前　　言

本书主要针对目前国内体育院系本科生和研究生的主干课程《体育测量与评价》，补缺体育统计方法这一部分的基础知识。同时，可作为大专、中专在校生学习试用教材，也可供数理基础较薄弱的基层体育工作者、教师自学。

多年来体育统计方法采用表算法花去了教师、教练员及科研工作者的大量时间和精力。一般教师和教练员认为“用希腊字母写成的数学表达式不好理解”。为解决这一难题，本书给你一个方便、灵活地运用电子计算器即可对教学、训练等方面进行量化评分、自我评价的实用统计方法。特别是对电子计算机和数理统计方法不熟的体育工作者，只要有一个携带方便的计算器，就可根据现场统计需要，编好程序后到测试现场直接输入数据，显示结果，及时反馈教学和训练效果，因此，它具有省时、灵活、方便的特点。

本教材参考了高等学校试用教材《体育统计》和戎家増编著的《体育统计学》，并从 1992 年起作为体育系补充教材，得到师生们的大力支持并提出了宝贵意见。在此统致谢意。由于本人水平有限，不妥和错误之处，敬请读者批评指正。

编著者

2002 年 3 月 18 日

目　　录

第一章　绪　论

第一节　体育统计的性质和作用

体育统计是跨学科的综合体，它是以辩证唯物主义思想为指导，应用统计的理论和方法，通过对体育现象的数量描述，揭示体育领域中事物发展变化的内在规律。而数理统计是以概率为基础，专门研究数据的搜集、整理、分析和推断的一门学科，数理统计内容包括：数据的整理和样本统计量的研究，统计推断，方差分析，回归分析，抽样理论，质量控制，试验设计等。数理统计运用的方法是以样本为依据，运用数学模型来推断总体。

首先，在体育运动中许多现象是不确定的，有随机性的特点。这正是以概率论为基础的数理统计研究的对象。例如：某一短跑运动员在一次 100 m 跑测验中，运动成绩为 10.5 s。如果对他再测，运动成绩可能是 10.7 s。假如在不同的时间、地点、心理等环境下再测，也许他的运动成绩为 10.4 s。就是说这位运动员 100 m 跑的运动成绩是不确定的，具有一定的随机性。同时，要解决体育运动中的许多问题，必须依靠调查或经过实验才能获得结果，但由于调查或实验的人（次）数总是有限的，所以只能通过样本资料来推断总体。例如：对全国青少年的体质调查，不可能花费大量的人力、财力、物力对所有的青少年都进行测试。只能通过整群随机抽样的方法进行测试，获得各种数据资料。然后，用样本资料来推断全国青少年的体质、健康情况。这种利用局部调查得到的资料，经过整理、分析来推断总体就是数理统计的方法。

其次，体育现象本身所具有的随机性来源于各方面因素，比如：技术掌握程度，生理条件，心理状况，社会历史背景和地理环境等，这些因

素造成成绩具有一定的随机性。例如：在同一班中，抽取同年龄、同性别的学生在同一时间进行跳远测试，获得的成绩将会有一定的区别。即使同一运动员，重复多次测试，成绩都会呈现随机波动。但是，依概率论，当测试次数达到一定的程度后，出现有规律性的波动。这种规律性的东西正是我们需要研究的目的之一。

在体育教学、训练、科研中，为做到“心中有数”，或想获得一些参数，应用体育统计方法是很有必要的。但是，体育统计不是万能的，它不可能完全解决复杂的体育问题，须紧密结合专业理论、运动实践进行综合、系统的分析研究，才能得到比较满意的结果。同时，体育统计毕竟是一门数学工具，并不能说明或表明所研究对象的本质。只有对体育统计进行正确运用时，它才会成为你的有力助手。假如在实际工作中不分场合、盲目搬用，就会产生严重错误，甚至会歪曲事实的真相。

第二节　体育统计的基本内容和意义

一、体育统计的基本内容

体育统计按内容可分为三大部分：描述统计，推断统计，试验或调查设计。

（一）描述统计

描述统计是指在杂乱无章的原始资料中提取有意义的信息。它主要是将通过调查或实验所获得的大量数据，经过整编、归纳后计算出一些具有概括性的统计数字，如平均值、标捉差、相关系数等。然后可以借助这些数据的分布特征，如集中趋势、离中趋势、相关程度等，对不同总体进行分析比较，做出合乎客观规律的结论。

（二）推断统计

推断统计是指在描述统计基础上，根据样本数据所传递的信息来推断总体的性质，并说明判断可能产生误差的范围。其主要内容包括参数估计和假设检验。

（三）试验或调查设计

试验或调查设计是根据研究的目的，用最简便的方法，取得原始数

据达到科学的效果。这种效果应包括有效性、可靠性和客观性。

综上所述，描述统计、推断统计、试验或调查设计构成了体育统计的整体。它好像是一条连环锁，无论在哪个环节上出了问题，都将使整个统计结果失去意义。

二、学习体育统计的意义和要求

统计作为一种数学方法，渗透到体育领域中来，并形成体育统计学科，是现代科学与技术的密切结合，具有重要的实践意义和实际应用价值。

（一）有助于提高教学、训练和科研水平

教学方面：用因素分析方法研究各种教材对增强学生体质的效果；根据统计获得的数字分布特征，制定出合理的体育考核标准和计分标准；利用整理的成绩，对教学进行纵向观察和横向对比；利用方差分析方法分析、研究多种教学方法的综合效果。

训练方面：在获得统计处理的基础上，拟定合理的训练方案，选择最优化的训练方法；掌握运动员专项技能形成的阶段，了解不同训练手段对运动成绩的影响；利用回归分析方法对运动员成绩进行预测等。

体育教师是在教学、训练的第一线，掌握大量的原始数据，而且要搜集数据也比较容易，如果不掌握统计方法，就无法从中获得有价值的信息，同时，也无法去发现、解决现代体育教学与训练中所出现的新问题。

（二）有助于培养科学思维能力与实事求是的科学态度

数学本身就具有严谨性的特点，它可以锻炼人的推理和逻辑思维能力，培养实事求是地对待一切事物的唯物主义态度。无论是描述统计或是推断统计都需要依客观事实去伪存真、由表及里的工作态度，这样不仅能发现别人未发现的事实，同时，更重要的是让他人能得到同样的事实。总之，学习和应用体育统计，能培养我们的科学思维和科学态度。

（三）有助于学习国内外先进经验

学习体育统计方法有助于我们阅读资料，学习前人、他人成功经验和科研成果，取长补短。为加快我国体育事业的发展，认真学习别人的先进经验是非常必要的。

三、学习要求与方法

学习时，要求着重理解基本原理和概念。只有在理解概念的基础上，才能对统计方法加以灵活应用。平时搜集资料，要重视原始资料的完整性与可靠性；对数据的整理、分析须持严肃认真和实事求是的科学态度；不必深究数学公式的原理、证明过程，但要弄清公式的适用条件和使用范围，并对计算结果能做出正确、客观的分析；理论联系实际，结合专业知识，多做练习，反复实践，学以致用。

习　　题

1. 简述体育统计的性质及基本内容。
2. 举例说明体育统计中的随机性特点。
3. 简述学习体育统计的意义。

第二章 数理统计基础知识

体育统计以概率论为基础，应用统计方法研究体育随机现象，从而找出相应的随机变量分布规律和它的数字特征。为有助于掌握本课程的基本思想、内容和方法，本章特地介绍必要的数理统计基本知识，也是体育统计的基本知识，如随机事件及概率、随机变量及其分布、正态分布等一些基本概念。

第一节 总体与样本

总体就是根据研究目的确定研究同质对象的全体；把总体中的每个研究对象称为个体；样本是指从总体中随机抽取的对总体有代表性的一部分个体；把样本中所包含的个数称为样本含量。如果要研究广西初中一年级男生身高，那么，广西初中一年级男生的身高都是被研究的对象，即总体。每一个男生的身高就是个体（即是组成总体的最小研究单位）。总体平均数、标准差等习惯称为总体参数。在实际的统计研究中，由于大范围的直接调查有困难，有时甚至不可能进行，故只能对一部分学生的身高进行观测。这种从总体中抽取部分个体的过程称为抽样，让每个个体都有同等的可能被抽取到的抽取方法称为随机抽样。

总体和样本的概念是相对的。如：当选定研究的观测指标是从一个县范围推断一个省的范围时，省的范围为总体，县的范围为样本；当选定研究的观测指标是从一个学校范围推断一个市范围时，市的范围便是总体。因此，样本是对总体而言，总体是随研究课题而定。总体可分为有限总体和无限总体。

此外，统计的任务是直接观测样本推断总体。一般地说，总体参数

(即平均值 μ,标准差 σ)是未知的,可直接测知并计算的均系样本值。样本统计量反映了样本的数量特征,虽然它能推断总体情况,但它不等于总体的参数。样本质量如何,将直接影响统计结论。所谓样本的质量,指样本数据的真实性、可靠性。由于统计推断是以随机理论为基础,因此必须保证抽样的随机性,离开这个前提,样本便失去推断意义。同时,研究对象范围大、内容复杂时,还必须考虑到样本的代表性。如上例研究广西初中一年级男生身高问题时,由于广西有十二个民族,抽样时应考虑各民族、城市、乡村学校等都要有一定的比例,这样抽得的样本对总体才有一定的代表性。

第二节 随机事件及概率

一、随机事件

在一定条件下,可能发生、也可能不发生的事件称为随机事件。如果随机事件用数量指标 x(x 是一种符号)来表示,那么数量指标 x 便是一个随机变量,统计中的样本指标都具有这种性质就可以看做随机变量。

例如,对某市初中一年级男生身高进行调查,样本含量为 100。凡属该总体中的任何一个人都有同等条件可能被抽测或不被抽测,抽测是一个随机事件。样本指标身高 x,被测对象个子高的 x 值较大,个子矮的 x 值就较小。指标 x 随抽测对象的不同而随机地变化,故 x 是一个随机变量。但应该注意的是:统计指标的随机性只有当做样本时,才体现出来,若把总体中所有的个体都测完,就不存在什么可能被测或不被测的问题,也就不存在随机性。因此,总体指标、总体参数不是随机变量,它是客观存在的“真实数”。

样本指标的随机性主要是由于抽样的随机性质决定的。因此,由样本数据演算得出的样本统计量,如平均数、标准差以及 x_i加减某一常数 k 或两个样本数据相加减等,也还是一个随机变量。

二、概率及其分布

随机事件的规律,主要体现在它的概率及概率分布两个方面,概率

和概率分布在数理统计中都具有严格的定义。

（一）概率

概率的定义式分为古典的和统计的两种形式。

1．概率的古典定义式。

设在实验中全部等可能的、独立的基本结果有 N 个，其中有 M 个属于事件 A，则在此实验中，称事件 A 出现的概率 P 等于 M 与 N 之比。即

$$P(A)=\frac{M}{N} \tag{2.1}$$

这里分别解释等可能、独立的、基本结果三个概念。如球类比赛使用的挑边器只有两面，设一为蓝面，一为白面。每抛落一次，不是蓝面向上就是白面向上，没有第三种可能，因此，出现两种基本结果（即蓝面向上为一种基本结果，白面向上又是另一种基本结果）。所谓独立的是指基本事件之间均无因果或相联关系。不存在抛第一次出现蓝面向上导致抛第二次出现白面向上，即使同一种色面各次之间也无联系，所以说，它们两种不同的基本事件间均是相互独立的。所谓等可能的是指在一抛落中，两种基本事件出现的可能性大小程度同等。显然，要满足等可能条件，要求挑边器的制作、结构和质量均匀，两面不存在孰轻孰重现象。

根据以上解释得知：每抛落一次的全部基本结果 $N=2$。其中出现蓝面向上的基本结果 $M_1=1$，出现白面向上的基本结果 $M_2=1$，代入概率的古典定义式，得：

蓝面向上的概率

$$P(A=\text{蓝})=\frac{M_1}{N}=\frac{1}{2}=0.5$$

白面向上的概率

$$P(A=\text{白})=\frac{M_2}{N}=\frac{1}{2}=0.5$$

2．概率的统计定义。

在统计的实际研究中，由于总体情况往往不知道，M 和 N 具体数值不知，运用古典定义式有了困难，因而产生了概率的统计定义式。即

概率是指在重复无穷多次的条件下，该事件发生频率的稳定值。如抽样调查或实验重复 n 次，事件 A 出现 m 次，则称 $\frac{m}{n}$ 为事件 A 在 n 次出现的频率。当 n 不断扩大时，频率的取值逐渐稳定在一个常数 p 附近摆动，则称事件 A 有概率，且定义：

$$P(A)=\frac{m}{n}=p \tag{2.2}$$

古典定义式和统计定义式都有相同的结论，如抛落挑边器，当抛落次数逐渐增大时，就会发现出现蓝面向上和出现白面向上的频率均趋于 0.5，并在 0.5 附近左右摆动。

在运用概率定义式时，须注意分析条件是否同等。如在挑边器质量不均匀，一面为铜质另一面为铝质的条件下，虽然仍属于两个基本事件且相互独立，但不能满足等可能，这时就不能代入概率的古典定义式。一个运动员的一次投篮，虽然投中或未投中也是两个基本事件，但由于人的技术结构不一样，也不能套入古典定义式得出投中或投不中的概率均为 0.5。在以上两种情况下，只能用实验结果，代入统计定义式求解。因此，任何一种非等可能事件，不能用古典定义式求解。同时，必须注意，随机性是样本质量的重要条件。

3. 概率的重要性质。

从以上两个定义式，可得出概率的重要性质：

(1)对任意随机事件 A 都有 $0\leqslant P(A)\leqslant 1$，且不为负值，其中有两个特例。

当 $P(A)=1$ 时，概率为 100% 的事件，说明次次必定出现，称为必然事件。

当 $P(A)=0$ 时，概率为零，说明一次也不会出现，故称为不可能事件。

(2)概率的可加性。如果事件 A 与事件 B 互斥，则事件 $A+B$ 的概率等于事件 A 的概率加事件 B 的概率，即 $P(A+B)=P(A)+P(B)$。

(3)取遍所有可能值时，诸概率之和等于 1。

这是从大量的实践经验中概括出来的，成为我们研究概率的基础与出发点。

（二）随机变量的概率分布

随机变量的概率规律体现于它的分布。知道了它的分布，一方面可掌握它可能取哪些值，或者说，取哪一个区间的值；另一方面还可以知道能以多大的概率取这些（区间里）值。

根据随机变量可能取得的值，将随机变量分为离散型随机变量和连续型随机变量。

1．离散型随机变量。

离散型随机变量是指在量尺上任意两点间(a,b)，只能读取有限数值。例如：2 和 4 间只有一个正整数 3，再无别的正整数。如引体向上运动成绩 5 次和 7 次之间惟有 6 次。还有比赛名次、运动等级等，也称计数数据。

2．连续型随机变量。

连续型随机变量是指在量尺上任意两点间(a,b)，均可加以细分，并取得无限多个大小不同的数值。如跳远成绩 4 m 和 5 m 之间有无限多个取值。

3．正态分布。

随机变量的分布类型较多，着重介绍正态分布。正态分布在数理统计的理论和应用中，占有特别重要的地位。第一，它在实践中常见，如在体育领域中，身高、体重、立定跳远成绩、短跑成绩等，一般都认为服从或近似服从正态分布。第二，很多分布的极限分布是正态分布，如二项分布在一定条件下可用正态分布或近似正态分布来表示。第三，在统计推断中，很多方法以总体正态分布为前提。

（1）正态分布的概念。

若随机变量 x 的分布密度函数是

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\cdot e^{\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad (2.3)$$

其中，μ,σ 都是常数，且 $\sigma>0$，$-\infty<x<+\infty$，则称随机变量 x 服从参数为 μ,σ 的正态分布，记为：$x\sim N(\mu,\sigma^2)$。

（2）密度分布曲线（图 2-1）。

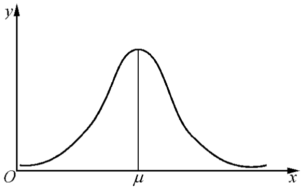


图 2-1 正态分布曲线

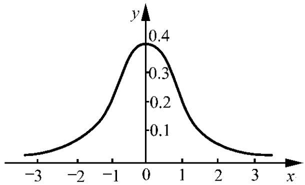


图 2-2 标准正态分布曲线

(3) 正态分布曲线有以下几个性质:

① 正态分布曲线都在横轴的上方,它和横轴间的总面积为 1,反映了随机变量取值在 $-\infty$ 与 $+\infty$ 之间,是一个必然事件,其概率为 1,即 100%。

② 正态分布曲线有一极大值的单峰曲线,具有对称性,对称轴是平行于 y 轴的直线,μ 是对称轴上所有点的横坐标。当 $x=\mu,\sigma=1$ 时,曲线的纵坐标最高,其值为 $\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}=0.3989\cdots\cdots$,如图 2-2 所示。同时,由图 2-3 可见,在正态曲线下不仅 μ(总体平均数)两侧的面积相等,而且离 μ 的距离相等的部分,其面积也相等,曲线的高度也相等。

在曲线下最常用到的:

$\mu\pm\sigma$ 的面积占总面积的 68.27%;

$\mu\pm2\sigma$ 的面积占总面积的 95.45%;

$\mu\pm3\sigma$ 的面积占总面积的 99.73%;

$\mu\pm1.96\sigma$ 的面积占总面积的 95%;

$\mu\pm2.58\sigma$ 的面积占总面积的 99%。

③ 正态曲线由中央最高点对称地向两侧单调下降,在 $\mu\pm\sigma$ 处有拐点;当 $x\rightarrow\pm\infty$ 时,曲线以横坐标为渐近线。

有了平均数 μ 和标准差 σ,就可以把正态分布曲线完全确定下来,故对平均数为 μ、标准差为 σ 的正态分布常表示为 $N(\mu,\sigma)$,对于任一平均数为 μ,标准差为 σ 的观测值 x 的正态分布,都可以通过变换式

$$u=\frac{x-\mu}{\sigma} \tag{2.4}$$

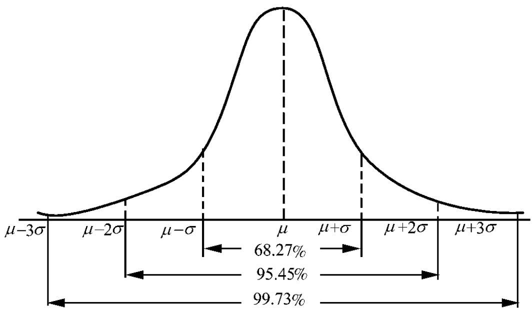


图 2-3　正态分布概率的几个特殊值

变成 $\mu=0,\sigma=1$，变量为 u 的标准正态分布 $N(0,1)$。

4. 正态分布表及其在体育中的应用。

横轴上距中点(平均数所在位置)的距离(以标准差为计算单位)与正态分布图面积有确定的对应关系，将这种正态分布面积与横轴上离中点距离的对照表称为标准正态分布表(附表 1)。使用标准正态分布表，可结合体育测量获取的观测值进行以下两个方面的计算。

(1) 已知 u 值求对应的面积。

例 2.1　从某市 17 岁男生中随机抽取 205 人测量身高，由样本计算得到平均数 $\bar{x}=168.40$ cm，标准差为 $s=6.13$ cm。假定该市 17 岁男生身高服从正态分布，试估计身高在 160.40～172.40 cm 之间的人数。

解：先求出身高为 160.40 cm 和 172.40 cm 的 u 值，

根据式(2.4)可计算(当 μ 和 σ 未知时，可用样本平均数和标准差近似代替)。把 $\mu\approx\bar{x}=168.40$ cm，$\sigma=s=6.13$ cm 代入公式得

$$u_1=(x-\mu)/\sigma=(160.40-168.40)\div6.13=-1.31$$

$$u_2=(x-\mu)/\sigma=(172.40-168.40)\div6.13=0.65$$

查附表 1 得到 u 值所对应的面积。$u_1=-1.31$，查表得 0.404 9，即所对应的面积为 40.49%；$u_2=0.65$，查表得 0.242 2，即所对应的面积为 24.22%。这样 u 值从 -1.31 至 0.65 所对应的面积为 40.49%＋24.22%＝64.71%，如图 2-4 所示。最后计算身高在 160.40～172.40

cm 之间的人数为 205×64.71%≈133(人)。

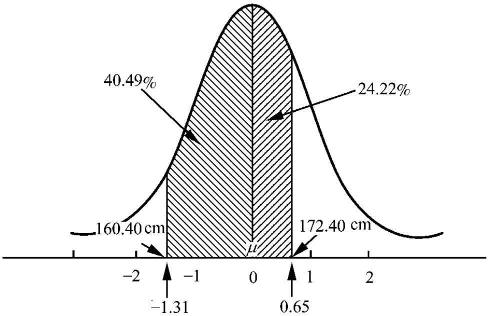


图 2-4　估计身高在 160.40～172.40 cm 之间人数的百分数

(2)已知面积求对应的 u 值。

例 2.2　某市为制定初中二年级男生 60 m 短跑锻炼标准，随机抽取 206 人进行测试，经样本计算得平均数为 9.10 s，标准差为 0.50 s，按这种水平要求有 15%的人为优秀，30%的人为良好，45%的人为及格，10%的人为不及格，试求出各种等级的成绩标准。

解：根据(2.4)式有 $x=\mu\pm u\sigma$(因为 μ 和 σ 未知，可用样本平均数和标准差近似代替)则有

优秀：50%−15%=35%，查附表 1，得 u 值约为 1.03。

$x_{优}=9.10-1.03\times0.5=8.59$(s)(径赛数值小，成绩好)

良好：50%−15%−30%=5%，查附表 1，得 u 值约为 0.12。

$x_{良}=9.10-0.12\times0.5=9.04$(s)

不及格：50%−10%=40%，查附表 1，得 u 值约为 1.28。

$x_{不}=9.10+1.28\times0.5=9.74$ (s)

经计算结果得出各种等级的成绩标准如下：

优秀≤8.59 s <良好≤9.04 s <及格≤9.74 s <不及格

或　优秀<8.59 s ≤良好<9.04 s ≤及格<9.74 s ≤不及格

第三节　正态性检验

在体育测量中，通过样本测得的观测数不一定是正态分布或近似正态分布。假如不是，就不能用正态分布的理论去分析问题。因此，必须对观测数进行检验。

一、非正态性

当观测值不是正态分布时，可能是以下四种情况：

（一）负偏态（或称负挠曲线）

如图 2-5，这种左边拖着条长尾巴的曲线，表示所测试的学生成绩高分多，低分少，说明这些学生成绩相对集中于图的右边。

（二）正偏态（或称正挠曲线）

如图 2-5，这种右边拖着条长尾巴的曲线，说明所受试的学生成绩多数是低分，高分的人数少。这些学生的成绩相对集中于图的左边。

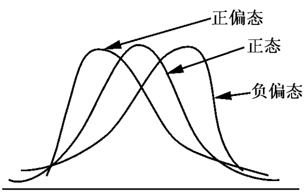


图 2-5　正负偏态

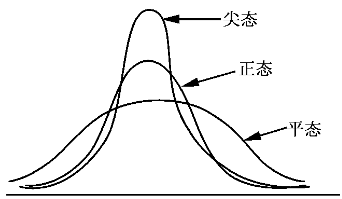


图 2-6　尖态与平态

（三）尖态（或称峰态）

如图 2-6，这种曲线表明受试者的得分相对集中，高分和低分的人数少。

（四）平态（或称低峰态）

如图 2-6，这种曲线“矮、胖”，表明受试者的成绩得分参差不齐，有的很高，有的很低，而且很分散。

由于原始数据的分布可能是非正态性，分析时就不能以正态分布规律作为理论依据。所以在分析和讨论观测数之前，必须进行正态性检

验。

二、正态性检验

正态性检验的方法很多，这里主要介绍以下三种：

（一）利用正态曲线下分布规律进行正态性检验

例 2.3 现将研究广西 17 岁男生 60 m 跑的成绩，经随机抽样，测得 160 名男生的成绩如表 2-1 所示。其平均数为 $\overline{x}=8.76$ s，标准差 $s=0.45$ s，试问这些样本观测数的分布是否属正态分布？

表 2—1 广西 160 名 17 岁男生 60 m 跑成绩频数分布表

组 限	频 数	累计频数	累计频率（%）
7.5～	2	2	1.25
7.8～	9	11	6.87
8.1～	21	32	20.00
8.4～	44	76	47.50
8.7～	42	118	73.75
9.0～	26	144	90.00
9.3～	8	152	95.00
9.6～	5	157	98.13
9.9～	2	159	99.38
10.2～	1	160	100.00

最简便方法：

根据正态分布概率的几个特殊值：

$\mu\pm\sigma=68.26\%$， $\mu\pm1.645\sigma=90\%$；

$\mu\pm2\sigma=95.45\%$， $\mu\pm1.96\sigma=95\%$；

$\mu\pm3\sigma=99.7\%$， $\mu\pm2.58\sigma=99\%$。

检验：

1. 从正态分布概率的几个特殊值来推算：

$8.76\pm1\times0.45=(8.31\sim9.21\ s)$之间的应有：

$68.26\%\times160=109$(人)

$8.76\pm1.645\times0.45=(8.02\sim9.50\ s)$之间的应有：

$90\%\times160=144$(人)

$8.76\pm9.96\times0.45=(7.88\sim9.64\ s)$之间的应有：

$95\%\times160=152$(人)

$8.76\pm2\times0.45=(7.86\sim9.66\ s)$之间的应有：

$95.45\%\times160=153$(人)

$8.76\pm2.58\times0.45=(7.59\sim9.92\ s)$之间的应有：

$99\%\times160=158$(人)

$8.76\pm3\times0.45=(7.41\sim10.11\ s)$之间的应有：

$99.70\%\times160=159$(人)

2. 用百分位数进行检验实际出现的频数：

8.31 s～9.21s 之间的人数为：111 人，占 $69.38\%>68.26\%$；

7.86 s～9.66 s 之间的人数为：149 人，占 $93.13\%<95.45\%$；

7.41 s～10.11 s 之间的人数为：157 人，占 $98.13\%<99.70\%$。

从这三部分所占的百分比和正态分布标准范围内的百分比是中间的人数比较集中，两头分散且正态分布曲线下降较快。有点尖峰且左尾，即偏右，属于近似正态分布。

（二）利用百分位数进行检验

1. 偏态检验。

计算公式为

$$S_k=(P_{10}+P_{90})/2-P_{50} \tag{2.5}$$

式中，S_k 为偏态度。

如果一组观测数是正态分布，那么众数、中位数和平均数都应该落在一点上，则 $S_k=0$，即无偏态；当 $S_k<0$ 时，为左偏态；$S_k>0$ 时，为右偏态。

根据百分位数公式

$$P_H=\text{下限值}(L)+\frac{\text{组距}(i)}{\text{组内频数}(f)}(H\times n\div100-\text{前一组累计频数}\ c) \tag{2.6}$$

fx-3600P 计算器编程：

INV AC MODE 0 INV PCL P_1（开始部分）

ENT L＋ENT i÷ENT f×（ENT H×ENT n÷100－ENT c）＝（显示结果）MODE · （将程序锁住）

说明：L——所在组的下限值

i——组距

f——组内频数

H——第几百分位

n——样本含量

c——前一组累计频数

现以广西160名17岁男生60 m 跑成绩为例（见表2-1）。

①第十百分位数（P_{10}）$L=8.1$，$i=0.3$，$f=21$，$H=10$，$n=160$，$c=11$。

输入操作：先按 P_1 键，然后按顺序输入，

8.1	RUN
0.3	RUN
21	RUN
10	RUN
160	RUN
11	RUN

由于样本含量和组距一样，所以以上程序可以改为以下具体操作方法：

ENT8.1＋0.3÷ENT21×（ENT10×160 ÷ 100 －ENT11）＝（显示8.171 428 571）

然后将程序锁住 MODE ·

即 $P_{10}\approx 8.17$

②第五十百分位数（P_{50}）

输入操作： P_1

8.7　　　RUN

42　　　RUN

50　　　RUN

76　　　RUN

显示8.728 571 429

即 $P_{50} \approx 8.73$

③第九十百分位数(P_{90})

输入操作：　P1

9.0　　　RUN

26　　　RUN

90　　　RUN

118　　　RUN

显示 9.3

即　$P_{90} = 9.3$

$S_k = (9.3 + 8.17) \div 2 - 8.73 = 8.735 - 8.73 = 0.005$

峰态稍右偏。

2. 计算曲线的陡坡度。

同样以广西160名17岁男生60 m 跑成绩为例(见表2-1)。继续利用以上计算 P_{10} 的程序计算：

①第二十五百分位数(P_{25})

输入操作：　P_1

8.4　　　RUN

44　　　RUN

25　　　RUN

32　　　RUN

显示8.454 545 455

即　$P_{25} \approx 8.455$

②第七十五百分位数(P_{75})

输入操作： P_1

9.0	RUN
26	RUN
75	RUN
118	RUN

显示 9.023 076 923

$$\text{即} \quad P_{75} \approx 9.023$$

根据峰态计算公式：

$$K_u = \frac{P_{75} - P_{25}}{2(P_{90} - P_{10})}$$

将数据代入计算得：

$$K_u = (9.023 - 8.455) \div [2(9.3 - 8.17)] = 0.568 \div 2.26 = 0.251\ 3$$

$$K_u \approx 0.251$$

由正态分布曲线的理论计算得知：

当 $K_u = 0.263$**时，曲线属正态分布；**

当 $K_u < 0.263$**时，曲线属尖峰态；**

当 $K_u > 0.263$**时，曲线属平峰态。**

理论值与实测值之差：$0.263 - 0.251 = 0.012 > 0$。**说明该样本实测值分布曲线有点尖态且右偏。**

（三）正态分布的 D 检验

D **检验主要是对样本含量** $n \geqslant 30$**的样本来自的总体进行是否为正态分布的一种检验方法，其精确度较高。**

以广西160**名**17**岁男生**60 m **跑成绩为例**（**见表**2-1），**制成频数分布正态性** D **检验计算表，见表**2-2。

表2-2　160名17岁男生60 m跑成绩频数分布正态性 D 检验计算表

组限 (1)	频数 (2) f	离差 (3) d	fd (4) (2)×(3)	fd^2 (5) (3)×(4)	秩次范围 (6)	平均秩次 (7) T	fdT (8) (4)×(7)
7.5～	2	−4	−8	32	1～2	1.5	−12
7.8～	9	−3	−27	81	3～11	7.0	−189
8.1～	21	−2	−42	84	12～32	22.0	−924
8.4～	44	−1	−44	44	33～76	54.5	−2398
8.7～	42	0	0	0	77～118	97.5	0
9.0～	26	1	26	26	119～144	131.5	3419
9.3～	8	2	16	32	145～152	148.5	2376
9.6～	5	3	15	45	153～157	155.0	2325
9.9～	2	4	8	32	158～159	158.5	1268
10.2～	1	5	5	25	160～160	160.0	800
$\sum$	160		−51	410			6665

检验步骤：

① 假设样本来自正态总体。

② 计算 D 值：

$$D=\frac{\sum fdT-(n+1)/2\times\sum fd}{\sqrt{n^3\left[\sum fd^2-\left(\sum fd\right)^2/\sum f\right]}}$$

将数据代入计算得：$D=0.271\ 312\ 688$

③ 查正态 D 检验表：本例 $n=160$

当 $P=0.2$**时，**D **值为**$(0.278\ 5\sim0.284\ 5)>0.271\ 3$**则** $P<0.2$**，说明样本不是来自正态总体；**

当 $P=0.1$**时，**D **值为**$(0.277\ 4\sim0.285\ 1)>0.271\ 3$**则** $P<0.1$**，说明样本不是来自正态总体；**

……

当 $P=0.01$**时，**D **值为**$(0.274\ 1\sim0.286\ 3)>0.271\ 3$**则** $P<0.01$**，说明样本不是来自正态总体。**

④ 判断结果：因为 $P>0.1\sim P>0.2$**时，可认为原假设成立，即认为样本来自服从正态分布的总体或近似正态分布。若** $P<0.05$**，则不服**

从正态分布。本例计算出的 D 值为0.271 3，在0.274 1～0.286 3之外，$P<0.01$，说明广西160名17岁男生60 m 跑成绩分布不服从正态分布。

从以上几种检验来看，D 检验相对比较严格。说明 D 检验精确度较高。

习　题

1. 在正态分布表中，下列范围包括的面积占总面积的百分之几？

(1)$\mu \pm 1.1\sigma$；

(2)$\mu \pm 2.58\sigma$；

(3)$\mu - 1.2\sigma \sim \mu + 1.4\sigma$。

2. 某学校对某年级男生的跳远教学测验成绩作如下规定：成绩为5.60 m 以上为优秀；5.40 m 以上为良好；4.6 m 以上为及格。现从该年级男生中随机抽取出部分学生进行测试，得 $\overline{x}=5.00$ m，$s=0.40$ m，试估计各等级的百分数。若该年级有120人，各等级的人数为多少？

3. 某地区有一万名初中男生，抽样100 m 跑运动成绩的统计量为：

$\overline{x}=14.5$ s，$s=0.5$ s。

(1)若定出一个锻炼标准，按目前情况只能有40%的人达标，那么这个标准的运动成绩定为多少秒？

(2)如果开运动会，估计有多少人成绩好于13.0 s？前八名的运动成绩至少为多少秒？

(3)如果以样本平均数为中点，定出一个能包括6 000人的运动成绩范围来，那么这个范围的上下成绩应为多少秒？

第三章　样本特征数

从频数分布表及频数分布图上，我们可以看出样本观测值分布的两个特征：一是有向某一个位置点集中的趋势，反映这种特征的数称为集中位置量数，例如平均数、中位数、众数和各种分位数等；二是有由集中位置点向两边离散的趋势，反映这种特征的数称为离中位置量数，例如两极差、平均差、方差和标准差等。它们都反映样本分布的特征，称样本特征数。样本的数字特征值称为统计量，它们随着抽样而变化，因此也是随机变量。但当样本抽取确定之后，该样本的统计量就变成了确定值。

本章着重介绍几个常用的统计参数。要求理解它们的统计概念、计算方法以及在体育中的应用。

第一节　集中位置量数

一、算术平均数 $\overline{x}$

（一）概念

设一组样本数据为 $x_1, x_2, \cdots, x_n$，把它们的总和除以项数 n，即得这组数据的算术平均数，简称平均数或均值。其数学表达式

$$\overline{x}=\frac{(x_1+x_2+\cdots+x_n)}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n} \tag{3.1}$$

（二）计算方法

根据算术平均数的性质，其计算方法很多，这里只介绍比较简单的两种。

1. 利用公式（3.1），直接计算。

例 3.1　测得某校高一男生 10 人的身高（单位：cm）为：179，172，

174，173，170，169，171，168，175，176。求其平均数。

解：根据公式(3.1)，将数字直接代入公式得

$\overline{x}=(179+172+\cdots+176)\div 10=172.7(\mathrm{cm})$

2. 利用频数加权计算。

公式：

$$\overline{x}=\frac{(x_1f_1+x_2f_2+\cdots+x_kf_k)}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{k}x_if_i}{n} \tag{3.2}$$

式中 f 为各变量值出现的次数。

例3.2　在某市田径运动会上，前10名跳高运动员的比赛成绩(单位：cm)分别为：185，185，185，190，190，195，195，198，198，205。求其平均数。

解：列简单频数表

成绩(x_i)	185	190	195	198	205
频数(f_i)	3	2	2	2	1

根据公式(3.2)，将数据直接代入公式得

$\overline{x}=(185\times 3+190\times 2+195\times 2+198\times 2+205)\div 10=192.6(\mathrm{cm})$

(三)性质

1. 离均差(也称偏差)$(x_i-\overline{x})$之和为零。

$$\sum(x_i-\overline{x})=0$$

2. 离均差平方和为最小。

设 a 为一不等于$\overline{x}$的任意数，其结果：

$$\sum(x_i-\overline{x})^2<\sum(x_i-a)^2$$

3. 若每数加(或减)一常数，$y_i=x_i\pm a(i=1,2,\cdots,n)$

则：$\overline{y}=\overline{x}\pm a$

同理，若

$$y_i=\frac{(x_i\pm a)}{b}(i=1,2,\cdots,n,\ a\text{ 和 }b\text{ 为常数})$$

则：

$$\overline{y}=\frac{(\overline{x}\pm a)}{b}$$

利用以上性质，能简化计算。

在具体事例中，算术平均数是代表随机变量观测值系列的水平。对同一件事，要比较两个系列的水平情况，可用它们的算术平均数来表示和比较。例如我们可用两个学校同一年龄组男生某项运动的平均成绩来判断哪一个学校该年龄组、该运动项目的成绩比较好。

算术平均数的意义在于浅近而具体，计算方法较简单。因此，它在体育统计中是一种用途范围广、效果好的统计参数。

二、中位数

把一组观测值按大小顺序排列，位置居中的数值即中位数。

1. 当 n 为奇数时，中位数是最中间的一个数值。

例3.3 有3个男生体重分别为53 kg，55 kg，56 kg，其中位数是第二项的数值55kg。

2. 当 n 为偶数时，中位数为该组数据居中两数的均值。

例3.4 有六个数为：1，2，3，5，7，9。中位数是居中两数3和5的均值，即$(3+5)\div 2=4$。

中位数的确定相当简单，它也能代表数据的取值位置和平均水平。特别是当各项数值之间变化很大时，一般都用中位数作为数据集中趋势的指标。尤其当数据分布不对称、呈偏倚时，用中位数来反映该组数据的集中趋势较适合。但它仅与项数有关，对系列随机变量观测值中的变动情况，除中位数本身外，与其他各项的数值无关，因此它不能全面地反映随机变量观测值系列的情况。

三、众数

众数是一组观测值中，频数最多的数。

例3.5 某人在一周内，跳远测试成绩（单位：m）为5.00，5.10，5.10，5.15，5.80，5.80，5.80。在这组数据中，5.80 m 出现3次，频数最多，则5.80 m 为这组数据的众数。有时在一组数据中，会有两个众数。

众数作为描述个人或群体的水平，其优点是不受极端数据的影响，且能简单地说明个人的水平。同时，在频数分布不对称、呈偏态时，常用众数表示集中量数。但众数不宜用代数方法处理，并且理论众数计算困难，故在统计实践中少用。

第二节　离中位置量数

离中位置量数包括极差 R、平均差、方差及标准差。极差 R 仅由两个极值决定，不适宜反映整组数据的变异程度。平均差 $=\dfrac{\sum|x-\overline{x}|}{n}$，式中有绝对值，运算不方便，也很少用。常选用的是标准差，它具有下列优点：①是根据全部数值计算的；②适合于代数法的处理；③受抽样变动的影响甚小。故根据极差、平均差、方差、标准差的特点结合我们本专业的实际，只着重介绍标准差。

一、标准差

算术平均数作为集中趋势的一个指标，用来描述随机变量观测值系列的平均水平，但还不能充分地说明随机变量观测值系列分布的情况。有时虽然两个随机变量观测值的均数相等，但随机变量观测值分布在均值两侧的离散程度却不一定相同，如例3.6（见表3-1）。

例3.6

表3—1　两系列随机变量观测值比较

系　列	观测数值			均值	离散程度
甲	1	5	9	5	大
乙	4.9	5	5.1	5	小

甲、乙两系列的均值都是5，但是甲系列数值离散程度比乙系列要大得多。为了衡量这个特征，我们将引用标准差这个统计参数来描述。

（一）概念

随机变量的各观测值与均值之差的平方的总和除以总项数的算术平方根，称为该随机变量的标准差。其数学表达式为：

当样本含量大时：$s=\sqrt{\dfrac{\sum(x_i-\overline{x})^2}{n}}$　　（3.3）

当样本含量小时：$s=\sqrt{\dfrac{\sum(x_i-\overline{x})^2}{n-1}}$　　（3.4）

上式中，$n-1$ 称为自由度，用符号“n'”表示，其中 n 为样本含量。式(3.4)被称为样本标准差的定义公式。

（二）计算方法

1. 直接将随机变量观测值代入计算。

现以例3.6为例，分别计算甲、乙的标准差如下

$$s_{甲}=\sqrt{[(1-5)^2+(5-5)^2+(9-5)^2]\div(3-1)}=4$$

$$s_{乙}=\sqrt{[(4.9-5)^2+(5-5)^2+(5.1-5)^2]\div(3-1)}=0.1$$

显然，甲系列的离散程度比乙系列大得多。

2. 列计算表计算。

例3.7　测得广西5名8岁男生60 m 跑成绩(单位：s)为：10.9，10.7，10.9，11.0，10.1，试求其标准差。

表3-2　5名8岁男生60 m 跑成绩标准差计算表　(单位：s)

编　号	观测值 x	$x-\overline{x}$	$(x-\overline{x})^2$
1	10.9	0.18	0.032 4
2	10.7	−0.02	0.000 4
3	10.9	0.18	0.032 4
4	11.0	0.28	0.078 4
5	10.1	−0.62	0.384 4
$\sum$	53.6	0.00	0.528 0

则标准差为　　$s=\sqrt{0.528\div4}\approx0.363\ 3$

运用计算器计算：

INV	AC	MODE	3
10.9	RUN		
10.7	RUN		
10.9	RUN		
11.0	RUN		
10.1	RUN		

取出结果：

Kout3	显示	5	即 $n=5$
INV 1	显示	10.72	即 $\overline{x}=10.72$
INV 3	显示	0.363 318 042	即 $s\approx0.363\ 3$

二、变异系数

在平均值相同的两组随机变量中，可利用标准差的大小来判断其离散程度。当平均值不相等时，不能用标准差来进行比较和说明两组变量的离散程度。因为标准差不但受到系列变动的影响，而且受到系列水平的影响。如表3-3，有两组均数相差悬殊、量纲不同的资料。显然乙的平均值比甲大，尽管两系列的标准差相等，但乙比甲的离散程度相对要小。这样我们将利用标准差与均值的比值来作比较，这个比值称为变异系数。

表3-3　两系列量纲不同的观测值比较

系　列	观测数据			均值	标准差
甲	1	5	9	5	4
乙	100	104	108	104	4

（一）概念

我们把标准差与平均数的百分比定义为变异系数，也称为离散系数。其数学表达式：

$$CV=\frac{s}{\overline{x}}\times 100\% \tag{3.5}$$

现将表3-3中数据代入得：

甲系列 $CV=4\div 5\times 100\%=80\%$

乙系列 $CV=4\div 104\times 100\%\approx 3.85\%$

由此可见，乙系列比甲系列的离散程度要小得多。

（二）应用和计算

例3.8　测得100名男生100 m 跑的成绩统计量为：$\overline{x}=14$ s，$s=0.45$ s。立定跳远成绩统计量为：$\overline{x}=221.4$ cm，$s=18.4$ cm，试比较两项成绩哪一项整齐。

解：用两项的变异系数进行对比

100 m 跑：$CV=0.45\div 14\times 100\%\approx 3.2\%$

立定跳远：$CV=18.4\div 221\times 100\%\approx 8.3\%$

立定跳远成绩的 CV 较大，故该组男生100 m 的成绩比立定跳远的成绩相对整齐。

例3.9　测得某市100名10岁女生身高的平均值为138 cm，标准差为5.7 cm；100名14岁女生身高的平均值为157 cm；标准差为5.6 cm。试评价哪一个系列的离散程度小。

解：10岁女生的身高的变异系数：

$$CV=5.7\div138\times100\%\approx4.13\%$$

14岁女生的身高的变异系数：

$$CV=5.6\div157\times100\%=3.57\%$$

结论：因为14岁女生的身高比10岁女生的身高变异系数小，说明10岁女生的身高发育参差不齐的程度比14岁女生的身高相对要大。

变异系数同标准差一样，是一种表示数据离散程度的指标，它与标准差相比，优点在于：标准差有单位的限制，如米、秒、次数等，这些单位都与平均数有关。一般来说，平均数越大，数据的离散程度可能就越大，故标准差也就越大。例如标枪成绩的标准差比铅球成绩的标准差可能要大得多。5 000 m 跑成绩比100 m 跑成绩的标准差要大得多。同时要评价某班学生的投掷成绩和100 m 短跑成绩，或者是铅球成绩和标枪成绩的整齐程度，只取两项成绩的标准差直接相对比，显然是不恰当的。而变异系数定义为 s 对 $\overline{x}$ 之比，既消除了均数对变异的影响，同时又适用于不同项目、不同单位数据之间变异程度的比较。

在科研中可事先确定 CV，因为它的大小对研究结果有影响。如果某样本的变异系数比较大，说明该样本中数据的离散程度大，实验数据不够稳定，样本的可靠性差，从而由样本分析得出的结果，就会与实际情况相差甚远。

第三节　平均数和标准差的合成

一、平均数的合成

若已知 k 个平均数 $\overline{x}_i$ 及样本含量 n_i，如 $\overline{x}_1, n_1, \overline{x}_2, n_2, \cdots, \overline{x}_k, n_k$，求它们的合成均数 $\overline{x}$。

$$\overline{x}_{总}=\frac{n_1\overline{x}_1+n_2\overline{x}_2+\cdots+n_k\overline{x}_k}{n_1+n_2+\cdots+n_k} \tag{3.6}$$

必须注意：在样本含量不相等的情况下，不可直接对各均数求算术平均数。

二、标准差的合成

当我们把多个小样本合并成一个大样本时，可采用计算大样本标准差的方法进行。

其计算公式为：

$$s_{总}=\sqrt{\frac{\sum\sum x^2-(\sum\sum x)^2/\sum n}{\sum n-1}} \tag{3.7}$$

三、应用与计算

合成的计算方法还有许多，但这些方法大都由上式导出的。在实际工作中，究竟采用何种方法计算最为合适，必须在进行调查设计时，根据实际需要进行选定，同时注意在逐级统计时，保留相应的统计数据。

例3.10　分别求出某年级三个班原地推铅球的各种统计量。（见表3-4）

表3-4　三个班男生原地推铅球成绩的各种统计量表　（单位：m）

班级	n	$\sum x$	$\sum x^2$	$\bar{x}$	s
1班	25	182.120 0	1 355.138 5	7.284 8	1.088 4
2班	23	148.649 0	987.839 3	6.463 0	1.110 3
3班	22	135.999 6	857.925 6	6.181 8	0.905 1
$\sum$	70	466.768 6	3 200.903 4		

$$\bar{x}_{总}=\frac{7.284\,8\times 25+6.463\,0\times 23+6.181\,8\times 22}{70-1}\approx 6.764\,8$$

用计算器计算：

7.284 8×25＋6.463 0×23＋6.181 8×22＝÷69＝

显示：6.764 76

$$s_{总}=\sqrt{\frac{3\,200.903\,4-(466.768\,6)^2\div 70}{70-1}}=1.132\,1$$

计算器计算：

3 200.903 4－466.768 6　INV　x^2÷70＝÷69＝　INV　$\sqrt{\ }$

显示：1.132 1

即三个班男生原地推铅球的平均数为6.7648 m，标准差为1.1321 m。

第四节　特征数在体育中的评分方法

体育运动项目很多，不同运动项目的成绩，单位各不相同，标准也不相同，因而不利于进行综合、比较，故需要将成绩转换成分数。这种转换怎样才能更方便、更完善，是体育教学、训练和科研中的一个重要课题。这里只简单介绍几种基本的评分方法。

一、位置百分

把一组随机变量由小到大排列成有序数列，然后，再将序列分成100等分位置，这种方法称为位置百分。

例3.11　某年级共有250名学生，将他们的成绩排序，试求序号为150的学生的成绩应该是多少位置百分？

解：根据题意有：

$$P_{150}=150\div 250\times 100=60$$

说明该学生在该年级中有60%的学生成绩比他的成绩要低。所以只要知道该学生成绩的分布位置百分，就知道他在集体中所处的位置百分，也了解到他的水平与集体水平的比较情况，这正是这种评分方法的优点。

当学生成绩已整理成频数分布表后，则成绩为 x 的位置百分可利用第二章的公式(2.6)进行计算，这里不再叙述。

二、名次百分

在体育工作中，有时资料无法定量，只能排出名次，不能直接评出分数，或人数太少，不能形成频数分布时，可以间接地转换成以百分计算的分数。

其数学表达式为

$$\text{名次百分}=100-100(x-0.5)/n \tag{3.8}$$

式中：x 表示第几名；

n 表示全部人数；

0.5是非连续性数据转换成连续性数据，表示的评分方法不同而加

入的。如第一名应该是0～1的区间内，即(0+1)÷2=0.5。

例3.12　有足球队运动员25人，他们的技术水平不宜评出具体的成绩，只能根据技术水平的其他条件排出名次。为了能与其他定量的分数相比较或进行综合评价，必须将名次转换成分数。

根据名次百分公式，现将他们的名次转换成分数如下：

第一名的分数=100−100(1−0.5)÷25=98(分)

第二十五名的分数=100−100(25−0.5)÷25=2(分)

若需制成查分表可用计算器计算，根据计算公式来编程，其操作方法如下：

编程：AC　MODE　0　INV　PCL　P_1

100−100×(ENT x−0.5)÷ENT n =　MODE　·

将例3.12的数据输入，即：

第一名：先按 P_1键　1　RUN　25　RUN

显示98，即第一名得98分

第二十五名：先按 P_1　25　RUN　25　RUN

显示2，即第二十五名得2分

三、标准百分

标准百分是以平均数为基础，以标准差为单位的计分方法。它所描述的是某个运动成绩离平均成绩的位置，能比较客观地反映出该运动成绩在集体中的地位。应注意：这些成绩的分布应是正态分布或近似正态分布。

定义式

$$Z_{\text{田}}=50+\frac{(x-\bar{x})}{s}\times 10 \tag{3.9}$$

$$Z_{\text{径}}=50+\frac{(\bar{x}-x)}{s}\times 10 \tag{3.10}$$

式中：10是根据正态分布理论 $\mu\pm 5\sigma$ 区间，即100÷10=10。若是成绩评分，给分点应是 $\mu-5\sigma$，满分点应为 $\mu+5\sigma$。

例3.13　某年级学生立定跳远成绩的样本统计量为：$\bar{x}=2.10$ m，$s=0.20$ m，按 $\mu\pm 3\sigma$ 范围评分，李某成绩为2.45 m，应得多少分？

解：题意已给出评分范围，即 $\mu-3\sigma$ 为给分点即0分，$\mu+3\sigma$ 为满分点即100分。据定义式有

$$Z_{田}=50+(2.45-2.10)\div0.20\times(100\div6)\approx79(分)$$

答：李某立定跳远成绩为2.45 m 应得79分。

用计算器计算如下：

AC　MODE　0　INV　PCL　P_1

(ENT 2.45－2.10)÷0.20×(100÷6)＋50＝

显示：79.1666，锁住程序：MODE · 定好成绩间距后，可制成绩评分表。必须注意的是先按下 P_1再输入成绩。

例如：　P_1　2.10　RUN　　显示：50

　　　　P_1　2.11　RUN　　显示：50.833 3

　　　　……

例3.14　某市12岁男生60 m 跑成绩统计量为：$\bar{x}=10.33$ s，$s=0.66$ s，求10.99 s 的标准百分。(评分范围为 $\mu\pm2.5\sigma$)

解：依题意有

$$Z_{径}=50+(10.33-10.99)\div0.66\times(100\div5)=30(分)$$

答：(略)

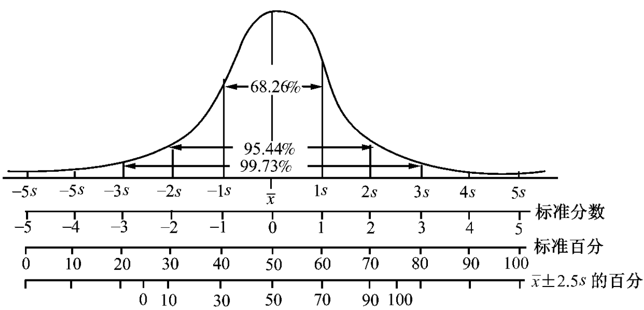


图3-1

用计算器计算：

AC　MODE　0　INV　PCL　P_1

(10.33－ENT 10.99)÷0.66×20＋50＝

显示：30，锁住程序：MODE ·

定好成绩间距后制表，输入操作同上。

四、累进计分

前面介绍的三种评分方法都是把运动成绩和相应得分作为线性关系来处理。在体育教学、训练、科研和竞赛中，这种评分方法难以反映客观实际。体育运动成绩的特点是：运动水平愈高，运动成绩提高的难度愈大。那么，分数的累进就应与运动成绩提高的难度相适。根据这一特点引用了非线性关系的数学表达式为：

$$Y=kD^2-C \tag{3.11}$$

式中：Y 为累进分数；

k 为系数；

D 为运动成绩相应的分布位置；

C 为常数项。

累进计分法评定分数的基本步骤：

(1)利用样本资料计算统计量$\overline{x}$和 s 的值。

(2)设计满分点和起码给分点。

根据给定条件，结合正态分布理论，$\mu\pm 3\sigma$ 间可以包括样本的频数 99.73%。这样确定的满分点和给分点范围基本上包括了需要评分的成绩。

(3)D 值和得分的计算。

①对应于任意一个运动成绩的 D 值，可按下式计算：

田赛 $D=\dfrac{(x-\overline{x})}{s}+5$

径赛 $D=\dfrac{(\overline{x}-x)}{s}+5$

表3-5 D 值表

分布位置	-5σ	-4σ	-3σ	-2σ	-1σ	$\overline{x}$	$+1\sigma$	$+2\sigma$	$+3\sigma$	$+4\sigma$	$+5\sigma$
D 值	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

②计算方法。

例3.15 测得某年级男生跳远成绩分布属正态分布，其统计量为$\bar{x}=5.20$ m，$s=0.40$ m。若规定$\bar{x}-1s$位置为60分，$\bar{x}+3s$位置为100分。杨某成绩为5.64 m，周某成绩为4.78 m，按累进计分法，试求出他们的得分。

解：依题意，查D值表得：起码给分点60分的D值为4；满分点100分的D值为8。

分别代入式(3.11)后联列方程组

$$\begin{cases} 4^2k-C=60 & ① \\ 8^2k-C=100 & ② \end{cases}$$

解方程组得：$k=0.833\,3$，$C=-46.666\,7$，故得评分的计算公式为

$$Y=0.833\,3D^2+46.666\,7$$

$Y_{杨}=0.833\,3\times[(5.64-5.20)\div0.40+5]^2+46.666\,7\approx77.673\,793\approx78$(分)

$Y_{周}=0.833\,3\times[(4.78-5.20)\div0.40+5]^2+46.666\,7\approx59.668\,263\approx60$(分)

用计算器计算，操作如下：

AC　MODE　0　INV　PCL　P_1

((ENT X－5.20)÷0.40＋5) INV X^2×0.833 3＋46.666 7＝MODE ·

若不须保留小数点时，可按下：MODE　7　0

调用输入数据。

杨某成绩为5.64 m，操作方法：先按下 P_1　5.64　RUN　显示：78 即得78分

周某成绩为4.78 m，操作方法：先按下 P_1　4.78　RUN　显示：60 即得60分

习　　题

1. 比较某运动员100 m短跑和跳远成绩，哪一项相对较稳定？现测得这名运动员近期的运动成绩如下：

系列	运　动　成　绩
100 m 跑(s)	12.2，12.0，12.2，12.3，12.0，11.9，12.1，12.1，12.0
跳　远(m)	5.65，5.63，5.70，5.64，5.35，5.45，5.50，5.70

2. 有甲、乙、丙三组女生100 m 跑成绩的统计量分别为：

$\overline{x}_{甲}=14.8$ s，$\overline{x}_{乙}=15.0$ s，$\overline{x}_{丙}=14.5$ s。

(1)若 $n_{甲}=20$，$n_{乙}=25$，$n_{丙}=24$时，求三组合并后的平均成绩。

(2)若 $n_{甲}=n_{乙}=n_{丙}=23$，求三组合并后的平均成绩。

3. 某年级立定跳远成绩经整理得如下频数分布表：

某年级立定跳远成绩频数分布表

组　限	频　数	累计频数	累计频率(%)
1.8～	1	1	0.63
1.9～	3	4	2.50
2.0～	10	14	8.75
2.1～	18	32	20.00
2.2～	29	61	28.13
2.3～	38	99	61.88
2.4～	25	124	77.50
2.5～	20	144	90.00
2.6～	10	154	96.25
2.7～	4	158	98.75
2.8～	2	160	100.00

(1)求成绩为2.15，2.59的位置百分。

(2)求该年级成绩第30和第75的百分位数。

4. 体育系女生100 m 短跑成绩的样本统计量为：$\overline{x}=14.5$ s，$s=0.45$ s。设起码给分点 $\overline{x}+3$ s 为60分，运动成绩为15.0 s；满分点 $\overline{x}-3$ s 为100分，运动成绩为13.0 s，制定出体育系女生的累进评分表。

5. 某年级400 m 跑成绩样本的统计量为：$\overline{x}=56$ s，$s=2$ s。试以 $\overline{x}\pm 2.5s$ 的范围评分，以1 s 为计分区间，制定出标准百分评分表。

第四章　统计推断

统计推断是数理统计的一个重要组成部分。统计推断是指根据样本的数据对总体的属性（参数）进行估计和假设检验的过程，分为参数估计和假设检验两部分内容。

第一节　参数估计

在实际工作中，有时总体资料不可能取得，那么，总体的参数也就无法求得，但又期望了解总体的规律，就只能通过样本的统计量去估计总体的情况，这就是数理统计中的估计，也称为参数估计。参数估计分为点估计和区间估计。

一、点估计

从样本$(X_1, X_2, \cdots, X_i)$出发，构成一些统计量$\hat{\theta}_i(X_1, X_2, \cdots, X_n)(i=1, 2, \cdots, r)$去估计总体$X$分布的参数（或数字特征）$\theta_i(i=1, 2, \cdots, r)$的方法称为参数的点估计。例如，根据样本的平均数和方差，去估计总体参数μ和σ^2的具体取值，或为数轴（横轴）上的某一点。

用样本统计量去估计总体参数时，由于每次样本取值不可能是相同的变量，因此，所得到的统计量$\overline{x}$和s比总体的相应参数大或小。若样本的统计量在总体参数的左右摆动，并不单一地偏向某一边，则我们认为用这样的样本统计量去估计总体的相应参数是无偏的，称为无偏估计。

应强调的是，无偏是对它们的期望而言，如用样本均数$\overline{x}$作为总体参数μ的估计量，有$E(\overline{x})=\mu$，而并非$\overline{x}$等于μ。在点估计中，估计值和参数的差，如$\overline{x}$值和μ之间的估计误差值，是得不到的。同时，也给

不出这种估计的可靠程度，这是点估计的缺点。

二、区间估计

通过样本的统计量去估计总体的相应参数 μ 和 σ^2 落在某一区间内的估计称为区间估计。区间估计的优点是它不仅能估计出总体参数在某一个具体区间，而且能给出这种估计的可靠程度。也就是说，区间估计的意义在于阐明了精确度和可信度。

（一）总体均数的区间估计

对总体均数 μ 的区间估计：首先解决由样本均数 $\bar{x}$ 确定总体均数所落在的区间，即解决其精确度问题；其次说明这种估计的可靠性。解决这两个问题的关键是确定样本的分布。同时要知道样本均数 $\bar{x}$ 与总体均数 μ 的关系，才能找到区间估计的方法。数理统计业已证明，从一个均数为 μ、方差为 σ^2 的正态总体中随机抽取一个样本含量为 n 的样本，样本的均数 $\bar{x}$ 仍是一个随机变量，它仍然服从正态分布。

（二）总体方差 σ^2 的区间估计

在科学研究中，我们不但要了解总体的平均水平 μ，而且需要了解总体方差 σ^2 的情况，即由样本标准差对总体方差作出区间估计。与样本均数 $\bar{x}$ 一样，我们重复地随机抽取含量相同的 k 个样本，计算得到 k 个方差 s 的值。经数学推导，同样证明这些值的分布是服从自由度为 $n'=n-1$ 的分布，同理可以求出 σ^2 的区间估计范围。

三、标准误

标准误是指样本分布的标准差。它是一个广泛应用的概念，凡由一个样本的方差推算出总体参数的估计值时，都需要计算标准误，例如平均数的标准误（$\sigma_{\bar{x}}$），比例数（或率）的标准误 $s_{比}$（或率 s_p）。在用样本统计量估计总体参数时，标准误是这种估计的可靠性的指标。其数学表达式：

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{4.1}$$

$$s_{比}=\sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} \tag{4.2}$$

式中 σ 是总体标准差，n 是样本含量；$s_{比}$ 是样本比例数的标准误，p 是

由样本计算得到的比例，$q=1-p$。

虽然标准误与标准差都是反映离散程度的指标，但是，两者在意义、描述的对象以及应用三方面都有其严格的区别：

(1)从意义上讲，标准差随着样本含量的增加而趋向稳定。标准误与样本含量的算术平方根成反比，即随着样本含量的增加而减小。故在实际操作过程中应设法合理地增加样本含量。

(2)从描述的对象来讲，标准差是描述变量的实数值变异大小，即观测值系列的离散程度。因此，标准差大，说明样本内个体之间的差异大；反之，则小。标准误是描述样本统计量的抽样误差的大小，即样本统计量的离散程度。所以，标准误大，说明用样本统计量去估计总体参数的可靠性程度低；标准误小，说明用样本统计量去估计总体参数的可靠性程度高。

(3)从用途上来讲，标准差是用以判断某一个随机变量值是否在正常范围(如 $\mu\pm1.96\sigma$)，同时用于计算标准误和离差系数；标准误是用来估计参数所在的范围，同时用来进行统计参数的显著性检验。

四、均数的可信限

(一)大样本均数的可信限(置信区间)

由样本统计量估计总体参数所落在的置信区间，是抽样研究的主要目的之一。由于总体参数不易取得，我们只能从均数为 μ，方差为 σ^2 的正态分布的总体中，随机抽取许多个变量为 n 的样本，这些样本以总体均数为中心呈近似正态分布。因此，根据正态分布的理论可知，样本平均数在 $\mu\pm1\sigma_{\bar{x}}$范围内的概率为68.26%，在 $\mu\pm2\sigma_{\bar{x}}$范围内的概率为95.44%，在 $\mu\pm3\sigma_{\bar{x}}$范围内的概率为99.73%。一般置信水平取整数，即：$\mu\pm1.96\sigma_{\bar{x}}$区间其所包含的概率为95%，只有5%的样本均数不在此范围内。$\mu\pm2.58\sigma_{\bar{x}}$区间所包含的概率为99%，只有1%的样本均数不在此范围内。

图4-1说明在100个样本均数中有95个(或99个)样本均数落在总体均数加减1.96(或2.58)倍标准误的范围内。这两个范围用不等式表示为：

$$\mu-1.96\sigma_{\bar{x}}\leqslant\bar{x}\leqslant\mu+1.96\sigma_{\bar{x}}$$

$$\mu-2.58\sigma_{\bar{x}}\leqslant\bar{x}\leqslant\mu+2.58\sigma_{\bar{x}}$$

移项得：

$$\bar{x}-1.96\sigma_{\bar{x}}\leqslant\mu\leqslant\bar{x}+1.96\sigma_{\bar{x}} \qquad (4.3)$$

$$\bar{x}-2.58\sigma_{\bar{x}}\leqslant\mu\leqslant\bar{x}+2.58\sigma_{\bar{x}} \qquad (4.4)$$

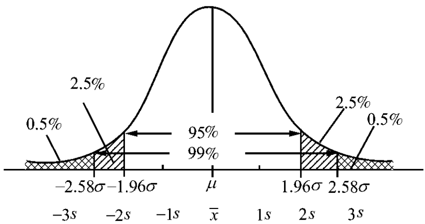


图4-1　0.05**和**0.01**置信区间**

在实际工作中，我们不可能去抽取100**个样本，且总体的** μ **和** $\sigma_{\bar{x}}$ **是不可知的。但由正态分布理论可知，当变量值的个数** $n\to\infty$ **时抽样误差就很小。因此，可用样本均数标准误的估计值** $s_{\bar{x}}$ **代替总体标准误** $\sigma_{\bar{x}}$**，以推算总体均数的**95%**和**99%**的可信限。其计算方法运用如下不等式：**

$\bar{x}-1.96s_{\bar{x}}\leqslant\mu\leqslant\bar{x}+1.96s_{\bar{x}}$　　　$\bar{x}-2.58s_{\bar{x}}\leqslant\mu\leqslant\bar{x}+2.58s_{\bar{x}}$

或简记为：$\bar{x}\pm1.96s_{\bar{x}}$　　　$\bar{x}\pm2.58s_{\bar{x}}$

综上所述，标准误越小，估计范围越小，说明样本均数与总体均数的差距越小。这样，用样本均数去代表总体均数就具有较高的代表性和可靠性。

例4.1　**随机抽取广西**160**名**16**岁男生**60 m **跑成绩的统计量为：**$\bar{x}=8.76$ s，$s=0.45$ s，**求：**(1)$s_{\bar{x}}$。(2)95%**和**99%**可信限。**

解：依题意有：

(1)$s_{\bar{x}}=\dfrac{s}{\sqrt{n}}=0.45\div\sqrt{160}=0.035\ 575\ 624\approx0.035\ 6$

(2)$8.76\pm1.96\times0.035\ 6\approx8.76\pm0.069\ 8$

即有95%**落在**8.69～8.83**范围内。**

$8.76\pm2.58\times0.035\ 6\approx8.76\pm0.091\ 8$

即有99%落在8.67～8.85范围内。

答：(1)标准误为0.035 6。

(2)估计广西16岁男生60 m 跑成绩的总体均数有95%的可能落在8.69～8.83 s 范围内。或者说，在100次抽样中，大约有95次均数在该区间内。99%同理(略)。

若样本含量很小时，用 $s_{\overline{x}}$ 去代替 $\sigma_{\overline{x}}$ 误差就会很大。这时就必须用 t 值来推算可信限。

(二)t 值与 t 分布

t 值是样本均数与总体均数之差除以样本均数的标准误，表达式为

$$t=\frac{\overline{x}-\mu}{s_{\overline{x}}} \tag{4.5}$$

例4.2　从历年报考体育系考生专项加试成绩得知，立卧撑的均值为38次/min，标准差不知。现从体育系在校生随机抽取40人测得该项成绩的均数为40次/min，标准差为3.6次/min，问在校生与历年考生该项成绩是否有差异?

若要采用 t 检验，这里只计算该样本的 t 值：

$s_{\overline{x}}=3.6\div\sqrt{40}\approx0.569\ 2$，则 $t=(40-38)\div0.569\ 2\approx3.513\ 7$

如果从正态总体中抽取样本容量不同的多个样本，各计算出一个 t 值，将发现它的分布曲线类似正态分布曲线(图4-2)，这种分布称为 t 分布。随着样本含量的变化，t 分布曲线的峰度也发生变化。当 n 很小时，t 分布曲线较正态曲线低平，则有 $t_{(n')0.05}>1.96$，$t_{(n')0.01}>2.58$。n 越大越接近正态分布。曲线随自由度($n-1$)的大小而有规律性地变化。同样，t 分布曲线与横轴间的面积为100%，则当 $n\to\infty$ 时，t 分布趋向于标准正态分布。这时 t 分布的可信限和标准正态分布相同。根据分布曲线性质可知 t 分布曲线下的面积有95%位于 $-t_{0.025}$ 与 $t_{0.025}$ 之间，即

$$-t_{(n')0.025}\leqslant t\leqslant t_{(n')0.025}$$

将式(4.5)代入上面不等式则有

$$\overline{x}-t_{(n')0.025}s_{\overline{x}}\leqslant\mu\leqslant\overline{x}+t_{(n')0.025}s_{\overline{x}} \tag{4.6}$$

$$\overline{x}-t_{(n')0.005}s_{\overline{x}}\leqslant\mu\leqslant\overline{x}+t_{(n')0.005}s_{\overline{x}} \tag{4.7}$$

说明总体均值 μ 落在此区间内的概率为95%和99%。这就是用小样本均值推算总体均值的区间估计方法。

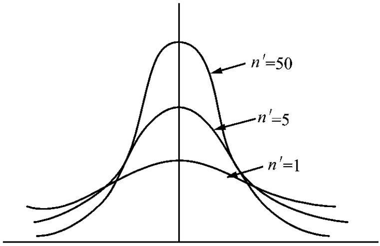


图4-2　t 分布曲线

现将例4.2的数据代入，得：

$40-1.96\times3.513\,7\approx33$次

$40+1.96\times3.513\,7\approx47$次

即有95%落在33～47次/min。

$40-2.58\times3.513\,7=31$次

$40+2.58\times3.513\,7=49$次

即有99%落在31～49 次/min。

（三）小样本均数的可信限

由 t 值和 t 分布知道，样本愈小，$t_{(n')0.05}$和 $t_{(n')0.01}$愈大，因此，计算总体均数的95%可信限就不能用$\overline{x}\pm1.96s_{\overline{x}}$公式，而应该用公式：

$$\overline{x}\pm t_{(n')0.05}s_{\overline{x}}$$

例4.3　已知20名10岁男孩立定跳远成绩的均值为1.65 m，标准差为0.20 m，假设总体属正态分布，试求出其总体均值的95%和99%的估计区间。

解：依题意有 $n'=20-1=19$，查 t 值表得：

$$t_{(19)0.025}=2.093$$

$$t_{(19)0.005}=2.861$$

将数据代入（4.6）式计算得95%的区间为：

$\overline{x}\pm t_{(19)0.025}\cdot s_{\overline{x}}=1.65\pm2.093\times(0.2\div\sqrt{20})$

$=1.65\pm0.09(\text{m})$

将数据代入(4.7)式得99%的区间为$1.65\pm0.13(\text{m})$

故总体均值的概率为95%的估计区间是1.56～1.74 m；概率为99%的估计区间是1.52～1.78 m。

五、总体比例数的估计

在体育教学和科研中，有些结果数据只能以比例或百分比来表示。如篮球运动员投篮的命中率，体操运动员完成动作的成功率等。当由一个样本获得某一比例数(p)时，如何用这一比例数去估计总体的比例数(π)呢？

统计学研究结果表明：当样本含量相当大(一般要求$n>50$)，且np及$n(1-p)$均大于5时，样本比例数近似服从正态分布。因此，可通过正态分布曲线下面积的分布规律，用样本比例数推算总体比例数的估计区间。

估计总体比例数的概率为95%的区间：

$$p-1.96s_{比}\leqslant\pi\leqslant p+1.96s_{比}$$

估计总体比例数的概率为99%的区间：

$$p-2.58s_{比}\leqslant\pi\leqslant p+2.58s_{比}$$

简记为　　$p\pm1.96s_{比}$　　$p\pm2.58s_{比}$

例4.4　在某校随机抽取174名学生进行调查，结果发现其中有72人爱好体育。应如何估计并说明该校学生爱体育的百分比是多少？

解：由题意得 $n=174$，$p=72/174\approx0.413\ 8$，$q=1-0.413\ 8=0.586\ 2$

将数据代入(4.2)式计算标准误得：

$$s_{比}=\sqrt{0.413\ 8\times0.586\ 2\div174}=0.037\ 3$$

$$(41.38\pm1.96\times3.73)\%=(41.38\pm7.31)\%$$

即有95%的把握可以认为该校爱好体育的学生比例人数为34.07%～48.69%。

$$(41.38\pm2.58\times3.73)\%=(41.38\pm9.62)\%$$

有99%的把握可以认为该校爱好体育的学生比例人数为31.76%～51.00%。

例4.5　据报道某校采用一种新的身体训练手段，使80%的学生身体素质有明显提高。现随机抽测该校50名学生，其中身体素质有明显提高者有36名。问该报道的情况是否属实？

解：假设该报道的情况属实。根据正态分布理论，可求出报道中学生比例人数的一个较高概率的可信区间。当抽样得到的学生比例数被包括在该区间内时，可认为这一报道的情况属实。

计算标准误：$s_{比}=\sqrt{0.80\times0.20\div50}\approx0.0566$

$$0.80\pm2.58\times0.0566=0.80\pm0.1460$$

概率为99%的可信区间为：0.6540～0.9460

抽测到的学生比例数为$\frac{36}{50}=0.72$，在区间(0.6540，0.9460)之内，故可以认为该报道的情况属实。

例4.6　广西篮球队在某场篮球比赛中，发动快攻的总次数是38次，成功29次，试求该队快攻成功率的可信限（总体成功率的区间估计）。

解：根据已知条件有：$p=29/38\approx0.76$　$q=1-0.76=0.24$

其标准误为：$s_{比}=\sqrt{0.76\times0.24\div38}\approx0.0693$

则该队快攻总体成功率95%的区间为[(0.76±1.96×0.0693)%] 62.42%～89.58%；

同理，99%的区间为[(0.76±2.58×0.0693)%] 58.12%～93.88%。

第二节　假设检验

一、基本概念

在实际统计中，除了我们需要用样本统计量去估计总体参数外，还会遇到大量的问题。比如：已知一样本统计量$\bar{x}$，问它是否来自一已知均数为μ_0的总体，或说它的总体均数μ是否等于μ_0；在对照实验中，获得对照组及实验组的统计量后，问这种训练方案的效果如何，即两样本的总体水平是否不同；已知前后两样本成绩有$\bar{x}_2>\bar{x}_1$，问是否就有总体

均数 $\mu_2>\mu_1$；已知一样本的分布，问它的总体分布是否是正态分布；等等。

以上这些问题，具有广泛的代表性。它们有一个共同的特点，可以归结为：要求用已知样本特征去判断（鉴别）关于总体特征的某种看法是否正确，也就是说，检验某种关于总体的假设是否成立。这类问题称为假设检验的问题。

二、小概率事件

事件概率小到什么程度才能说是小概率事件呢？统计学上的规定是：概率不超过0.05（5%）的事件称为小概率事件，其概率记作 α。

例如：盒子里装有100粒围棋子，黑子和白子之比是1∶99。问盒子中的白子是否是99粒？

假设盒子中白子为99粒。在这种条件下从盒中任取一粒子，取得黑子的概率应该是$\frac{1}{100}$，即在100次中才可能抽到一次。显然，在一次抽取时，抽到黑子这种事件的机会是很小的，这种事件统计学上称为小概率事件。这种小概率事件，如果在一次抽取中，我们可认为是不可能发生的。如果我们只抽取一次，居然抽到了黑子，就不能不使人怀疑原假设的正确性，从而拒绝原假设（即不相信盒子中只有一粒黑子）。如果一次或多次抽取时，黑子不出现，那么就应该接受假设的条件。

三、假设检验的基本思想和步骤

假设有两个教师对新生的跳高课施以各自认为效果最好的教学方法。一年后考试成绩是：甲班平均成绩为168 cm，乙班平均成绩为166 cm。根据所得结果，甲教师说他的教法效果比乙教师好，乙教师却不服气地说：“若再实验的话，乙班会比甲班的成绩好。”对这类问题要做正确的判断和比较应有客观的标准，否则会争论不休。假如这种对比不是一次，而是100次，而且每次都是甲教师所教的学生比乙教师所教的学生成绩高，那么，乙教师应该是无话可说的。但是，我们不可能去进行100次的实验对比。在实际研究工作中往往是由一次的结果下结论，但一次测验的结果受到多种因素的影响。比如，组成样本时甲班的学生原来就比乙班好，即抽样误差；再或者，甲班测验时天气很好，乙班测验时

天气较差；再或者，甲班测验时学生兴奋性高，乙班测验时兴奋性低；等等。只有断定其他因素影响较小的时候，才有结论：甲的教法比乙的好。其他因素影响很小，究竟小到什么程度？是否有个标准或界限？只有解决了这个问题，才有鉴别优劣的依据和准则。这就是显著性检验要解决的问题。

无论假设的类型多么复杂，进行检验的基本思想都是很简单的。无非是先建立一个关于总体的原假设。在这个原假设成立的前提下，对已构成的某种统计量（u、t、χ^2、F 等）进行计算。若计算结果落在否定域上，得出该事件为小概率事件，则利用小概率事件原理拒绝（否定）原假设；若是非小概率事件，便只好接受原假设，得出差异不显著的结论。

以上基本思想体现在假设检验步骤中，可概括为：

第一步：做出与总体相同的原假设，记作 H_0。

第二步：在假设成立的前提下，建立一个检验用的统计量，如 u、t、χ^2、F 等。它们实际上是样本的函数。然后，将样本数据代入函数式中计算出它们的实值。

第三步：根据取定的显著性水平 α 及自由度 n'，查相应的临界值表，得出相对应的临界值。

第四步：将实值与临界值比较，当实值大于临界值时，即导致小概率事件出现，实值落在曲线两侧小概率区域内，否定原假设，得出样本差异显著的结论；如实值小于临界值时，并未导致小概率事件的出现，即接受原假设 H_0，得出差异不显著的结论。

在体育统计中，一般取定 $\alpha=0.05$，当实值大于 $\alpha=0.05$临界值时称差异显著。当实值大于 $\alpha=0.01$的临界值时，就称差异非常显著。

所谓显著性水平 α，实际是一个小概率值，由于取定 α 值后，即确定了否定域，实值落在此区域内时就否定原假设，得出差异显著的结论，故称 α 为显著性水平。

假设检验一般是根据样本资料去比较总体时，需要采用的检验方法。它所用的判别准则是小概率事件原理；所采用的方法是根据已知条件构造一个统计量，统计量为 u 时，称 u 检验，统计量为 t 时，称 t 检验。还有 χ^2、F 检验等。无论采用何种检验方法，它们的基本思想和步骤都

相同。

四、参数检验

(一)u 检测

$$u=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} \tag{4.8}$$

在总体均数、σ 已知(或 σ 未知,且为大样本时,可用 s 代替)时应用。

例4.7 根据最近全国体质调查得知广西青年男子的脉搏平均数为76.5次/min,标准差为8.2次/min,现测得体育系100名二年级男生的脉搏平均数为70.5次/min。试问体育系男生的脉搏与广西青年男子的脉搏有无显著性差异?

解:① 无效假设 H_0:$\mu=\mu_0=76.5$(即设他们的脉搏完全相同,其差别是由抽样造成的误差)

② 计算 u 值:

$$u=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}}=\frac{|70.5-76.5|}{8.2\div\sqrt{100}}\approx 7.32$$

用计算器计算:70.5−76.5= +/− ÷(8.2÷100 INV $\sqrt{\ }$)=

显示:7.317

③ 确定 α 值:取显著水平 $\alpha=0.05$,则 $u_{0.05}=1.96$,$u_{0.01}=2.58$

④ 判断结果:

因为 $|u|>1.96$,所以拒绝无效假设 H_0,有显著性差异;

因为 $|u|>2.58$,所以拒绝无效假设 H_0,有非常显著性差异。

结论:说明体育系男生的脉搏与广西青年男子的脉搏不是来自同一总体,这种差异可能是体育系男生经常进行体育锻炼的结果。

注:若样本含量很小(如 $n=4$)时,得出的结果就会不一样了。因此一般样本含量 $n>30$ 才用 u 检验。

根据公式(4.8)用计算器计算

AC MODE 0 INV PCL P_1 (开始部分)

ENT $\overline{x}$−NETμ_0=÷(ENTσ÷NETn INV $\sqrt{\ }$)=MODE ·

(注:若绝对值内得数为负值,应加按+/−,即符号转换键)

（二）t 检验

1．当总体标准差 σ 未知，且为小样本时，根据总体与小样本值来检验“假设 $H_0:\mu=\mu_0$”是否成立，这时的检验就不能用 u 检验。因为用样本标准差 s 来代替总体的标准差 σ，误差就很大，影响检验的精确度，且小样本不服从正态分布，而是服从自由度 $n'=n-1$ 的 t 分布。t 分布曲线是随着 n' 的变化而变化的，n' 越大，t 分布曲线越接近正态分布曲线；同时 t 检验比 u 检验要求严格。因此，在进行显著性检验时，多数研究工作者愿意用 t 检验方法。

$$t=\frac{|\overline{x}-\mu_0|}{\sigma/\sqrt{n}} \tag{4.9}$$

此式虽与 u 检验公式一样，但查 t 值表得出的结果是不一样的。

2．当两个总体服从正态分布，总体标准差未知且独立（但有 $\sigma_1=\sigma_2$，即方差齐性，此问题待后述）时，用两总体均为小样本值来检验。

“假设 $H_0:\mu_1=\mu_2$”是否成立，用 t 检验计算 t 值公式为：

$$t=\frac{|\overline{x}_1-\overline{x}_2|}{\sqrt{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}}\cdot\sqrt{n_1n_2(n_1+n_2-2)/(n_1+n_2)} \tag{4.10}$$

例4.8 设某校在同年级男生中抽测了两类学生的肺活量指标。一类是经常参加游泳锻炼的学生，抽测 $n_1=10$ 人，肺活量指标 $\overline{x}_1=2\ 980.5$ mL，$s_1=320.8$ mL；另一类是不经常参加游泳锻炼的学生，抽测 $n_2=20$ 人，肺活量指标 $\overline{x}_2=2\ 713.3$ mL，$s_2=380.1$ mL。问该校两类学生的肺活量指标是否有显著性差异。

取 $\alpha=0.05$，两总体可认为近似正态分布。方差不知，但可认为相等。

解：此题属两总体均值的比较，依题意应有 $\sigma_1^2=\sigma_2^2$，且为小样本，用 t 检验。

① 建立原假设 $H_0:\mu_1=\mu_2$（即两类学生的肺活量指标水平相同）

② 计算 t 值：

$$t=\frac{|\overline{x}_1-\overline{x}_2|}{\sqrt{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}}\cdot\sqrt{n_1n_2(n_1+n_2-2)/(n_1+n_2)}$$
$$=267.2\div1\ 916.05\times13.66=1.90$$

③ 比较：查 t 值表，取双侧检验 $\alpha=0.05$ 自由度 $n'=n_1+n_2-2=28$ 查得：$t_{0.025}(28)=2.048$，$t<t_{0.025}(28)$，$p>0.05$

④ 结论：接受原假设 H_0，两类学生的肺活量指标并无差异。

用计算器计算：（初学者可分三步）

(1)2 980.5－2 713.3＝267.2

(2)(10－1)×320.8 INV X^2＋(20－1)×380.1 INV X^2＝INV $\sqrt{\ }$

显示：1 916.05

(3)10×20×(10＋20－2)÷(10＋20)＝INV $\sqrt{\ }$

显示：13.66

3. 两个总体样本值成对出现，其标准差 σ_1、σ_2 未知且为小样本的检验。

这种假设检验包括对同一批实验对象前后对比和配对比较，两总体服从正态分布，均数分别为 μ_1 和 μ_2，但 x_1 和 x_2 并不独立，若令 $d=x_1-x_2$，得出的 d 值其分布也服从正态分布，其均数 $\mu_d=\mu_1-\mu_2$，检验 x_1 和 x_2 的均数相等的假设为 H_0：$\mu_d=\mu_1-\mu_2=0$，这种假设称为无效假设。其计算公式为

$$t=\frac{|\overline{d}|}{s_d/\sqrt{n}} \tag{4.11}$$

式中：$\overline{d}$——差的平均数　　　s_d——差的标准差

例如，同体比较（或称自身比较）检验，是在教学、训练过程中，为了检查教学效果，把教学对象前后两次测验成绩进行比较，通过比较和检验分析说明教学效果是否显著提高。假设教学前后学生两次测验成绩均数之差应为零，存在的差异是由于抽样误差所致。

例4.9　对10名女生进行3个月的速度训练，训练前后测得各人的60 m 跑成绩如表4-1所示，所示问训练前后60 m 跑成绩的差异有无显著性意义。($\alpha=0.05$)

表4-1　10名女生训练前后60 m 跑成绩表　　(单位:s)

序号	训练前(x_1)	训练后(x_2)	$d=x_1-x_2$	d^2
1	8.4	8.0	0.4	0.16
2	8.2	7.8	0.4	0.16
3	8.1	7.8	0.3	0.09
4	8.3	7.9	0.4	0.16
5	8.0	8.1	−0.1	0.01
6	7.9	7.8	0.1	0.01
7	8.4	7.9	0.5	0.25
8	8.3	7.8	0.5	0.25
9	8.1	7.7	0.4	0.16
10	8.2	7.6	0.6	0.36
$\sum$			3.5	1.61

解:① 无效假设 $H_0:\mu_d=0$

② 计算统计量值:

$$\overline{d}=\sum d/n=3.5\div 10=0.35$$

$$s_d=\sqrt{\frac{\sum d^2-(\sum d)^2/n}{n-1}}\approx 0.206\ 8$$

$$t=\frac{|\overline{d}|}{s_d/\sqrt{n}}=\frac{|\overline{d}|\sqrt{n}}{s_d}=0.35\times\sqrt{10}\div 0.206\ 8\approx 5.352$$

③ 取 $\alpha=0.05$,$n'=n-1=10-1=9$,查 t 值表得:

$$t_{0.05}(9)=2.262$$

④ 判断结果:$t>t_{0.05}(9)$,拒绝 H_0,可认为经过三个月的训练后,速度确有提高,说明教学训练效果较好。

配对比较的检验,是把一组条件齐同的实验对象,随机抽样分成两组,施以不同的训练方法(处理因素)后,经统计分析,比较出两组的差异程度。

例4.10　将条件相同的20名10岁男孩随机分成两组,施以两种不同的训练方法,两年后,测得50 m 蛙泳成绩如表4-2所示,问两种训练方法是否有显著性差异?

表4-2　对10岁男孩施以不同训练方案后测试50 m 蛙泳成绩表（单位：s）

序号	甲方案（x_1）	乙方案（x_2）	$d=x_1-x_2$	d^2
1	48.2	48.0	0.2	0.04
2	48.5	48.7	−0.2	0.04
3	48.8	49.1	−0.3	0.09
4	51.0	51.9	−0.9	0.81
5	51.9	53.1	−1.2	1.44
6	54.0	55.3	−1.3	1.69
7	55.1	56.6	−1.5	2.25
8	57.3	59.0	−1.7	2.89
9	61.3	63.6	−2.3	5.29
10	62.2	65.4	−3.2	10.24
$\sum$	538.3	550.7	−12.4	24.78

解：①　无效假设 $H_0: \mu_1=\mu_2$（即两种训练方案对运动员成绩的提高无差别，存在差异是偶然的，或是抽样误差造成）

②　计算 t 值：

$$\bar{d}=\sum d/n=-12.4\div 10=-1.24$$

$$s_d=\sqrt{\frac{\sum d^2-(\sum d)^2/n}{n-1}}\approx 1.02$$

$$t=\frac{|\bar{d}|}{s_d/\sqrt{n}}=\frac{|\bar{d}|\sqrt{n}}{s_d}=1.24\times\sqrt{10}\div 1.02\approx 3.844$$

③　取 $\alpha=0.01, n'=n-1=10-1=9$，**查 t 值表得** $t_{0.01}(9)\approx 3.250$

$t>t_{0.01}(9)$，$P<0.01$**差异非常显著。**

④　结论：两种不同训练方案之间的差异有非常显著意义，差异是由抽样误差造成的概率小于1%，所以无效假设不成立。用甲方案去训练儿童的蛙泳值得推广或进一步探讨。

最后强调：由于 t 检验适用于小样本情况，故称小样本检验法。t 分布在 n 愈大时，愈接近于正态分布，故当 n 较大时，t 检验和 u 检验有同样的检验结果。当两样本是独立的，没有内在联系，且在方差齐性时，应用前面所述的小样本 t 检验方法，决不能用配对比较（或同体比较）的 t 检验方法，否则将得出错误的结论。

（三）χ^2检验

前面 u 检验和 t 检验均是检验总体均数。关于方差齐性的假设检验，即总体标准差的检验，可用 χ^2统计量。

设从正态总体中抽出一个样本，须检验该样本的总体标准差 σ 是否等于已知总体的标准差 σ_0，即检验假设 H_0：$\sigma=\sigma_0$。

当无效假设为真时，这个统计量服从自由度为 $n-1$的 χ^2分布。其统计量为

$$\chi^2=\frac{\sum(x-\overline{x})^2}{\sigma_0^2}=\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \tag{4.12}$$

例4.11 已知某学生的跳远成绩服从正态分布，并且该学生以往成绩波动均在8 cm（即总体标准差 σ_0）。最近抽测10次，其标准差为8.7 cm，试问它们之间的差异有无显著性意义？（取 $\alpha=0.05$）

解：① 无效假设 H_0：$\sigma=\sigma_0$

② 计算：

$$\begin{aligned}\chi^2&=\frac{\sum(x-\overline{x})^2}{\sigma_0^2}\\&=\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}\\&=(10-1)\times 8.7^2\div 8^2\\&\approx 10.64\end{aligned}$$

③ 取 $\alpha=0.05$，$n'=n-1=10-1=9$，查 χ^2值表得：

$\chi^2_{\alpha/2}=\chi^2_{0.025}(9)=19.02$　　　$\chi^2_{1-\alpha/2}=\chi^2_{0.975}(9)=2.70$

④ 判断结果：现在$2.70<\chi^2<19.02$，故接受 H_0，认为最近10次所测得的跳远成绩的方差与原总体方差无显著性差异，说明该生的跳远成绩比较稳定。

例4.12 根据某选材标准的要求，受试者100 m 跑成绩的标准差为0.3。现对受试者 A 抽测8次，成绩 x 为12.5，12.4，12.8，12.3，12.4，12.6，12.3，12.5，样本标准差 $s=0.17$，问受试者的100 m 跑成绩标准差是否符合选材标准？（取 $\alpha=0.05$，单位：s）

解：此属总体方差检验。

给定已知总体标准差 $\sigma_0=0.3$，问题归结为检验样本所属总体的标准差 σ 是否等于给定标准差 σ_0。

设100 m 跑成绩近似服从正态分布，可采用 χ^2检验。

① 建立原假设 H_0：$\sigma=\sigma_0$

② 计算：

$$\chi^2=\frac{\sum(x-\overline{x})^2}{\sigma_0^2}=\frac{\sum x^2-(\sum x)^2/n}{\sigma_0^2}$$

$$=(1\ 245.2-1\ 245.01)\div 0.09\approx 2.1$$

③ 取 $\alpha=0.05$，自由度 $n'=8-1=7$，查 χ^2表得：

$\chi^2_{\alpha/2}=\chi^2_{0.025}(7)=16.01$　　$\chi^2_{1-\alpha/2}=\chi^2_{0.975}(7)=1.69$

实值 $x=2.1$在区间[1.69，16.01]内。

④ 结论：接受原假设。受试者 A 该项指标符合选材标准。

（四）F 检验

同样地，我们在工作中还需要检验两个总体方差 σ_1^2、σ_2^2是否相等，习惯上称为方差齐性检验。针对这类问题，构造了 F 统计量，即 F 检验。

在假设 H_0：$\sigma_1^2=\sigma_2^2$成立的前提下，分别对两个正态总体抽样，各得样本方差 s_1^2及 s_2^2。它们虽来自方差相同的正态总体，但由于存在抽样误差，它们的样本方差却不完全相等，统计量 s_1^2/s_2^2（设 $s_1^2>s_2^2$，即数值大的作分子、小的作分母）是一个随机变量，服从一定的分布规律。

定义统计量为：

$$F=\frac{s_1^2}{s_2^2}=\frac{\sum(x_{1i}-\overline{x}_1)^2/(n_1-1)}{\sum(x_{2i}-\overline{x}_2)^2/(n_2-1)}\tag{4.13}$$

服从 $F(n_1',n_2')$分布，$n_1'=n_1-1$，$n_2'=n_2-1$为两个自由度。

例4.13　田径运动员甲、乙两人跳远成绩近似服从正态分布，抽测甲9次得：5.00，5.20，5.10，4.90，5.15，5.12，5.00，5.05，4.95，抽测乙10次得：5.15，5.16，5.20，5.25，5.18，5.10，5.14，5.10，4.95，5.12。试检验两人成绩的稳定程度是否相同。（$\alpha=0.05$）

解：① 建立原假设 H_0：$\sigma_1^2=\sigma_2^2$

② 计算：两样本方差

$s_1^2=0.033\ 85 \qquad s_2^2=0.005\ 602\ 5$

因 $s_1^2>s_2^2$，故 $F=s_1^2/s_2^2\approx 6.04$

③ 确定 $\alpha=0.05$，自由度 $n_1'=n_1'-1=8$，$n_2'=n_2'-1=9$

查 F 临界值表得：$F(n_1',n_2')=F(8,9)=4.36$，$F>F(8,9)$，$P<0.05$

④ 结论：拒绝假设。甲、乙两人的跳远成绩稳定程度不相同。

（五）关于比率之间差别的假设检验

这里只介绍大样本的 u 检验法，它的适用条件：$n>50$ 且样本率在 $10\%\sim90\%$ 之间。因为在 n 足够大时，样本率的分布接近正态分布，即可用正态分布的规律检验率的差异显著性。

1. 一个总体率的假设检验。

若由大量的调查和反复实验知道一总体率 π_0，要检验样本所在总体的总体率是否就是 π_0，即要检验的样本是否是从这个总体中抽取出来的，则无效假设为 $H_0:\pi=\pi_0$。其统计量为

$$u=\frac{p-\pi_0}{\sigma_p}=\frac{p-\pi_0}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}} \tag{4.14}$$

式中 p 为样本率，π_0 为总体率，σ_p 为根据总体率计算的标准误。

例4.14　近年来广西男篮在全国男篮比赛中，经统计投篮命中率为30%。在今年参加全国男篮比赛中，统计结果为投篮163次，命中69次。问广西男篮投篮技术，即命中率与以前是否有显著性差异？

解：① 无效假设 $H_0:\pi=\pi_0$

② 计算 u 值：

$p=69/163=0.423 \quad \pi_0=0.300$

$\sigma_p=\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)/n}=\sqrt{0.3(1-0.3)\div163}\approx0.035\ 9$

$$u=\frac{p-\pi_0}{\sigma_p}$$
$$=(0.423-0.300)\div0.035\ 9=0.123\div0.035\ 9\approx3.43$$

③取 $\alpha=0.01$，$u_{0.01}=2.58$，$u>u_{0.01}$，$P<0.01$

④结论：经检验有非常显著性意义，不是因为抽样引起的误差。说明广西男篮今年投篮命中率有显著性提高。

2．两个总体率的假设检验。

从总体率为 π_1 的总体中随机抽出样本的样本率为 p_1，从总体率为 π_2 的总体中随机抽取样本的样本率为 p_2。现要检验 π_1 是否等于 π_2，或 p_1 和 p_2 是否来自同一总体，作无效假设 $H_0: \pi_1=\pi_2$。用 u 统计量

$$u=\frac{p_1-p_2}{s_{p_1-p_2}} \tag{4.15}$$

两率差数的标准误　$s_{p_1-p_2}=\sqrt{p_c(1-p_c)(1/n_1+1/n_2)}$

p_c 是 p_1、p_2 的加权平均数。

例4.15　为研究运动项目对人体健康的作用，现收集到某年级甲、乙两班的体育活动及达标率资料。甲班50人，经常踢足球，达标测验通过25人；乙班48人，经常打篮球，达标测验通过22人。试检验足球和篮球运动对提高身体素质的作用有无显著性意义。($\alpha=0.05$)

解：① 无效假设 $H_0: \pi_1=\pi_2$（甲、乙两班所在总体达标率相同）

② 计算 u 值：$p_1=25\div 50=0.500\ 0$　　　$p_2=22\div 48\approx 0.458\ 3$

$$p_c=(25+22)\div(50+48)=47\div 98\approx 0.479\ 6$$

$$s_{p_1-p_2}=\sqrt{0.479\ 6(1-0.479\ 6)\left(\frac{1}{50}+\frac{1}{48}\right)}\approx 0.100\ 9$$

将数据代入式(4.15)计算得：$u=\dfrac{0.500\ 0-0.458\ 3}{0.100\ 9}\approx 0.413$

③ 确定：$\alpha=0.05$　$|u|<1.96$，$P>0.05$，即接受 H_0

④ 判断结果：认为开展足球和篮球运动均能提高身体素质。

五、非参数检验

非参数检验适用于任意分布的数据，不受总体参数是否是正态或近似正态的制约，如分布未知或极度偏态，各组变异程度相差悬殊，或个别值偏离过大，只有等级、名次、评价记录等，均可采用。应注意的是：样本含量 n 太小时，非参数检验的灵敏度较低；当 P 值接近于0.05或0.01时，下结论应特别慎重。

（一）符号检验法（或称关联法）

符号检验的检验量是 $n_{\min}$，即正符号个数 n_+ 和负符号个数 n_- 中的最小者 $\min(n_+, n_-)$。

符号检验主要是用来检验配对(或同体比较)资料的差异显著性,主要特点在于:

1. 它所直接比较的不只是两个样本的统计量,直接比较两个样本的分布,即直接比较全部样本数据。

2. 不计数据两两比较的差值 d,只记差值 d 的正负符号,零符号不计。样本差异的大小将通过符号的个数表示出来。

例4.16　某教师为了提高学生的综合反应能力,设计了一套综合反应速度的练习,挑选了40人分为两组,每组20人,并随机决定实验组和对照组。经一年的训练后,测得实验组有16个高于对照组,对照组有4人高于实验组,问这种训练方法有无显著性意义?

解:依题意可有多种解题方法。

第一种:① 建立无效假设 H_0:即两组均无差别,来自同一总体,正负号个数不相等,完全是由随机因素所形成。

② 统计符号个数:$n_{\min}=\min(16,4)=4$,$n'=n_{+}+n_{-}=16+4=20$

③ 查符号表得:$n_{0.05}(20)=5$,$n_{\min}<n_{0.05}(20)$。

④ 否定原假设,有显著意义。

第二种:用校正的 χ^2 公式:

$$\chi^2=\sum(|Q-T|-0.5)^2/T \tag{4.16}$$

式中 T 为理论值,Q 为实值。

① 无效假设 H_0:依题意,理论值 $T=20\div2=10$,Q 为实值,实验组 $Q=16$,对照组 $Q=4$。

② 将数据代入公式得

$\chi^2=(|16-10|-0.5)^2\div10+(|4-10|-0.5)^2\div10=6.05$

③ 自由度 $n'=(2-1)(2-1)=1$,查 χ^2值表得:

$\chi^2_{0.05}(1)=3.84\quad P<0.05$

④ 结论:这两种训练方法有显著性意义。

第三种:用简便公式计算,设"+"号个数为 b,"−"号个数为 c,其计算公式

$$\chi^2=(|b-c|-1)^2/(b+c) \tag{4.17}$$

将数据代入得：$\chi^2=(|16-4|-1)^2\div(16+4)=6.05$

结论与上述一致。

例4.17 为了探讨游泳对人体呼吸机能的效果，随机抽取10名刚入学的学生进行三个月训练后，测得肺活量如表4-3所示，问是否有显著改善？

表4-3 10人训练三个月前后测得的肺活量表 （单位：mL）

编 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
训练后	3 250	3 150	3 350	3 850	3 050	3 550	3 500	3 300	3 800	3 400
训练前	3 200	3 000	3 400	3 650	2 950	3 450	3 400	3 400	3 700	3 350
符 号	+	+	−	+	+	+	+	−	+	+

解：计算符号：$n_+=8, n_-=2, n_{\min}=\min(8,2)=2, n'=8+2=10$

查符号检验表得：$n_{0.05}(10)=1, n_{\min}>n_{0.05}(10), P>0.05$，接受原假设，无显著改善。

若用配对与自身比较的 t 检验，用（4.11）公式计算结果得 $t=2.492\ 2$，查 t 值表得：$t_{0.05}(9)=2.262, t>t_{0.05}(9), P<0.05$

结论：有显著性改善和提高，与上述的符号检验不一致。

这说明符号检验虽然方便，但是这种方法检验不够灵敏。它的缺点在于只记录差值 d 的符号，而未计算差值，最终也只计算符号个数，因而会失掉许多信息，在样本小时，检验效率低。用于样本容量为20对以上的检验效果较好，样本含量小于8时，不宜采用。

（二）秩和检验法

符号检验要求所比较的数据成对（即配对或自身比较），同时只记符号，精确度较低，秩和检验在一定程度上能克服这一缺点。

秩和检验的检验量是秩和。秩是指有序排列中每个数据次序；秩和是指样本每个数据秩的和，用符号 T 表示。如果计算的 T 值，即含量较小的样本组 n_1 的秩和，处在确定水平 α 对应的两临界值 $T_{1\alpha}$（下界）$T_{2\alpha}$（上界）之间，即 $T_{1\alpha}<T<T_{2\alpha}$，那么接受原假设。若 $T\leqslant T_{1\alpha}$ 或 $T\geqslant T_{2\alpha}$，则拒绝原假设。

例4.18 现随机抽测5名广西师范大学中文系和8名体育系学生引体向上的成绩，见表4-4，取 $\alpha=0.05$，试检验差异是否显著。

表4-4　两系学生引体向上成绩表　　　　(单位:次)

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
中文系	7	8			11	12		13					
体育系		8		10		12			14	15	17	19	20
秩次	1	2.5		4	5	6.5		8	9	10	11	12	13

解:① 建立无效假设 H_0:即两组成绩没有差异。

② 计算秩和:(当两变量相同时,取相邻二秩和的1/2)

中文组 n_1的秩和 $T_1=1+2.5+5+6.5+8=23$

体育组 n_2的秩和 $T_2=2.5+4+6.5+9+10+11+12+13=68$

取较小样本 n_1的秩和 $T_1=23$

③ 取 $\alpha=0.05$时,查秩和检验表(查附表9)$n_1=5$,$n_2=8$的区间为:$[T_{1\alpha},T_{2\alpha}]=[23,47]$

$T_1\leqslant T_{1\alpha}$,$T_2>T_{2\alpha}$,即否定原假设。

④ 结论:两组的引体向上有显著性差异。

由于秩和检验不敏感,若样本含量较大时,其分布接近正态分布,一般应用 t 检验方法为好。

第三节　两种检验和两类错误

一、两种检验

两种检验是指单侧检验和双侧检验,单侧检验是指否定域仅在分布曲线一侧(右或左),如图4-3。若否定域在分布曲线的两侧称双侧检验,如图4-4。

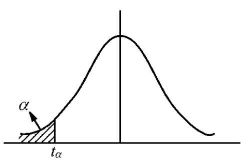


图4-3(A)单侧检验 $t<t_\alpha$

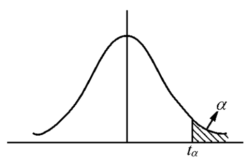


图4-3(B)单侧检验 $t<t_\alpha$

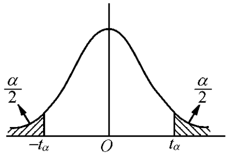


图4-4　双侧检验

前面应用检验的示例均属双侧检验，做出原假设 H_0。当我们否定原假设时，实际上是接受了备择假设 $H_A: \mu_1 \neq \mu_2$。其含两种情况，$\mu_1 > \mu_2$ 与 $\mu_1 < \mu_2$。如果我们需要回答的不但是 $\mu_1 \neq \mu_2$，而且须知 $\mu_1 > \mu_2$ 或是 $\mu_1 < \mu_2$ 时，就需要应用单侧检验。

单侧检验的原理、方法、步骤与双侧检验完全相同，只须注意恰当地选定备择假设，单侧检验的备择假设不可省略。比较时取单侧检验的临界值，可查表得知。

当样本均数有 $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$，希望推断总体均数 $\mu_1 > \mu_2$，回答 μ_1 是否大于 μ_2 时，可选定备择假设 $H_A: \mu_1 > \mu_2$。这时其对应的否定域在分布曲线右边。若得 $t \geqslant t_\alpha$ 时，否定 H_0，接受 H_A。

当样本均数有 $\bar{x}_1 < \bar{x}_2$，希望推断总体均数 $\mu_1 < \mu_2$，回答 μ_1 是否小于 μ_2 时，可选定备择假设 $H_A: \mu_1 < \mu_2$。这时其对应的否定域在分布曲线左侧。如果得出 $t \leqslant -t_\alpha$ 时，否定 H_0，接受 H_A。

例4.19　为考察某校体育课的效果，在本科生中分入校时、二年级末、四年级末三个不同时间，各抽查50人的100 m 跑成绩，统计数据如下（单位：s）：

入 校 时	$\bar{x}_1 = 15.14$	$s_1 = 0.85$	$n_1 = 50$
二年级末	$\bar{x}_2 = 14.10$	$s_2 = 0.80$	$n_2 = 50$
四年级末	$\bar{x}_3 = 14.95$	$s_3 = 0.92$	$n_3 = 50$

取定 $\alpha = 0.05$，试检验：

（1）入校两年后，因上体育课，该项成绩是否有提高？

（2）两年后停开体育课，该项成绩是否有下降？

（3）入校时与毕业时（四年级末），该项成绩是否有显著差异？

均采用 t 检验法，分别求解如下：

解：(1)依题意有样本均数 $\overline{x}_1>\overline{x}_2$，据业务经验判断，两年的体育教学与训练，100 m 跑成绩应有提高，现希望推断总体均数 μ_1 大于 μ_2（即 $\mu_1>\mu_2$），故属单侧检验。

步骤：

① $H_0:\mu_1=\mu_2$，$H_A:\mu_1>\mu_2$。

② 计算：

$$t=\frac{|\overline{x}_1-\overline{x}_2|}{\sqrt{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}}\cdot\sqrt{n_1n_2(n_1+n_2-2)/(n_1+n_2)}$$

$$=(1.04\div 8.17)\times 49.50\approx 6.30$$

③ 比较：取定 $\alpha=0.05$　　$n'=n_1+n_2-2=50+50-2=98$

查单侧 t 分布表得：$t_{0.05}(98)=1.66$，否定域在右侧。

$t=6.30>t_{0.05}(98)=1.66$

④ 结论：拒绝 H_0，接受 $H_A:\mu_1>\mu_2$，即入校两年后，100 m 跑成绩有提高。

(2)依题意样本均数 $\overline{x}_2<\overline{x}_3$，根据业务经验判断，由于停开体育课，100 m 跑成绩不应有提高，而会下降，因而希望推断总体均数是 $\mu_2<\mu_3$，故属单侧检验。

步骤：

① $H_0:\mu_2=\mu_3$，$H_A:\mu_2>\mu_3$。

② 计算：

$$t=\frac{|\overline{x}_2-\overline{x}_3|}{\sqrt{(n_2-1)s_2^2+(n_3-1)s_3^2}}\cdot\sqrt{n_2n_3(n_2+n_3-2)/(n_2+n_3)}\approx 4.93$$

③ 比较：查单侧 t 值表得 $t_{0.05}(98)=1.66$，否定域在左侧

$-t=-4.93<-t_{0.05}(98)=-1.66$

④ 结论：拒绝 H_0，接受 $H_A:\mu_2<\mu_3$，说明三、四年级停开体育课后，100 m 跑成绩有所下降。

(3)本问要求推断的仅是有无差异，故采用双侧检验。

步骤：

① $H_0:\mu_1=\mu_3$，$H_A:\mu_2\neq\mu_3$。

② 计算 t 值(运用计算公式同上)将数据代入计算得：$t=1.07$。

③ 比较：查双侧 t 值表得 $t_{0.05}(98)=1.98$，即 $t<t_{0.05}(98)$。

④ 结论：接受 $H_0:\mu_1=\mu_3$，说明入学时与毕业时的100 m 跑成绩差异并不显著。

二、两类错误

在假设检验结论中易犯的两类错误是由于小概率事件在一次实验中不一定发生，但这并不意味着根本不可能发生。所以，根据它作出否定或接受原假设 H_0的结论时，就可能会犯错否定或错接受的错误。

(一)错否定

原假设 H_0本来是正确(为真)的，两样本来自同一总体，却被错误地否定了，误判为来自不同总体，犯了弃真的错误，习惯上称为第一类错误。

(二)错接受

原假设 H_0本来是不正确(非真)的，两样本来自不同总体，却被错误地接受，误判为来自同一总体，犯了纳伪的错误，习惯上称为第二类错误。

检验取定的显著性水平，由图4-3、图4-4可知，犯第一类错误的概率就等于 α。若取 $\alpha=0.05$，即用95%的把握否定原假设 H_0，同时也要冒5%的风险犯错否定 H_0的第一类错误。

犯第二类错误是因把本来属于另一总体的事件误认为是属于同一总体的事件，如图4-5。设 μ_2大于 μ_1，$\overline{x}_0$属于总体 μ_2，但同时又落在总体 μ_1的接受域中，当检验$\overline{x}_0$是否属于 μ_1时，而被错误地接受了，犯了纳伪的错误。分析图4-5可知，取决于本来属于总体 μ_2的$\overline{x}_0$有多大比重落于总体 μ_1的接受域中。设此种比重为 β(图中阴影部分)，那么 β 即为犯第二类错误的风险率。

根据图4-5试讨论 β(面积)值的大小问题：

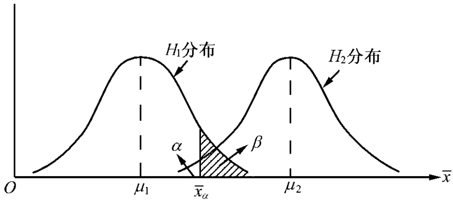


图4-5

（1）当 μ_1 与 μ_2 的距离大，β 值小；反之，β 值增大。

（2）当 μ_1 与 μ_2 的距离固定时，α 增大，β 减小；反之，β 值增大。

（3）在规定显著性水平 α 条件下，单侧与双侧比较，单侧检验将导致较小的 β。

（4）在 μ_1 与 μ_2 的距离及 α 都不变时，只有增大样本含量 n，使 $\bar{x}_0$ 的方差减小，才能使两个总体的分布曲线都趋于陡峭，以至在同一 α 条件下，β 将减小。

掌握以上内容后，就不难理解应适当选取显著性水平 α。在体育统计中，一般定 $\alpha=0.05$，只有在特别谨防弃真错误时，才将 α 定得更小些。

是采用单侧检验，还是采用双侧检验；显著性水定多大；样本含量 n 定多少，这些都必须在设计中尽早确定，不能等到计算完了，再去套取。

习　　题

1. 什么叫区间估计？简述无偏估计的概念。

2. 随机抽测某市16岁男生150人的身高，均值为176.5 cm，标准差为6.3 cm；女生200人，身高均值为165.5 cm，标准差为5.1 cm，试以99%的信度对该市16岁男、女生身高做区间估计。

3. 已知广西14岁女生身高 $\mu=158.2$ cm，现抽测某县女生该年龄

组50**人，测得均数为**157.5 cm，**标准差为**5.80 cm。**问该县该年龄组女生身高是否低于全省水平？**（**取** $\alpha=0.05$）

4. **某教师为了检验弹跳教学效果，在入学时对某班**10**名学生纵跳进行测试，经过一学期的教学后进行测试，结果如下表。试检验训练前后纵跳是否有显著差异？**

序　号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
入学时	56	60	54	58	53	64	60	70	51	58
训练后	60	64	59	58	52	69	67	78	60	67

5. **对**20**名队员按身体条件、接受能力对等的原则，随机分成甲、乙两组，由两教师采用不同方法训练一年后，测综合成绩如下。试比较两种教学效果的差异。**（**取** $\alpha=0.05$）

序　号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
甲　组	75	80	89	76	72	85	88	78	90	70
乙　组	72	78	91	65	70	78	72	82	85	65

第五章　方差分析

在实际工作中，为了改进体育教学和训练，提高教学质量和运动成绩，我们就需要分析不同的体育教学和训练产生的效果。现实中的事物是复杂的，影响它的因素是多种多样的，而且这些因素间又常常是相互制约和相互依存的。如何通过有限的观察或试验数据，分析出各个因素以及各因素之间的交互作用的影响，抓住事物的主要矛盾，解决问题，这就是方差分析要解决的主要课题之一。

方差即标准差的平方，它是反映数据波动大小的测度之一，也是计算数据变异情况的最好指标。方差分析是比较两组或两组以上样本平均数之间差异显著性的统计方法，又称变异数分析，或称 F 检验。它是数理统计的基本方法之一，是分析试验或观察数据的一种方法。

第一节　方差分析的基本思想

一、方差分析的基本思想

样本均数之间的差异，可能是由多种原因造成，如果各种能控制的误差（如测试误差、系统误差等）基本能控制以后，那么造成差异的原因只有两种：

（1）偶然误差：指在随机抽样中或实验过程中，受随机因素影响所形成的随机误差，即各组内数据（个体）之间存在的差异，也称试验误差。

（2）条件误差：指在不同的实验条件下，处理方法不同所造成的差异，即采用不同的教学方案引起各组间产生的变差。

体育统计显著性的检验正是研究这两种误差的大小，以区别出它们之间的差异程度。若采用不同的教学、训练产生的效果没有显著性差

异。那么，就可以认为是个体之间的差异(抽样误差)造成，说明各样本均数来自同一总体。如果不同的教学、训练效果之间有差异，说明各样本均数就不是来自同一总体。

方差分析就是比较和检验个体间的变异，估计组内均方($M.S$ 组内)和教学方法之间均方($M.S$ 组间)的大小。以两个均方之比(即 $F=M.S$ 组间$/M.S$ 组内)来表示差异程度。由于组间均方都是个体变异 σ^2 的估计值(即平均数都是由每个人的变量值中算得)，因此，若没有抽样误差的影响，则方差比 F 应等于1($F=\sigma^2/\sigma^2=1$)。由于抽样误差的存在，$M.S$ 组间和 $M.S$ 组内不正好等于 σ^2，F 也就不可能正好等于1。如果各样本是来自同一总体的话，那么 F 值就不会离1很远。这样组间均方所反映的不仅是个体的变异，还有教学效果的影响。所以，如果 F 值超过分布表中 $F_{0.05}(n_1,n_2)$ 的值，$P<0.05$，那么可否认无效假设，确认各样本均数并非来自同一总体，教学、训练方法之间确有差异。

综上所述，全部数据的差异叫总变差。总变差是由试验误差和条件误差两部分构成。方差分析的基本思想是：

(1)由数据的总变差中分出试验误差和条件误差，并赋于它们以数量表示。

(2)用条件误差和试验误差在一定意义下进行比较，如果两者相差不大，说明条件的变化对指标影响不大；如果两者相差较大，条件变差比试验误差大得多，那么说明条件变差影响很大，不可忽视。

衡量变差大小的量，可以通过计算它们的离差平方和，并进一步计算方差。这样便可以把试验误差(组内)、条件变差(组间)分别表示为组内方差及组间方差。

二、方差分析的适用条件

应用方差分析时应满足以下条件：

(1)每个方案下的总体都服从正态分布。

(2)每个方案下的总体方差可以是未知，但必须相等。

(3)每个方案下的各个观察值相互独立。

(4)每个方案下各观测值的随机性。

方差分析在此前提下，用统计量 F 进行检验。

第二节　单因素方差分析

考察因素只有一个的试验叫单因素试验。例如试验对象是同年级、同性别、同年龄，各项身体发育水平基本相同的学生，随机地分为三组，用不同的教学方案进行试验。此实验只考虑教学方案（一个因素）的影响，一个因素三种不同水平属于单因素试验。它所讨论的问题可归纳为：在这 K 个总体标准差皆相等的条件下，问这 K 个总体平均数是否相等。

单因素方差分析包括两种情况：一种是各组样本含量相等；另一种是各组样本含量不等。

一、各组样本含量相等

例5.1　把条件基本相同的30名少体校运动员随机分成3组，采用三种不同的训练方法，经一年的教学训练后，他们100 m 蛙泳成绩都比原来有所提高，见表5-1，试问这三种训练效果之间的差异是否显著？

解：(1)无效假设 H_0：三种训练方法之间没有显著差异。

(2)计算 F 值：

表5-1　三组运动员100 m 蛙泳成绩提高表　　单位：m

编　号	甲组 x_1	乙组 x_2	丙组 x_3	
1	5.0	4.6	2.9	
2	3.1	3.0	2.0	
3	3.6	2.9	2.1	
4	3.7	3.1	1.9	
5	4.9	3.6	1.6	
6	3.3	2.3	2.1	
7	5.1	4.6	3.0	
8	4.2	3.9	2.4	
9	3.5	3.2	1.8	
10	4.4	3.7	2.0	
$\sum x$	40.8	34.9	21.8	$\sum\sum x=97.50$
$\sum x^2$	171.42	126.73	49.40	$\sum\sum x^2=347.55$
n	10	10	10	$N=30$
$\bar{x}_i$	4.08	3.49	2.18	$\bar{x}=\sum\sum\bar{x}_i/N=3.25$

可用计算器计算,将得数填入表内,其输入操作方法如下:

INV AC MODE O INV PCL P_1(将寄存器清零并指定程序区处于准备编程状态)

ENT 5 Kin+1 Kin+4 INV X^2 Kin+5

ENT 4.6 Kin+2 Kin+4 INV X^2 Kin+5

ENT 2.9 Kin+3 Kin+4 INV X^2 Kin+5

1 Kin+6 INV RTN MODE ·

以上已将各组第一行编号为1的数据直接编入程序中,并将程序锁住。现将程序调出输入,先按下 P_1,然后按以下顺序继续输入数据

2	3.1	RUN	3	RUN	2	RUN
3	3.6	RUN	2.9	RUN	2.1	RUN
4	3.7	RUN	3.1	RUN	1.9	RUN
5	4.9	RUN	3.6	RUN	1.6	RUN
6	3.3	RUN	2.3	RUN	2.1	RUN
7	5.1	RUN	4.6	RUN	3	RUN
8	4.2	RUN	3.9	RUN	2.4	RUN
9	3.5	RUN	3.2	RUN	1.8	RUN
10	4.4	RUN	3.7	RUN	2	RUN

输入完后先按 Kout 6 显示10 说明各组样本含量为 $n=10$,无漏,可调用其他数据。

Kout 1 显示:40.8 $\sum x_1=40.8$ Kout 2 显示:34.9 $\sum x_2=34.9$

Kout 3 显示:21.8 $\sum x_3=21.8$ Kout 4 显示:97.5 $\sum\sum x=97.5$

Kout 5 显示:347.55 $\sum\sum x^2=347.55$

即可将数据填入表内。

① 定义总的离差平方和。

$$L_{总}=\sum(x-x)^2=\sum\sum x^2-(\sum\sum x)^2/N \tag{5.1}$$

则:

$L_{总}=347.55-(97.5)^2\div30\approx347.55-316.88=30.67$

用计算器计算:347.55−97.5 INV $X^2\div30=$ 显示:30.67

② **定义组间离差平方和。**

$$L_{组间}=k\sum(x-\overline{x})^2=\sum(\sum x)^2/n-(\sum\sum x)^2/N \quad (5.2)$$

则：

$$L_{组间}=(40.8)^2\div10+(34.9)^2\div10+(21.8)^2\div10-(97.5)^2\div30$$
$$=335.789-316.875=18.914$$

用计算器计算：

40.8 INV X^2＋34.9 INV X^2＋21.8 INV X^2＝÷10－97.5 INV X^2 ÷30＝ **显示：**18.914

③ **定义组内离差平方和。**

$$L_{组内}=L_{总}-L_{组间} \quad (5.3)$$

则：$L_{组内}=30.675-18.914=11.761$

(3)**列方差分析表（表**5-2)。

表5-2 **方差分析表**

方差来源	离差平方和	自由度	方差	F	P
组　　间	18.914	2	9.457	21.99	<0.01 **
组　　内	11.761	27	0.436		
总 变 差	30.675	29			

注：组间方差：$M.S_{间}=L_{组间}/n'=18.914\div2=9.457$；

组内方差：$M.S_{内}=L_{组内}/n'=11.761\div27\approx0.436$；

方差比：$F=M.S_{间}/M.S_{内}=9.457\div0.436\approx21.69$。

(4)**查** F **值表，**$F_{0.05}(2,27)=3.35$，$F_{0.01}(2,27)=5.49$，$F>F_{0.01}$，$P<0.01$

结论：经方差分析结果，三种训练方法之间存在着差异，有非常显著性意义。

二、各组样本含量不相等

例5.2 **为了探讨三种不同的铅球教学方法效果，现将某年级三个班中同年龄、各种运动能力基本相同的男生分成** 3**个组，分别按方法一**(A_1)，**方法二**(A_2)，**方法三**(A_3)**训练。经两个月教学课训练后，测得各组成绩如表**5-3，**试分析三种方案的教学效果有无显著性意义。**

解：(1)列表计算各数值。

表5-3　三组男生铅球成绩表　　　　(单位：m)

序号	方法一(A_1)	方法一(A_2)	方法一(A_3)	$\sum$
1	7.73	8.88	5.50	
2	6.45	4.85	6.46	
3	8.72	5.96	5.00	
4	5.55	8.62	5.60	
5	5.33	5.65	6.40	
6	5.45	6.86	5.12	
7	6.50	5.98	5.10	
8	5.27	6.68	5.45	
9	5.08	6.84	6.30	
10	5.17	7.80	5.25	
11	5.16	6.98	5.15	
12		7.52	5.24	
13		6.95	5.60	
14		7.40		
15		7.20		
$\sum x$	66.41	104.17	72.17	242.75
$\sum x^2$	415.49	739.37	403.82	1 558.68
n	11	15	13	39
$\bar{x}$	6.04	6.94	5.55	

用计算器计算表内各种平均值、平方等，其操作方法如下：

计算 A_1：MODE　3　INV　AC(显示 SD 计算器进入计算均数、标准差状态)

然后输入数据：　7.73　RUN

6.45　RUN

8.72　RUN

……

5.16　RUN　(输完最后一个数据)

调用：Kout　3　($n=11$)　INV　1　($\bar{x}=6.04$)

Kout　2　($\sum x=66.41$)　INV　3　得标准差等填入表内。

Kout　1　($\sum x^2=415.49$)

计算 A_2、A_3，依此类推。

(2)计算离差平方和。

$L_{总}=\sum\sum x^2-(\sum\sum x)^2/N=1\ 558.68-(242.75)^2\div 39\approx 47.72$

用计算器计算：AC　MODE　1　输入数据1 558.68－242.75 INV X²÷39＝　显示：47.716 8

$$L_{组间}=\sum(\sum x)^2/n-(\sum\sum x)^2/N$$

$$=(66.41)^2\div 11+(104.17)^2\div 15+(72.17)^2\div 13-(242.75)^2\div 39$$

$$\approx 14.05$$

用计算器计算：66.41 INV X²÷11＋104.17 INV X²÷15＋72.17 INV X²÷13＝－242.75 INV X²÷39＝　显示：14.052 598 21

$L_{组内}=L_{总}-L_{组间}=47.72-14.05=33.67$

(3)列方差分析表(表5-4)。

表5-4　方差分析表

方差来源	离差平方和(L)	自由度(n')	方差($M.S$)	F	P
组　间	14.05	2	7.03	7.48	<0.01 **
组　内	33.67	36	0.94		
总	47.72	38			

(4)查 F 值表，$F_{0.01}(2,36)=5.25$，$F>F_{0.01}(2,36)$，$P<0.01$

结论：经分析结果，三种铅球教学方案效果差异非常显著。

第三节　多重比较

若各组均数经方差分析差异不显著，则无须再作进一步计算分析。如果差异存在，人们往往进一步要问差异究竟存在于哪些总体均数间，对这一问题得用多重比较方法(即对各组均数差异的显著性再作进一步两两比较的分析方法)。其要求的条件与方差分析法相同，即变量的正态性、等方差性与观测值的独立性。

多重比较的方法很多，在此只介绍其中一种——q 检验法。

一、各种样本含量相等

现仍以例5.1为例，其计算分析方法步骤如下：

(1)取定 $\alpha=0.05$水平，查“多重比较 q 值表”，自由度 $n'=27$，因为表中没有，取24和30的中间值。$k=2$时，$q_{0.05}=2.90$；$k=3$时，$q_{0.05}=3.51$。

(2)计算标准误。

表达式为：

$$s_{\bar{x}}=\sqrt{(M\cdot S_{组内}/2)(1/n_i+1/n_j)} \tag{5.4}$$

本例因为各组样本含量相等，即 $n_i=n_j=n=10$

$$s_{\bar{x}}=\sqrt{(M\cdot S_{组内}/n)}\approx\sqrt{0.436\div10}\approx0.21$$

用计算器计算：0.436÷10＝INV $\sqrt{\quad}$　　显示：0.208 8

(3)计算 $q\cdot s_{\bar{x}}$，并列表比较(表5-5)。

将所查 q 值乘 $s_{\bar{x}}$，其积为达到该显著水平两均数所需的最小差值。用这个差值与各对均数的差数进行两两比较，判断差异的显著性。

2组比较时　　$q\cdot s_{\bar{x}}=2.90\times0.21\approx0.61$

3组比较时　　$q\cdot s_{\bar{x}}=3.51\times0.21\approx0.74$

表5-5　均数间差异比较表

	$\bar{x}$	$\bar{x}_{1,2}-\bar{x}_3(q\cdot s_x)$	$\bar{x}_1-\bar{x}_2(q\cdot s_x)$
甲	$\bar{x}_1=4.08$	1.90(0.74)*	0.59(0.61)
乙	$\bar{x}_2=3.49$	1.31(0.61)*	
丙	$\bar{x}_3=2.18$		

注：列表时必须把均数按从大到小顺序排列于表中。

(4)结论：经检验分析结果，甲与乙训练方案无显著性差异；甲、乙两训练方案比丙训练方案有显著性差异，即下这样的结论有95%的把握。

二、各组样本含量不相等

现将例5.2的数据继续分析如下：

(1)选定显著性水平 $\alpha=0.05$，自由度 $n'=36$，查“多重比较的 q 值表”得：$k=2$时，$q_{0.05}=2.86$；$k=3$时，$q_{0.05}=3.44$。

(2)计算标准误。

据公式5.4则有

对 A_1 与 A_2 $\quad s_{\bar{x}}=\sqrt{(M\cdot S/2)(1/n_1+1/n_2)}$

$$=\sqrt{(0.94\div2)(1/11+1/15)}$$

$$\approx0.27$$

用计算器:AC　MODE　0　INV　PCL

直接输入数据,操作　0.94÷2×(1÷11+1÷15)=INV $\sqrt{\ }$

显示:0.27214

计算以下两个标准误也按此方法操作即可。

对 A_1 与 A_3 $\quad s_{\bar{x}}=\sqrt{(0.94\div2)\times(24\div143)}\approx0.28$

对 A_2 与 A_3 $\quad s_{\bar{x}}=\sqrt{(0.94\div2)\times(28\div195)}\approx0.26$

(3)计算 $q\cdot s_{\bar{x}}$,并列出均数间比较表(表5-6)

当 $k=2$时:

A_1与 A_2 $\quad q\cdot s_{\bar{x}}=2.86\times0.27=0.77$

A_1与 A_3 $\quad q\cdot s_{\bar{x}}=2.86\times0.28=0.80$

A_2与 A_3 $\quad q\cdot s_{\bar{x}}=2.86\times0.26=0.74$

当 $k=3$时:

A_1与 A_2 $\quad q\cdot s_{\bar{x}}=3.44\times0.27=0.93$

A_1与 A_3 $\quad q\cdot s_{\bar{x}}=3.44\times0.28=0.96$

A_2与 A_3 $\quad q\cdot s_{\bar{x}}=3.44\times0.26=0.89$

表5-6　均数间差异比较表

序号	均数($\bar{x}$)	$\bar{x}_{1,2}-5.55$	$\bar{x}_2-6.04$
1(A_2)	6.94	1.39(0.89)*	0.90(0.77)*
2(A_1)	6.04	0.49(0.80)	
3(A_3)	5.55		

注:按均数从大到小顺序列入表5-6中,再进行两两比较。

(4)结论:经检验分析结果为:方案二与方案一、三均有显著性差异;方案一与方案三无显著性差异。这样我们可以有95%的把握认为:方案二对某年级男生铅球成绩提高有显著作用。

习　　题

1. 为探讨不同的训练方法对提高100 m 跑成绩的效果，现从初一男生中抽出同年龄，运动成绩基本相同的30名学生，随机分成三组，用三种不同的方法训练。一年后测定100 m 跑成绩如下表，试问三种训练方法的效果是否有显著差异？

三组学生100 m 跑成绩表　　（单位：s）

序号	一组	二组	三组
1	15.3	13.1	16.2
2	14.3	13.8	15.4
3	13.8	14.0	14.8
4	15.1	13.3	14.5
5	14.6	13.5	15.1
6	14.8	12.9	15.6
7	13.9	13.7	15.4
8	14.9	13.4	14.9
9	14.0	12.8	13.5
10	14.5	14.1	13.8

2. 三个教师对三组运动能力基本相同的高一男生进行三种提高弹跳力训练，经一年训练后，测得原地纵跳高度成绩如下表，试比较他们均数间的差异和两两差异情况？

三组学生原地纵跳高度成绩表　　（单位：cm）

序号	甲	乙	丙
1	69	75	70
2	72	80	68
3	74	81	69
4	67	79	74
5	76	76	71
6	80	75	68
7		73	70

第六章　相关与回归

世间一切事物的存在不可能完全是独立的，而是相互联系、相互制约的。相互间的联系，在统计学中叫相关。联系密切程度与制约影响的大小是相对而言的。要想从事物发展的规律中探讨出它们之间相关程度及其相互作用的变化规律来，在统计方法中常用相关与回归，探索两个或两个以上变量之间的相关程度及其相互作用变化的规律。本章主要介绍相关与回归的基本概念、相关系数的计算、一元回归方程的运算过程及回归的检验等。

第一节　相关与回归的基本概念

一、两种不同类型的变量关系

在长期的实践中，人们发现变量间的关系主要有两种类型：函数关系与相关关系。

（一）函数关系

函数关系是对确定的、非随机的变量而言，这种关系也称确定性关系。其数学定义是：对变量 X 的每一个确定值，变量 Y 都有一个确定值与之对应，例如圆的面积与半径惟一对应，其函数式用 $A=\pi R^2$ 表示，称面积 A 为半径 R 的函数，A 随半径 R 的变化而变化。两个变量中，只要有一个已知，就可以计算出另一个变量来。这种变量关系称为函数关系。

（二）相关关系

相关关系是针对随机变量而言，也称非确定性关系。如对应一个确定的 X 值，变量 Y 的值并不完全确定，有多种可能，这种可能是一个概率分布区间。例如人体的身高与体重、30 m 跑成绩与跳远成绩、运动员

的体重与推铅球的成绩、运动员的身高与掷标枪成绩，等等，这些指标都存在着密切关系，总的趋向明显，但都不是确定间的函数关系。用来描述这种事物（变量）之间关系密切程度的数量特征叫相关系数。

相关系数用 r 来表示，当 r 为负值时称负相关；当 $r=0$时称无相关；当 r 为正值时称正相关。

二、相关的意义

在复杂的体育现象中，孤立地研究一种现象，观察一种指标，如果不符合实际，就得不到理想的结论。因此，必须从事物的相互联系、指标的相互影响中，给出定量的描述，有利于分析、比较，揭示事物发展和变化的规律，这就是相关的实用意义。

观察两指标的相关程度，最直观的、简单的方法是通过散点图。在直角坐标面上，如图6-1散点分布呈直线趋势，属直线相关；图6-2散点分布呈曲线趋势，属曲线相关。本章主要研究直线相关。

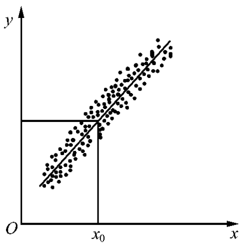


图6-1　散点分布呈直线趋势

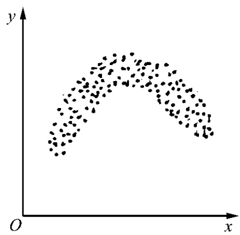


图6-2　散点分布呈曲线趋势

应该指出的是：函数和相关与人们的认识及表达有关，它们之间并无绝对的界限，有时也难加以严格区别。对相关来说，两变量之间的相关尽管没有确定性的惟一对应关系，但是，从统计意义上讲，在一定条件下，它们之间又可以拟合某种确定的函数关系。对函数关系来说，由于有测量误差等原因，虽系确定性函数关系，但在实际运用中，往往又有一定的不确定性。如 $A=\pi R^2$，若 R 存在测量上的误差，则 A 也有误差。从它们的转换来说，当对事物的内部规律了解得更加深刻的时候，

相关关系又可能转化为确定性关系。

三、直线回归

研究两个变量间的相关关系，当散点图呈直线趋势，经检验具有显著性时，便可以进一步建立由一个变量 X（称自变量）推测另一个变量 Y（称因变量）的方程式，这种推算方程式的建立，统计上称之为回归。这个方程叫回归方程。在坐标面上针对散点图由直线方程进行拟合做最优的配线而建立的直线方程称直线回归方程。

直线回归方程是一条直线方程，是数学中的二元一次方程式：$Y=a+bX$，在统计上称为一元回归方程（因只有一个自变量 X），是最基本的回归方程。在此方程中，一般把 X 称为自变量，Y 称为因变量。当 $X=0$时，$Y=a$，即回归线与纵轴相交的 Y 值，其几何意义称为截距，b 为回归系数，也称为斜率。

第二节　计算相关系数与一元回归方程

例6.1　某教师研究腹肌力量与跳远成绩之间的相关程度。现用仰卧起坐次数代表腹肌力量，测得10人的两项成绩如表6-1，试建立回归方程。

表6-1　仰卧起坐次数与跳远成绩回归分析计算表

序号	仰卧起坐 x（次）	跳远 y(m)	x^2	y^2	xy
1	39	5.00	1 521	25.00	195.00
2	35	4.75	1 225	22.56	166.25
3	38	4.90	1 444	24.01	186.20
4	38	4.85	1 444	23.52	164.30
5	42	5.30	1 764	26.09	222.60
6	44	5.50	1 936	30.25	242.00
7	40	4.70	1 600	22.09	188.00
8	43	5.40	1 849	29.16	232.20
9	40	5.10	1 600	26.01	204.00
10	41	5.20	1 681	27.04	213.20
$\sum$	400	50.70	16 064	257.735	2 033.75

计算方法和步骤：

(1)**计算相关系数。**

① **列表求各数值**(**表**6-1)。

② **计算各离差平方和。**

$L_{xx}=\sum x^2-(\sum x)^2/n=16\ 064-(400)^2\div 10=64$

用计算器：直接输入16 064－400 INV $x^2\div 10=$ **即显示：**64(**求** L_{YY} **的输入法同样**)

$L_{yy}=\sum y^2-(\sum y)^2/n=257.735-(50.7)^2\div 10=0.686$

$L_{xy}=\sum xy-(\sum x)(\sum y)/n=2\ 033.75-400\times 50.7\div 10=5.75$

③ **求相关系数。**

$$r=L_{xy}/\sqrt{L_{xx}\cdot L_{yy}} \tag{6.1}$$

将数据代入得

$r=5.75\div\sqrt{64\times 0.686}\approx 5.75\div 6.626\approx 0.867\ 8$

计算器输入法：5.75÷(64×0.686) INV $\sqrt{\ }$ ＝ **即显示：**0.867 8

④ **查相关系数表，自由度** $n-2=10-2=8$　　$r_{0.01}(8)=0.765$

$r>r_{0.01}(8)$，$p<0.01$，**说明腹肌力量与跳远成绩相关非常显著。**

(2)**计算回归系数，建立回归方程。**

① **计算回归系数** b **和常数项** a(b_{yx}**是** y **对** x **的回归系数，这里简写为** b)。

$$b=L_{xy}/L_{xx} \tag{6.2}$$

$$a=\bar{y}-b\,\bar{x} \tag{6.3}$$

将数据代入得　　$b=5.75\div 64\approx 0.09$

$a=5.07-0.09\times 40=1.47$

② **建立回归方程。**

$$\hat{y}=1.47+0.09x$$

即由仰卧起坐次数(腹肌力量)对跳远成绩的预测方程式为

$$\hat{y}=1.47+0.09x。$$

③ **计算标准估计误差。**

首先让我们用预测方程计算估计值与实测值有无误差。见表6-1中，

当 $x_2=35$ 时，$\hat{y}=1.47+0.09\times35=4.62$，而实测值 $y=4.75$。

当 $x_6=44$ 时，$\hat{y}=1.47+0.09\times44=5.43$，而实测值 $y=5.50$。

从序号2和6的实测值与估计值比较来看是有一定的误差，我们把这种用回归方程中的 x 值来估计 y 值所产生的误差，称为估计误差。如果把估计值看做与 x 值对应的各个 y 值的平均数，就可以按照计算标准差的方法来计算出这种估计误差大小的标准，称为标准估计误差。符号为 s_{yx}（或 s_y），它表示回归方程由 x 值来推算 y 值的误差情况。其计算公式：

$$s_y=\sqrt{[L_{yy}-(L_{xy})^2/L_{xx}]/(n-2)} \tag{6.4}$$

将数据代入计算得

$$s_y=\sqrt{[0.686-(5.75)^2\div64]\div(10-2)}=0.145\ 5$$

计算器输入：(0.686－5.75 INV X² ÷64)÷(10－2)＝INV √

显示：0.145 5

用 x 值来估计 y 值有一定的误差，这种误差将落在实测值的左右波动，它将和平均数的标准误一样也服从正态分布，可根据正态分布理论估计出其波动的可能性范围。即

落在 $y\pm1s_y$ 的区间内的概率为68.26%；

落在 $y\pm2s_y$ 的区间内的概率为95.44%；

落在 $y\pm3s_y$ 的区间内的概率为99.73%。

可见标准估计误差的值越小，说明波动范围越小，回归方程的预测精度越高；反之，波动越大，预测精度就越差。

应特别注意的是回归方程的使用范围和针对性（即条件的齐同性和针对性）。例6.1是腹肌力量（仰卧起坐次数）与跳远成绩的相关，并建立仰卧起坐次数对跳远成绩的预测回归方程。

④ 检验回归系数的显著性（即回归方程的稳定性）。

由于我们是依据一个随机样本数据去分析 x 和 y 的回归关系并建立回归方程的。因此，回归方程中的回归系数也存在抽样误差问题。b

值也有波动(本例 $b=0.09$,再测若干次,不会每次都相同),这种波动越小,说明回归方程越稳定,即 b 值波动越小(注:是波动,不是 b 的数值本身越小越好),回归方程的稳定性越好。

检验回归系数显著性的计算公式:

$$s_b=s_y/\sqrt{L_{xx}} \tag{6.5}$$

$$t_b=|b|/s_b \tag{6.6}$$

式中:s_b 为回归系数的标准误;s_y 为回归方程的标准误;L_{xx}为 x 项的离差平方和;t_b 为回归系数(b)的 t 检验。

将数据代入得

$s_b=0.145\ 5\div\sqrt{64}\approx0.018\ 2$

$t_b=0.09\div0.018\ 2=4.945\ 1$

查 t 值表,自由度 $n'=n-2=10-2=8$,$t_{0.01}(8)=3.355$,$t_b>t_{0.01}$,$p<0.01$,说明回归系数有非常显著性意义。

结论:$p<0.01$在这里说明(b)在随机抽样时,由抽样误差引起的可能性少于1%。或者说 $\beta=0$(总体回归系数)的总体中抽到如 $b=0.09$这么大的或者比这更大的可能性少于1%,就说回归方程是稳定的。

用计算器编程计算

INV	AC	MODE	2
39	x_0y_0	5.0	RUN
35	x_0y_0	4.75	RUN
⋮	⋮	⋮	⋮
41	x_0y_0	5.20	RUN

第三节　回归方程效果的方差分析

回归系数是否有显著意义,可用 t 检验,也可用方差分析方法进行检验。

由随机抽样得到的观测值(实测值)y,并不是固定的值,即有波动

（变异），这种变异称为变差。对于每一个 y 值来讲，它的变差多大？见图6-3。

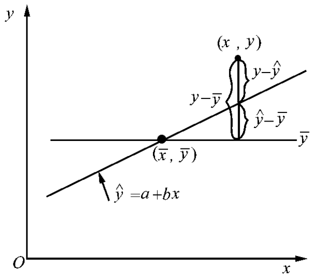


图6-3 （$y-\bar{y}$）的分解示意图

根据方差分析：y 值变差的大小可用离差平方和 $L_{yy}=\sum(y-\bar{y})^2$ 来表示其变异程度，称为总离均差平方和（L_{yy}或 $L_{总}$）。而总的离均差平方和可分解成两部分：一部分是 y 的估计值与平均值的离均差平方和，这是由于 x 和 y 的线性关系引起，因其与回归方程有关，故称为回归平方和，记作 $L_{回归}=(\hat{y}-\bar{y})^2$；另一部分是 y 与回归方程估计值的离差，由于它表示了除 x 对 y 的线性影响之外的一切因素对 y 变差的作用，故称为剩余平方和（或称误差平方和），记为 $L_{剩余}$（或 $L_{误差}$）$=\sum(y-\hat{y})^2$。

简记为：$L_{yy}=L_{回归}+L_{剩余}$。

自由度：$n'_{总}=n-1$；$n'_{回归}=1$（只有一个自变量）；$n'_{剩余}=n-2$。

方差分析的方法与步骤：（仍以例6.1为例）

（1）计算各平方和。

回归平方和：$L_{回归}=bL_{xy}=0.09\times5.75=0.517\ 5$

剩余平方和：$L_{剩余}=L_{yy}-L_{回归}=0.686-0.5175=0.168\ 5$

（2）计算各均方。

$M\cdot S_{回归}=L_{回归}/n'_{回归}=0.517\ 5\div1=0.517\ 5$

$M\cdot S_{剩余}=L_{剩余}/n'_{剩余}=0.168\ 5\div(10-2)\approx0.021\ 1$

即 $F = M \cdot S_{回归} / M \cdot S_{剩余} = 0.5175 \div 0.0211 \approx 24.5261$

查 F 值表，$F_{0.01} = 11.3$，$F > F_{0.01}$，$p < 0.01$

(3)列方差分析表(见表6-2)。

表6-2　回归方程效果方差分析表

变差来源	平方和	自由度	方差	F
回　归	0.517 5	1	0.517 5	24.526 1**
剩　余	0.168 5	8	0.021 1	
总	0.686	9		

(4)结论：因 $p < 0.01$，说明回归系数有非常显著性意义。其结果与 t 检验相同。

应该指出：回归方程可以用来作预测和控制。如果我们确切掌握指标 Y 因素和指标 X 因素相关程度密切，具有显著性。当指标 Y 未知时，可以用回归方程进行预测，即利用已知 X 值代入回归方程进行预测指标 Y 作区间估计。如果 X 可控时，可通过对 X 的控制，达到间接地控制指标 Y 取值的目的。不过，体育现象复杂，须研究更多因素(元)的回归问题。同时，使用回归方程时，应注意方程来自样本值，它建立在样本数据的基础上，受样本区间的限制不能任意外推。例6.1不能说任何人凡是每多做一次仰卧起坐，跳远成绩就能提高9 cm。不能把自变量 X 样本数据区间以外的数据代入公式，推测因变量 Y 的取值，反映该事物的客观变化规律，故回归不可看做是一种纯数学的方程。

第四节　等级相关

等级相关又称秩相关，适用于研究顺序变量之间的相关问题，即某些不便测量而只能以名次、等级或综合评定进行判断的资料。

一、等级相关的特点

(1)当样本含量不大时，计算方法简便。

(2)适用范围广。它不但适用于等级评定资料，即使是连续的计量资料，也可以按数值大小先变换为顺序变量，计算等级相关系数。当然，

变换后精确度会降低，一般不用。

(3)等级相关不涉及变量的分布，当搜集的资料少于30，并且分布是否正态不明时，均可采用等级相关的方法求等级相关系数。

二、等级相关系数的计算与检验

例6.2 已知某体操班10名学生1992年与1993年体操测验成绩，经综合评定分别排列名次见表6-3，试求两项等级相关系数并检验。取 $\alpha=0.05$。

表6-3 10名学生体操综合评定排列名次等级相关系数计算表

序号	1992年名次	1993年名次	等级差(D)	D^2
1	1	2	1	1
2	2	1	1	1
3	3	3	0	0
4	4	8	4	16
5	5	4	1	1
6	6	7	1	1
7	7	9	2	4
8	8	6	2	4
9	9	5	4	16
10	10	10	0	0
$\sum$			16	44

(1)等级相关系数的计算公式：

$$r=1-6\sum D^2/n(n^2-1) \tag{6.7}$$

(2)计算方法与步骤：

① 列计算表，填写等级时(若是变量的数据时，应将变量 X 按成绩的优劣排序)，从第一至第十的顺序填写等级(或数据)。若遇有相等等级(或数值)时，先求出相应等级均数，如两人并列第二名，则等级都是 $(2+3)\div 2=2.5$ 级。

② 计算等级差 D、D^2、$\sum D^2$

③ 代入公式计算：

$$r=1-6\times 44\div[10(100-1)]=0.7333$$

应用计算器：是根据公式(6.7)将数据直接输入，计算 r 值的操作

方法如下：

AC　MODE 1　　1－(6×44)÷[10×(10 INV X^2－1)]＝　显示：0.733 3

(3)检验。

① 查等级相关系数界限表(附表11)得 $r_{0.05}(8)=0.738$；$r<r_{0.05}(8)$，$p>0.05$，说明样本等级相关系数不具有显著性意义。

② 相关系数可靠性的检验

t 检验的计算公式为

$$t_r=|r|\sqrt{n-2}/\sqrt{1-r^2} \tag{6.8}$$

将数据代入公式

$t_r=0.733\ 3\sqrt{10-2}\div\sqrt{1-(0.733\ 3)^2}\approx 2.074\ 1\div 0.679\ 9$
$=3.050\ 6$

用计算器计算：根据公式(6.8)将数据直接输入计算 t_r 值，操作方法如下：

AC　MODE　1　　0.733 3×(10－2) INV $\sqrt{\ }$ ÷(1－0.733 3 INV X^2) INV $\sqrt{\ }$ ＝　显示：3.050 6

查 t 值表得 $t_{0.05}(8)=2.306$，$t_r>t_{0.05}(8)$，$p<0.05$。

结论：说明等级相关有显著性意义。

习　　题

1．说明相关系数与回归系数的意义。

2．测得10名女生100 m 跑与立定跳远成绩，见下表。试计算相关系数并进行检验。

序　号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
100 m 跑(s)	14.0	14.0	16.0	15.4	14.6	13.2	14.2	15.0	15.5	14.0
立定跳远(cm)	240	230	182	235	210	250	230	235	220	230

3．设已测知某项成绩对应的样本数据如下表，试建立 y 对 x 的回归方程。

x	20	11	15	10	17	19	18	13	14
y	6	15	13	17	8	7	9	6	6

4. **根据第**3**题求得的回归方程，求** $x=12$**和**16**时，**y **的预测值**。**并求标准误**。

5. **试述相关与回归分析的主要区别**。

6. **等级相关在实际应用中有何优缺点**？

7. **某体育系一年级男生**14**人，测得**60 m **行进间跑** x，100 m **跑** y **的成绩**（**见下表**）。**试求相关系数并检验其显著性，取** $\alpha=0.05$。**建立** y **对** x **的回归方程，进行回归分析**。（**单位**：s）

x	7.0	7.0	7.6	7.0	7.4	7.0	6.9	8.0	7.3	7.1	7.0	7.4	8.0	7.1
y	12.5	12.6	13.0	12.8	13.7	12.5	13.1	13.4	13.0	12.9	12.4	12.7	13.0	13.4

8. **测得某体育系同年龄**10**名男生身高** y、**体重** x **的数据**（**见下表**）。**试建立一回归方程并作显著检验与分析**。

x(kg)	60	66	65	57	59	59	69	76	69	65
y(cm)	165	177	177	169	180	169	179	183	180	177

第七章　相对数

相对数是指两个有联系的统计指标之比，表明现象数量特征，借以揭示事物本质和规律性的一种统计分析方法。

由于绝对数只能表示事物数量的单项特征，没有从事物的相互联系以及数量上体现事物的综合规律，不利于不同单位指标间的比较，因此，在具体运用过程中有很大的局限性。而相对数克服了绝对数的不足。相对数采用的是指标对比的结构式，能从相对意义上显示事物的数量特征，含义上比绝对数更加深入一步。同时，在对比的结构式中，可以消去相同单位，扩大了指标的可比性，这就是相对数的优点。有时可以把绝对指标与相对指标协同使用，互为补充。

第一节　率、构成比和相对比

一、率

率是常用的一种相对数，按对比指标的内容不同，可以有不同的含义。常用100作为比例基数，故称百分率。用1 000、10 000作比例基数时，分别称千分率、万分率。在体育统计中常用的率，多指某现象在其可能发生的范围内实际发生的频度，又称频率指标。

在体育实践中，经常用到百分率，如达标率、近视率、优等率等。特别地，比赛现场统计常用到成功率、失误率等。

$$\text{某现象发生率}=\frac{\text{某现象实际发生数}(A)}{\text{某现象可能发生数}(A+B)}\times 100\% \qquad (7.1)$$

例7.1　甲、乙两队篮球比赛现场统计材料：甲队投篮61次，命中28次；乙队投篮79次，命中35次。试比较甲、乙两队的投篮技术水平。

解：甲队投篮命中率$=28\div61\times100\%\approx45.9\%$（用计算器：28÷61 INV=）

乙队投篮命中率$=35\div79\times100\%\approx44.3\%$（用计算器：35÷79 INV=）

分析：从绝对数衡量，乙队命中35次，甲队命中28次，乙队命中次数高于甲队，由此得到的结论是乙队投篮技术高于甲队。但是，由于投篮次数各不相等，显然这种结论是片面的。若用相对数命中率，则结论是：甲队投篮技术稍高于乙队，也许比较符合实际。不过利用相对数比较时，仍不能完全忽视绝对数，相对数的使用价值仍和绝对数有关。例如甲队投篮只有两次，命中两次，能否说甲队投篮命中率为100%？也许不行。因为投篮次数太少，偶然性的成分太大，相对数不够真实。因此，在作对比评价时，应该把绝对指标和相对指标结合考虑，才能比较全面地反映事物的数量特征。

二、构成比

构成比是指各构成部分数分别占总例的比重，用以反映事物内部构成情况。常用一组百分比表示，构成比之和为100%。

$$\text{构成比}(A)=\frac{\text{构成部分}(A)}{\text{整体部分}(n)}\times100\% \tag{7.2}$$

例7.2　对某教师进行的一次初中跳高课教学密度测量，得：讲解示范310 s，学生练习1 380 s，组织措施300 s，观察帮助280 s，合理休息240 s，不合理运用190 s。其构成比如表7-1。求各部分构成比。

解：本例整体共分为六部分，共用时间 $n=2\ 700$ s。各部分构成如下：

讲解示范为：$310\div2\ 700\times100\%\approx11.5$（用计算器：310÷2 700 INV=　）

练习时间为：$1\ 380\div2\ 700\times100\%\approx51.1$（用计算器：1380÷2 700 INV=　）

组织措施为：$300\div2\ 700\times100\%\approx11.1$（用计算器：300÷2 700 INV=　）

……

将计算得到的百分比列入表内。

表7-1　某教师一次初中跳高课教学密度构成表

部　分	时间(s)	百分比(%)
讲解示范	310	11.5
练习时间	1 380	51.1
组织措施	300	11.1
观察帮助	280	10.4
合理休息	240	8.9
不合理运用	190	7.0
$\sum$	2 700	100.0

这样有了构成比后，就可以根据课的任务和要求，对课的密度做出的分析比较符合实际(或更为客观)。

在体育实践中，每一项工作(指标)都可以具体分为多个部分(因素)。不管构成部分有多少，其中必然有主要、次要，有合理的构成、客观的比重。为了有效地指导工作实践，常常需要根据工作任务、对象特点和作业条件，进行因素构成的分析，然后调查、测试，合理地确定和安排各种成分在总体中所占的比重。在这种情况下，需要计算它们的构成比，通过构成比掌握事物内构成的数量特征。

三、相对比

相对比的内容很广泛。对比的角度不同，其含义也不同。它可以表示两个同类事物指标的相对比例，说明两者之间对比情况。通常以倍数和百分数(%)表示，也有用系数、指数形式表示。

$$相对比=\frac{指标(A)}{指标(B)} \tag{7.3}$$

或
$$相对比=\frac{指标(A)}{指标(B)}\times 100\%$$

常用的相对比有三种：对比指标、关系指标和计划完成指标。

(一)对比指标

对比指标是两个同类事物的绝对数之比，说明一个数为另一个数的百分之几或几倍。

$$对比指标=\frac{某一事物的绝对数}{另一有关事物的绝对数} \tag{7.4}$$

须用百分比时，后面再乘以100%。

例7.3　1979年十六省市1 210所大、中、小学校共有183 414个青少年儿童参加23项指标的测试，其中男生有92 285人，女生为91 129人。其性别比为：

男女性别比＝92 285÷91 129＝1.012 7（或101.27%）

女男性别比＝91 129÷92 285＝0.987 5（或98.75%）

男女性别比为101.27%，表示与100名女生相应的男生人数为101.27人；而女男性别比是98.75%，表示与100名男生相应的女生人数为98.75%人。这就是对比角度不同，有不同的含义，即对比指数也不同。

在体育中，常用相对比的性质设计各种评价指标或称系数。例如，表征体型的有下列指数（%）：坐高/身高×100，足长/身高×100，手长/身高×100，等等。因为只有自己的坐高、足长结合自己的身高进行评价才比较合理，故设计了以上坐高、足长等派生指标，进行比较和评价。还可以设计两项指标的绝对数相加、减后进行相对比。这是利用相对比的性质，根据各种不同体育专项的技术要求而设计成各种各样的评价指标。

例如：运动强度心脏功能指数 $k=s\cdot\frac{\sum A}{t}\cdot(\sum A-d)$

式中：s 为全力跑所经过的距离；t 为所用的时间（成绩）；$\sum A$ 为全力跑后即刻10 s（第一个10 s），30～40 s（第二个10 s），60～70 s（第三个10 s）的心率之和；d 为三个10 s 心率之差。

也可以探索一种包括机能、形态、素质在内的多种因素的综合评价指数，必须符合评价的科学性。

（二）关系指标

关系指标是指两个有关的，但非同类事物的绝对数量之比。

$$关系指标=\frac{某一事物的绝对数}{另一有关非同类事物的绝对数} \tag{7.5}$$

这种相对比一般采用系数形式。

例7.4　某中学共计48班，体育教师8人，班与教师之比为48/8=6（班/人）。表示每6个班配备体育教师1名。这里教学班与教师是两个非同类事物，但它们之间有教和学的密切关系。对比指标也可互换。如某中学共有2 656个学生，8个体育教师，学生人数与教师人数对比为2 656/8=332（人）。说明平均每名教师教学生332人，这也是关系指标。当对比两个指标互换时，教师与学生之比8/2 656≈3.012‰（人），表示每1 000名学生配备3.012名教师。

如果单纯观察教学班、教师、学生的绝对指标，就无法从教学任务上进行评价；而相对比，恰恰可以从对比中显示数量的评价意义。故这种相对数比绝对数说明问题深刻。

（三）计划完成指标

计划完成指标是说明计划完成的程度，常以实际完成数占计划数的百分之几或几倍来表示。

$$\text{计划完成指标}=\frac{\text{实际完成数}}{\text{计划数}}\times 100\% \tag{7.6}$$

例7.5　某校长跑锻炼小组10名组员举行象征性长跑，计划50天内跑完2 000 km 到达目的地北京。50天实际跑2 500 km，实际完成计划指标相对数如下：

计划完成指标=2 500÷2 000×100%=125%

即完成了计划的125%。（用计算器：2 500÷200 INV =　显示125 即125%）

当计划完成指标大大超过100%时，可改用倍数表示。

第二节　动态数列

动态数列是指描述某事物在时间上发展变化的一组相对数。运用动态数列进行动态分析的方法叫动态数列法。它可以揭示某事物的变化趋势、幅度。我们常用动态数列法来编制教学计划和训练计划，以观

察工作进度和执行情况。同时，用来研究体育现象的发展速度、趋势及其规律性。

动态数列分析一般按时间顺序构成指标的定基比、环比和绝对增长等。

一、定基比

在编制统计指标的动态数列时，需要选择一个时间作为比较的标准时间，这个标准时间称为基期。以基期数据作为比较的基数计算得的指数称为定基比。

$$\text{定基比}=q_i/q_0\times 100\% \tag{7.7}$$

式中：q_0表示基期数，q_i 表示比较期数($i=1,2,3,\cdots,n$)。

例7.6　某地测得7～17岁男生身高(表7-2)。

表7-2中(3)、(4)栏展示的是定基比。第(3)栏的相对比以7岁为基期，以其观测值119.0为基数，则身高的定基比动态数列指数为：

(1)发展速度：以7岁为100%

8岁为124/119×100%≈104%(用计算器：124÷119 INV ＝ 显示：104)

9岁为128/119×100%≈108%(用计算器：128÷119 INV ＝ 显示：108)

……

依此类推。

将计算器计算结果填入表(3)栏内。

(2)增长速度：发展速度减去100%

8岁为104－100＝4(%)

9岁为108－100＝8(%)

……

依此类推，将数据填入表(4)栏内。

定基比以固定指标为基数，表达简明。缺点在于未反映相邻两时期指标的变化，故对整个过程中的数量变化描述不细致。环比指数则恰恰弥补定基指标的不足。

表7-2　某地7～17岁男生身高动态数列计算表

年龄(1)	测定值(2)	定基比(%)		环比(%)	
		发展速度(3)	增长速度(4)	发展速度(5)	增长速度(6)
7	119.0	100	—	—	—
8	124.0	104	4	104	4
9	128.0	108	8	103	3
10	132.5	111	11	103	3
11	136.7	115	15	103	3
12	142.7	120	20	104	4
13	148.6	125	25	104	4
14	155.3	131	31	105	5
15	161.6	136	36	104	4
16	164.7	138	38	102	2
17	166.1	140	40	101	1

二、环比

环比是基期不定，各期都是以前期为基数，按照数列的顺序，用后期的数据比前期的数据而计算得的指数称环比。一般都是初始期为100，用百分数表示。

$$\text{环比}=q_i/q_{(i-1)}\times 100\% \tag{7.8}$$

式中：q_i 表示比较期数值；$q_{(i-1)}$表示比较期前一期数值（$i=1,2,3,\cdots,n$）。

仍以表7-2资料为例。动态数列的环比指数为：

(1)发展速度：以前一年为100%

8岁为124/119×100%≈104%（用计算器：124÷119 INV ＝ 显示：104）

9岁为128/124×100%≈103%（用计算器：128÷124 INV ＝ 显示：103）

……

依此类推。将计算得的数据填入表(5)栏内。

(2)增长速度：发展速度减去100%

8岁为104－100＝4(%)

9岁为103－100＝3(%)

……

依此类推。见表7-2中的(6)栏。

定基比和环比，用以描述其事物的发展速度和增长速度。

定基发展速度:主要说明事物较长时间内发展的总速度。

环比发展速度:主要说明事物逐期发展速度。

定基增长速度:是将定基发展速度减去100%(或1),说明某事物在较长时间内增长的总速度。

环比增长速度:是将环比发展速度减去100%(或1),用来说明某事物逐期增长速度。

为了评定不同年龄青少年身体形态发展变化情况,定期测定身高、体重、胸围的数据,可以用定基比指数和环比指数进行分析。

例7.7　某市1983年30所城区中小学6 770名7～17岁男生身高、体重、胸围数据见表7-3。

表7-3　7～17岁男生身高体重胸围观测数值表

年龄	身　高(cm)			体　重(kg)			胸　围(cm)		
	均值	定基比	环比	均值	定基比	环比	均值	定基比	环比
7	121.2	100	—	21.2	100	—	57.4	—	—
8	126.3	104.2	104.2	23.5	110.9	110.9	59.3	103.3	103.3
9	131.9	108.8	104.4	25.7	121.2	109.4	61.2	106.6	103.2
10	134.7	111.1	102.1	27.7	130.7	107.8	62.6	109.1	102.3
11	140.5	115.9	104.3	31.4	148.1	113.4	65.4	113.9	104.5
12	147.9	122.1	105.3	35.6	167.9	113.4	68.3	119.0	104.4
13	155.0	127.9	104.8	40.5	191.0	113.8	71.9	125.3	105.0
14	162.3	133.9	104.7	46.9	221.3	115.8	76.2	132.8	106.0
15	166.4	137.3	102.5	50.7	239.2	108.1	79.2	138.0	103.9
16	168.3	138.9	101.1	53.7	253.3	105.9	81.8	142.5	103.3
17	169.7	140.0	100.8	56.3	265.6	104.8	84.0	146.3	102.7

均以7岁为基期,以7岁的测定数为基数,身高、体重、胸围的定基比指数和环比指数分别作如下一般性的分析:

(1)从身高、体重、胸围三项绝对值指标看,随着年龄的增长,各项指标都在稳定地增长。

(2)定基比:通过定基比可以看出累积效应,各年龄组的增长速度不等。例如17岁年龄组身高的定基比为140.0%。又知17岁时较7岁时身高平均增长40.0%;体重的定基比为265.6%,还知17岁时较7岁时体重平均增长165.6%;同理,胸围增长46.3%。三项比较,体重增长幅度相对最大。这种定基比指标是一个长时期(7～17岁)的累积结果。如果要进一步提问自7岁至17岁究竟哪个时期增长最快,幅度最大,定基比就

不能回答这个问题了。

(3)环比是相邻两时期指标之比，能显示出逐年的增长情况。从表7-3中可以看出11～14岁三项指标值较大，增长趋势呈活跃状态。15岁以后增长幅度逐年减小。

以上提出的只不过是一般的分析，若细致地对比，还可以得出许多有益的信息。

应该指出的是：表7-3中的数据，如果是一时调查得来的数据，那么，仍是断面的数据，并非同一个人7～17岁的历年实测数据，其产生的误差有时较大，最理想的是用追踪观测数据。

三、定基比和环比的意义

定基比和环比都是描述事物发展变化的趋势和规律，在体育统计分析中具有重要意义，概括起来有以下几点：

(一)表达的内容较绝对数完整

单只一个绝对数指标，只能描述事物某时间的状态和特征，如表7-3，8岁儿童身高是124 cm，只单纯反映该区域8岁儿童的身高实际水平。而动态数列却是逐期对比的一列数据，反映的不只是一个时刻的状态和水平，而是一个过程，其表达更加完整。

(二)表达的含义较绝对数深刻

以动态图示为例来说明它表达的是相对水平的变化。如果以年龄为横坐标，以定基比、环比为纵坐标，描述出定基比及环比的折线图，可以清楚地展示它们变化的趋势，利用表7-2资料绘出图7-1。

从图中可以非常直观、明晰地做如下分析：

(1)7～17岁身高都在增长。

(2)7～13岁相对增值差别不大。

(3)13岁长势略大。

(4)15岁后开始抑落。

(5)从环比曲线可以看出各年之间的相对变化。

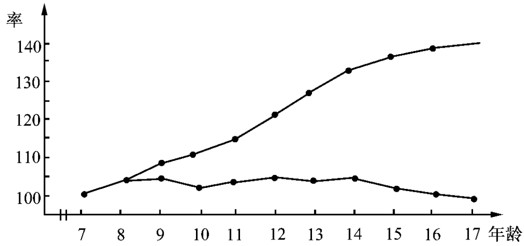


图7-1　身高定基比与环比折线图

(三)定基比、环比能使不同单位的项目,进行动态数列的对比

(四)可以组成总体指数

如果某一现象包括许多单项因素,而在这许多单项因素中,又能找到相应的权数,那么便可采用加权求总和后,再进行对比的方法。

$$总体指数=\frac{比较期各因素的加权总和}{基期各因素的加权总和}\times 100\% \qquad (7.9)$$

或　$总体指数=\sum q_i p_i / \sum q_0 p_0 \times 100\%$

例7.8　某教师为了了解学生背部力量和腰部力量的发展变化情况,在学期初、中、末三次测定仰卧起坐、引体向上、悬垂举腿成90°的数据见表7-4,现用总体指数表达它的动态。

表7-4　测试学生成绩记录表　　　姓名:________

测试项目	第一次(学期初)		第二次(学期中)		第三次(学期末)	
	成绩(次)	时间(s)	成绩(次)	时间(s)	成绩(次)	时间(s)
仰卧起坐	9	27	12	33	15	40
引体向上	10	36	15	48	20	60
悬垂举腿成90°	5	30	7	35	10	48

表中每个项目都有时间和次数两个参数,由于所用时间不同,不能直接相加。现把成绩都换算成每秒钟的次数(即频率=次数/时间),就不再有这个障碍。列入表7-5。

计算仰卧起坐：

频率：第一次为9÷27≈0.33；**第二次为**12÷33≈0.36；**第三次为**15÷40≈0.38。

定基比：0.36÷0.33×100%≈109.1%；0.38÷0.33×100%≈115.2%。

环比：0.36÷0.33×100%≈109.1%；0.38÷0.36×100%≈105.5%。

……

依此类推，填入表7-5内。

表7-5　各项成绩定基比指数与环比指数表

测试项目	第一次			第二次			第三次		
	频率	定基比	环比	频率	定基比	环比	频率	定基比	环比
仰卧起坐	0.33	—	—	0.36	109.1	109.1	0.38	115.2	105.5
引体向上	0.28	—	—	0.31	110.7	110.7	0.33	117.9	106.5
悬垂举腿成90°	0.17	—	—	0.20	117.6	117.6	0.21	123.5	105.0
$\sum$	0.78			0.87	111.5	115.5	0.92	117.9	105.7

计算总体指标

定基比为：0.87÷0.78×100%≈111.5%；0.92÷0.78×100%≈117.9%。

环　比为：0.87÷0.78×100%≈111.5%；0.92÷0.87×100%≈105.7%。

从个体指数计算结果，训练成绩提高幅度较大。而期中提高幅度均比期末提高幅度大，说明后半学期成绩提高速度比前半学期慢。

从整个指数来考查仰卧起坐、引体向上、悬垂举腿成90°，总的变动程度同样是期中、期末均较学期初有所增长，而期中至期末这段时间，成绩提高速度慢于期初至期中。

四、增长率

增长率是指增长值与基期水平之比，用倍数或百分数表示指数的

增长程度。

由于采用基期不同，增长率指标的计算也可分为定基增长率和环比增长率两种。定基增长率是计算期的累积增长值与固定基期水平之比。环比增长率是计算期的逐期增长值与前期水平之比（表7-6）。计算公式：

$$\text{增长率}=\frac{\text{增长值}}{\text{基期总值}}\times 100\% \tag{7.10}$$

表7-6　某校1975～1980年下肢运动损伤事故统计表

年份	次数	定基比	定基增长率	环比	环比增长率
1975	40	100	—	100	—
1976	44	110.0	10.0	110	10.0
1977	37	92.5	−7.5	84	−16.0
1978	23	57.5	−42.5	62	−38.0
1979	13	32.5	−67.5	57	−43.0
1980	6	15.0	−85.0	46	−54.0

定基增长率的计算及说明：

1976年定基增长率＝(44－40)÷40×100%＝10%，说明1976年比1975年事故增长10%。

1980年定基增长率＝(6－40)÷40×100%＝－85%，说明1980年比1975年事故下降85%。

环比增长率的计算及说明：

1976年环比增长率＝(44－40)÷40×100%＝10%，说明1976年比1975年事故增长10%。

1980年环比增长率＝(6－13)÷13×100%＝－54%，说明1980年比1979年事故下降54%。

分析：

(1)从事故发生的绝对数来看，1975年为40次，除1976年有所增长外，其余各年均呈下降趋势。但是这种变动的相对趋势，绝对数显示得不够具体。

(2)相对趋势必须通过相对数来显示。

定基比：均以1975年为基期，除1976年外，其余各年比值均小于100。从固定基期的比值来分析，可得出从1977年以后均呈稳定下降的相对趋势。但是，它描述不细致，仍没有显示1975年至1980年过程中，各相邻两年的比值下降情况。

环比：弥补了定基比的不足，进行逐年互比，它能反映事故发生的变化。相对比能显示出事故发生下降的相对趋势，但仍反映不出环比幅度，变动幅度通过增长率来显示。

(3)从定基增长率看，显示下降幅度很大。而从环比增长率看，逐年的环比增长率也在增长(负值说明是下降)，虽没有那么大，但描述得更为细致。

五、应用相对数要注意以下几点

(1)运用相对数进行分析时要注意资料的可比性。

① 指标的内容有何关系，对比有无意义。

② 指标产生的时间、地区、条件是否一致。

③ 指标内部构成是否一致。

④ 指标计算方法是否一致。

(2)计算相对数时要注意资料的绝对数。

因为相对数将绝对数变成了比值，掩盖了绝对数的具体数差。另外，因为事物存在个体差异，必须通过大量的观察才能揭示出事物的规律性。因此，绝对数太小就不宜计算相对数，以绝对数表示为宜。

(3)注意时间因素对分子、分母的影响。

当分子和分母都随时间的延长而积累时，两者的比例无大改变，其相对水平不受时间的影响。

当分子的数值随时间的延长而增加但分母数值稳定不变(相对)时，在计算分析比较相对数时应说明时间。

(4)要正确选择分子、分母的数值，能说明事物的特点和性质。

基期的选择要考虑基期的状态。因为基期为标准时间，基期的统计值应代表统计事项的常态。凡属特殊波动的偶然现象时期，不应选作基期。

基期和计算期不能相隔太远。相隔过远，指数代表性愈小，会成无

意义的指数。

(5)注意构成比和率的区别。

(6)动态数列分析时,计算方法要一致,发展速度和增长速度不要混淆,注意指标数值大小的正负符号。

(7)应用动态分析指标,研究体育现象时应与调查研究结合,以便实现质和量上的统一,说明现象的本质规律。

表7-7　构成比和率的区别表

构成比	率
表示某事物内部各部分所占的构成比重	表示某现象发生的频率和强度
常用100	常用100,1 000,10 000等
$\frac{\text{构成部分}}{\text{整体部分}}\times$比例基数(100%)	$\frac{\text{某现象发生数}}{\text{可能发生某现象的总和}}\times$比例基数
“分子”是构成“分母”的一部分,各构成部分之和等于“分母”,各构成部分互相制约	“分子”取自总数(分母)之中

例7.9　某校色弱情况如表7-8,比较其构成比和百分率。

表7-8　某校色弱情况统计表

年级	调查人数	色弱人数	构成比	率(%)
初中	1986	14	50	0.70
高中	574	14	50	2.40
合计	2560	28	100	1.10

第三节　相对数的标准化

我们在进行相对数比较中，常常遇到这样的矛盾：例表7-9中，当比较两个（或几个）相对数指标时，会出现乙校各个年级的相对指标均高于甲校，但比较总的相对指标则甲校高于乙校。产生这种矛盾的原因是甲乙两校对象内部构成存在差别，以致影响总的结论。因此，对待这样的总率不能直接比较，而必须用率的标准化法对总率标准化加以校正后，再进行对比，做出结论。

所谓相对数的标准化法就是采用一个共同的内部构成标准，按此统一构成标准再计算比较单位的各个指标（相对数或绝对数），这种指标称为标准化指标，简称标准指标。

表7-9　1982年某地甲乙两校近视学生人数比较表

年级(1)	甲校				乙校			
	调查人数(2)	构成比(%)(3)	近视人数(4)	近视率(%)(5)	调查人数(6)	构成比(%)(7)	近视人数(8)	近视率(%)(9)
初一	125	5.8	4	3.2	320	21.2	11	3.4
初二	364	16.7	15	4.1	610	40.4	27	4.4
初三	432	19.8	24	5.6	240	15.9	14	5.8
高一	553	25.4	32	5.8	140	9.3	9	6.4
高二	468	21.5	32	6.8	80	5.3	6	7.5
高三	236	10.8	18	7.6	120	7.9	10	8.3
合计	2 178	100	125	5.7	1 510	100	77	5.1

表7-9中(5)栏和(9)栏，可以看出甲、乙两校各年级近视率，乙校均高于甲校。但两校总的近视率，则甲校反而高于乙校。产生这种矛盾的原因是由于甲、乙两校各年级人数构成不同。比较(3)栏与(7)栏，可知两校人数构成比差别较大，近视率最低的初中一年级，甲校仅占全校5.8%，而乙校却占全校的21.2%；近视率最高的高三年级，甲校人数占

全校10.8%，而乙校仅占7.9%。这就扩大了乙校的总体率，导致结论的矛盾。因此，若要比较两校近视率的程度，应先消除两校各年级人数构成的差别，施行统一的构成，校正各指标，再进行对比。

一、标准化法

进行相对数标准化，首先要选定一个统一的内部构成，一般选择的原则和方法是：要选择具有代表性的，比较稳定的，数量较大的人群作标准。例如全国的、全省的、全地区的或本单位历年所积累的数据，作为标准构成。时间最好一致或接近一致。当然也可以用甲、乙两组合并的数据，或用甲组或用乙组的数据作为统一的标准构成。

标准化的方法很多，介绍几种方法。

（一）直接法

所谓直接法即直接利用表7-9中第(2)、(5)、(6)、(9)栏数据。

直接法有两种算法：

1. 第一种：用标准调查人数计算，利用表7-9第(2)、(6)两栏数据进行指标数据的标准化。

(1)将表7-9中甲、乙两校各年级调查人数合并作为标准的调查人数。列入表7-10的前(1)、(2)、(3)、(4)栏。

(2)按标准调查人数计算标准近视人数。将甲、乙两校的原近视率分别乘各年级的标准调查人数，填入表(6)、(8)栏中。

(3)求出甲、乙两校的标准化总近视率。计算公式：

$$\text{标准总近视率}=\frac{\text{各年级标准近视人数之和}}{\text{标准调查人数之和}}\times 100\% \qquad (7.11)$$

即：

甲校$=196.32\div 3\ 688\times 100\%=5.3\%$

乙校$=212\div 3\ 688\times 100\%=5.7\%$

标准化后，比较两校总近视率可知，乙校患近视率高于甲校，与各年级的结论一致，此种方法的实质是固定各年级的近视率，然后对近视人数进行标准化。

表7-10　甲乙两校近视标准指标直接法计算表

年级(1)	调查人数 甲校(2)	乙校(3)	标准调查人数(2)+(3)=(4)	甲校 原近视率(%)(5)	甲校 标准近视人数(4)×(5)=(6)	乙校 原近视率(%)(7)	乙校 标准近视人数(4)×(7)=(8)
初一	125	320	445	3.2	14.24	3.4	15.13
初二	364	610	974	4.1	39.93	4.4	42.86
初三	432	240	672	5.6	37.63	5.8	38.98
高一	553	140	693	5.8	40.19	6.4	44.35
高二	468	80	548	6.8	37.26	7.5	41.10
高三	236	120	356	7.6	27.06	8.3	29.55
总计	2 178	1 510	3 688	—	196.31	—	211.97

2. **第二种：用标准调查人数的构成比进行计算，见表7-11。**

(1)将表7-11第(2)栏“标准调查人数”处换成构成比，为了便于计算，构成比用系数计算(即445÷3 688=0.120 7……)，合计为1。填入第(3)栏总计内。

(2)求各年级按标准调查人数的构成比计算的分配近视率，将各年级标准调查人数构成比，分别乘以相应的原近视率，得到第(5)、(7)两栏。

(3)求两校标准化近视总率。即计算表中第(5)、(7)栏的总计数，经标准化后甲校为5.34%，乙校为5.74%，乙校高于甲校。与第一种计算方法结果一致。此种方法的实质是统一调查人数，然后对各年级的近视率进行标准化。

表7-11　甲乙两校近视标准调查人数的构成比计算表

年级(1)	标准调查人数(2)	构成比(3)	甲校 原近视率%(4)	甲校 标准近视率%(3)×(4)=(5)	乙校 原近视率%(6)	乙校 标准近视率%(3)×(6)=(7)
初一	445	0.120 7	3.2	0.39	3.4	0.41
初二	974	0.264 1	4.1	1.08	4.4	1.16
初三	672	0.182 2	5.6	1.02	5.8	1.06
高一	693	0.187 9	5.8	1.09	6.4	1.20
高二	548	0.148 6	6.8	1.01	7.5	1.11
高三	356	0.096 5	7.6	0.73	8.3	0.80
合计	3 688	1.000 0	——	5.32	——	5.74

（一）间接法

在实践中，有时得到的数据不完整，不能用直接法进行标准化时，可用间接法。如表7-9第(4)、(8)、(9)栏数据不全，不能用直接法。

1. 只有两校各年级组的调查人数，而缺乏两校或其中一校各年级的近视人数，故只能计算总近视率，而不能计算各年级的近视率。

2. 有些年级人数过少，使所得年级患者率波动很大。

仍以表7-9资料为例，设表中第(5)、(6)两栏数据全，甲校已算出各年级患者率，选作统一标准，用间接法对乙校近视人数进行标准化，表7-12。

表7-12　计算表　　　　（以甲校为准）

年级 (1)	标准率（甲校近视率） (2)	乙校调查人数 (3)	标准近视人数 (2)×(3)=(4)
初一	3.2	320	10.24
初二	4.1	610	25.01
初三	5.6	240	13.44
高一	5.8	140	8.12
高二	6.8	80	5.44
高三	7.6	120	9.12
合计	（总率）5.7	1 510	71.37

表中第(2)栏录自表7-9的第(5)栏。第(3)栏录自表7-9的第(6)栏。第(2)×(3)栏得第(4)栏。如初一年级3.2%×320=10.24。这就是乙校初一年级按标准率计算出来的标准近视人数。第(4)栏合计为73.71就是乙校的标准近视人数。然后按下式计算乙校标准总率。

$$乙校标准近视总率=标准近视总率\times\frac{乙校实际近视总人数}{标准近视总人数} \tag{7.12}$$

表中第(2)栏近视总率=5.7%（表7-9中125÷2 180×100%=5.7%）；乙校实际近视总人数为77人，标准近视总人数为73.71，然后代入公式：

即　　乙校标准近视总率=5.7%×(77÷73.71)=5.95%

甲校近视总率仍为5.7%，两校比较还是甲校低于乙校，与直接法的结论一致。

二、标准化法的应用

1. 通过上例，清楚地说明对比两个大单位的相对数总指标时，应对比较指标进行率的标准化后再进行对比。

2. 选用不同标准时，所求出的标准化指标也不同。但这种差别不会影响相对数总指标的对比结果。当然，在比较几个人群的标准化时，应尽可能选择同一标准和同一方法。

3. 计算标准化指标的目的，只是为了进行合理地对比，故只有在多个总率比较时，才具有意义。

所谓标准化是在某具体标准下，针对数据而言，标准化后的指标并非实际指标。

习　　题

1. 举例说明相对数的意义。

2. 试举例说明动态数列的作用和意义。

3. 某市测得11～16岁男孩立定跳远成绩如下表，请按表中要求计算后填入各栏内，并做简要分析。

年龄	人数	平均成绩(cm)	定基比	定基增长率	环比	环比增长率
11	234	176.1	100		100	
12	320	189.0				
13	367	203.5				
14	263	213.5				
15	211	222.0				
16	155	231.5				

第八章 CASIO-fx 3600P 计算器应用指南

目前，市场上计算器繁多，如3600PA、3600PV 等，其功能在不断扩大。这里主要介绍 CASIO-fx 3600P 计算器在体育统计中的应用，仅供参考。其他计算器也有相同的功能。

这类计算器除了具有一般的计算功能外，还具有统计和编程功能，使我们能快速、准确地进行定量分析，对科研、教学、训练及选材等现场统计工作起到积极作用。它的优点：重量轻，便于携带；既经济又实惠；操作简易，教师或教练员只要把数学模型编成程序存入计算器，即可进行现场统计、分析，为现场指导提供依据。

第一节　各键的功能与工作状态

一、功能键指南

1．ON　电源开关键。

把此键往右拨动接通电源，计算器进入工作状态，6分钟后不按键，计算器会自动关闭。将 ON 往左拨动，关闭电源。

2．INV　反函数键（移位键）。

按下此键能使用各棕红色键。

3．MODE　状态键。

按下此键，能使计算器进入到所希望的工作状态。先按下 MODE，然后再按下0，1，…，9各键，将获得各种不同的功能。

MODE　·　按下这两键主要是将已输入的程序锁住。在 RUN 状

态下可执行程序计算;在进行手操作计算时也不会把已输入的程序打乱。

MODE 0 按下这两键显示“LRN”,准备编程状态,当指定程序区后可将程序输入。

MODE 1 按下这两键显示“fdx”,说明可以进行积分计算。

MODE 2 按下这两键显示“LR”,可以进行回归与相关系数的计算。

MODE 3 按下这两键显示“SD”,可进行平均数和标准差等的计算。

MODE 4 按下这两键显示“DEG”,指定“度”作为角度单位。

MODE 5 按下这两键显示“RAD”,指定“弧度”作为角度单位。

MODE 6 按下这两键显示“GRA”,指定“梯度”作为角度单位。

MODE 7 按下这两键,表示指定保留小数点后几位。如:MODE 7 2,表示保留小数点后两位有效,第三位四舍五入。

MODE 8 指定科学计算位数。

MODE 9 解除 MODE 7 和 MODE 8 两个指令。

二、一般用键

1. 0～9为数据输入键。

2. +、-、×、÷、= 为四则运算基本键。

3. AC 为清除键。

除了独立储存器以外,其他寄存器等将被全部清除为零。

4. C 为消除键。

在综合计算时,按下 C 键只能消除显示屏上的错误数据,以前输入的数据不会被消除。

5. +/-为正负符号转换键。

按下此键可将显示屏上的正、负数互相转换(即正数转为负数,负数转为正数)。如果按下 EXP 键后再按下+/-键,指数的正负符号也可以互相转换。

三、记忆键

1. MR 为独立储存器数据呼出键。

2. INV Min 为独立储存器输入键。

按下这两键可将显示屏上的数据存入独立储存器中，原来独立储存器里的数据便会自动消除。

3. M+，M−为独立储存器累加、累减键。

按下 M+键可将显示屏上的数值累加到独立储存器的数值中。按下 INV M−这两键时，显示屏上的数值将被独立储存器的数值减去。

4. Kin 为常数寄存器输入键。

按下此键可将显示屏上的数据输入到常数寄存器（共有六个，即 K1～K6），如：要将68输入到 K3时，则按下68 Kin 3四个键。若要累加一般用68 Kin + 3五个按键。此种方法主要在编程中运用。

5. Kout 为常数寄存器呼出键

按下此键可将常数寄存器中的内容呼出。如：按下 Kout 3这两键可将刚才输入的68呼出。

四、函数键

用 INV 键配合以下各种棕红色的函数键，您将会得到所需要的结果。

1. 开方。

如显示屏上的数值为9。先按下 INV 再按 $\sqrt{\quad}$，即显示3。

若要开任意（x）次方，先将数值输入，然后再按 INV $X_{1/Y}x=$，即显示结果。例如：开8的3次方。先将8输入，显示屏显示8，然后按 INV $X_{1/Y}$ 3=，即显示2。（注：$X_{1/Y}$键为黑键中白色的÷字键）

2. 平方。

如：计算8^2，先按 INV 后按 X^2 显示64。若3次方以上，如2^4，即按2 INV X^Y4=，显示16。

3. INV 1/X 为倒数键。

按下这两键可得到显示屏上数值的倒数。如：5 INV 1/X 即显示：0.2。

4. INV X!为阶乘键。

按下这两键可得到显示屏上数值的阶乘值。如：4 INV X!即显示：24。

5．INV %为百分比键。

按下这两键可得到显示屏上数值的百分比。如：8÷2 INV %（黑键是＝），显示：400，即为400%。

6．INV RAN＃为随机数键。

按下这两键可以产生从0.000～0.99之间的任一随机数。

五、统计键（仅供在 SD 或 LR 状态时应用）

1．INV AC 为寄存器消除键。

根据统计数学表达式编好程序后，在输入计算程序前，请先按下这两个键，以将寄存器内的记忆内容全部消除。

2．DATA 和 RUN 为键盘输入数据键。

在程序输入后，常用在数值之后。如：8 RUN 等，具体在编程章节中讲解。

3．INV DEL 为数据删除键。

在将数据从键盘输入同时已按下 RUN 后，发现输入的数据错误，应立即消除。其操作方法是：要输入6但输入的是8，并且已按下 RUN 后发现错，应立即再输入8，然后按下 INV DEL，再按下6 RUN 即可。

4．X_DY_D 为回归分析数据输入键。

在 LR 状态下，需要求 x 与 y 两变量的相关系数与回归方程时，应用此键。例如：变量 $x_1=6$，$x_2=4$，$x_3=5$，……，$x_n=6$；变量 $y_1=12$，$y_2=14$，$y_3=18$，……，$y_n=16$。要求这两组变量的相关与回归。操作方法：6 X_DY_D12；4 X_DY_D14；5 X_DY_D18；……；6 X_DY_D16。

输入结束后可按以下操作方法调用各种数据。先按下 INV 或Kout与各种相应的键配合，可获得所需数据。

即：INV X 为 x 项变量的平均数。

INV $X_{\sigma n}$ 为 x 项变量的（大样本）标准差。

INV $X_{\sigma n-1}$ 为 x 项变量的（小样本）标准差。

INV Y 为 y 项变量的平均数。

INV $Y_{\sigma n}$ 为 y 项变量的（大样本）标准差。

INV $Y_{\sigma n-1}$ 为 y 项变量的（小样本）标准差。

Kout $\sum X^2$ 为 x 项变量的平方和。

Kout $\sum X$　　为 x 项变量的总和。

Kout n　　为输入的总人数(或对数)。

Kout $\sum Y^2$　　为 y 项变量的平方和。

Kout $\sum Y$　　为 y 项变量的总和。

Kout $\sum XY$　　为 x 和 y 的积之和。

5. INV　A　在 LR 状态下,按下此两键可显示回归方程的常数项 a 的数值。

6. INV　B　在 LR 状态下,按下此两键可显示回归方程的回归系数 b 值。

7. INV　r　在 LR 状态下,按下此两键可显示两个变量相关系数 r。

8. $\hat{y}$　INV　$\hat{x}$　在 LR 状态下,先输入 x 值后按 $\hat{y}$ 键可得回归的估计值。同样先输入 y 后再按 INV $\hat{x}$ 可得 x 的值。

六、程序设计功能键(在 LRN 状态下使用)

1. P_1和 P_2为程序储存区符号键。

当计算器进入 LRN 状态时,P_1和 P_2在显示屏右下角闪动,等待选择程序储存区。选 P_1则按下 P_1键;选 P_2则按下 INV P_2两键。

2. RUN 为运算键。

当程序在运行中,若停止时,则按此键再启动。

3. INV HLT 为暂停键。

在编程中,为在某一步暂停显示答案时,应用在程序之中。

4. ENT 为停止键

当程序编写结束(或输入结束)后,用此键表示结束语句。

5. INV RTN 为无条件转移键

当计算器在运行程序中,遇到此指令时,自动返回程序的开头。

6. INV $X>0$或 INV $X\geqslant M$ 条件转移指令键

当 X 大于0时,程序运行转移到哪一步应有明确指定。或当 $X\geqslant M$ 时,程序运行转移到哪一步都应该有明确指定。

七、特殊功能键

1. (……)为括号键

在各式子中,括号键内的计算优先,在一个式中可以使用最多达6层。

2. EXP 为指数键

以科学记数法输入数据时,按上10指数最大±99。如:2.21×10^{22},顺序按下2.21EXP22即可。

2. π 圆周率键

按下 π 可显示3.141 592 654的数值。

4. ,,, INV 。,,,为六十和十进制转换键

用以60进位记数(如马拉松跑成绩的时、分、秒)转换成10进位记数等。

第二节　计算器程序的编写

计算器的编程主要是根据研究目的所需求的某种统计量的数学表达式编写而成,然后输入计算器进行计算。其优点:

1. 当需要用同一个公式计算某种统计量,可反复变换输入数据(也可以是不同的项目),即提高计算速度,又减少手操作常出现的错误。

2. 简单易学,携带方便,可将程序先输入计算器到现场输入数据得出结果,提供现场指导参数,快速简洁。

3. 计算器编程步长少于38步,但只要充分利用键盘功能,用简单的按键也能获得满意的计算结果,提高效率,节省时间。

一、编写程序的步骤

1. 确定编程状态。

按下 MODE 0为编写程序状态下进行,程序区为 P_1和 P_2任选一区或两个结合运用均可。

2. 清除寄存器和独立储存器内存的信息。

按下 INV AC 和 INV Min 可达到清除之目的。

3．**消除旧程序。**

在编程状态下，按下 INV PCL P_1 **或** P_2**就可以消除原来存放在** P_1 **或** P_2**区内的旧程序。**

4．**指定编写程序区。**

在输入程序前必须先指定好程序区，若用区号为 P_1**，则按下** P_1**；要用** P_2**，应按下** INV P_2**，也可以互相结合运用。**

5．**正式编入程序应注意：**

(1)**为了使程序步长不超过**38**步，应充分利用独立储存器和六个寄存器，或者先借用计算器的其他功能将所需的统计量储存，然后再进行编程。**

(2)**充分利用键盘功能和数学逻辑原则，尽量减少程序步长。如：倒数符号，同分母不同分子的乘除计算可用**××**或**÷÷**等的符号编入程序。**

(3)**程序输入的方法与步数计算示例见表**8-1、8-2。

表8-1　**程序输入法表**

程序步编号	程序	程序步编号	程序	程序步编号	程序
	INV AC		10.1 RUN	22	INV $\sqrt{\ }$
	MODE 0		MODE 0	23	Kin 5
	INV PCL		INV P_2	24	÷
	P_1	8	Kout 1	25	Kout 3
1	ENT	9	−	26	INV $\sqrt{\ }$
	10.9	10		27	=
2	Kin+2	11	INV X^2	28	Kin 6
3	INV X^2	12	÷	29	Kout 2
4	Kin+1	13	Kout 3	30	÷
5	1	14	=	31	Kout 3
6	Kin+3	15	÷	32	=
7	INV RTN	16	[(…	33	Kin 4
	MODE	17	Kout 3	34	Kout 5
	P_1	18	−	35	÷

10.7 RUN	19	1	36	Kout 4
11.0 RUN	20	…)]	37	INV =
10.9 RUN	21	=	38	INV Min MODE

例有五名7岁男生60 m 跑成绩为10.9 s，10.7 s，11.0 s，10.9 s，10.1 s。**试求其平均数和标准差**。（**计算器操作方法见表**8-2）

表8-2 计算器操作方法表

操 作	显 示	说 明
MODE 3	SD	**进入计算平均数和标准差状态**
INV AC	0	**消除储存器的内存**
10.9 RUN	10.9	**输入第一个数据**
10.7 RUN	10.7	**输入第二个数据**
11.6 RUN	11.6	**输入第三个数据后发现有错误**
INV DEL	11.6	**消除错误数据**
11.0 RUN	11	**输入正确数据**
10.8	10.8	**输入第四个数据发现有错但没有按** RUN
C	0	**消除显示屏显示的错误数据**
10.9 RUN	10.9	**输入第四个正确数据**
10.1 RUN	10.1	**输入第五个数据**
Kout 3	5	n
INV 1	10.72	$\overline{x}$
INV 3	0.363 318 042	s
Kout 2	53.6	$\sum x$
Kout 1	575.12	$\sum x^2$

第三节　使用注意事项

1. 计算器的计算是以按键方式来完成的，即每按一次就是指令，计算器就会自动地处于某种状态，并在显示屏上显示出某种状态的符号。因此，在输入程序或计算过程中，不要随便按键，否则就会产生计算的混乱，显示出“E”错误标记。

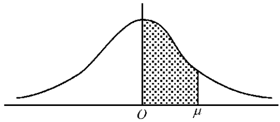
2. 计算器有自动关闭电源的功能，接通电源后超过6分钟不按键，或者在计算过程中，只要超过6分钟不按键也都会自动断电，但贮存的数据或程序会保留下来，若要重新启动须按下 AC 键。

3. 当计算器显示出“E”符号时，就不能继续操作。这时它表示计算中出错；操作或现有功能状态不符，程序中有错误，程序步数超过38步，计算数据超过10 ± 99的容量等原因。按下 AC 即可消除“E”，然后才能重新操作。

4. 注意编程时，如果开头在第一步用“[01…”，程序的结尾就不能用“ANV RUN”。否则，就不会显示最后结果。

5. 一般 INV 指令是针对棕红色键盘来完成某种功能，因此，在编程、计算或调用过程中，主要看是棕红色键还是黑色键来决定按键方式。

附表1　标准正态曲线下的面积

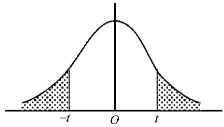


u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0754
0.2	.0793	.0332	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2258	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2612	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2996	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3930	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4801	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997
3.4	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4997	.4998
3.5	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998	.4998
3.6	.4998	.4998	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.7	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.8	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999	.4999
3.9	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000	.5000

附表2　正态性 D 检验临界值表

	P				
N	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01
10	0.2632—0.2835	0.2573—0.2843	0.2513—0.2849	0.3436—0.2855	0.2379—0.2857
12	0.2653—0.2841	0.2598—0.2849	0.2544—0.2854	0.2473—0.2859	0.2420—0.2862
14	0.2669—0.2846	0.2618—0.2853	0.2568—0.2858	0.2503—0.2862	0.2455—0.2865
16	0.2681—0.2848	0.2634—0.2855	0.2587—0.2660	0.2527—0.2865	0.2482—0.2867
18	0.2690—0.2850	0.2646—0.2855	0.2603—0.2862	0.2547—0.2866	0.2505—0.2868
20	0.2699—0.2852	0.2657—0.2857	0.2617—0.2863	0.2564—0.2867	0.2525—0.2869
22	0.2705—0.2853	0.2670—0.2859	0.2629—0.2864	0.2579—0.2869	0.2542—0.2870
24	0.2711—0.2853	0.2675—0.2860	0.2638—0.2865	0.2591—0.2870	0.2557—0.2871
26	0.2717—0.2854	0.2682—0.2861	0.2647—0.2866	0.2603—0.2870	0.2570—0.2872
28	0.2721—0.2854	0.2688—0.2861	0.2655—0.2866	0.2612—0.2870	0.2581—0.2873
30	0.2725—0.2854	0.2693—0.2861	0.2662—0.2866	0.2622—0.2871	0.2592—0.2872
32	0.2729—0.2854	0.2698—0.2862	0.2668—0.2867	0.2630—0.2871	0.2600—0.2873
34	0.2732—0.2854	0.2703—0.2862	0.2674—0.2867	0.2636—0.2871	0.2609—0.2873
36	0.2735—0.2854	0.2707—0.2862	0.2679—0.2867	0.2643—0.2871	0.2617—0.2873
38	0.2738—0.2854	0.2710—0.2862	0.2683—0.2867	0.2649—0.2871	0.2623—0.2873
40	0.2740—0.2854	0.2714—0.2862	0.2688—0.2867	0.2655—0.2871	0.2630—0.2874
42	0.2743—0.2854	0.2717—0.2861	0.2691—0.2867	0.2659—0.2871	0.2636—0.2874
44	0.2745—0.2854	0.2720—0.2861	0.2695—0.2867	0.2664—0.2871	0.2641—0.2874
46	0.2747—0.2854	0.2722—0.2861	0.2698—0.2866	0.2668—0.2871	0.2646—0.2874
48	0.2749—0.2854	0.2725—0.2861	0.2702—0.2866	0.2672—0.2871	0.2651—0.2874
50	0.2751—0.2853	0.2727—0.2861	0.2705—0.2866	0.2676—0.2871	0.2655—0.2874
60	0.2757—0.2852	0.2737—0.2860	0.2717—0.2865	0.2692—0.2870	0.2673—0.2873
70	0.2763—0.2851	0.2744—0.2859	0.2726—0.2864	0.2708—0.2869	0.2687—0.2872
80	0.2768—0.2850	0.2750—0.2857	0.2734—0.2863	0.2713—0.2868	0.2698—0.2871
90	0.2771—0.2849	0.2755—0.2856	0.2740—0.2862	0.2721—0.2866	0.2707—0.2870
100	0.2774—0.2849	0.275—0.2855	0.2745—0.2860	0.2727—0.2865	0.2714—0.2869
120	0.2779—0.2847	0.2765—0.2853	0.2752—0.2858	0.2737—0.2863	0.2725—0.2866
140	0.2782—0.2846	0.2770—0.2852	0.2758—0.2856	0.2744—0.2862	0.2734—0.2865
160	0.2785—0.2845	0.2774—0.2851	0.2763—0.2855	0.2750—0.2860	0.2741—0.2863
180	0.2787—0.2844	0.2777—0.2850	0.2767—0.2854	0.2755—0.2859	0.2746—0.2862
200	0.2789—0.2843	0.2779—0.2848	0.2770—0.2853	0.2759—0.2857	0.2751—0.2860
250	0.2793—0.2841	0.2784—0.2846	0.2776—0.2850	0.2767—0.2855	0.2760—0.2858
300	0.2796—0.2840	0.2788—0.2844	0.2781—0.2828	0.2772—0.2853	0.2766—0.2855
350	0.2798—0.2839	0.2791—0.2843	0.2784—0.2847	0.2776—0.2851	0.2771—0.2853
400	0.2788—0.2838	0.2793—0.2842	0.2787—0.2845	0.2780—0.2849	0.2775—0.2852
450	0.2801—0.2837	0.2795—0.2841	0.2789—0.2844	0.2782—0.2848	0.2778—0.2851
500	0.2802—0.2836	0.2796—0.2840	0.2791—0.2843	0.2785—0.2847	0.2780—0.2849
600	0.2804—0.2835	0.2799—0.2839	0.2794—0.2842	0.2788—0.2845	0.2784—0.2847
700	0.2305—0.2834	0.2800—0.2838	0.2796—0.2840	0.2791—0.2844	0.2787—0.2846
800	0.2806—0.2833	0.2802—0.2837	0.2798—0.2839	0.2793—0.2842	0.2790—0.2844
900	0.2807—0.2833	0.2803—0.2836	0.2799—0.2838	0.2795—0.2841	0.2792—0.2843
1000	0.2808—0.2832	0.2804—0.2835	0.2800—0.2838	0.2796—0.2840	0.2793—0.2842
1250	0.2809—0.2831	0.2806—0.2834	0.2803—0.2836	0.2799—0.2839	0.2797—0.2840
1500	0.2801—0.2830	0.2807—0.2833	0.2805—0.2834	0.2801—0.2837	0.2799—0.2839
1750	0.2811—0.2830	0.2808—0.2832	0.2806—0.2834	0.2803—0.2836	0.2801—0.2837
2000	0.2812—0.2829	0.2809—0.2831	0.207—0.2833	0.2804—0.2835	0.2802—0.2837

附表3　t 值表



n'	$P(2)$:	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
	$P(1)$:	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1		1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	127.321	318.309	636.619
2		0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.089	22.327	31.599
3		0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.215	12.924
4		0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5		0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6		0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7		0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8		0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9		0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10		0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11		0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12		0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13		0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14		0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15		0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16		0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17		0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18		0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19		0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20		0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21		0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22		0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23		0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24		0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25		0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26		0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27		0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28		0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29		0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30		0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
31		0.682	1.309	1.696	2.040	2.453	2.744	3.022	3.375	3.633
32		0.682	1.309	1.694	2.037	2.449	2.738	3.015	3.365	3.622
33		0.682	1.308	1.692	2.035	2.445	2.733	3.008	3.356	3.611
34		0.682	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728	3.002	3.348	3.601
35		0.682	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	2.996	3.340	3.591
36		0.681	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719	2.990	3.333	3.582
37		0.681	1.305	1.687	2.026	2.431	2.715	2.985	3.326	3.574
38		0.681	1.304	1.686	2.024	2.429	2.712	2.980	3.319	3.566
39		0.681	1.304	1.685	2.023	2.426	2.708	2.976	3.313	3.558
40		0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50		0.679	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60		0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
70		0.678	1.294	1.667	1.994	2.381	2.648	2.899	3.211	3.435
80		0.678	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
90		0.677	1.291	1.662	1.987	2.368	2.632	2.878	3.183	3.402
100		0.677	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
200		0.676	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601	2.839	3.131	3.340
500		0.675	1.283	1.648	1.965	2.334	2.586	2.820	3.107	3.310
1000		0.675	1.282	1.616	1.962	2.330	2.581	2.813	3.098	3.300
∞		0.6745	1.2816	1.6449	1.9600	2.3263	2.5758	2.8070	3.0902	3.2905

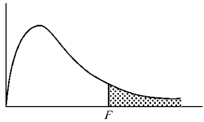
注：表右上角图中的阴影部分表示概率 P，$P(2)$是双侧的概率，$P(1)$是单侧的概率，n'是自由度。以后附表同此。

附表4　F 值表(方差齐性检验用)

$P=0.05$(双侧)

$n2'$	$n1'$(较大均方的自由度) 2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	30	60	∞	$n2'$
1	799	864	899	922	937	948	957	963	969	977	985	993	1001	1010	1018	1
2	39.0	39.2	39.2	39.3	39.3	39.3	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4	39.5	39.5	39.5	2
3	16.0	15.4	15.1	14.9	14.7	14.6	14.5	14.5	14.4	14.3	14.2	14.2	14.1	14.0	13.9	3
4	10.6	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66	8.56	8.46	8.36	8.26	4
5	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43	6.33	6.23	6.12	6.01	5
6	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.69	5.60	5.52	5.46	5.37	5.27	5.17	5.06	4.96	4.85	6
7	6.54	5.89	5.52	5.28	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.67	4.57	4.47	4.36	4.25	4.14	7
8	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.29	4.20	4.10	4.00	3.89	3.78	3.67	8
9	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.87	3.77	3.67	3.56	3.45	3.33	9
10	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.62	3.52	3.42	3.31	3.20	3.08	10
11	5.26	4.63	4.27	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.43	3.33	3.23	3.12	3.00	2.88	11
12	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.28	3.18	3.07	2.96	2.85	2.72	12
13	4.96	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.15	3.05	2.95	2.84	2.72	2.59	13
14	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.28	3.21	3.15	3.05	2.95	2.84	2.73	2.61	2.49	14
15	4.76	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	2.96	2.86	2.76	2.64	2.52	2.39	15
16	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.89	2.79	2.68	2.57	2.45	2.32	16
17	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.82	2.72	2.62	2.50	2.38	2.25	17
18	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.00	2.93	2.87	2.77	2.67	2.56	2.44	2.32	2.19	18
19	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.72	2.62	2.51	2.39	2.27	2.13	19
20	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.68	2.57	2.46	2.35	2.22	2.08	20
21	4.42	3.82	3.47	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.64	2.53	2.42	2.31	2.18	2.04	21
22	4.38	3.78	3.44	3.21	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.60	2.50	2.39	2.27	2.14	2.00	22
23	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.57	2.47	2.36	2.24	2.11	1.97	23
24	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.54	2.44	2.33	2.21	2.08	1.93	24
25	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.51	2.41	2.30	2.18	2.05	1.91	25
26	4.26	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.49	2.39	2.28	2.16	2.03	1.88	26
27	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.47	2.36	2.25	2.13	2.00	1.85	27
28	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.45	2.34	2.23	2.11	1.98	1.83	28
29	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53	2.43	2.32	2.21	2.09	1.96	1.81	29
30	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.41	2.31	2.19	2.07	1.94	1.79	30
31	4.16	3.57	3.23	3.01	2.85	2.73	2.63	2.56	2.49	2.40	2.29	2.18	2.06	1.92	1.77	31
32	4.15	3.56	3.22	2.99	2.84	2.71	2.62	2.54	2.48	2.38	2.27	2.16	2.04	1.90	1.75	32
33	4.13	3.54	3.20	2.98	2.82	2.70	2.61	2.53	2.47	2.37	2.26	2.15	2.03	1.89	1.73	33
34	4.12	3.53	3.19	2.97	2.81	2.69	2.59	2.52	2.45	2.35	2.25	2.13	2.01	1.87	1.72	34
35	4.11	3.52	3.18	2.96	2.80	2.68	2.58	2.50	2.44	2.34	2.23	2.12	2.00	1.86	1.70	35
36	4.09	3.50	3.17	2.94	2.78	2.66	2.57	2.49	2.43	2.33	2.22	2.11	1.99	1.85	1.69	36
37	4.08	3.49	3.16	2.93	2.77	2.65	2.56	2.48	2.42	2.32	2.21	2.10	1.97	1.84	1.67	37
38	4.07	3.48	3.14	2.92	2.76	2.64	2.55	2.47	2.41	2.31	2.20	2.09	1.96	1.82	1.66	38
39	4.06	3.47	3.13	2.91	2.75	2.63	2.54	2.46	2.40	2.30	2.19	2.08	1.95	1.81	1.65	39
40	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.29	2.18	2.07	1.94	1.80	1.64	40
42	4.03	3.45	3.11	2.89	2.73	2.61	2.51	2.43	2.37	2.27	2.16	2.05	1.92	1.78	1.61	42
44	4.02	3.43	3.09	2.87	2.71	2.59	2.50	2.42	2.35	2.25	2.15	2.03	1.91	1.77	1.60	44
46	4.00	3.41	3.08	2.86	2.70	2.58	2.48	2.40	2.34	2.24	2.13	2.02	1.89	1.75	1.58	46
48	3.99	3.40	3.07	2.84	2.68	2.56	2.47	2.39	2.33	2.23	2.12	2.01	1.88	1.73	1.56	48
50	3.97	3.39	3.05	2.83	2.67	2.55	2.46	2.38	2.32	2.22	2.11	1.99	1.87	1.72	1.54	50
60	3.92	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.17	2.06	1.94	1.81	1.67	1.48	60
80	3.86	3.28	2.95	2.73	2.57	2.45	2.35	2.28	2.21	2.11	2.00	1.88	1.75	1.60	1.40	80
120	3.80	3.23	2.89	2.67	2.51	2.39	2.30	2.22	2.16	2.05	1.94	3.82	1.69	1.53	1.31	120
240	3.75	3.17	2.84	2.62	2.46	2.34	2.24	2.17	2.10	2.00	1.89	1.77	1.63	1.46	1.20	240
∞	3.69	3.12	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05	1.94	1.83	1.71	1.57	1.39	1.00	∞

附表5　F 值表（方差分析用）

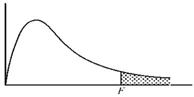


$P=0.05$

$n2'$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	$n2'$
	$n1'$（较大均方的自由度）															
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	245	246	247	248	1
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	2
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.71	8.69	8.67	8.66	3
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.87	5.84	5.82	5.80	4
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.64	4.60	4.58	4.56	5
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.96	3.92	3.90	3.87	6
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.53	3.49	3.47	3.44	7
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.24	3.20	3.17	3.15	8
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.03	2.99	2.96	2.94	9
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.86	2.83	2.80	2.77	10
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.74	2.70	2.67	2.65	11
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.64	2.60	2.57	2.54	12
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.55	2.51	2.48	2.46	13
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.48	2.44	2.41	2.39	14
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.42	2.38	2.35	2.33	15
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.45	2.49	2.42	2.37	2.33	2.30	2.28	16
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.33	2.29	2.26	2.23	17
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.29	2.25	2.22	2.19	18
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.26	2.21	2.18	2.16	19
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.22	2.18	2.15	2.12	20
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.20	2.16	2.12	2.10	21
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.17	2.13	2.10	2.07	22
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.15	2.11	2.07	2.05	23
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.13	2.09	2.05	2.03	24
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.11	2.07	2.04	2.01	25
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.09	2.05	2.02	1.99	26
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.97	27
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.06	2.02	1.99	1.96	28
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.05	2.01	1.97	1.94	29
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.04	1.99	1.96	1.93	30
32	4.15	3.29	2.90	2.67	2.51	2.40	2.31	2.24	2.19	2.14	2.07	2.01	1.97	1.94	1.91	32
34	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.29	2.23	2.17	2.12	2.05	1.99	1.95	1.92	1.89	34
36	4.11	3.26	2.87	2.63	2.48	2.36	2.28	2.21	2.15	2.11	2.03	1.98	1.93	1.90	1.87	36
38	4.10	3.24	2.85	2.62	2.46	2.35	2.26	2.19	2.14	2.09	2.02	1.96	1.92	1.88	1.85	38
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.95	1.90	1.87	1.84	40
42	4.07	3.22	2.83	2.59	2.44	2.32	2.24	2.17	2.11	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86	1.83	42
44	4.06	3.21	2.82	2.58	2.43	2.31	2.23	2.16	2.10	2.05	1.98	1.92	1.88	1.84	1.81	44
46	4.05	3.20	2.81	2.57	2.42	2.30	2.22	2.15	2.09	2.04	1.97	1.91	1.87	1.83	1.80	46
48	4.04	3.19	2.80	2.57	2.41	2.29	2.21	2.14	2.08	2.03	1.96	1.90	1.86	1.82	1.79	48
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.95	1.89	1.85	1.81	1.78	50
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.86	1.82	1.78	1.75	60
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.88	1.82	1.77	1.73	1.70	80
100	3.94	3.08	2.70	2.46	2.31	2.18	2.10	2.03	1.97	1.93	1.85	1.79	1.75	1.71	1.68	100
125	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.08	2.01	1.96	1.91	1.83	1.77	1.72	1.69	1.65	125
150	3.90	3.06	2.66	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.82	1.76	1.71	1.67	1.64	150
200	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.80	1.74	1.69	1.66	1.62	200
300	3.87	3.03	2.63	2.40	2.24	2.13	2.04	1.97	1.91	1.86	1.78	1.72	1.68	1.64	1.61	300
500	3.86	3.01	2.62	2.39	2.23	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.77	1.71	1.66	1.62	1.59	500
1000	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.11	2.02	1.95	1.89	1.84	1.76	1.70	1.65	1.61	1.58	1000
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.69	1.64	1.60	1.57	∞

$P=0.05$ **续表**

$n2'$	$n1'$（较大均方的自由度）															$n2'$
	22	24	26	28	30	35	40	45	50	60	80	100	200	500	∞	
1	249	249	249	250	250	251	251	251	252	252	252	253	254	254	254	1
2	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	2
3	8.65	8.64	8.63	8.62	8.62	8.60	8.59	8.59	8.58	8.57	8.56	8.55	8.54	8.53	8.53	3
4	5.79	5.77	5.76	5.75	5.75	5.73	5.72	5.71	5.70	5.69	5.67	5.66	5.65	5.64	5.63	4
5	4.54	4.53	4.52	4.50	4.50	4.48	4.46	4.45	4.44	4.43	4.41	4.41	4.39	4.37	4.37	5
6	3.86	3.84	3.83	3.82	3.81	3.79	3.77	3.76	3.75	3.74	3.72	3.71	3.69	3.68	3.67	6
7	3.43	3.41	3.40	3.39	3.38	3.36	3.34	3.33	3.32	3.30	3.29	3.27	3.25	3.24	3.23	7
8	3.13	3.12	3.10	3.09	3.08	3.06	3.04	3.03	3.02	3.01	2.99	2.97	2.95	2.94	2.93	8
9	2.92	2.90	2.89	2.87	2.86	2.84	2.83	2.81	2.80	2.79	2.77	2.76	2.73	2.72	2.71	9
10	2.75	2.74	2.72	2.71	2.70	2.68	2.66	2.65	2.64	2.62	2.60	2.59	2.56	2.55	2.54	10
11	2.63	2.61	2.59	2.58	2.57	2.55	2.53	2.52	2.51	2.49	2.47	2.46	2.43	2.42	2.40	11
12	2.52	2.51	2.49	2.48	2.47	2.44	2.43	2.41	2.40	2.38	2.36	2.35	2.32	2.31	2.30	12
13	2.44	2.42	2.41	2.39	2.38	2.36	2.34	2.33	2.31	2.30	2.27	2.26	2.23	2.22	2.21	13
14	2.37	2.35	2.33	2.32	2.31	2.28	2.27	2.25	2.24	2.22	2.20	2.19	2.16	2.14	2.13	14
15	2.31	2.29	2.27	2.26	2.25	2.22	2.20	2.19	2.18	2.16	2.14	2.12	2.10	2.08	2.07	15
16	2.25	2.24	2.22	2.21	2.19	2.17	2.15	2.14	2.12	2.11	2.08	2.07	2.04	2.02	2.01	16
17	2.21	2.19	2.17	2.16	2.15	2.12	2.10	2.09	2.08	2.06	2.03	2.02	1.99	1.97	1.96	17
18	2.17	2.15	2.13	2.12	2.11	2.08	2.06	2.05	2.04	2.02	1.99	1.98	1.95	1.93	1.92	18
19	2.13	2.11	2.10	2.08	2.07	2.05	2.03	2.01	2.00	1.98	1.96	1.94	1.91	1.89	1.88	19
20	2.10	2.08	2.07	2.05	2.04	2.01	1.99	1.98	1.97	1.95	1.92	1.91	1.88	1.86	1.84	20
21	2.07	2.05	2.04	2.02	2.01	1.98	1.96	1.95	1.94	1.92	1.89	1.88	1.84	1.82	1.81	21
22	2.05	2.03	2.01	2.00	1.98	1.96	1.94	1.92	1.91	1.89	1.86	1.85	1.82	1.80	1.78	22
23	2.02	2.00	1.99	1.97	1.96	1.93	1.91	1.90	1.88	1.86	1.84	1.82	1.79	1.77	1.76	23
24	2.00	1.98	1.97	1.95	1.94	1.91	1.89	1.88	1.86	1.84	1.82	1.80	1.77	1.75	1.73	24
25	1.98	1.96	1.95	1.93	1.92	1.89	1.87	1.86	1.84	1.82	1.80	1.78	1.75	1.73	1.71	25
26	1.97	1.95	1.93	1.91	1.90	1.87	1.85	1.84	1.82	1.80	1.78	1.76	1.73	1.71	1.69	26
27	1.95	1.93	1.91	1.90	1.88	1.86	1.84	1.82	1.81	1.79	1.76	1.74	1.71	1.69	1.67	27
28	1.93	1.91	1.90	1.88	1.87	1.84	1.82	1.80	1.79	1.77	1.74	1.73	1.69	1.67	1.65	28
29	1.92	1.90	1.88	1.87	1.85	1.83	1.81	1.79	1.77	1.75	1.73	1.71	1.67	1.65	1.64	29
30	1.91	1.89	1.87	1.85	1.84	1.81	1.79	1.77	1.76	1.74	1.71	1.70	1.66	1.64	1.62	30
32	1.88	1.86	1.85	1.83	1.82	1.79	1.77	1.75	1.74	1.71	1.69	1.67	1.63	1.61	1.50	32
34	1.86	1.84	1.82	1.80	1.80	1.77	1.75	1.73	1.71	1.69	1.66	1.65	1.61	1.59	1.57	34
36	1.85	1.82	1.81	1.79	1.78	1.75	1.73	1.71	1.69	1.67	1.64	1.62	1.59	1.56	1.55	36
38	1.83	1.81	1.79	1.77	1.76	1.73	1.71	1.69	1.68	1.65	1.62	1.61	1.57	1.54	1.53	38
40	1.81	1.79	1.77	1.76	1.74	1.72	1.69	1.67	1.66	1.64	1.61	1.59	1.55	1.53	1.51	40
42	1.80	1.78	1.76	1.74	1.73	1.70	1.68	1.66	1.65	1.62	1.59	1.57	1.53	1.51	1.49	42
44	1.79	1.77	1.75	1.73	1.72	1.69	1.67	1.65	1.63	1.61	1.58	1.56	1.52	1.49	1.48	44
46	1.78	1.76	1.74	1.72	1.71	1.68	1.65	1.64	1.62	1.60	1.57	1.55	1.51	1.48	1.46	46
48	1.77	1.75	1.73	1.71	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.59	1.56	1.54	1.49	1.47	1.45	48
50	1.76	1.74	1.72	1.70	1.69	1.66	1.63	1.61	1.60	1.58	1.54	1.52	1.48	1.46	1.44	50
60	1.72	1.70	1.68	1.66	1.65	1.62	1.59	1.57	1.56	1.53	1.50	1.48	1.44	1.41	1.39	60
80	1.68	1.65	1.63	1.62	1.60	1.57	1.54	1.52	1.51	1.48	1.45	1.43	1.38	1.35	1.32	80
100	1.65	1.63	1.61	1.59	1.57	1.54	1.52	1.49	1.48	1.45	1.41	1.39	1.34	1.31	1.28	100
125	1.63	1.60	1.58	1.57	1.55	1.52	1.49	1.47	1.45	1.42	1.39	1.36	1.31	1.27	1.25	125
150	1.61	1.59	1.57	1.55	1.53	1.50	1.48	1.45	1.44	1.41	1.37	1.34	1.29	1.25	1.22	150
200	1.60	1.57	1.55	1.53	1.52	1.48	1.46	1.43	1.41	1.39	1.35	1.32	1.26	1.22	1.19	200
300	1.58	1.55	1.53	1.51	1.50	1.46	1.43	1.41	1.39	1.36	1.32	1.30	1.23	1.19	1.15	300
500	1.56	1.54	1.52	1.50	1.48	1.45	1.42	1.40	1.38	1.34	1.30	1.28	1.21	1.16	1.11	500
1000	1.55	1.53	1.51	1.49	1.47	1.44	1.41	1.38	1.36	1.33	1.29	1.26	1.19	1.13	1.08	1000
∞	1.54	1.52	1.50	1.48	1.46	1.42	1.39	1.37	1.35	1.32	1.27	1.24	1.17	1.11	1.00	∞



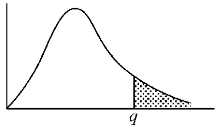
$P=0.01$ **续表**

$n2'$	$n1'$（较大均方的自由度）															$n2'$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16	18	20	
1	4052	5000	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6106	6142	6169	6190	6209	1
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	2
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	26.9	26.8	26.8	26.7	3
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.2	14.2	14.1	14.0	4
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.89	9.77	9.68	9.61	9.55	5
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.60	7.52	7.54	7.40	6
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.36	6.27	6.21	6.16	7
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.56	5.48	5.41	5.36	8
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	5.00	4.92	4.86	4.81	9
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.60	4.52	4.46	4.41	10
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.29	4.21	4.15	4.10	11
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.05	3.97	3.91	3.86	12
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.86	3.78	3.71	3.66	13
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.70	3.62	3.56	3.51	14
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.56	3.49	3.42	3.37	15
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.45	3.37	3.31	3.26	16
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.35	3.27	3.21	3.16	17
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.27	3.19	3.13	3.08	18
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.19	3.12	3.05	3.00	19
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.13	3.05	2.99	2.94	20
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.07	2.99	2.93	2.88	21
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	3.02	2.94	2.88	2.83	22
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.97	2.89	2.83	2.78	23
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.93	2.85	2.79	2.74	24
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.89	2.81	2.75	2.70	25
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	2.96	2.86	2.78	2.72	2.66	26
27	7.68	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.93	2.82	2.75	2.68	2.63	27
28	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.90	2.79	2.72	2.65	2.60	28
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.87	2.77	2.69	2.62	2.57	29
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.74	2.66	2.60	2.55	30
32	7.50	5.34	4.46	3.97	3.65	3.43	3.26	3.13	3.02	2.93	2.80	2.70	2.62	2.55	2.50	32
34	7.44	5.29	4.42	3.93	3.61	3.39	3.22	3.09	2.98	2.89	2.76	2.66	2.58	2.51	2.46	34
36	7.40	5.25	4.38	3.89	3.57	3.35	3.18	3.05	2.95	2.86	2.72	2.62	2.54	2.48	2.43	36
38	7.35	5.21	4.34	3.86	3.54	3.32	3.15	3.02	2.92	2.83	2.69	2.59	2.51	2.45	2.40	38
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.56	2.48	2.42	2.37	40
42	7.28	5.15	4.29	3.80	3.49	3.27	3.10	2.97	2.86	2.78	2.64	2.54	2.46	2.40	2.34	42
44	7.25	5.12	4.26	3.78	3.47	3.24	3.08	2.95	2.84	2.75	2.62	2.52	2.44	2.37	2.32	44
46	7.22	5.10	4.24	3.76	3.44	3.22	3.06	2.93	2.82	2.73	2.60	2.50	2.42	2.35	2.30	46
48	7.20	5.08	4.22	3.74	3.43	3.20	3.04	2.91	2.80	2.72	2.58	2.48	2.40	2.33	2.28	48
50	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.79	2.70	2.56	2.46	2.38	2.32	2.27	50
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.39	2.31	2.25	2.20	60
80	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.42	2.31	2.23	2.17	2.12	80
100	6.90	4.82	3.98	3.51	3.21	2.99	2.82	2.69	2.59	2.50	2.37	2.26	2.19	2.12	2.07	100
125	6.84	4.78	3.94	3.47	3.17	2.95	2.79	2.66	2.55	2.47	2.33	2.23	2.15	2.08	2.03	125
150	6.81	4.75	3.92	3.45	3.14	2.92	2.76	2.63	2.53	2.44	2.31	2.20	2.12	2.06	2.00	150
200	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.27	2.17	2.09	2.02	1.97	200
300	6.72	4.68	3.85	3.38	3.08	2.86	2.70	2.57	2.47	2.38	2.24	2.14	2.06	1.99	1.94	300
500	6.69	4.65	3.82	3.36	3.05	2.84	2.68	2.55	2.44	2.36	2.22	2.12	2.04	1.97	1.92	500
1000	6.66	4.63	3.80	3.34	3.04	2.82	2.66	2.53	2.43	2.34	2.20	2.10	2.02	1.95	1.90	1000
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.08	2.00	1.93	1.88	∞

$P=0.01$ **续表**

$n2'$	$n1'$（较大均方的自由度） 22	24	26	28	30	35	40	45	50	60	80	100	200	500	∞	$n2'$
1	6220	6234	6240	6250	6258	6280	6286	6300	6302	6310	6334	6330	5352	6361	6366	1
2	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	2
3	26.6	26.6	26.6	26.5	26.5	26.5	26.4	26.4	26.4	26.3	26.3	26.2	26.2	26.1	26.1	3
4	14.0	13.9	13.9	13.9	1..8	13.8	13.7	13.7	13.7	13.7	13.6	13.6	13.5	13.5	13.5	4
5	9.51	9.47	9.43	9.40	9.38	9.33	9.29	9.26	9.24	9.20	9.16	9.13	9.08	9.04	9.02	5
6	7.35	7.31	7.28	7.25	7.23	7.18	7.14	7.11	7.09	7.06	7.01	6.99	6.93	6.90	6.88	6
7	6.11	6.07	6.04	6.02	5.99	5.94	5.91	5.88	5.86	5.82	5.78	5.75	5.70	5.76	6.65	7
8	5.32	5.28	5.25	5.22	5.20	5.15	5.12	5.00	5.07	5.03	4.99	4.96	4.91	4.88	4.86	8
9	4.77	4.73	4.07	4.67	4.65	4.60	4.57	4.54	4.52	4.48	4.44	4.42	4.36	4.33	4.31	9
10	4.36	4.33	4.30	4.27	4.25	4.20	4.17	4.14	4.12	4.08	4.04	4.01	3.96	3.93	3.91	10
11	4.06	4.02	5.99	3.96	3.94	3.89	3.86	3.83	3.81	3.78	3.73	3.71	3.66	3.62	3.60	11
12	3.82	3.78	3.75	3.72	3.70	3.65	3.62	3.59	3.57	3.54	3.49	3.47	3.41	3.38	3.36	12
13	3.62	3.59	3.56	3.53	3.51	3.46	3.43	3.40	3.38	3.34	3.30	3.27	3.22	3.19	3.17	13
14	3.46	3.43	2.40	3.37	3.35	3.30	3.27	3.24	3.22	3.18	3.14	3.11	3.06	3.03	3.00	14
15	3.33	3.29	3.26	3.24	3.21	3.17	3.13	3.10	3.08	3.05	3.00	2.98	2.92	2.98	2.87	15
16	3.22	3.18	3.15	3.12	3.10	3.05	3.02	2.99	2.97	2.93	2.89	2.86	2.81	2.78	2.75	16
17	3.12	3.08	3.05	3.03	3.00	2.96	2.92	2.89	2.87	2.83	2.79	2.76	2.71	2.68	2.65	17
18	3.03	3.00	2.97	2.94	2.92	2.87	2.84	2.81	2.78	2.75	2.70	2.68	2.62	2.59	2.57	18
19	2.96	2.92	2.89	2.87	2.84	2.80	2.76	2.73	2.71	2.67	2.63	2.60	2.55	2.51	2.49	19
20	2.90	2.86	2.83	2.80	2.78	2.73	2.69	2.67	2.64	2.61	2.56	2.54	2.48	2.44	2.42	20
21	2.84	2.80	2.77	2.74	2.72	2.67	2.64	2.61	2.58	2.55	2.50	2.48	2.42	2.38	2.36	21
22	2.78	2.75	2.72	2.69	2.67	2.62	2.58	2.55	2.53	2.50	2.45	2.42	2.36	2.33	2.31	22
23	2.74	2.70	2.67	2.64	2.62	2.57	2.54	2.51	2.48	2.45	2.40	2.37	2.32	2.28	2.26	23
24	2.70	2.66	2.63	2.60	2.58	2.53	2.49	2.46	2.44	2.40	2.36	2.33	2.27	2.24	2.21	24
25	2.66	2.62	2.59	2.56	2.54	2.49	2.45	2.42	2.40	2.36	2.32	2.29	2.23	2.19	2.17	25
26	2.62	2.58	2.55	2.53	2.50	2.45	2.42	2.39	2.36	2.33	2.28	2.25	2.19	2.16	2.13	26
27	2.59	2.55	2.52	2.49	2.47	2.42	2.38	2.35	2.33	2.29	2.25	2.22	2.16	2.12	2.10	27
28	2.56	2.52	2.49	2.46	2.44	2.39	2.35	2.32	2.30	2.26	2.22	2.19	2.13	2.09	2.06	28
29	2.53	2.49	2.46	2.44	2.41	2.36	2.33	2.30	2.27	2.23	2.19	2.16	2.10	2.06	2.03	29
30	2.51	2.47	2.44	2.41	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.21	2.16	2.13	2.07	2.03	2.01	30
32	2.46	2.42	2.39	2.36	2.34	2.29	2.25	2.22	2.20	2.16	2.11	2.08	2.02	1.98	1.96	32
34	2.42	2.38	2.35	2.32	2.30	2.25	2.21	2.18	2.16	2.12	2.07	2.04	1.98	1.94	1.91	34
36	2.38	2.35	2.32	2.29	2.26	2.21	2.17	2.14	2.12	2.08	2.03	2.00	1.94	1.90	1.87	36
38	2.35	2.32	2.28	2.26	2.23	2.18	2.14	2.11	2.09	2.05	2.00	1.97	1.90	1.86	1.84	38
40	2.33	2.29	2.26	2.23	2.20	2.15	2.11	2.08	2.06	2.02	1.97	1.94	1.87	1.83	1.80	40
42	2.30	2.26	2.23	2.20	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	1.99	1.94	1.91	1.85	1.80	1.78	42
44	2.28	2.24	2.21	2.18	2.15	2.10	2.06	2.03	2.01	1.97	1.92	1.89	1.82	1.78	1.75	44
46	2.26	2.22	2.19	2.16	2.13	2.08	2.04	2.01	1.99	1.95	1.90	1.86	1.80	1.75	1.73	46
48	2.24	2.20	2.17	2.14	2.12	2.06	2.02	1.99	1.97	1.93	1.88	1.84	1.78	1.73	1.70	48
50	2.22	2.18	2.15	2.12	2.10	2.05	2.01	1.97	1.95	1.91	1.86	1.82	1.76	1.71	1.68	50
60	2.15	2.12	2.08	2.05	2.03	1.98	1.94	1.90	1.88	1.84	1.78	1.75	1.68	1.63	1.60	60
80	2.07	2.03	2.00	1.97	1.94	1.89	1.85	1.81	1.79	1.75	1.69	1.66	1.58	1.53	1.49	80
100	2.02	1.98	1.94	1.92	1.89	1.84	1.80	1.76	1.73	1.69	1.63	1.60	1.52	1.47	1.43	100
125	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85	1.80	1.76	1.72	1.69	1.65	1.59	1.55	1.47	1.41	1.37	125
150	1.96	1.92	1.88	1.85	1.83	1.77	1.73	1.69	1.66	1.62	1.56	1.52	1.43	1.38	1.33	150
200	1.93	1.89	1.85	1.82	1.79	1.74	1.69	1.66	1.63	1.58	1.52	1.48	1.39	1.33	1.28	200
300	1.89	1.85	1.82	1.79	1.76	1.71	1.66	1.62	1.59	1.55	1.48	1.44	1.35	1.28	1.22	300
500	1.87	1.83	1.79	1.76	1.74	1.68	1.63	1.60	1.56	1.52	1.45	1.41	1.31	1.23	1.16	500
1000	1.85	1.81	1.77	1.74	1.72	1.66	1.61	1.57	1.54	1.50	1.43	1.38	1.28	1.19	1.11	1000
∞	1.83	1.79	1.76	1.72	1.70	1.64	1.59	1.55	1.52	1.47	1.40	1.36	1.25	1.15	1.00	∞

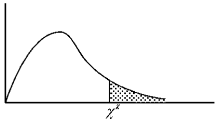
附表6　q 值表



上行：$P=0.05$
下行：$P=0.01$

n'	a（组数）								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	6.99
	5.70	6.98	7.80	8.42	8.91	9.32	9.67	9.97	10.24
6	3.46	4.34	4.90	5.30	5.63	5.90	6.12	6.32	6.49
	5.24	6.33	7.03	7.56	7.97	8.32	8.61	8.87	9.10
7	3.34	4.16	4.68	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00	6.16
	4.95	5.92	6.54	7.01	7.37	7.68	7.94	8.17	8.37
8	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92
	4.75	5.64	6.20	6.62	6.96	7.24	7.47	7.68	7.86
9	3.20	3.95	4.41	4.76	5.02	5.24	5.43	5.59	5.74
	4.60	5.43	5.96	6.35	6.66	6.91	7.13	7.33	7.49
10	3.15	3.88	4.33	4.65	4.91	5.12	5.30	5.46	5.60
	4.48	5.27	5.77	6.14	6.43	6.67	6.87	7.05	7.21
12	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.39
	4.32	5.05	5.50	5.84	6.10	6.32	6.51	6.67	6.81
14	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25
	4.21	4.89	5.32	5.36	5.88	6.08	6.26	6.41	6.54
16	3.00	3.65	4.05	4.33	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15
	4.13	4.79	5.19	5.49	5.72	5.92	6.08	6.22	6.35
18	2.97	3.64	4.00	4.28	4.49	4.67	4.82	4.96	5.07
	4.07	4.70	5.09	5.38	5.60	5.79	5.94	6.08	6.20
20	2.95	3.58	3.96	4.23	4.45	4.62	4.47	4.90	5.01
	4.02	4.64	5.02	5.29	5.51	5.69	5.84	5.97	6.09
30	2.89	3.49	3.85	4.10	4.30	4.46	4.60	4.72	4.82
	3.89	4.45	4.80	5.05	5.24	5.40	5.54	5.65	5.76
40	2.86	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.63	4.73
	3.82	4.37	4.70	4.93	5.11	5.26	5.39	5.50	5.60
60	2.83	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65
	3.76	4.28	4.59	4.82	4.99	5.13	5.25	5.36	5.45
120	2.80	3.36	3.68	3.92	4.10	4.24	4.36	4.47	4.56
	3.70	4.20	4.50	4.71	4.87	5.01	5.12	5.21	5.30
∞	2.77	3.31	3.63	3.86	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47
	3.64	4.12	4.40	4.60	4.76	4.88	4.99	5.08	5.16

附表7　χ^2值表



n'	P												
	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.750	0.500	0.250	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	…	…	…	…	0.02	0.10	0.45	1.32	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	0.58	1.39	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	1.21	2.37	4.11	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	1.92	3.36	5.39	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	2.67	4.35	6.63	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	3.45	5.35	7.84	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	4.25	6.35	9.04	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	5.07	7.34	10.25	13.36	15.51	17.53	20.09	21.98
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.90	8.34	11.39	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.74	9.34	12.55	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	7.58	10.34	13.07	17.28	19.68	21.92	24.72	28.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	8.44	11.34	14.85	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	9.30	12.34	15.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	10.17	13.34	17.12	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.27	7.26	8.55	11.04	14.34	18.25	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.91	15.34	19.37	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	12.79	16.34	20.49	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	13.68	17.34	21.60	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	14.56	18.34	22.72	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	15.45	19.34	23.83	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	16.34	20.34	24.93	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	17.24	21.34	26.04	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	18.14	22.34	27.14	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	19.04	23.34	28.24	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	19.94	24.34	29.34	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	20.84	25.34	30.43	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	21.75	16.34	31.53	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	22.66	27.34	32.62	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	23.57	28.34	33.71	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	24.48	29.34	34.80	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	33.66	39.34	45.62	51.80	55.76	59.34	63.69	66.77
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	42.94	49.33	56.33	63.47	67.50	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	53.29	59.33	66.98	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	61.70	69.33	77.58	85.53	90.53	95.02	100.42	104.22
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	71.14	79.33	88.13	96.58	101.88	106.63	112.33	116.32
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	80.82	89.33	98.64	107.56	113.14	118.14	124.12	128.30
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	90.13	99.33	109.14	118.50	124.34	129.56	135.81	140.17

附表8　符号检验表

$$P(s \leqslant s_a) = \alpha$$

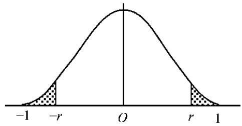
n' \ α	0.01	0.05	0.10	0.25	n' \ α	0.01	0.05	0.10	0.25	n' \ α	0.01	0.05	0.10	0.25	n' \ α	0.01	0.05	0.10	0.25
1					24	5	6	7	8	47	14	16	17	19	69	23	25	27	29
2					25	5	7	7	9	48	14	16	17	19	70	23	26	27	29
3				0	26	6	7	8	9	49	15	17	18	19	71	24	26	28	30
4				0	27	6	7	8	10	50	15	17	18	20	72	24	27	28	30
5			0	0	28	6	8	9	10	51	15	18	19	20	73	25	27	28	31
6		0	0	1	29	7	8	9	10	52	16	18	19	21	74	25	28	29	31
7		0	0	1	30	7	9	10	11	53	16	18	20	21	75	25	28	29	32
8	0	0	1	1	31	7	9	10	11	54	17	19	20	22	76	26	28	30	32
9	0	1	1	2	32	8	9	10	12	55	17	19	20	22	77	26	29	30	32
10	0	1	1	2	33	8	10	11	12	56	17	20	21	23	78	27	29	31	33
11	0	1	2	3	34	9	10	11	13	57	18	20	21	23	79	27	30	31	33
12	1	2	2	3	35	9	11	12	13	58	18	21	22	24	80	28	30	32	34
13	1	2	3	3	36	9	11	12	14	59	19	21	22	24	81	28	31	32	34
14	1	2	3	4	37	10	12	13	14	60	19	21	23	25	82	28	31	33	35
15	2	3	3	4	38	10	12	13	14	61	20	22	23	25	83	29	32	33	35
16	2	3	4	5	39	11	12	13	15	62	20	22	24	25	84	29	32	33	36
17	2	4	4	5	40	11	13	14	15	63	20	23	24	26	85	30	32	34	36
18	3	4	5	6	41	11	13	14	16	64	21	23	24	26	86	30	33	34	37
19	3	4	5	6	42	12	14	15	16	65	21	24	25	27	87	31	33	35	37
20	3	5	5	6	43	12	14	15	17	66	22	24	25	27	88	31	34	35	38
21	4	5	6	7	44	13	15	16	17	67	22	25	26	28	89	31	34	36	38
22	4	5	6	7	45	13	15	16	18	68	22	25	26	28	90	32	35	36	39
23	4	6	7	8	46	13	15	16	18										

附表9　秩和检验表

$$P(T_1 < T < T_2) = 1 - \alpha$$

n_1	n_2	$\alpha=0.025$		$\alpha=0.05$		n_1	n_2	$\alpha=0.025$		$\alpha=0.05$	
		T_1	T_2	T_1	T_2			T_1	T_2	T_1	T_2
2	4			3	11	5	5	18	37	19	36
	5			3	13		6	19	41	20	40
	6	3	15	4	14		7	20	45	22	43
	7	3	17	4	16		8	21	49	23	47
	8	3	19	4	18		9	22	53	25	50
	9	3	21	4	20		10	24	56	26	54
	10	4	22	5	21	6	6	26	52	28	50
3	3			6	15		7	28	56	30	54
	4	6	18	7	17		8	29	61	32	58
	5	6	21	7	20		9	31	65	33	63
	6	7	23	8	22		10	33	69	35	67
	7	8	25	9	24	7	7	37	68	39	66
	8	8	28	9	27		8	39	73	41	71
	9	9	30	10	29		9	41	78	43	76
	10	9	33	11	31		10	43	83	46	80
4	4	11	25	12	24	8	8	49	87	52	84
	5	12	28	13	27		9	51	93	54	90
	6	12	32	14	30		10	54	98	57	95
	7	13	35	15	33	9	9	63	108	66	105
	8	14	38	16	36		10	66	114	69	111
	9	15	41	17	39	10	10	79	131	83	127
	10	16	44	18	42						

附表10 相关系数临界值表



n'										
	$P(2)$：	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
	$P(1)$：	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
1		0.707	0.951	0.988	0.997	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2		0.500	0.800	0.900	0.950	0.980	0.990	0.995	0.998	0.999
3		0.404	0.687	0.805	0.878	0.934	0.959	0.974	0.986	0.991
4		0.347	0.608	0.729	0.811	0.882	0.917	0.942	0.963	0.974
5		0.309	0.551	0.669	0.755	0.833	0.875	0.906	0.935	0.951
6		0.281	0.507	0.621	0.707	0.789	0.834	0.870	0.905	0.925
7		0.260	0.472	0.582	0.666	0.750	0.798	0.836	0.875	0.898
8		0.242	0.443	0.549	0.632	0.715	0.765	0.805	0.847	0.872
9		0.228	0.419	0.521	0.602	0.685	0.735	0.776	0.820	0.847
10		0.216	0.398	0.497	0.576	0.658	0.708	0.750	0.795	0.823
11		0.206	0.380	0.476	0.553	0.634	0.684	0.726	0.772	0.801
12		0.197	0.365	0.457	0.532	0.612	0.661	0.703	0.750	0.780
13		0.189	0.351	0.441	0.514	0.592	0.641	0.683	0.730	0.760
14		0.182	0.338	0.426	0.497	0.574	0.623	0.664	0.711	0.742
15		0.176	0.327	0.412	0.482	0.558	0.606	0.647	0.694	0.725
16		0.170	0.317	0.400	0.468	0.542	0.590	0.631	0.678	0.708
17		0.165	0.308	0.389	0.456	0.529	0.575	0.616	0.662	0.693
18		0.160	0.299	0.378	0.444	0.515	0.561	0.602	0.648	0.679
19		0.156	0.291	0.369	0.433	0.503	0.549	0.589	0.635	0.665
20		0.152	0.284	0.360	0.423	0.492	0.537	0.576	0.622	0.652
21		0.148	0.277	0.352	0.413	0.482	4.526	0.565	0.610	0.640
22		0.145	0.271	0.344	0.404	0.472	0.515	0.554	0.599	0.629
23		0.141	0.265	0.337	0.396	0.462	0.505	0.543	0.588	0.618
24		0.138	0.260	0.330	0.388	0.453	0.496	0.534	0.578	0.607
25		0.136	0.255	0.323	0.381	0.445	0.487	0.524	0.568	0.597
26		0.133	0.250	0.317	0.374	0.437	0.479	0.515	0.559	0.588
27		0.131	0.245	0.311	0.367	0.430	0.471	0.507	0.550	0.579
28		0.128	0.241	0.306	0.361	0.423	0.463	0.499	0.541	0.570
29		0.126	0.237	0.301	0.355	0.416	0.456	0.491	0.533	0.562
30		0.124	0.233	0.296	0.349	0.409	0.449	0.484	0.526	0.554
31		0.122	0.229	0.291	0.344	0.403	0.442	0.477	0.518	0.546
32		0.120	0.225	0.287	0.339	0.397	0.436	0.470	0.511	0.539
33		0.118	0.222	0.283	0.334	0.392	0.430	0.464	0.504	0.532
34		0.116	0.219	0.279	0.329	0.386	0.424	0.458	0.498	0.525
35		0.115	0.216	0.275	0.325	0.381	0.418	0.452	0.492	0.519
36		0.113	0.213	0.271	0.320	0.376	0.413	0.446	0.486	0.513
37		0.111	0.210	0.267	0.316	0.371	0.408	0.441	0.480	0.507
38		0.110	0.207	0.264	0.312	0.367	0.403	0.435	0.474	0.501
39		0.108	0.204	0.261	0.308	0.362	0.398	0.430	0.469	0.495
40		0.107	0.2020	0.257	0.304	0.358	0.393	0.425	0.463	0.490
41		0.106	0.199	0.254	0.301	0.354	0.389	0.420	0.458	0.484
42		0.104	0.197	0.251	0.297	0.350	0.384	0.416	0.453	0.479
43		0.103	0.195	0.248	0.294	0.346	0.380	0.411	0.449	0.474
44		0.102	0.192	0.246	0.291	0.342	0.376	0.407	0.444	0.469
45		0.101	0.190	0.243	0.288	0.338	0.372	0.403	0.439	0.465
46		0.100	0.188	0.240	0.285	0.335	0.368	0.399	0.435	0.460
47		0.099	0.186	0.238	0.282	0.331	0.365	0.395	0.431	0.456
48		0.098	0.184	0.235	0.279	0.328	0.361	0.391	0.427	0.451
49		0.097	0.182	0.233	0.276	0.325	0.358	0.387	0.423	0.447
50		0.096	0.181	0.231	0.273	0.322	0.354	0.384	0.419	0.443

n'	P(2)： P(1)：	0.50 0.25	0.20 0.10	0.10 0.05	0.05 0.025	0.02 0.01	0.01 0.005	0.005 0.0025	0.002 0.001	0.001 0.0005
52		0.094	0.177	0.226	0.268	0.316	0.348	0.377	0.411	0.435
54		0.092	0.174	0.222	0.263	0.310	0.341	0.370	0.404	0.428
56		0.090	0.171	0.218	0.259	0.305	0.336	0.364	0.398	0.421
58		0.089	0.168	0.214	0.254	0.300	0.330	0.358	0.391	0.414
60		0.087	0.165	0.211	0.250	0.295	0.325	0.352	0.385	0.408
62		0.086	0.162	0.207	0.246	0.290	0.320	0.347	0.379	0.402
64		0.084	0.160	0.204	0.242	0.286	0.315	0.342	0.374	0.396
66		0.083	0.157	0.201	0.239	0.282	0.310	0.337	0.368	0.390
68		0.082	0.155	0.198	0.235	0.278	0.306	0.332	0.363	0.385
70		0.081	0.153	0.195	0.232	0.274	0.302	0.327	0.358	0.380
72		0.080	0.151	0.193	0.229	0.270	0.298	0.323	0.354	0.375
74		0.079	0.149	0.190	0.226	0.266	0.294	0.319	0.349	0.370
76		0.078	0.147	0.188	0.223	0.263	0.290	0.315	0.345	0.365
78		0.077	0.145	0.185	0.220	0.260	0.286	0.311	0.340	0.361
80		0.076	0.143	0.183	0.217	0.257	0.283	0.307	0.336	0.357
82		0.075	0.141	0.181	0.215	0.253	0.280	0.304	0.333	0.328
84		0.074	0.140	0.179	0.212	0.251	0.276	0.300	0.329	0.349
86		0.073	0.138	0.177	0.210	0.248	0.273	0.297	0.325	0.345
88		0.072	0.136	0.174	0.207	0.245	0.270	0.293	0.321	0.341
90		0.071	0.135	0.173	0.205	0.242	0.267	0.290	0.318	0.338
92		0.070	0.133	0.171	0.203	0.240	0.264	0.287	0.315	0.334
94		0.070	0.132	0.169	0.201	0.237	0.262	0.284	0.312	0.331
96		0.069	0.131	0.167	0.199	0.235	0.259	0.288	0.308	0.327
98		0.068	0.129	0.165	0.197	0.232	0.256	0.279	0.305	0.324
100		0.068	0.128	0.164	0.195	0.230	0.254	0.276	0.303	0.321
105		0.066	0.125	0.160	0.190	0.225	0.248	0.270	0.296	0.314
110		0.064	0.122	0.156	0.186	0.220	0.242	0.264	0.289	0.307
115		0.063	0.119	0.153	0.182	0.215	0.237	0.258	0.283	0.300
120		0.062	0.117	0.150	0.178	0.210	0.232	0.253	0.277	0.294
125		0.060	0.114	0.147	0.174	0.206	0.228	0.248	0.272	0.289
130		0.059	0.112	0.144	0.171	0.202	0.223	0.243	0.267	0.283
135		0.058	0.110	0.141	0.168	0.199	0.219	0.239	0.262	0.278
140		0.057	0.108	0.139	0.165	0.195	0.215	0.234	0.257	0.273
145		0.056	0.106	0.136	0.162	0.192	0.212	0.230	0.253	0.259
150		0.055	0.105	0.134	0.159	0.189	0.208	0.227	0.249	0.264
160		0.053	0.101	0.130	0.154	0.183	0.202	0.220	0.241	0.256
170		0.052	0.098	0.126	0.150	0.177	0.196	0.213	0.234	0.249
180		0.050	0.095	0.122	0.145	0.172	0.190	0.207	0.228	0.242
190		0.049	0.093	0.119	0.142	0.168	0.185	0.202	0.222	0.236
200		0.048	0.091	0.116	0.033	0.164	0.181	0.197	0.216	0.230
250		0.043	0.081	0.104	0.124	0.146	0.162	0.176	0.194	0.206
300		0.039	0.074	0.095	0.113	0.134	0.148	0.161	0.177	0.188
350		0.036	0.068	0.086	0.105	0.124	0.137	0.149	0.164	0.175
400		0.034	0.064	0.082	0.098	0.116	0.128	0.140	0.154	0.164
450		0.032	0.060	0.077	0.092	0.109	0.121	0.132	0.145	0.154
500		0.030	0.057	0.074	0.088	0.104	0.115	0.125	0.138	0.146
600		0.028	0.052	0.067	0.080	0.095	0.105	0.114	0.126	0.134
700		0.026	0.048	0.062	0.074	0.088	0.097	0.106	0.116	0.124
800		0.024	0.045	0.058	0.069	0.082	0.091	0.099	0.109	0.116
900		0.022	0.043	0.056	0.065	0.077	0.086	0.093	0.103	0.109
1000		0.021	0.041	0.052	0.062	0.073	0.081	0.089	0.098	0.104

附表11　等级相关系数临界值表

n'	$P(2)$：	0.50	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
	$P(1)$：	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
4		0.600	1.000	1.000						
5		0.500	0.800	0.900	1.000	1.000				
6		0.371	0.657	0.829	0.886	0.943	1.000	1.000		
7		0.321	0.571	0.714	0.786	0.893	0.929	0.964	1.000	1.000
8		0.310	0.524	0.643	0.738	0.833	0.881	0.905	0.952	0.976
9		0.267	0.483	0.600	0.700	0.783	0.833	0.867	0.917	0.933
10		0.248	0.455	0.564	0.648	0.745	0.794	0.830	0.879	0.903
11		0.236	0.427	0.536	0.618	0.709	0.755	0.800	0.845	0.873
12		0.217	0.406	0.503	0.587	0.678	0.727	0.769	0.818	0.846
13		0.209	0.385	0.484	0.560	0.648	0.703	0.747	0.791	0.824
14		0.200	0.367	0.464	0.538	0.626	0.679	0.723	0.771	0.802
15		0.189	0.354	0.446	0.521	0.604	0.654	0.700	0.750	0.779
16		0.182	0.341	0.429	0.500	0.582	0.635	0.679	0.729	0.762
17		0.176	0.328	0.414	3.485	0.566	0.615	0.626	0.713	0.748
18		0.170	0.317	0.401	0.472	0.550	0.600	0.643	0.695	0.728
19		0.165	0.309	0.391	0.460	0.535	0.584	0.628	0.677	0.712
20		0.161	0.299	0.380	0.447	0.520	0.570	0.612	0.662	0.696
21		0.156	0.292	0.370	0.435	0.508	0.556	0.599	0.648	0.681
22		0.152	0.284	0.361	0.425	0.496	0.544	0.586	0.634	0.667
23		0.148	0.278	0.353	0.415	0.486	0.532	0.573	0.622	0.654
24		0.144	0.271	0.344	0.406	0.476	0.521	0.562	0.610	0.642
25		0.142	0.265	0.337	0.398	0.466	0.511	0.551	0.598	0.630
26		0.138	0.259	0.331	0.390	0.457	0.501	0.541	0.587	0.619
27		0.136	0.255	0.324	0.382	0.448	0.491	0.531	0.577	0.608
28		0.133	0.250	0.317	0.375	0.440	0.483	0.522	0.567	0.598
29		0.130	0.245	0.312	0.368	0.433	0.475	0.513	0.558	0.589
30		0.128	0.240	0.306	0.362	0.425	0.467	0.504	0.549	0.580
31		0.126	0.236	0.301	0.356	0.418	0.459	0.496	0.541	0.571
32		0.124	0.232	0.296	0.350	0.412	0.452	0.489	0.533	0.563
33		0.121	0.229	0.291	0.345	0.405	0.446	0.482	0.525	0.554
34		0.120	0.225	0.287	0.340	0.399	0.439	0.475	0.517	0.547
35		0.118	0.222	0.283	0.335	0.394	0.433	0.468	0.510	0.539
36		0.116	0.219	0.279	0.330	0.388	0.427	0.462	0.504	0.533
37		0.114	0.216	0.275	0.325	0.383	0.421	0.456	0.497	0.526
38		0.113	0.212	0.271	0.321	0.378	0.415	0.450	0.491	0.519
39		0.111	0.210	0.267	0.317	0.373	0.410	0.444	0.485	0.513
40		0.110	0.207	0.264	0.313	0.368	0.405	0.439	0.479	0.507
41		0.108	0.204	0.261	0.309	0.364	0.400	0.433	0.473	0.501
42		0.107	0.202	0.257	0.305	0.359	0.395	0.428	0.468	0.495
43		0.105	0.199	0.254	0.301	0.355	0.391	0.423	0.463	0.490
44		0.104	0.197	0.251	0.298	0.351	0.386	0.419	0.458	0.484
45		0.103	0.194	0.248	0.294	0.347	0.382	0.414	0.453	0.479
46		0.102	0.192	0.246	0.291	0.343	0.378	0.410	0.448	0.474
47		0.101	0.190	0.243	0.288	0.340	0.374	0.405	0.443	0.469
48		0.100	0.188	0.240	0.285	0.336	0.370	0.401	0.439	0.465
49		0.098	0.186	0.238	0.282	0.333	0.396	0.397	0.434	0.460
50		0.097	0.184	0.235	0.279	0.329	0.363	0.393	0.430	0.456

参考文献

1. 徐项起，徐迪生. 体育统计方法. 北京：人民体育出版社，1981.
2. 高等师院校体育学科《体育统计》教材编写组. 体育统计. 试用教材，1984.
3. 戎家增. 体育统计学. 广州：中山大学出版社，1990.
4. 体育统计. 北京：人民体育出版社，1991.