ABP} = 1/2(a+4)(1/2a+2) = 9$ 。

解得 $a=2$ 或 $a=-10$ (舍去)。

而当 $a=2$ 时, $1/2a+2=3$, 点 P 的坐标为 $(2, 3)$ 。

(2) 设反比例函数的解析式为 $y=k/x$ 。

点 P 在反比例函数的图象上, $3=k/2$, $k=6$ 。

反比例函数的解析式为 $y=6/x$ 。

设点 R 的坐标为 $(b, 6/b)$, 点 T 的坐标为 $(b, 0)$, 其中 $b > 2$,

那么 $BT=b-2$, $RT=6/b$ 。

当 $RTB \sim AOC$ 时, $RT/AO=BT/CO$, 即

$$RT/BT=AO/CO=2,$$

$\frac{6}{b-2}=2$ 。解得 $b=3$ 或 $b=-1$ (舍去)。点 R 的坐标为 $(3, 2)$ 。

当 $RTB \sim COA$ 时 $RT/CO=BT/AO$, 即

$$T/BT=CO/AO=1/2,$$

$\frac{6}{b-2}=\frac{1}{2}$ 。解得 $b=1+\sqrt{13}$ 或 $b=1-\sqrt{13}$ (舍去)。

点 R 的坐标为 $(1+\sqrt{13}, \frac{\sqrt{13}-1}{2})$ 。

综上所述, 点 R 的坐标为 $(3, 2)$ 或 $(1+\sqrt{13}, \frac{\sqrt{13}-1}{2})$ 。

27. (1) 解: $PQ=PB$ 。证明如下:

过点 P 作 $MN \perp BC$, 分别交 AB 于点 M , 交 CD 于点 N , 那么四边形 $AMND$ 和四边形 $BCNM$ 都是矩形, $\triangle AMP$ 和 $\triangle CNP$ 都是等腰直角三角形(如图 1)。

$$NP=NC=MB, \quad \angle BPQ=90^\circ, \quad \angle QPN+\angle BPM=90^\circ.$$

$$\text{而 } \angle BPM+\angle PBM=90^\circ, \quad \angle QPN=\angle PBM.$$

$$\text{又 } \angle QNP=\angle PMB=90^\circ, \quad \angle QNP=\angle PMB.$$

$$PQ=PB.$$

(2) 解: 由 (1) $QN \perp PM$ 得 $NQ=MP$ 。

$$\because AP = x, \therefore AM = MP = NQ = DN = \frac{\sqrt{2}}{2}x, BM = PN = CN = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}x,$$

$$\therefore CQ = CD - QD = 1 - 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}x = 1 - \sqrt{2}x。$$

$$\text{得 } S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} BC \cdot BM = \frac{1}{2} \times 1 \times (1 - \frac{\sqrt{2}}{2}x) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}x。$$

$$S_{\triangle PCQ} = \frac{1}{2} CQ \cdot PN = \frac{1}{2} \times (1 - \sqrt{2}x)(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}x) = \frac{1}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{4}x + \frac{1}{2}x^2。$$

$$S_{\text{四边形PBCQ}} = S_{\triangle PBC} + S_{\triangle PCQ} = \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{2}x + 1,$$

$$\text{即 } y = \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{2}x + 1 (0 \leq x < \frac{\sqrt{2}}{2})。$$

(3) $\triangle PCQ$ 可能成为等腰三角形。

当点 P 与点 A 重合时, 点 Q 与点 D 重合, 这时 $PQ=QC$, $\triangle PCQ$ 是等腰三角形, 此时 $x=0$ 。

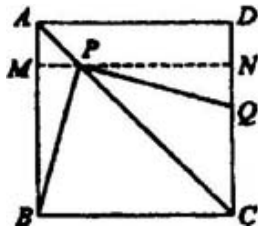


图 1

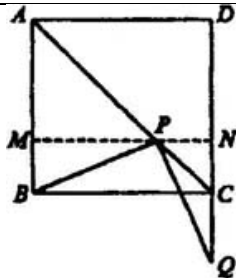


图 2

当点 Q 在边 DC 的延长线上，且 $CP=CQ$ 时，
 $\triangle PCQ$ 是等腰三角形(如图 2)。

解：此时， $QN = PM = \frac{\sqrt{2}}{2}x$ ， $CP = \sqrt{2} - x$ ， $CN = \frac{\sqrt{2}}{2}CP = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}x$ 。

$$\therefore CQ = QN - CN = \frac{\sqrt{2}}{2}x - (1 - \frac{\sqrt{2}}{2}x) = \sqrt{2}x - 1。$$

当 $\sqrt{2} - x = \sqrt{2}x - 1$ 时，得 $x = 1$ 。

云南省 2002 年高中(中专)招生统一考试 数学

(本卷满分 120 分, 考试时间 120 分钟)

以下公式供解题时参考:

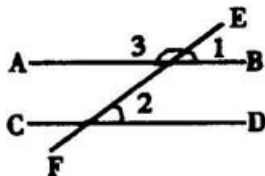
乘法公式: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$; $(a \pm b)^2=a^2 \pm 2ab+b^2$ 。

在半径为 R 的圆中, n° 的圆心角所对的弧长 l 和扇形面积 S 的计算公式分别是: $l=n\pi R/180$ 和 $S=n\pi R^2/360=1/2 l R$ 。

一、填空题(本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 满分 30 分)

1. $-1/5$ 的倒数是_____。

2. a 的 $1/3$ 与 b 的 $1/2$ 的和, 用代数式表示为_____。



3. 已知, 如图, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 135^\circ$, 则

2=_____。

4. 地球上的陆地面积约为 149000000 千米², 这个数用科学记数法可表示为_____千米²。

5. 在公式 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 中, 已知 h 、 t 且 $t \neq 0$, 则 g =_____。

6. 填上适当的数和字母, 使等式 $x^2+3xy+9/4 y^2=(x+\text{_____})^2$ 成立。

7. 在函数 $y = \sqrt{\frac{1}{x-1}}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____。

8. 两根木棒的长分别是 7cm 和 10cm, 要选择第三根木棒, 将它们钉成一个三角形, 若第三根木棒的长是 a cm, 则 a 的取值范围是_____。

9. 已知, $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle A'B'C'} = 1:9$, 其中 $\triangle ABC$ 的周长为 18cm, 那么 $\triangle A'B'C'$ 的周长是_____cm

10. 已知, 一个直角三角形的两条直角边的长分别为 3cm 4cm, 以它的直角边所在直线为轴旋转一周, 所得圆锥的表面积是_____。

二、选择题(本大题共有 10 个小题, 每小题只有一个正确选项, 每小题 4 分, 满分 40 分)

11. 下列计算正确的是()

(A) $a^2 + a^4 = a^6$ (B) $a^6 \div a^2 = a^3 (a \neq 0)$

(C) $a^2 \cdot a^5 = a^7$ (D) $(ab^2)^2 = ab^4$

12. 在 $\text{Rt } \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 10$, $BC = 8$, 则 $\cos A$ 的值等于()

(A) $3/5$ (B) $4/5$ (C) $3/4$ (D) $4/3$

13. 将 $a^2 - ab + ac - bc$ 分解因式, 结果是()

(A) $(a+b)(a-c)$ (B) $(a-b)(a-c)$

(C) $(a+b)(a+c)$ (D) $(a-b)(a+c)$

14. 下列计算正确的是()

(A) $\sqrt{3} - \sqrt{2} = 1$

(B) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = 4$

(C) $2 + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

(D) $\frac{\sqrt{8}}{2} = 2$

15. 化简 $(\pi - 3)^0 + 2^{-1}$ 的结果为 ()

(A) $\frac{1}{2}$

(B) -2

(C) $\pi - 1$

(D) $\frac{3}{2}$

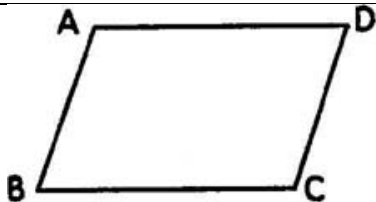
16. 二元一次方程组 $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + 3y = -\frac{5}{2} \end{cases}$ 的解是 ()

(A) $\begin{cases} x = 1, \\ y = 0. \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = 2, \\ y = -\frac{3}{2}. \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = \frac{1}{2}, \\ y = -1. \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = -1, \\ y = -4. \end{cases}$



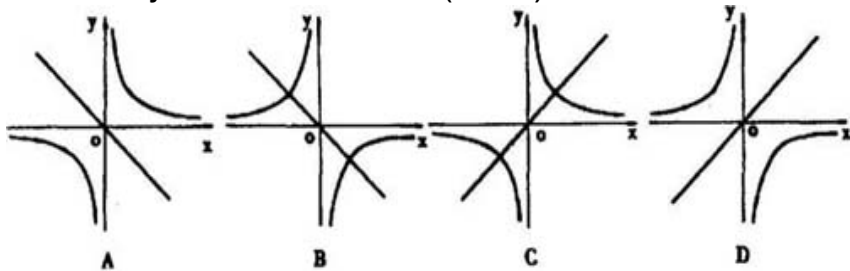
17. 已知，如图，平行四边形 $ABCD$ 的周长为 56cm ， $AB=12\text{cm}$ ，则 AD 的长为()

- (A) 14cm (B) 16cm (C) 18cm (D) 20cm

18. 若关于 x 的方程 $x^2 - (2m+1)x + m^2 = 0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值是()

- (A) $-1/4$ (B) 2 (C) $1/4$ (D) 1

19. 在同一直角坐标系中，正比例函数 $y=x$ 与反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象大致是()



20. 已知线段 AB ，延长 AB 到 C ，使 $BC=1/3AB$ ， D 为 AC 的中点，若 $DC=4\text{cm}$ ，则 AB 的长是()

- (A) 3cm (B) 6cm (C) 8cm (D) 10cm

三、解答题(本大题共 7 个小题，满分 50 分)

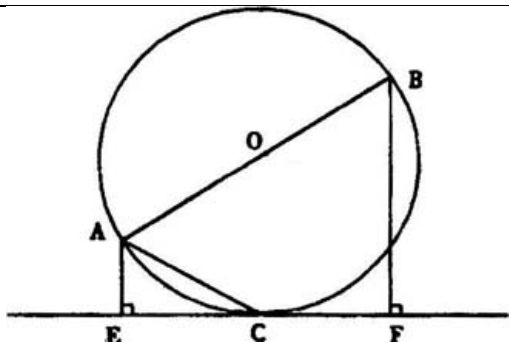
21. (本小题 7 分)已知 $x = \sqrt{2} + 2$, 求 $\frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 + 4x} \cdot \frac{6x}{x^2 - 1} - \frac{2}{x - 1}$ 的值。

22. (本小题 7 分)解方程 $\frac{6x}{x+1} - \frac{3x+3}{x} = 7$ 。

23. (本小题 7 分)已知, 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 直线 EF 与 $\odot O$ 相切于点 C, AE $\perp$ EF 垂足为 E, BF $\perp$ EF 垂足为 F, 连结 AC。

(1) 求证: AC 平分 $\angle BAE$;

(2) 求证: $AB = AE + BF$ 。



24. (本小题 7 分) 为合理利用水资源，我省某地经过认真调查，提出以下水价调整方案：居民生活用水价格，由原来的每立方米 1.20 元调整为 1.80 元，其中包含污水处理价格由 0.35 元调整为 0.50 元；工业用水价格由每立方米 1.60 元调整为 2.50 元、行政事业用水价格由每立方米 1.45 元调整为 2.30 元、经营服务业用水价格由每立方米 1.90 元调整为 3.00 元，此 3 项污水处理价格都由原来的每立方米 0.35 元分别调整为每立方米 0.60 元。

(1) 根据以上提供的相关数据填写以下表格:

表一: 用水价格表

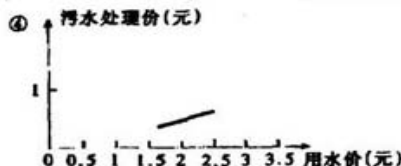
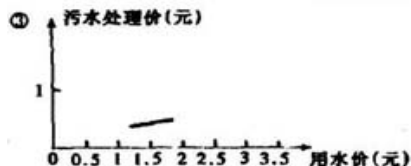
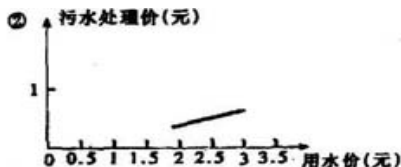
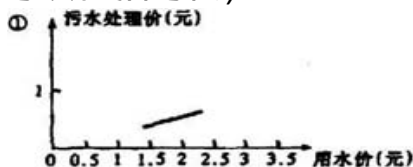
用水类别	调整前价格 (元/米 ³)	调整后价格 (元/米 ³)	增加幅度 (元/米 ³)
居民生活	1.20	1.80	0.60
工 业			
行政事业			
经营服务业			

表二: 污水处理价格表

污水处理 类 别	调整前价格 (元/米 ³)	调整后价格 (元/米 ³)	增加幅度 (元/米 ³)
居民生活			
工 业			
行政事业			
经营服务业	0.35	0.60	0.25

(2) 分别求出上述 4 类不同用水类别调价后每立方米的用水平均价格和每立方米的污水处理平均价格。

(3) 以下示意图表示水价调整前后，每立方米用水价格与污水处理价格之间的大致对应示意图，其中表示居民生活类的是()。(将正确示意图数字代号填在括号内)



25. (本小题 6 分) 证明多边形内角和定理:

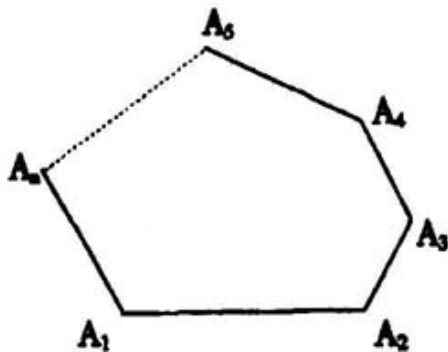
n 边形的内角和等于 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 。

下面已给出已知、求证，请你写出证明多边形内角和定理的一种方法及证明过程。

已知: 如图， n 边形 $A_1 A_2 A_3 \dots A_n$

求证: n 边形 $A_1 A_2 A_3 \dots A_n$ 的内角和等于 $(n-2) \cdot 180^\circ$ 。

证明:



26. (本小题 7 分) 某学校初三(5)班学生用班费向某一出版社邮购 50 本数学课外读物书, 每本书价为 7.50 元, 根据出版社规定邮购 10 本以下(包括 10 本)需另加邮购费 3 元; 邮购 10 本以上(不包括 10 本)需加书价 15% 的邮购费。在邮局汇款时, 每 100 元汇款需付汇费 1 元, 汇款不足 100 元时, 按 100 元汇款付汇费。

(1) 经班委讨论有两种不同邮购方案: 方案一是每次邮购 10 本, 分 5 次邮购; 方案二是一次性邮购 50

本，请求出这两种不同邮购方案所需的费用。

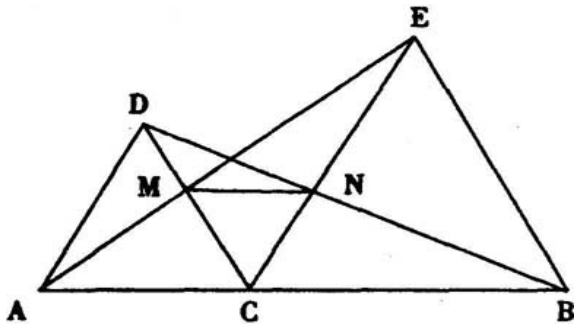
(2) 若邮购本数为 a ($50 \leq a \leq 70$)，且 a 是 10 的整数倍，请比较用上述两种不同邮购方案每本书的差价并求出差价，从而说明采用哪种方案邮购更省钱。

27. (本小题 9 分) 已知，如图，点 C 是线段 AB 上的任意一点(C 点与 A 、 B 点不重合)，分别以 AC 、 BC 为边在直线 AB 的同侧作等边三角形 ACD 和等边三角形 BCE ， AE 与 CD 相交于点 M ， BD 与 CE 相交于点 N 。

(1) 求证: $\triangle ACE \cong \triangle DCB$;

(2) 求证: $MN \parallel AB$;

(3) 若 AB 的长为 10cm , 当点 C 在线段 AB 上移动时, 是否存在这样的一点 C , 使线段 MN 的长度最长? 若存在, 请确定 C 点的位置并求出 MN 的长; 若不存在, 请说明理由。



参考答案

1. -5 2. $\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b$ 3. 45° 4. 1.49×10^8 5. $\frac{2h}{t^2}$ 6. $\frac{3\gamma}{2}$

7. $x > 1$ 8. $3 < a < 17$ 9. 54 10. $24\pi\text{cm}^2$ 或 $36\pi\text{cm}^2$

11. C 12. A 13. D 14. B 15. D 16. C 17. B 18. A 19. C 20. B

21. 解: 原式 = $\frac{(x+2)(x+1)}{2x(x+2)} \cdot \frac{6x}{(x+1)(x-1)} - \frac{2}{x-1}$

$$= \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x-1} = \frac{1}{x-1} \quad (4 \text{ 分})$$

当 $x = \sqrt{2} + 2$ 时, 原式 = $\frac{1}{\sqrt{2} + 2 - 1} = \sqrt{2} - 1$ 。 (7 分)

22. 解: 设 $\frac{x}{x+1} = y$, 则 $\frac{x+1}{x} = \frac{1}{y}$, 那么原方程变形为 $6y - \frac{3}{y} = 7$ 。

$6y^2 - 7y - 3 = 0$ 。 $(2y-3)(3y+1) = 0$,

解得: $y_1 = \frac{3}{2}$, $y_2 = -\frac{1}{3}$ 。 (4 分)

当 $y_1 = \frac{3}{2}$ 时, $\frac{x}{x+1} = \frac{3}{2}$, $x_1 = -3$ 。

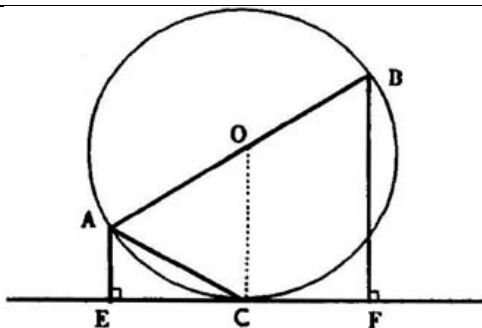
当 $y_2 = -\frac{1}{3}$ 时, $\frac{x}{x+1} = -\frac{1}{3}$, $x_2 = -\frac{1}{4}$ 。 (6 分)

经检验: $x_1 = -3$ 、 $x_2 = -1/4$ 都是原方程的根。 (7

分)

(说明: 其它方法参照给分)

23. (1) 证明: 连结 OC , 则 $OC \perp EF$ 。



$AE \perp EF, \quad AE \perp OC,$

$\angle EAC = \angle OCA,$

又 $OA = OC, \quad \angle OCA = \angle OAC,$

$\angle EAC = \angle OAC,$ 即 AC 平分 $\angle BAE$ 。 (4 分)

(2) OC 是梯形 $AEFB$ 的中位线,

$OC = \frac{1}{2}(AE + BF)$ 。 (6 分)

又 $AB = 2OC, \quad AB = AE + BF$ 。 (7 分)

24. (1) 表一 表二

1.60 2.50 0.90 0.35 0.50 0.15

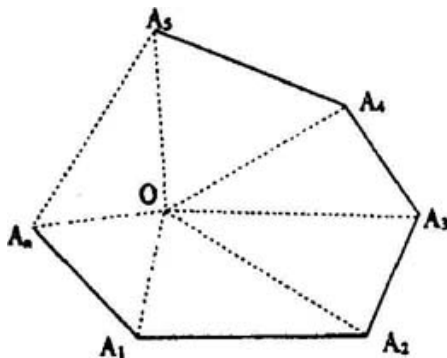
1.45 2.30 0.85 0.35 0.60 0.25

1.90 3.00 1.10 0.35 0.60 0.25 (3 分)

(2)解:每立方米用水平均价格为 $\frac{1.80+2.50+2.30+3.00}{4} = 2.40(\text{元})$;

每立方米污水处理平均价格为 $\frac{0.50+3 \times 0.60}{4} = 0.575(\text{元})$ 。 (5 分)

(3)③



25. 证明: 在 n 边形内任取一点 O , 连结 O 与各个顶点的线段, 把 n 边形分成 n 个三角形。 (2 分)

n 个三角形的内角和等于 $n \cdot 180^\circ$, 以 O 为公共顶点的 n 个角的和为 360° , n 边形的内角和为 $n \cdot 180^\circ - 2 \times 180^\circ = (n-2) \cdot 180^\circ$ 。

定理得证。 (6 分)

(说明: 本题证明方法不唯一, 叙述方式不统一, 评分时请参照给分)

26. 解: (1) 方案一所需费用为 $y_1 = 5 \times 3 + 5 + 50 \times$

7.50=395(元), 方案二所需费用为 $y_2=50 \times 7.50 \times 1.15+5=436.25$ (元)。(4分)

(2) 设方案一所需费用为 y_1 , 则 $y_1=\frac{a}{10} \times 3+7.50a+a/10=7.9a$ 。(5分)

设方案二所需费用为 y_2 , 当 $a=50$ 时, $y_1=395$ (元), $y_2=436.25$ (元)

$$\therefore \text{每本差价} = \frac{y_2 - y_1}{50} = \frac{436.25 - 395}{50} = 0.825(\text{元}).$$

当 $a=60$ 时, $y_1=7.9 \times 60=474$ (元),

$$y_2=60 \times 7.50 \times 1.15 + 6 = 523.50(\text{元}),$$

$$\therefore \text{每本差价} = \frac{y_2 - y_1}{60} = 0.825(\text{元})$$

当 $a=70$ 时, $y_1=7.9 \times 70=553$ (元)

$$y_2=70 \times 7.50 \times 1.15 + 7 = 610.75(\text{元}),$$

$$\therefore \text{每本差价} = \frac{y_2 - y_1}{70} = 0.825(\text{元}).$$

综上所述, 经比较两种不同方案每本的差价知采用方案一邮购更省钱。(7分)

(说明: 第(2)问未进行讨论的不给分)

27. (1) 证明: 在 $\triangle ACE$ 和 $\triangle DCB$ 中,

$$AC=CD, \quad \angle ACE=\angle BCD=120^\circ, \quad CE=CB,$$

$$\triangle ACE \cong \triangle DCB. \quad (3 \text{ 分})$$

(2) 证明: 在 $\triangle CME$ 和 $\triangle CNB$ 中,

$$\begin{aligned} & \angle CBN, CE=CB, \quad \angle MCE= \angle NCB=60^\circ, \\ & \angle CME= \angle CNB, \quad CM=CN. \end{aligned}$$

又 $\angle MCN=60^\circ$, $\triangle CMN$ 是等边三角形。

$$\angle MCN= \angle NCB=60^\circ. \quad MN \parallel AB. \quad (6 \text{ 分})$$

(3) 设 $AC=x$, $MN=y$. $MN \parallel AB$, $MN/AC=EN/EC$.

$$\begin{aligned} & \text{又 } CB=EC=10-x, \quad CN=y, \quad EN=10-x-y, \quad y/x=10-x-y/10-x, \\ & y=-\frac{1}{10}x^2+x, \quad y=-1/10(x-5)^2+2.5 \quad (0 < x < 10) \end{aligned}$$

当 $x=5\text{cm}$ 时, $y_{\text{最大}}=2.5\text{cm}$

当 C 点是 AB 的中点时, 线段 MN 的最大长度是 2.5cm (9 分)

广西 2002 年中等学校招生统一考试 数学

(本卷满分 120 分, 考试时间 120 分钟)

一、填空题: 本大题共 12 小题; 每小题 2 分, 共 24 分。请将答案填写在题中的横线上。

1. 如果 $a > 0$, $b > 0$, 那么 ab _____ 0。

2. 已知 $A = 30^\circ$, 那么 A 的余角 = _____, A 的补角 = _____。

3. 函数 $y = \sqrt{4x + 2}$ 中自变量 x 的取值范围是 _____。

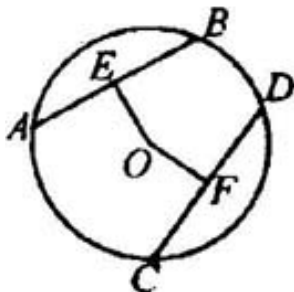
4. 写出一个反比例函数, 使它的图象经过第二、四象限, 它是 _____。

5. 用换元法解方程 $3x - 1/x^2 + 1 - 3x^2 + 3/3x - 1 = 2$, 如果设 $3x - 1/x^2 + 1 = y$, 则原方程变形为 _____。

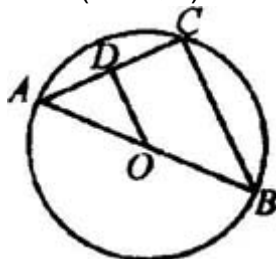
6. 计算: $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} =$ _____。

7. 如图, OE 、 OF 分别是 O 的弦 AB 、 CD 的弦心距, 如果 $OE = OF$, 那么 _____ (只需写出一个正确的结论)。

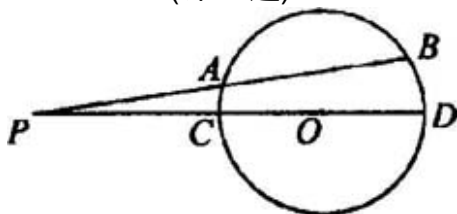
8. 如图，已知 AB 为 $\odot O$ 的直径， D 为弦 AC 的中点， $BC=6\text{cm}$ ，则 $OD=$ _____ cm



(第 7 题)



(第 8 题)



(第 9 题)

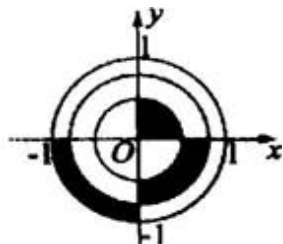
9. 如图，割线 PCD 经过 $\odot O$ 的圆心， $PC=8\text{cm}$ ， $PA=9\text{cm}$ ， $AB=7\text{cm}$ ，则 $\odot O$ 的直径是 _____ cm

10. 如图，三个圆是同心圆，图中阴影部分的面

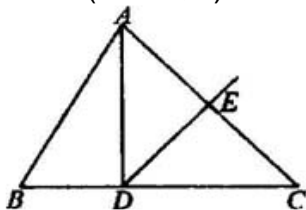
积为_____。

11. 如图， $\triangle ABC$ 的周长为 19cm, AC 的垂直平分线 DE 交 BC 于 D , E 为垂足, $AE=3\text{cm}$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为_____cm

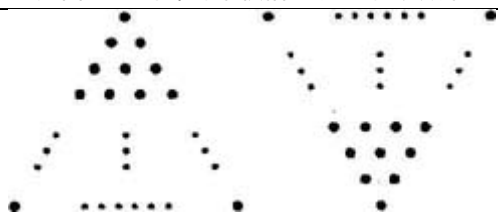
12. 如图，观察下列三角形图案，每行圆点的个数有什么规律？设每个三角形有 n 行，用 n 的代数式表示这两个三角形图案中圆点的总数，为_____。



(第 10 题)



(第 11 题)



(第 12 题)

二、选择题: 本大题共 8 小题; 每小题 3 分, 共 24 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是正确的, 请将正确答案前的字母填入题后的括号内。每小题选对得 3 分, 选错、不选或多选均得零分。

13. 下列计算中, 正确的是()

(A) $(-x^2)^3 = -x^6$ (B) $(x+1)^2 = x^2 + 1$

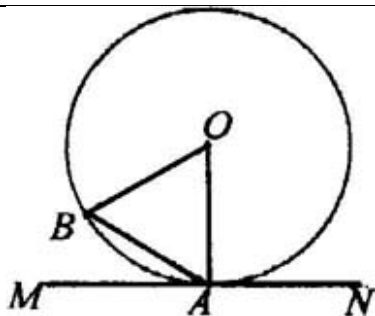
(C) $x^6 / x^2 = x^3$ (D) $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$

14. 纳米技术是 21 世纪新兴技术。纳米是一个长度单位, 1 纳米等于 1 米的 10 亿分之一, 关系式 1 纳米 $= 10^{-n}$ 中, n 应该是()

(A) 10 (B) 9 (C) 8 (D) -10

15. 要使分式 $x^2 - 9 / x^2 - x - 6$ 的值为零, x 的值应是()

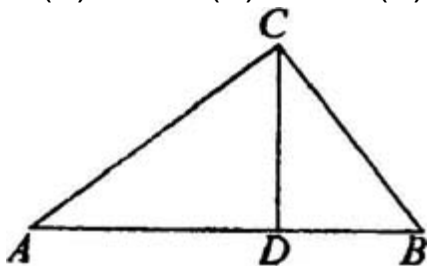
(A) 3 (B) -3 (C) ± 3 (D) 2



(第 16 题)

16. 如图, MN 切 $\odot O$ 于点 A , $\angle ACB = 60^\circ$, 那么 $\angle BAM$ 等于()

- (A) 120° (B) 90° (C) 60° (D) 30°



(第 17 题)

17. 如图, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为 D , 且 $CD=3$, $AC=5$, 则 $\cos B$ 等于()

- (A) $3/5$ (B) $4/5$ (C) $5/12$ (D) $3/4$

18. 已知线段 $a=4$, $b=16$, 线段 c 是 a 、 b 的比例中项, 那么 c 等于()

- (A) 10 (B) 8 (C) -8 (D) ± 8

19. 如果等腰梯形两底差的一半等于它的高，那么这个梯形的一个底角等于()

(A) 75° (B) 60° (C) 45° (D) 30°

20. 2001 年广西体育事业成绩显著。据统计，在有关大赛中获得奖牌数如下表(单位: 枚):

	金 牌	银 牌	铜 牌
亚洲锦标赛	10	1	0
国内重大比赛	29	21	10

如果只获得 1 枚奖牌的选手有 57 人，那么荣获 3 枚奖牌的选手最多有()

(A) 2 人 (B) 3 人 (C) 4 人 (D) 5 人

三、解答题: 本大题共 8 小题，满分 72 分。

21. (本题满分 5 分)

计算: $\sqrt{\frac{27}{4}} - \frac{1}{\sqrt{3}-1} + (-5)^0 - 3\lg 30^\circ$.

22. (本题满分 7 分)

甲乙两名射手在相同条件下打靶，射中的环数分别如图 1、图 2 所示：

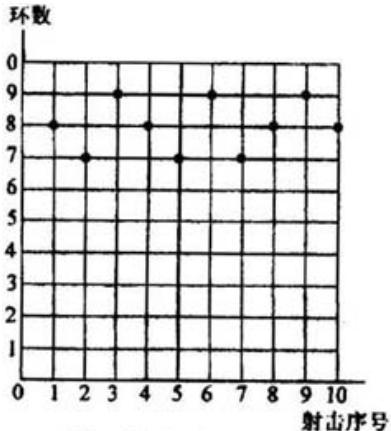


图 1(射手甲)

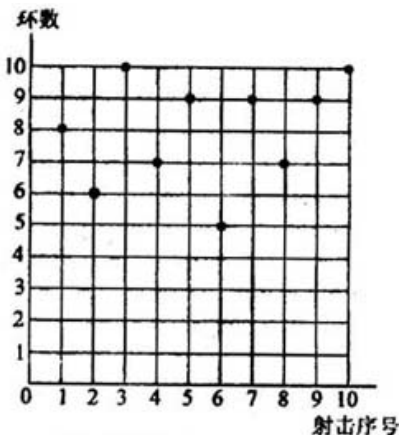


图 2(射手乙)

利用图 1、图 2 提供的信息，解答下列问题：

(1) 填空，射手甲射中环数的众数是_____，平均数是_____；

射手乙射中环数的众数是_____，平均数是_____；

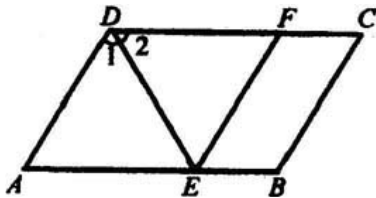
(2) 如果要从甲、乙两名射手中选一名去参加射击比赛，应选谁去？简述理由。

23. (本题满分 8 分)

如图, DE 是 $\square ABCD$ 的 $\angle ADC$ 的平分线, $EF \parallel AD$ 交 DC 于 F 。

(1) 求证: 四边形 $AEDF$ 是菱形;

(2) 如果 $\angle A = 60^\circ$, $AD = 5$, 求菱形 $AEDF$ 的面积。



24. (本题满分 10 分)

某地区前年参加中考的人数为 5 万人, 今年参加中考的人数为 6.05 万人。

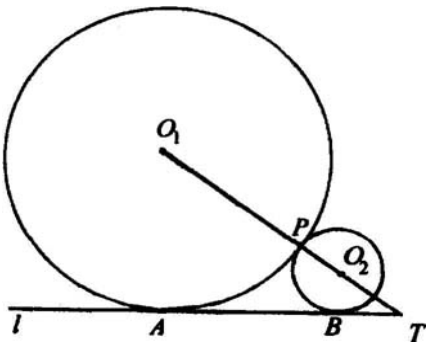
(1) 问这两年该地区参加中考人数的年平均增长率是多少?

(2) 该地区 3 年来共有多少人参加过中考?

(参考数据: $11^2=121$, $12^2=144$, $13^2=169$, $14^2=196$)

25. (本题满分 8 分)

如图, $\odot Q_1$ 、 $\odot Q_2$ 外切于点 P , 它们的半径分别为 4cm、1cm. 直线 l 分别与 $\odot Q_1$ 、 $\odot Q_2$ 相切于 A 、 B , 且与直线 Q_1Q_2 相交于 T . 求 AB 和 BT 的长。



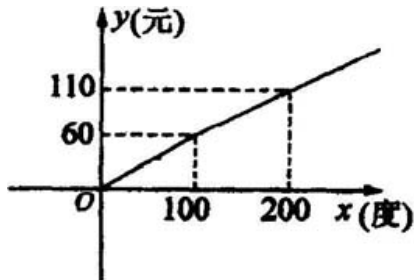
26. (本题满分 10 分)

我区的水电资源丰富，并且得到了较好的开发，电力充足。某供电公司为了鼓励居民用电，采用分段计费的方法来计算电费，月用电量 x (度) 与相应电费 y (元) 之间的函数关系的图象如图所示。

(1) 填空，月用电量为 100 度时，应交电费 _____ 元；

(2) 当 $x \geq 100$ 时，求 y 与 x 之间的函数关系式；

(3) 月用电量为 260 度时，应交电费多少元？



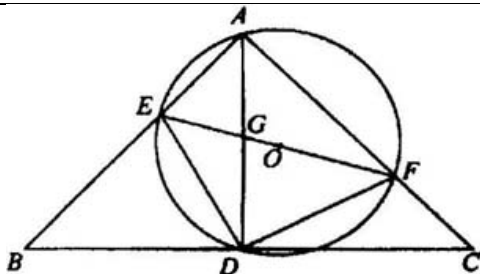
27. (本题满分 12 分)

如图 1, AD 是 $Rt\triangle ABC$ 的斜边 BC 上的高, $AB=AC$. O 过 A 、 D 两点并分别交 AB 、 AC 于 E 、 F , 连结 EF 交 AD 于 G , 分别连结 ED 、 DF .

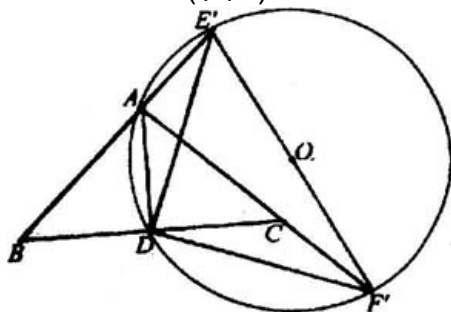
(1) 填空, 直接写出图中至少三对相似而不全等的三角形, 它们是_____;

(2) 填空, 直接写出图中所有的全等三角形, 它们是_____, 并且写出线段 AE 、 AF 、 AB 间的关系式_____;

(3) 如图 2, 当圆心 O 的位置移到 $\triangle ABC$ 的外面, O 分别与 BA 、 AC 的延长线交于点 E' 、 F' 时, 分别连结 $E'F'$ 、 $E'D$ 、 DF' , 线段 AE' 、 AF' 、 AB 间有什么关系? 请证明你的结论.



(图 1)



(图 2)

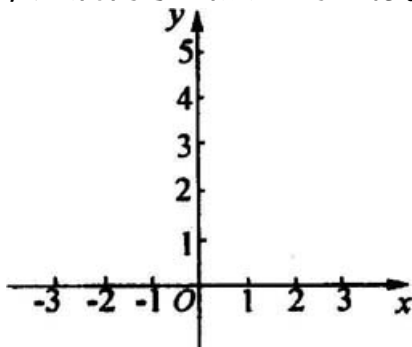
28. (本题满分 12 分)

已知抛物线 $y = -x^2 + 2mx + 4$ 。

(1) 求抛物线的顶点坐标(用含 m 的式子表示)；

(2) 设抛物线与 x 轴相交于 A 、 B 两点，且 $1/OA^2 + 1/OB^2 = 1/2$ ，求抛物线的函数解析式，并画出它的图象；

(3) 在(2)的抛物线上是否存在点 P ，使 $\angle APB$ 等于 90° ？如果不存在，请说明理由；如果存在，先找出点 P 的位置，然后再求出点 P 的坐标。



参考答案

1. $>$ 2. 60° 150° 3. $x \geq -1/2$ 4. $y = -2/x$
 5. $y - 3/y = 2$ 6. $1/(x+1)$ 7. $AB = CD$ 8. 3 9. 10 10. $\frac{1}{4}\pi$

11. 13 12. $(n+1)n$ 13. A 14. B 15. B 16. D 17. A
 18. B 19. C 20. C

21. 解: 原式 $= \frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}+1}{2} + 1 - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$ (4 分)
 $= 1/2$ 。 (5 分)

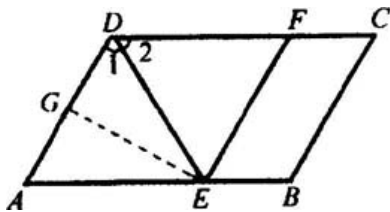
22. 解: (1) 8, 8, 9, 8 (4 分)

(2) 解: 计算方差:

$$S_{\text{甲}}^2 = 1/10[3 \times 1^2 + 4 \times 0^2 + 3 \times (-1)^2] = 0.6, (5 \text{ 分})$$

$$S_{\text{乙}}^2 = 1/10[2 \times 2^2 + 3 \times 1^2 + 0^2 + 2 \times (-1)^2 + (-2)^2 + (-3)^2] = 2.6, (6 \text{ 分})$$

甲、乙两人射中的平均环数虽然都是 8 环, 但从 $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$ 知道, 射手甲比射手乙波动小, 较稳定, 所以选甲。 (7 分)



23. (1) 证明: 四边形 ABCD 是平行四边形,
 $DF \parallel AE$ 。 又 $EF \parallel AD$,
 四边形 AEF D 是平行四边形。 (2 分)

$$\angle 2 = \angle AED, \quad \angle 1 = \angle 2,$$

$$1 = \angle AED, \quad (3 \text{ 分})$$

$$AE = AD, \quad (4 \text{ 分}) \quad \square AEFD \text{ 是菱形}. \quad (5 \text{ 分})$$

(2) 解: 作 $EG \perp AD$, 垂足为 G . (6 分)

$$EG = AE \sin A = 5 \sin 60^\circ = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}. \quad (7 \text{ 分})$$

$$S_{\text{菱形 } AEFD} = AD \cdot EG = 5 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{2}. \quad (8 \text{ 分})$$

24. 解: (1) 设平均每年的增长率为 x , 根据题意, 得 (1 分)

$$5(1+x)^2 = 6.05, \quad (4 \text{ 分}) \quad (1+x)^2 = 1.21, \quad (5 \text{ 分})$$

$$1+x = \pm 1.1, \quad x_1 = 0.1, \quad x_2 = -2.1.$$

$x_2 = -2.1$ 不合题意, 所以只能取 $x_1 = 0.1 = 10\%$. (7 分)

答: 这两年该地区参加中考人数的年平均增长率为 10% . (8 分)

$$(2) 5 + 5 \times 110\% + 6.05 = 16.55.$$

答: 该地区 3 年来共有 16.55 万人参加过中考 (10 分)

25. 解: 连结 QA , QB , 作 $QC \perp QA$, C 为垂足。

l 与 QA , QB 都相切, $QA \perp AB$, $QB \perp AB$.

四边形 ABO_2C 是矩形。 (2 分)

在 $Rt\triangle O_1O_2C$ 中, $O_1O_2 = O_1P + O_2P = 4 + 1 = 5$, (3 分)

$$O_1C = O_1A - AC = O_1A - O_2B = 4 - 1 = 3, \quad (4 \text{ 分})$$

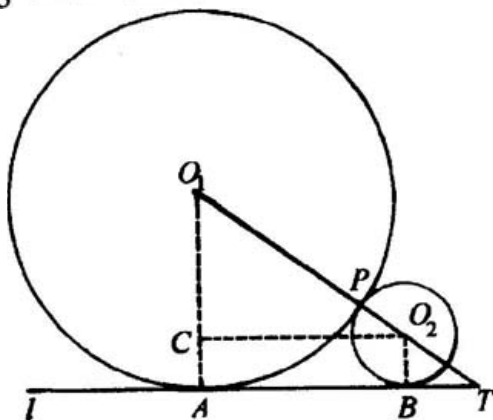
$$\therefore AB = CO_2 = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1C^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm}). \quad (5 \text{ 分})$$

$$\therefore CO_2 \parallel AT,$$

$$\therefore \frac{O_1C}{O_1A} = \frac{CO_2}{AT}. \quad (6 \text{ 分})$$

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{4}{4 + BT}, \quad (7 \text{ 分})$$

$$\therefore BT = \frac{4}{3}(\text{cm}) \quad (8 \text{ 分})$$



26. 答: (1) 60. (1 分)

(2) 设所求的函数关系式为 $y=kx+b$ 。(3 分)

$\therefore$ 直线过点(100,60)和点(200,110), $\therefore$ 有 $\begin{cases} 100k + b = 60, \\ 200k + b = 110. \end{cases}$ (5 分)

解得 $k=1/2$, $b=10$ 。(6 分)

y 与 x 的函数关系式为 $y=1/2x+10$ 。(7 分)

(3) $260 > 100$, 将 $x=260$ 代入 $y=1/2x+10$ 得 $y=140$ 。(10 分)

答: 月用电量为 260 度时, 应交电费 140 元。

27. 解(1) 有 15 对相似三角形, 只需写对三对相似三角形即可。(3 分)

5 对: $\triangle DAB \sim \triangle DAC$ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$;

5 对: $\triangle BDE \sim \triangle ADF$ $\triangle AEG \sim \triangle FDG$;

5 对: $\triangle DAE \sim \triangle DCF$ $\triangle DEG \sim \triangle FAG$

(2) $\triangle ABD \sim \triangle ACD$; $\triangle BDE \sim \triangle ADF$; $\triangle CDE \sim \triangle AFE$ 。
 $AE+AF=AB$ 。(7 分)

(3) AE' 、 AF' 、 AB 间的关系式是 $AF' - AE' = AB$ 。(8 分)

$AE' \perp DE$, $AF' \perp DF$, (9 分)

(或 $\angle E'AF' = 90^\circ$, $E'F'$ 是 O 的直径。

$\angle E'DF' = 90^\circ$, 即 $\angle E'DG + \angle CDF' = 90^\circ$ 。

$\angle ADE' + \angle E'DG = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle ADE' =$

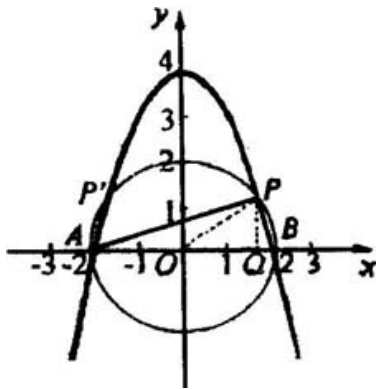
$\angle CDF'$ 。(9分)

而 $\angle E'AD = 180^\circ - \angle BAD = 135^\circ$, $\angle F'CD = 180^\circ - \angle ACD = 135^\circ$,

$\angle E'AD = \angle F'CD$ 。(10分)

又 $AD = DC$, $\angle E'AD = \angle F'CD$ 。(11分)

$\angle AE' = \angle CF'$ 。 $\angle AF' - \angle AE' = \angle AF' - \angle CF' = \angle AC = \angle AB$ 。
(12分)



28. 解(1) $y = -x^2 + 2mx + 4$

$$= -(x-m)^2 + m^2 + 4.$$

抛物线的顶点坐标为 $(m, m^2 + 4)$ 。(2分)

(2) 设 A、B 两点的坐标分别为 $(x_1, 0)$ 、 $(x_2, 0)$,

则 $x_1 + x_2 = 2m$, $x_1 x_2 = -4$ 。(4分)

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} &= \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{(x_1x_2)^2} \\ &= \frac{(2m)^2 - 2 \times (-4)}{(-4)^2} = \frac{m^2 + 2}{4}.\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{2} \quad \therefore \frac{m^2 + 2}{4} = \frac{1}{2}, \quad m_1 = m_2 = 0.$$

抛物线的函数解析式为 $y = -x^2 + 4$ 。(6 分)

x	...	-2	0	2	...
y	...	0	4	0	...

画图 (7 分)

(3) 在抛物线上存在点 P, 使 $\angle APB = 90^\circ$ 。

由(2)知 $A(-2, 0)$ 、 $B(2, 0)$ 。以 AB 为直径作圆, 设与抛物线相交于 P、P' 两点, 连结 AP、BP, 则 $\angle APB = 90^\circ$ 。(9 分)

作 $PQ \perp x$ 轴, 垂足为 Q, 连结 OP, 则 $OP = 2$, 且 $OQ^2 + PQ^2 = 4$ 。(10 分)

设 P 点的坐标为 (x_3, y_3) , 点 P 在抛物线上, $y_3 = -x_3^2 + 4$,

并且 $PQ^2 = y_3^2$, $OQ^2 = x_3^2 = 4 - y_3$ 。

$(4 - y_3) + y_3^2 = 4$, 解得 $y_3 = 0$ 或 $y_3 = 1$ 。(11 分)

$y_3 = 0$ 不合题意, 舍去, 取 $y_3 = 1$, 此时 $x_3 = \sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$,

点 P 的坐标为 $(\sqrt{3}, 1)$ 或 $(-\sqrt{3}, 1)$ 。(12 分)