新世纪全国名牌大学附中
名师为你家教

· 初 一 数 学 ·

许荣阜　林　愚　吴永美 编

东 方 出 版 中 心

内 容 提 要

目前，邀请富有教学经验的教师担任家教已成为全社会的普遍需求，但客观上没有如此多的名师能出任此项工作。为此，我们推出《新世纪全国名牌大学附中名师为你家教》这套丛书，本书是其中的一种。

本书依据现行教学大纲及教材，为初一学生及有关教师、家长（包括家教老师）提供高质量的家教用书，讲解初一数学的基本知识和解题技能，能使学生掌握正确、有效的学习方法，并提供复习、应考指导。全书分 50 讲，每讲均设有：1.“学习要点”。极为精要地概括这一部分的学习和应考内容；2.“家教点窍”。从家教的角度，对上述内容作“点窍”性质的阐述，有知识的介绍，重点、难点的分析，学习、复习方法的指点；3.“典型例题”。选择最典型、最能体现学习、应考目标的例题作讲解和评析；4.“强化训练”。精选最典型、最能训练学习、应考能力的一批习题，题型灵活多样，既有坡度，又有一定的难度。若干讲后设“阶段测试”，期中、期末设“综合训练”（相当于模拟试卷），书末并附有全部习题答案、提示或简要解题过程。本书体现了名校名师的教学经验和卓有成效的训练、复习方法，利教便学，精要实用，特别便于学生、家长及教师（包括家教老师）使用。一册在手，等于请了一位名师担任家教。

新世纪全国名牌大学附中(附小)
名师为你家教编委会

编 写 说 明

望子成龙，望女成凤，当前家教成风，“家教热”持续升温。据抽样调查，某校高三学生85%以上请家教，初三学生90%以上请家教。有些学生语、数、英三门学科都请家教，有些学生则连其他一些学科也请家教。学生的双休日几乎成了“家教日”，就连平时也要安排若干时间由家教老师补课。更有甚者，家教还扩展到非毕业班，如小学三、四年级，初中一、二年级，高中一、二年级，都有不少学生请家教。

面对如此火爆的家教现象，我们亦喜亦忧。喜的是：经历了“十年动乱”的中国人民，终于认识到“科教兴国”的意义，对子女的教育越来越多地倾注巨大的热情；忧的是：目前的家教存在诸多问题：1. 缺少优秀的教师。有些家教老师水平不高，缺乏经验，敷衍了事，既辜负了家长们的拳拳之心，又浪费了莘莘学子的宝贵时光；2. 缺少合适的教材。家教需要在教科书之外另找辅助教材，老师们忙于日常教务，只能匆忙应付，复印一些习题资料应急，费时费力，又难保证质量；3. 缺少科学的安排。一年或半年的家教，应当通盘考虑，全面而科学地设计每星期的复习内容，但教师们限于个人的精力，难于精心编拟教学进度，影响了家教的效率。

为了解决家教中普遍存在的“三缺少”问题，我们于1999年初组织全国十余所名校的教师，编写了《新世纪全国名牌大学附中（附小）名师为你家教》丛书，包括13种书：高中毕业班语、数、英、理、化共5种，初中毕业班语、数、英、理、化共5种，小学毕业班语、数、英共3种。整套书于当年8月全部出版，首次印刷1.5万套，于3个月内基本售罄，受到广大师生的好评。许多读者来电、来函，希望得到非毕业班的家教书。为此，我们组织编写了第二套《新世纪全国名牌大学附中名师为你家教》丛书，包括9种书：高二语、数、英、理、化共5种，初二语、数、英、理共4种。第二套书也受到了教师和家长的好评。现在推出的是第三套《新世纪全国名牌大学附中（附小）名师为你家教》丛书，包括12种书：高一语、数、英、理、化共5种，初一语、数、英共3种，小学三年级语、数及四年级语、数共4种。整套书体现如下四个特点：

1. 目的性明确。充分体现了“名师”的经验，体现了我国一大批名牌大学附中（附小）长期积累的指导学生复习应考的“看家本领”，使家教立足于高起点，获得高效率。编写时，力求紧扣教学大纲和考试要求，梳理应考内容，指导应考方法，训练应考能力，家教的目的性十分明确。

2. 覆盖面完整。各册书分别包括各年段、各学科所需的全部知识及能力，但并不平施力量，做到：内容全面，突出重点，明确难点，详略得当。

3. 系统性突出。每册书的框架，由编委会会同作者精心设计，科学编排，根据各学科内在的知识结构，根据学生接受知识的客观规律，一般分成50讲。有些品种根据教材实际情况，适当减少为40讲。每讲之间，衔接紧密，排列恰当，由浅入深，由简至繁。若干讲后，设“阶段测试”；期中期末，设“综合训练”，做到系统复习，科学训练。

4．可操作性强。编写本书的作者，都有丰富的家教经验。各册书中，每讲的内容相对完整，便于家教老师据此作两课时左右的讲解及训练。各册书对重点部分作必要反复，对难点部分作必要分解，对能力部分（如语文的写作能力，数理化的解题能力等）作交叉训练，对非重点内容点到为止。每讲均设"学习要点"、"家教点窍"、"典型例题"、"强化训练"等栏目，以"强化训练"为主体。这样的编排充分体现了家教应有的程序，有很强的可操作性。

上述几条，形成了本书独特的优点：

可供教师作为方便实用的家教用书；

可供学生作为无师自通的自习用书；

可供家长作为指导子女的辅导用书。

真可谓"一书在手，家教不愁"。

欢迎广大读者多提宝贵意见，以使本书日臻完善。

目　　录

第 一 阶 段

第1讲　代数式、列代数式

［学习要点］

1. 代数式的概念；2. 列代数式。

［家教点窍］

1. 掌握代数式的特征以正确理解代数式的概念，字母是表示数的，而代数式也表示数，所以数的运算定律也适用于代数式。

2. 正确理解问题中的数量关系和运算顺序是列代数式的关键。

［典型例题］

例1　大米每千克售价 a 元，面粉每千克售价 b 元，买 30 千克大米，6 千克面粉，一共需要多少元？

解　30 千克大米需要 $30a$ 元，6 千克面粉需要 $6b$ 元，一共需要 $(30a+6b)$ 元。

例2　m 亩地，亩产水稻 x 千克；n 亩地，亩产水稻 y 千克，这些地水稻的平均亩产量是多少千克？

解　m 亩地共产水稻 mx 千克，n 亩地共产水稻 ny 千克，两块地共产水稻为 $(mx+ny)$ 千克，而这些地水稻的平均产量为 $\frac{mx+ny}{m+n}$ 千克。

说明　在代数式中出现乘号，通常简写作"·"或省略不写，如 $30\times a$ 写成 $30\cdot a$ 或 $30a$，把数字写在字母的前面。若出现除法运算时，一般地写成分数的形式，如 $(mx+ny)\div(m+n)$，写作$\frac{mx+ny}{m+n}$。若式子后面有单位时，如 $30a+6b$，要加括号$(30a+6b)$元，写成 $30a+6b$ 元就不对了。

例3　说出下列代数式的意义：

(1) $x-y^2$；　(2) x^2-y^2；　(3) $(x-y)^2$；

(4) $\frac{1}{x+1}$；　(5) $\frac{4}{7}(x+y)-2$；　(6) $\frac{(x-y)^3}{m}$。

解　(1) x 与 y 的平方的差；　(2) x、y 的平方差；

(3) x 与 y 的差的平方；　(4) 1 除以 x 与 1 的和的商；

(5) x 与 y 和的$\frac{4}{7}$减去 2 的差；　(6) x 与 y 差的立方除以 m 的商。

说明　"说出下列代数式的意义"就是把符号语言翻译成文字语言。在翻译时，运算顺序应按"先算先读，后算后读"。

例4　用代数式表示：

(1) a 与 b 的和的 2 倍；

（2）a 与 b 的差乘以比 a 与 b 的和小 1 的数；

（3）与 x^2 的平方的和为 13 的数；

（4）设甲数为 x、乙数为 y，用代数式表示：甲数的 $\frac{1}{3}$ 与乙数的和除甲数与乙数的 $\frac{1}{2}$ 的差。

解　（1）$2(a+b)$；　　（2）$(a-b)(a+b-1)$；

（3）$13-(x^2)^2$；　　（4）$\dfrac{x-\frac{1}{2}y}{\frac{1}{3}x+y}$ 或 $\left(x-\frac{1}{2}y\right)\div\left(\frac{1}{3}x+y\right)$。

说明　若先读低级运算，后读高级运算，则必须加括号。若先读高级运算，后读低级运算，则不必加括号。表示同级运算时，一般是先读的先写。应抓住“的”字，逐步分清运算顺序。

［强化训练］

1. 填空：

（1）A、B 两地相距 400 千米，汽车每小时行 v 千米，从 A 到 B 需______小时。如果要提前 40 分钟到达，那么车速必须是______千米/时。

（2）甲、乙两车分别用 72 千米/时、60 千米/时的速度从相距 s 千米的两地相向而行（$s>144$ 千米）。

① 若甲、乙同时出发，则______小时相遇。

② 若甲先行 2 小时，则乙车开出______小时后，两车相遇。

③ 若甲车先行 2 千米，则乙车开出______小时后，两车相遇。

（3）船在静水中速度为 x 千米/时，水流速度为 2 千米/时（$x>2$）。若 A、B 两地相距 600 千米，这段路顺水而行需______小时，逆流而行需______小时。

2. 读下列各代数式：

（1）$4(m+n)$；　　（2）$4m+n$；　　（3）$\left(\frac{m-n}{2}\right)^2$；

（4）$\frac{(m-n)^2}{2}$；　　（5）$\frac{2mn}{m-n}$；　　（6）$(m-n)(m+n)$。

3. 列代数式：

（1）一个两位数，个位上的数是 6，十位上的数是 a，这个两位数是______

（2）个位上的数是 a，十位上的数是个位上的数的 2 倍少 3 的两位数是______

（3）如果 x 是一个三位数，现在把数字 4 放在它的右边，得到一个四位数，这个四位数是______

（4）x 的 2 倍与 y 的平方的和，乘以 x 平方的 7 倍与 y 的倒数的差的积是______

（5）“我像你这么大时，你才 a 岁；你到我这么大时，我就 b 岁。”现在“我”的岁数为______，“你”的岁数为______

第2讲　求代数式的值、公式

［学习要点］

1. 正确求出代数式的值；2. 应用公式解简单的实际问题。

［家教点窍］

求代数式的值时，要联系列代数式的有关知识，加深对问题中的数量关系和运算顺序的理解，以正确求出代数式的值，其方法是：“先代入，再计算。”用公式进行计算之前，先把公式进行变形，以已知的部分的代数式表示出所求的字母，再代入计算，注意单位要一致。

［典型例题］

例1　已知 $a=2$，$b=\frac{3}{2}$，$c=3$，求下列各代数式的值：

（1）$a^2+2ab+b^2$；　　（2）$a^2+b^2+c^2-\frac{1}{2}abc$；

（3）$\dfrac{c}{ab-\frac{1}{3}c}$；　　（4）$\frac{a}{2b}-\frac{1}{c}$。

解　（1）当 $a=2$、$b=\frac{3}{2}$ 时，

原式 $=2^2+2\times2\times\frac{3}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2=4+6+\frac{9}{4}=12\frac{1}{4}$。

（2）当 $a=2$，$b=\frac{3}{2}$，$c=3$ 时，

原式 $=2^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2+3^2-\frac{1}{2}\times2\times\frac{3}{2}\times3=4+\frac{9}{4}+9-\frac{9}{2}=10\frac{3}{4}$。

（3）当 $a=2$，$b=\frac{3}{2}$，$c=3$ 时，

原式 $=\dfrac{3}{2\times\frac{3}{2}-\frac{1}{3}\times3}=\dfrac{3}{3-1}=\dfrac{3}{2}$。

（4）当 $a=2$，$b=\frac{3}{2}$，$c=3$ 时，

原式 $=\dfrac{2}{2\times\frac{3}{2}}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}$。

说明　用数值代入时，原式中的已知数运算符号都不改变，书写格式必须写成“当……时”，表示这个代数式的值是在这个条件下求得的。原代数式中省略的乘号，代入数值时必须添上乘号。用分数代替字母，计算平方时，必须加括号。

例 2 已知拦水坝的横断面是一个梯形，坝顶宽 $a=3m$，坝底宽 $b=14m$，面积 $S=34m^2$，求坝的高度 h。

解 梯形面积公式 $S=\frac{1}{2}(a+b)\cdot h$，，$h=\frac{2S}{a+b}$。

当 $a=3$，$b=14$，$S=34$ 时，

$$h=\frac{2S}{a+b}=\frac{2\times 34}{3+14}=\frac{2\times 34}{17}=4(m)。$$

答 拦水坝的高为 4m。

说明 把梯形面积公式 $S=\frac{1}{2}(a+b)\cdot h$ 变形，用已知部分表示未知部分，再代入计算，计算过程不写单位，结果写单位，并用括号括起来。

例 3 测得某弹簧的长度 y 与所挂重物 x 的关系有下列一组数据（该弹簧所挂重物最重不超过 15 千克）：

x（千克）	0	1	2	3	4	5	6	…
y（厘米）	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	…

（1）试写出弹簧的长度 y 用所挂重物 x 表示的公式；

（2）计算当 $x=10$ 千克和 $x=12$ 千克时弹簧的长度。

解 （1）由表格可知 $y=0.5x+5$（$x\leqslant 15$）。

（2）当 $x=10$ 千克时，$y=0.5\times 10+5=10$（厘米）；

当 $x=12$ 千克时，$y=0.5\times 12+5=11$（厘米）。

说明 通过学生观察分析所给的数据，发现其中隐含的内在关系，并总结归纳出两个数量之间的关系式。

[强化训练]

1. 求下列代数式的值：

（1）当 $a=\frac{2}{3}$、$b=\frac{2}{9}$ 时，求代数式 $a^2-\frac{b^2}{a}$ 的值。

（2）当 $a=2$、$b=\frac{2}{3}$ 时，求代数式 a^2+3b^2-2ab 的值。

（3）当 $x=1$、$y=3$、$z=6$ 时，求代数式 $\frac{2z-5x}{x+y}$ 的值。

（4）当 $x=\frac{1}{2}$、$y=\frac{1}{4}$ 时，求代数式 $x+\frac{4y^2}{x+2y}$ 的值。

2. 甲乙两地相距 s 千米，一辆汽车以每小时 v 千米的速度从甲地开往乙地用了 t 小时，

（1）用 v、t 的代数式表示路程 s；

（2）当 $v=30$ 千米 / 时，$t=40$ 分钟，求 s。

3. 在沪宁高速公路上，汽车从距离南京 10 千米处开出，以每小时 v 千米的速度向上海行驶。

（1）写出汽车行驶 t 小时后离开南京的距离 s 的公式；

（2）利用公式，求出当 $v=80$，$t=1.5$ 时，汽车离开南京的距离 s。

4. 百货商店进了一批花布，出售时要在进价的基础上加一定的利润。若其数量 x 与售价 y 如下表所示：

数量 x(米)	1	2	3	4	…
售价 y(元)	8 + 0.3	16 + 0.6	24 + 0.9	32 + 1.2	…

请用数量 x 的代数式表示 y 的公式。

第3讲　简 易 方 程

［学习要点］

1. 方程概念及简易方程的解法；2. 列简易方程解应用题。

［家教点窍］

1. “解方程”是指求方程的解的过程；“方程的解”是指能使方程左、右两边的值相等的未知数的值。这是不同的两个概念。

2. 解简易方程的基本方法是：(1) 方程两边都加上（或减去）同一个适当的数；(2) 方程两边都乘以（或除以）同一个适当的数。(1) 中这个适当的数是使方程一边为某一个未知数，另一边是数字；(2) 中的适当的数应使方程左边只含数字为 1 的未知数，从而求得方程的解。显然，这个“适当的数”不应该是零。

3. 列简易方程解应用题的关键是正确理解题意中的数量关系，如和、差、积、商与大、小、多、少、倍、几分之几等词语的意义，来建立代数式之间的相等关系。

［典型例题］

例1　解下列方程：

（1）$3-\frac{1}{3}x=2\frac{1}{2}$；　　（2）$2.3=0.2x-0.1$；

（3）$\frac{1}{3}x-2=5-\frac{1}{4}x$；　　（4）$\frac{5x}{12}-\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$。

解　（1）方程两边都加上$\frac{1}{3}x$，得 $3=2\frac{1}{2}+\frac{1}{3}x$。

方程两边都减去 $2\frac{1}{2}$，得 $3-2\frac{1}{2}=\frac{1}{3}x$，

即 $\frac{1}{3}x=\frac{1}{2}$。

方程两边都乘以 3，得 $x=\frac{3}{2}$。

（2）方程两边都加上 0.1，得 $2.4=0.2x$。

方程两边都除以 0.2，得 $x = 12$。

（3）方程两边都加上$\frac{1}{4}x$，得 $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x - 2 = 5$。

方程两边都加上 2，得 $\frac{7}{12}x = 5 + 2$，

即 $\frac{7}{12}x = 7$。

方程两边都除以$\frac{7}{12}$，得 $x = 12$。

（4）方程两边都加上$\frac{1}{3}$，得 $\frac{5x}{12} = \frac{7}{12}$。

方程两边都除以$\frac{5}{12}$，得 $x = \frac{7}{5}$。

说明　要检验某一个未知数的值是否是方程的解，只要把这个值代入原方程。若左、右两边的值相等，它就是方程的解，否则就不是方程的解。

例 2　甲、乙两人从相距 30 米的两地同向而行，甲每秒走 7 米，乙每秒走 6.5 米，如果甲先出发 1 秒钟后，乙才出发，求甲出发后几秒钟追上乙？

解　设甲出发后 x 秒追上乙，根据题意，得

$$7x = 6.5(x - 1) + 30。$$

解这个方程，得 $x = 47$（秒）。

答　甲出发后 47 秒追上乙。

说明　等量关系式是，甲走的路程 = 乙走的路程 + 30 米。

例 3　一项工作，甲单独做 20 天完成，乙单独做 12 天完成。现在甲先单独做 4 天，剩下的工作由甲、乙两人合做，问两人合做多少天才能完成全部工作？

解　设甲、乙两人合做 x 天才能完成全部工作，根据题意，得 $\frac{1}{20} \times 4 + \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{12}\right)x = 1$。

解这个方程，得 $x = 6$（天）。

答　甲、乙两人合做 6 天才能完成全部工作。

说明　等量关系式是　工作量 = 工作效率 × 工作时间。

［强化训练］

1. 解下列方程：

（1）$4\frac{1}{2} = \frac{1}{2}x + 1$；　　（2）$\frac{1}{3}x - 2 = 5 - \frac{1}{4}x$；

（3）$\frac{1}{3}y + 1\frac{5}{8} = 2\frac{15}{16}$；　　（4）$\frac{1}{2}y - 3 = \frac{1}{3}y + 1$。

2. 在下列各方程的后面的括号内，分别给出了一组数，从中找出方程的解：

（1）$17 - 3x = 5$　　（1，2，3，4）；

（2）$\frac{1}{3}x - 8 = x - 10$　　（1，3，5，7）；

(3) $0.92 = 2 - 3x$ （0.12，0.24，0.36，0.48）；

(4) $\frac{1}{3}x - 2 = 5 - \frac{1}{4}x$ （12，15，18，21）。

3. **填空：**

（1）一个数为 x，它的$\frac{1}{3}$加上$\frac{5}{6}$恰好等于 1，列出方程是______

（2）一根竹竿锯掉三分之一后，长 2.5 米，求这根竹竿原来的长度。若设原长为 x 米，列出的方程是______

（3）甲、乙两人在周长为 400 米的环形跑道上跑步，乙在甲前面 100 米，甲的速度为 8 米/秒，乙的速度为 6 米/秒。设甲用 x 秒钟追上乙，则列出的方程是______

（4）在自然数中，满足条件 $x + y = 4$ 的整数对共有____对，它们是________________

4. **列方程解应用题：**

（1）某同学登山运动时，上山用了 35 分钟，休息后并沿原路下山，下山的速度比上山速度加快$\frac{2}{5}$。问这个同学下山要多少分钟？

（2）甲乙两人在 400 米的环形跑道上练习长跑，同时从同一起点出发，甲的速度是 6 米/秒，乙的速度是 4 米/秒。乙跑几圈后，甲可超过乙一圈？

第 二 阶 段

第4讲 正数和负数

[学习要点]

1. 正数、负数的概念，有理数的意义。

2. 0的意义，数0在有理数分类中的作用，理解分类思想。

[家教点窍]

1. 为了表示具有相反意义的量，明确一种意义的量为正的，它的相反意义的量即为负的，这样才能说明各种数量的实际含义。

2. 零既不是正数，又不是负数。零是正数和负数之间的界限，是唯一的中性数。

[典型例题]

例1 如果向东走100米，记作100米，向西走60米，记作-60米，那么下列各数分别表示什么意义的量？

(1) +75米 (2) 45米 (3) -600米 (4) 0米

解 由题意知：向东走的方向规定为正的，故

(1) +75米，表示向东走75米；

(2) 45米，表示向东走45米(省略正号)；

(3) -600米，表示向西走600米；

(4) 0米，表示没有走，即既没有向东走，也没有向西走。

例2 把下列各数填在相应的大括号内：26，$-\frac{1}{3}$，5.4，-11，$-2\frac{3}{4}$，0.01，-3.14，0，7，$\frac{5}{8}$。

正数集合 { …}；负数集合 { …}；

正分数集合 { …}；负分数集合 { …}；

整数集合 { …}；分数集合 { …}；

有理数集合 { …}。

解 正数集合 $\left\{26, 5.4, 0.01, 7, \frac{5}{8}\right\}$；负数集合 $\left\{-\frac{1}{3}, -11, -2\frac{3}{4}, -3.14\right\}$；

正分数集合 $\left\{5.4, 0.01, \frac{5}{8}\right\}$；负分数集合 $\left\{-\frac{1}{3}, -2\frac{3}{4}, -3.14\right\}$；

整数集合 $\{26, 0, 7\}$；分数集合 $\left\{-\frac{1}{3}, 5.4, -2\frac{3}{4}, 0.01, -3.14, \frac{5}{8}\right\}$；

有理数集合 $\left\{26, -\frac{1}{3}, 5.4, -11, -2\frac{3}{4}, 0.01, -3.14, 0, 7, \frac{5}{8}\right\}$。

说明　要掌握"整数"与"分数"、"正数"与"整数"的区别,0 是整数,它既不是正整数,也不是负整数,而小数可以化成分数。有理数包括正整数、正分数、零、负整数、负分数这五种数。

例 3　设 m、n、p 是三个连续的正整数,且 $m^2 = 17689$,$p^2 = 18225$,求 n^2 的值。

解　$m^2 = 17689$ 的末位数是 9,,　m 的末位数是 7 或 3。

$p^2 = 18225$ 的末位数是 5,,　p 的末位数是 5。

又 m、n、p 是三个连续的正整数,,　n 的末位数是 4,,　n^2 的末位数是 6,得　$n^2 = 17956$。

说明　应用平方数确定其底数,可推出 n 的百位数是 1,十位数是 3,易得 n = 134。

[强化训练]

1. 填空:

(1) 若飞机上升 3000 米记为 +3000 米,则飞机在高空中下降 500 米,记为______

(2) 若某营业组上月亏损 300 元,记为 -300 元,则本月盈余 200 元,记为______

(3) 如果收入 1000 元,记作 +1000 元,那么支出 400 元,记为______

(4) 如果前进 50 米,记作 +50 米,那么后退 10 米,记为______

(5) 如果 +2.2 米表示比 A 地高 2.2 米,那么 -3.5 米表示为______

2. 将下列各数填入表示相应集合的大括号中:

121,21.4,$-\frac{22}{7}$,$\frac{3}{4}$,-11,0,3.5,$13\frac{4}{5}$,-0.01。

整数集合　{　　　　　　　　　　}　分数集合　{　　　　　　　　　　};

正数集合　{　　　　　　　　　　}　负数集合　{　　　　　　　　　　};

非负数集合　{　　　　　　　　　　}。

3. 下列判断中,不正确的是　(　　)

(A) 0 是自然数　(B) 0 是整数

(C) 0 是正数　(D) 0 是有理数

4. 用最小的正整数,最小的质数,最小的非负数和最小的合数组成的四位数中,最大的一个是　(　　)

(A) 4210　(B) 4012　(C) 3120　(D) 4321

5. 下列语句中,正确的是　(　　)

(A) 存在最小的有理数　(B) 存在最小的正有理数

(C) 存在最大的负有理数　(D) 存在最大的负整数

6. 下列说法正确的是　(　　)

(A) m 表示正数

(B) -m 表示负数

(C) m 和 -m 必有一个为正数,一个为负数

(D) -m 和 m 的和等于零

第 5 讲　数轴和相反数

[学习要点]

1. 数轴的三要素；2. 相反数的意义；3. 求相反数的方法。

[家教点窍]

1. 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。原点、正方向、单位长度叫做数轴三要素。

2. 数轴使数与直线上的点之间建立了对应关系，揭示了数形之间的内在联系，可直观地比较数的大小。

3. 只有符号不同的两个数叫做互为相反数，相反数是成对出现的。

[典型例题]

例 1　判断图 5-1 中所画的数轴是否正确，如不正确，请在数轴下边的括号内指出它的错误：

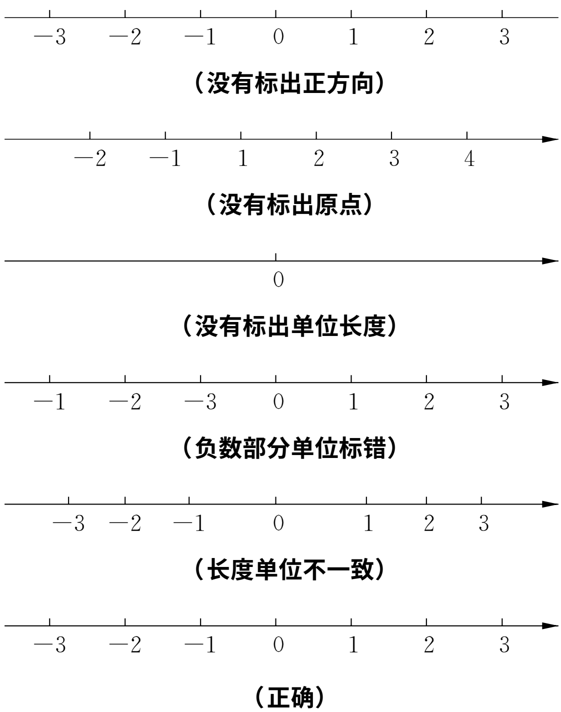


图 5-1

例 2　（1）画一条数轴，并在数轴上表示出 -4，$+3$，$-1\frac{1}{2}$，$+1.5$，-3.5，0，$+4$ 各数。

（2）根据图 5-2 所表示的数轴上的点 A、B、C、D、E、F，指出这些点表示的是什么数。

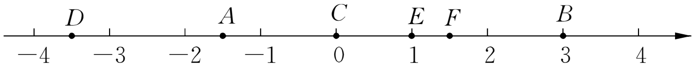


图 5-2

解 （1）

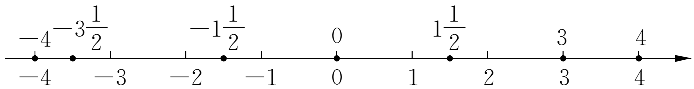


图 5-3

（2）A 点表示 - 1.5，B 点表示 +3，C 点表示 0，D 点表示 - 3.5，E 点表示 +1，F 点表示 +1.5。

例 3 先画数轴，在数轴上表示下列各数，并按从小到大的次序排列，用“ < ”号把它们连接起来：$-2\frac{1}{2}$，4，2.5，0，- 4，- 3.5，$4\frac{1}{2}$。

解 如图 5-4，

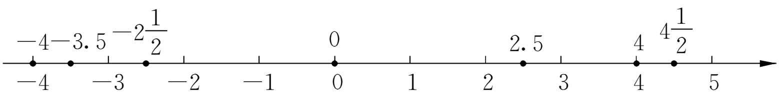


图 5-4

， $-4<-3.5<-2\frac{1}{2}<0<2.5<4<4\frac{1}{2}$。

说明 用数轴上的点表示有理数时，先由数的性质符号，确定点在原点的左边或右边，其次确定这点到原点距离是多少个单位长度。比较大小的依据是 数轴上表示的两个数，右边的数总比左边的数大。

例 4 （1）分别写出下列各数的相反数：- 3，0，- 1.6，$\frac{1}{4}$，2。

（2）化简：$-\left(-3\frac{1}{2}\right)$，$-[-(-5)]$。

解 （1）- 3 的相反数是 +3； 0 的相反数是 0；

- 1.6 的相反数是 1.6； $\frac{1}{4}$的相反数是 $-\frac{1}{4}$；

2 的相反数是 - 2。

（2）$-\left(-3\frac{1}{2}\right)=3\frac{1}{2}$，$-[-(-5)]=-(+5)=-5$。

说明 求一个正数的相反数，只要在这个正数前面添上一个“ - ”号。求一个负数的相反数，只要把这个数前面的“ - ”号去掉。零的相反数是零。要去掉多重符号就必须分步去求相反数。

[强化训练]

1. 填空：

（1）- 3.2 是______的相反数，______的相反数是 - 0.01，$\frac{1}{5}$和______互为相反数；a 与

b 互为相反数,则 $a+b=$ ______

（2）______的相反数比它自己小；______的相反数比它自己大；______的相反数等于它自己。

（3）一个数的相反数是非负数,这个数一定是______

2. 比较下列各组数的大小(用"<"、">"或"="号连接)：

-8 ______ -3，$\frac{1}{3}$ ______ 0.3，0.001 ______ -10，

-100 ______ 0，$-\frac{1}{5}$ ______ $-\frac{1}{4}$，$-\left(-1\frac{1}{2}\right)$ ______ $+1.5$，

$-(-5)$ ______ -5，3.1415 ______ π。

若 $a>0$，$b<0$，则 a ______ b。

3. 先画数轴,然后把数 -7、$-(-6)$、$2\frac{1}{2}$、0、-2、$-(+3)$、$-(+1)$,分别用点 A、B、C、D、E、F、G 在数轴上表示出来,并用"<"连接起来。

4. 化简下列各式：

$-\left(+\frac{4}{5}\right)=$ ______，　　$-\left(-2\frac{2}{3}\right)=$ ______，

$-[+(-4)]=$ ______，　　$+[-(-\pi)]=$ ______，

$-\left\{-\left[+\left(-3\frac{1}{3}\right)\right]\right\}=$ ______

5. （1）如果将数轴上 $+2$ 的点记作 A$(+2)$，-3 的点记作 B(-3),那么点 A$(+2)$ 与原点距离是______,点 B(-3) 与原点的距离是______,A、B 两点的距离是______

（2）点 C(-4) 与点 D$(+4)$ 之间的距离是______

（3）点 E$(+2.5)$ 与点 F$(+1.5)$ 之间的距离是______

（4）点 M(-5.2) 与点 N(-2.5) 之间的距离是______

第 6 讲　绝对值、有理数的大小比较

[学习要点]

1. 绝对值概念,会求一个有理数的绝对值;已知一个数的绝对值,求这个数。

2. 利用绝对值比较有理数的大小。

[家教点窍]

1. 理解绝对值的概念,是为有理数的大小比较及有理数的运算打好基础。

2. 对于有理数可理解为由性质符号和绝对值两部分组成的,相反数可理解为绝对值相等,而符号相反的两个数。这就深化了对一些概念的理解。

[典型例题]

例 1　（1）-2 和 $+3$ 的绝对值各是多少？并说出它们的几何意义。

（2）写出点 A(-2) 和 B$(+3)$ 两点间的距离。

(3)写出绝对值小于 3 的所有整数,并在数轴上表示出来。

解 (1)$|-2|=2$,在数轴上表示 -2 的点到原点的距离等于 2 个单位长度。

$|+3|=3$,在数轴上表示 $+3$ 的点到原点的距离等于 3 个单位长度。

(2)$AB=|-2|+|+3|=2+3=5$。

(3)因为绝对值等于 3 的数有 $+3$ 和 -3,而在 $+3$ 与 -3 之间的整数有 -2、-1、0、1、2,它们的绝对值都小于 3。在数轴上可表示为:

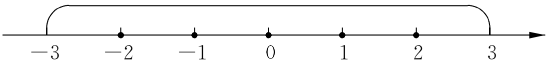


图 6-1

说明 一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离。数 a 的绝对值记作 $|a|$。

例 2 比较下列各对数的大小:

(1)0.001 与 -1000; (2) -0.0001 与 0;

(3) $-\frac{2}{3}$与 $-\frac{3}{4}$; (4) $-\frac{5}{8}$与 -0.618。

解 (1) 任何正数大于任何负数,, $0.001>-1000$。

(2) 任何负数小于零,, $-0.0001<0$。

(3)两个负数,绝对值大的反而小。 $\left|-\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$, $\left|-\frac{3}{4}\right|=\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$,

而 $\frac{8}{12}<\frac{9}{12}$,, $-\frac{2}{3}>-\frac{3}{4}$。

(4) $\left|-\frac{5}{8}\right|=\frac{5}{8}=0.625$,$|-0.618|=0.618$,

而 $0.625>0.618$,, $-\frac{5}{8}<-0.618$。

说明 正数都大于 0,负数都小于 0;正数大于一切负数;两个负数,绝对值大的反而小。有了绝对值的概念,比较有理数的大小不必用数轴上的点的位置关系去比较了。

例 3 已知 a、b 均为有理数。

(1)若 $|a|>|b|$,能够断定 $a>b$ 吗?

(2)若 $a<b$,能够断定 $|a|<|b|$ 吗?

(3)若 $|a|=|b|$,能够断定 $a=b$ 吗?

解 (1)不能断定。例如 $|-1|>|0|$,但 $-1<0$。

(2)不能断定。例如 $-3<-1$,但 $|-3|>|-1|$。

(3)不能断定。例如 $|-3|=|3|$,但 $-3\neq 3$。

说明 解这类问题,可举反例说明。

[强化训练]

1. 填空:

(1) $\left|+2\frac{1}{3}\right|=$ ______, $\left|-2\frac{1}{3}\right|=$ ______

（2）$|+5|$的相反数是______，$|-5|$的相反数是______

（3）如果$|x|=\pi$，那么$x=$______

（4）如果$a>0$，那么$|a|=$______ 如果$a<0$，那么$-|-a|=$______

2. 填空：

一个数 a	-4		0.125		
a 的相反数		$-1\frac{1}{3}$			$2\frac{3}{4}$
-a 的绝对值				0	

3. 写出绝对值不大于 5 的整数。

4. 比较下列每对数的大小：

（1）$-\left(-\frac{3}{4}\right)$和$-\left(-\frac{3}{5}\right)$；　　（2）$-|-3|$和$-(-2)$；

（3）$-(+3.25)$和$-|-3.245|$。

5. 已知$a>0$，$b<0$，$a<|b|$，试用"$<$"号把$-a$、$-b$、a、b连接起来。

6. 已知$1<x<3$，求$|x-1|+|x-3|$的值。

7. 有理数 a、b、c 在数轴上的对应点如图 6-2 所示，试化简：$|a|-|a+b|+|c-a|+|b-c|$。

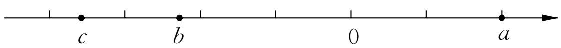


图 6-2

8. a、b、c 表示有理数，且$|a|+a=0$，$|ab|=ab$，$|c|-c=0$，化简$|b|-|c-b|-|a+b|+|a-c|$。

第 7 讲　有理数的加减运算、代数和

[学习要点]

1. 有理数加法、减法的意义；代数和的意义；
2. 有理数加法法则、减法法则及其运算。

[家教点窍]

1. 有理数运算的结果是由运算结果的符号和运算结果的绝对值两部分组成。
2. 有理数的运算法则也是由符号法则与绝对值运算法则两部分组成。
3. 有理数的减法是转化为加法来进行运算，代数和的形式把有理数的性质符号和运算符号做到了完美的统一。

[典型例题]

例 1　计算下列各题：

（1）$\left(+6\frac{1}{3}\right)+(+24)+(-18)+4\frac{2}{3}+(-16)+18+(-6.8)+(-3.2)$；

（2）$\left(+6\frac{3}{5}\right)+\left(-5\frac{2}{3}\right)+\left(+4\frac{2}{5}\right)+\left(+2\frac{1}{7}\right)+\left(-1\frac{1}{3}\right)+\left(-1\frac{1}{7}\right)$。

解 （1）**原式** $=\left[\left(+6\frac{1}{3}\right)+4\frac{2}{3}\right]+[(-18)+(+18)]+[(-6.8)+(-3.2)]+[(+24)+(-16)]$

$=11+0+(-10)+8$

$=9$。

（2）**原式** $=\left[\left(+6\frac{3}{5}\right)+\left(+4\frac{2}{5}\right)\right]+\left[\left(-5\frac{2}{3}\right)+\left(-1\frac{1}{3}\right)\right]+\left[\left(+2\frac{1}{7}\right)+\left(-1\frac{1}{7}\right)\right]$

$=11+(-7)+1$

$=5$。

说明　有理数的加法运算中运用交换律和结合律，把正数和负数分别结合在一起相加，把互为相反的数结合相加，把能凑整的数结合相加，使运算简便。

例 2　**计算下列各题：**

（1）$(-5.3)-(+4.8)+(-3.2)-(-2.5)$；

（2）$\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{8}\right)-\left(+\frac{1}{8}\right)$；

（3）$16-25-27-32+24+27$。

解 （1）**原式** $=(-5.3)+(-4.8)+(-3.2)+(+2.5)=[(-5.3)+(-4.8)+(-3.2)]+(+2.5)$

$=(-13.3)+(+2.5)$

$=-10.8$。

（2）**原式** $=\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{1}{8}\right)+\left(-\frac{1}{8}\right)$

$=\left[\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{4}\right]+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left[\left(-\frac{1}{8}\right)+\left(-\frac{1}{8}\right)\right]$

$=\left[\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]+\left(-\frac{1}{4}\right)=0+\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{4}$。

（3）**原式** $=(16+24)+(-25-32)+(-27+27)=40-57+0=-17$。

说明　有理数的减法运算转化为加法时，在减号改为加号后，必须把减数改为它的相反数；遇到加减混合运算时，应统一为加法进行运算；对于省略加号的代数和，运算（$+16+24$）$+(-25-32)+(-27+27)$中，注意两个小括号之间的"$+$"号不可省去，必须添上。

[强化训练]

1. **用简便方法计算下列各题：**

（1）$(+32)+(-18)+(+164)+(-32)+(-164)$；

(2) $\left(-3\frac{1}{3}\right)+\left[\left(+2\frac{1}{2}\right)+\left(-3\frac{2}{3}\right)+\left(+5\frac{1}{4}\right)+\left(-7\frac{3}{4}\right)\right]$;

(3) $\left(-2\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)+(-0.5)+\left(+1\frac{1}{6}\right)$;

(4) $(-18.56)+(-5.16)+(+1.44)+(+5.16)+(+18.56)$;

(5) $\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(+3\frac{3}{8}\right)+(+0.75)+\left(-5\frac{1}{2}\right)+\left(+2\frac{5}{8}\right)$;

(6) $\left(+3\frac{2}{5}\right)+\left(-2\frac{7}{8}\right)+\left[\left(-3\frac{5}{12}\right)+\left(+5\frac{3}{5}\right)\right]+\left(+1\frac{7}{8}\right)+\left(+5\frac{5}{12}\right)$。

2. 用简便方法计算下列各题：

(1) $(-33)-(-18)+(-15)-(+1)+(+23)$;

(2) $(+6.6)+(-2.4)-(+3.8)-(-5.2)-(+4.8)$;

(3) $1-\frac{5}{12}+\frac{8}{15}+\frac{1}{12}-\frac{13}{15}-1\frac{9}{20}$;

(4) $-\left|-\frac{1}{3}-\left(+\frac{2}{3}\right)\right|-\left|-\frac{1}{4}\right|-\left|-\frac{3}{4}\right|$。

3. 已知 $|a|=10$，$|b|=5$。

(1) a、b 同号时，$a+b=$ ______；(2) a、b 异号时，$a+b=$ ______

4. 如果 $|a|=3$，$|b|=1$，且 a、b 异号，求 $|a-b|$ 的值。

5. 如果 $a<b<0$，化简 $|a-b|-|a|$ 的值。

6. 如果 $a<b<0$，$c>0$，化简 $|a+b|-|a+c|-|c-b|$ 的值。

7. 已知 $abc>0$，求 $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}-\frac{|abc|}{abc}$ 的值。

第 8 讲　有理数的乘除运算

[学习要点]

1. 有理数乘法、除法的意义；倒数的概念。
2. 乘法法则，除法法则，乘法的运算律。

[家教点窍]

进行有理数的乘除运算时，先将除法化为乘法，再按运算顺序运算，尽可能运用运算性质使运算简便。如互为倒数的两个数先相乘为 1；可以约分的分数先约分再相乘。

有理数的混合运算中，要注意运算顺序与去括号的顺序，注意同级运算从左到右依次进行。

计算前要认真审题，确定运算顺序。计算过程中，要认真按步算，一丝不苟；计算结束，应认真复查，防止出错。

[典型例题]

例 1　计算下列各题：

(1) $(-2)\times(-5)\times\left(+\frac{5}{6}\right)\times(-30)$；

(2) $\left(-3\frac{1}{3}\right)\times 246\times\frac{3}{10}\times\left(-\frac{2}{41}\right)$；

(3) $\left(-\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{4}{5}\right)\times(-60)$；

(4) $(-5)\times\left(-3\frac{6}{7}\right)+(-7)\times\left(-3\frac{6}{7}\right)-(-12)\times\left(-3\frac{6}{7}\right)$。

解 (1) **原式** $=-\left(2\times 5\times\frac{5}{6}\times 30\right)=-250$。

(2) **原式** $=\left[\left(-3\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{10}\right]\times\left[246\times\left(-\frac{2}{41}\right)\right]=(-1)\times(-12)=12$。

(3) **原式** $=(+30)+40-45+48=73$。

(4) **原式** $=[(-5)+(-7)-(-12)]\times\left(-3\frac{6}{7}\right)=0\times\left(-3\frac{6}{7}\right)=0$。

说明 (1) **几个不等于** 0 **的有理数相乘，由负因数的个数确定积的符号，并把绝对值相乘**；(2) **有理数乘法运算可应用乘法运算律进行简便运算。如因数是分数时，可把便于约分的因数结合在一起**；(3) **如几个分母不同的分数的代数和乘以一个数时，可用分配律简化计算**；(4) **如是几个积的代数和，而每一个积里恰好有相同的因数，可以反过来应用分配律使计算简化。**

例 2 **计算下列各题：**

(1) $\left(+\frac{3}{4}\right)\div\left(-\frac{5}{8}\right)$；

(2) $\left(-3\frac{1}{3}\right)\div\left(+2\frac{1}{3}\right)\div\left(-1\frac{1}{5}\right)$；

(3) $\left(-2\frac{1}{2}\right)\div(-10)\times\left(-3\frac{1}{3}\right)\div(-5)$；

(4) $(-81)\div 2\frac{1}{4}\times\frac{4}{9}\div(-16)$。

解 (1) **原式** $=\left(+\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{5}\right)=-\frac{6}{5}$。

(2) **原式** $=\left(-\frac{10}{3}\right)\times\left(+\frac{3}{7}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)=\frac{25}{21}$。

(3) **原式** $=\left(-\frac{5}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{10}\right)\times\left(-\frac{10}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{6}$。

(4) **原式** $=(-81)\times\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}\times\left(-\frac{1}{16}\right)=1$。

说明 **两个数相除时，先确定商的符号，再把绝对值相除；若除数为分数或小数，则把除法转化为乘法，除数改为它的倒数；在乘除混合运算中，先统一成乘法，并尽可能运用运算律简便计算。**

[强化训练]

1. **计算下列各题：**

(1) $(-3)\times\left(+\frac{5}{6}\right)\times\left(-1\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)$；

(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)$；

(3) $\left(-4\frac{1}{20}\right)\times1.25\times(-8)$；

(4) $(-5)\times(-25)\times125\times(-2)\times8\times4$；

(5) $(+8)\times(-136)\times\left(+\frac{1}{8}\right)\times\left(-\frac{1}{68}\right)$；

(6) $5\times(-1)-(-4)\times\left(-\frac{1}{4}\right)$；

(7) $18\times\left(-1\frac{2}{3}\right)-(-2)\times2\frac{1}{3}$；

(8) $\frac{2}{5}\times\left(-\frac{5}{12}\right)-\frac{8}{21}\times\left(-1\frac{3}{4}\right)-0.25$；

(9) $\left(\frac{11}{12}-\frac{7}{6}+\frac{3}{4}-\frac{13}{24}\right)\times(-48)$；

(10) $-|0.25|\times4-\left(-5\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{11}$。

2. **计算下列各题：**

(1) $\left(-2\frac{1}{7}\right)\times(-1.2)\div\left(-1\frac{2}{5}\right)$；

(2) $(-5)\div(-6)\div\left(-\frac{6}{5}\right)$；

(3) $\left[2\frac{1}{12}-\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{6}-\frac{3}{4}\right)\times24\right]\div5$；

(4) $1\div(-1)+0\div5+5\times(-1)+|-100|\div(-1)$；

(5) $-\frac{4}{9}\times3-2\times\left(-\frac{2}{3}\right)\div\frac{2}{3}-4\times\frac{9}{4}$；

(6) $-3.5\times\left(\frac{1}{6}-0.5\right)\times\frac{3}{7}\div\left(-\frac{1}{2}\right)$；

(7) $\left[(-8)\times\left(+\frac{1}{4}\right)-1\right]\times\left(-1\frac{1}{3}\right)-\left[(+1)\div\left(-\frac{1}{3}\right)+1\right]\div(-8)$；

(8) $[-97+(-291)-582-(-970)]\div(-97)$；

(9) $(-125)\div13+(+325)\div13+(+1100)\div13$；

(10) $[(-143)+(+390)+(-1326)]\div(-13)$。

3. 若 $a=\left(\frac{-3.14}{3.13}\right)\div3.12$，$b=\left(\frac{2.14}{-2.13}\right)\div2.12$，$c=\left(\frac{1.14}{1.13}\right)\div(-1.12)$，则 a、b、c 的大小关系是 （　　）

(A) $a>b>c$　　(B) $a>c>b$

(C) $b>c>a$　　(D) $c>b>a$

第9讲　有理数的乘方及混合运算、科学记数法

[学习要点]

1. 乘方和幂的概念，幂的符号法则；2. 科学记数法的意义及表示法；3. 乘方运算及混合运算的运算顺序。

[家教点窍]

1. 乘方是求几个相同因数的积的运算，符号法则是：正数的任何次幂都是正数；负数的奇次幂是负数；负数的偶次幂是正数；0的任何次幂都等于0。

乘法运算与乘方在概念上的区别是：

乘法运算	乘方运算
$(-2)\times(-2)\times(-2)=-8$	$(-2)^3=-8$
因数：(-2)	底数：(-2)
因数的个数：3	指数：3
积：-8	幂：-8

乘方中，如$(-a)^n$和$-a^n$的意义不同，必须注意符号问题。

2. 把一个大于10的数记成$a\times10^n$的形式，其中a是整数位数只有一位的数（即$1\leqslant a<10$），10的指数比原数的整数位数少1。这种记数法叫做科学计数法。

3. 有理数的混合运算包含乘方、乘除、加减三级运算，先算乘方，再算乘除，最后算加减。若算式中只有同级运算，则按从左到右依次进行，并注意灵活运用运算律。

[典型例题]

例1　计算：

(1) -3×2^4；　(2) $(-3\times2)^4$；　(3) $-(-3)^2\times2$；

(4) $-(-4\times3)^2\div(-3)$；　(5) $-(-3)^2\times(-2)^3$。

解　(1) 原式 $=-3\times16=-48$；(2) 原式 $=(-6)^4=1296$；

(3) 原式 $=-9\times2=-18$；(4) 原式 $=-(-12)^2\div(-3)=-144\div(-3)=48$；

(5) 原式 $=-9\times(-8)=72$。

说明　$(-3)^2$和-3^2意义不同。前者底数为-3，后者底数是3。读法区别：$(-3)^2$读成(-3)的2次幂，而-3^2读成3的平方的相反数。再如$\left(\frac{3}{4}\right)^2$与$\frac{3^2}{4}$也是不同的，分数的幂其底数一定要写上括号。有括号时，应先算括号内的。

例2　用科学记数法表示下列各数：

(1) 63000000；(2) 500900000；(3) -102300；(4) -0.802×10^6。

解　(1) $63000000=6.3\times10^7$；(2) $500900000=5.009\times10^8$；

(3) $-102300=-1.023\times10^5$；(4) $-0.802\times10^6=-802000=-8.02\times10^5$。

说明 数 a 必须是一位的整数,指数 n 比原数的整数位数少 1,注意负号不能遗漏。

例 3 **计算下列各题:**

(1) $-\frac{1}{3}\times 3^{2}+(-18)\div(-3)^{2}-(-2)^{2}-(-3)^{3}$;

(2) $\left\{\left[4\frac{2}{3}\div\left(\frac{1}{-2^{2}}\right)-(-0.4)\times\left(-2\frac{1}{2}\right)^{2}\right]\div\left(+1\frac{1}{6}\right)-|-5-4|\right\}-29\frac{3}{7}\times 0$;

(3) $1\div\left(-\frac{2}{3}\right)^{3}-\left[4+\left(1\frac{1}{5}-2\frac{1}{7}\right)\times(-3.5)\right]\div 0.16-3.375\times\left(-3\frac{1}{5}\right)+3\frac{3}{8}\div\left(-\frac{5}{11}\right)$。

解 (1) **原式** $=-\frac{1}{3}\times 9+(-18)\div 9-4+27=-3-2-4+27=18$;

(2) **原式** $=\left\{\left[\frac{14}{3}\times(-4)+\frac{2}{5}\times\frac{25}{4}\right]\times\left(+\frac{6}{7}\right)-9\right\}-0=\left(-\frac{56}{3}+\frac{5}{2}\right)\times\frac{6}{7}-9$

$=-\frac{97}{6}\times\frac{6}{7}-9=-13\frac{6}{7}-9=-22\frac{6}{7}$。

(3) **原式** $=1\div\left(-\frac{8}{27}\right)-\left[4+\frac{6}{5}\times(-3.5)-\frac{15}{7}\times(-3.5)\right]\div 0.16+3\frac{3}{8}\times 3\frac{1}{5}-3\frac{3}{8}\times 2\frac{1}{5}$

$=-3\frac{3}{8}-(4-4.2+7.5)\div 0.16+3\frac{3}{8}\left(3\frac{1}{5}-2\frac{1}{5}\right)$

$=-3\frac{3}{8}-7.3\div 0.16+3\frac{3}{8}\times 1$

$=\left(-3\frac{3}{8}+3\frac{3}{8}\right)-45\frac{5}{8}=-45\frac{5}{8}$。

说明 (1)中负数的偶次幂为正,负数的奇次幂为负,如 $(-3)^{2}=9$,$(-3)^{3}=-27$。(2)中不能看到算式的最后乘以 0,就粗心地下结论结果为 0,要认真审题。(3)中两处逆用乘法分配律,使计算简便。

[强化训练]

1. **填空:**

(1) $(-2)^{4}$ 读作______,它表示______;-2^{4} 读作______,它表示______

(2) (-4)的平方是______,(+4)的平方是______;平方得 16 的数有______个,即______

(3) (-2)的立方是______,(+2)的立方是______;立方得 8 的有______个,即______

(4) 1 的平方是______,(-1)的平方是______,0 的平方是______;一个数的平方等于它本身,这样的数有______个,即______

(5) 1 的立方是______,(-1)的立方是______,0 的立方是______;一个数的立方等于

它本身的数有______个，即______

2. 下列叙述是否正确？若不正确，请改正过来：

（1）平方等于 16 的数是 $(\pm 4)^2$；

（2）$(-2)^3$ 的相反数是 -2^3；

（3）把 $\underbrace{(-3)\times(-3)\times(-3)\times\cdots\times(-3)}_{100\text{个}}$ 写成乘方的形式是 -3^{100}；

（4）有理数 a 的平方与它的立方相等，那么 $a=0$。

3. 用科学记数法表示下列各数：

（1）570000000；　（2）1030000；　（3）2001000；　（4）-347000。

4. 计算下列各题：

（1）$\left(-\frac{5}{8}\right)\times(-4)^2-0.25\times(-5)\times(-4)^3$；

（2）$2001\times\frac{20022002}{20012001}-1$；

（3）$\left[-3\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2-0.5-\left(-\frac{4}{3}\right)\right]\div\left[2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2-1\right]$；

（4）$\frac{(-3)^2}{2}+\left(-\frac{3}{2}\right)^2\times(-2)^3-3\times(-2)^2$；

（5）$(-1)\div\left(+\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)^3+\left(-\frac{2}{3}\right)^2\div\left(-1\frac{1}{3}\right)^2$；

（6）$(-5)^3\times\left(-\frac{3}{5}\right)-32\div(-2)^2\times\left(+1\frac{1}{4}\right)$；

（7）$-[-3^2\times 2+(-2)^3\times 3-4\times(-6)]\div(-3)^2\times\left(-\frac{3}{5}\right)^3\times 0.125$；

（8）$(-1)^{2n-1}\times\left[5+3\times\left(-1\frac{1}{2}\right)\right]^2$（其中 n 是正整数）；

（9）$-1^4-(1-0.5)\times\frac{1}{3}\times[2-(-3)^2]$；

（10）$-2^5\div(-4)\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-12\times(-15+2^4)^2$。

5. 计算下列各题：

（1）$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}+\frac{1}{256}$；

（2）$\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2001}+\frac{2}{2001}+\cdots+\frac{2000}{2001}\right)$；

6. 比较 $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots+\frac{1}{2001^2}$ 与 $\frac{2000}{2001}$ 的大小。

第 10 讲　近似数和有效数字

[学习要点]

1. 近似数精确度和有效数字的概念；

2. 按精确度用四舍五入法取近似数，及知其近似数能求出它的精确度和有效数字。

[家教点窍]

1. 一个近似数，四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位；一个近似数，从左边第一个不是 0 的数字起，到精确到的数位止，所有的数字，都叫做这个数的有效数字。

2. 取一个数的精确到某一位的近似数时，应对下一位数字进行四舍五入（下面的数字不再去考虑），如取数 1.0956 精确到千分位的近似数应是 1.096，有效数字是 1、0、9、6 四个有效数字。而近似数 1.00 是精确到百分位，有效数字是 1、0、0 三个，但近似数 0.01030 的有效数字是 1、0、3、0 四个，而第一个不为零的数字前面的 0 不是有效数字。

[典型例题]

例 1 用四舍五入法，按括号里的要求对下列各数取近似值，并指出它们各有几个有效数字：

(1) 0.6648（精确到 0.01）；　(2) 92.598（精确到百分位）；

(3) 30250（精确到百位）；　(4) 0.00296（保留两个有效数字）。

解 (1) $0.6648 \approx 0.66$，它有两个有效数字，即 6、6。

(2) $92.598 \approx 92.60$，它有四个有效数字，即 9、2、6、0。

(3) $30250 \approx 3.03 \times 10^4$，它有三个有效数字，即 3、0、3。

(4) $0.00296 \approx 0.0030$，它有两个有效数字，即 3、0。

说明 (1) 中 0.6648 四舍五入精确到 0.01，只考虑到千分位 4，结果舍 4 得 0.66。不能把 0.6648 先化成 0.665，再精确到 0.67，这是错误的。(2) 中的近似数 92.60 与 92.6 从精确度来说是不同的，前者是精确到 0.01，有四个有效数字，后者是精确到 0.1，只有三个有效数字。(3) 中 30250 精确到百位，即得 30300，计算有效数字是从 3 起到精确度的位数的数 3 止，有效数字只能是 3、0、3，而末位的两个零不能算作有效数字。所以，有效数字和精确度是有密切关系的。

例 2 下列用科学记数法表示的由四舍五入法得到的近似数，各精确到哪一位？各有几个有效数字？

(1) 2.5×10；　(2) 2.37×10^4；　(3) 4.060×10^2；

(4) 7.050×10^6；　(5) 1.10×10^4；　(6) 2.40×10^3。

解 (1) 2.5×10 精确到个位（即精确到 1），它有 2、5 两个有效数字。

(2) 2.37×10^4 精确到百位，有 2、3、7 三个有效数字。

(3) 4.060×10^2 精确到十分位，有 4、0、6、0 四个有效数字。

(4) 7.050×10^6 精确到千位，有 7、0、5、0 四个有效数字。

(5) 1.10×10^4 精确到百位，有 1、1、0 三个有效数字。

(6) 2.40×10^3 精确到十位，有 2、4、0 三个有效数字。

说明 由科学记数法可明显地看出有效数字及个数，把数字还原后易知其精确度。

[强化训练]

1. 填空：

（1）7.534295 精确到 0.01 的近似数是______，有效数字是______

（2）0.05098 精确到万分位的近似数是______，有效数字是______

（3）32.471 保留一位小数的近似数是______，有效数字是______

（4）310.7 精确到个位的近似数是______，有效数字是______

（5）6.0094 保留三个有效数字的近似数是______，这时精确到______

（6）用四舍五入得到近似数是 26.3 万，精确到______，有效数字是______

2. 用四舍五入法，对下列各数按括号中的要求取近似值，并指出它们的有效数字：

（1）2.0056（精确到千分位）；（2）0.089056（保留三个有效数字）；

（3）176467（精确到百位）；（4）π（精确到 0.01）；

（5）396753（精确到万位）；（6）529.14（保留一个有效数字）。

3. 下列各近似数，各精确到哪一位？各有几个有效数字？

（1）1.25×10^{6}；（2）3.7×10^{7}；（3）2.3×10^{3}；

（4）4.5×10；（5）-1.60×10^{5}；（6）-3.408×10^{4}。

第 11 讲 阶段测试（一）

一、判断题（每题 1 分，共 10 分）

1. 一个数的绝对值一定大于或等于其本身（　　）
2. 只有负数的绝对值是它的相反数（　　）
3. 一个有理数不是正数，则一定是负数（　　）
4. 倒数等于它本身的数只有 1（　　）
5. 一个负数的绝对值的相反数仍为它本身（　　）
6. a 是有理数，$-a$ 一定是负有理数（　　）
7. 0 减去任何数都得到这个数的相反数（　　）
8. 把 $(-30)+(+5)-(-3)-(+8)$ 省略加号后，代数和的形式是 $-30+5-3+8$（　　）
9. 两个数的积为 1，则这两个数均为 1 或 -1（　　）
10. -2^{4} 等于 $(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$（　　）

二、填空题（每题 3 分，共 24 分）

1. 如果水面高于正常水位 0.5 米，记作 +0.5 米，那么 -0.2 米表示____

2. 数轴是规定了____、____、____的一条直线。

3. (-3)的平方的相反数是____，2 是____的相反数，绝对值最小的数是____，绝对值等于 2.5 的数为____，平方得 36 的数为____

4. 大于 -2.5 而小于等于 3 的整数是____，并请在数轴上标出这些整数。

5. 若 $a<0$，则 $-|-a|=$ ____ 若 $a>0$，则 $-|a|=$ ____

6. 比较大小：$-\frac{12}{19}$ ____ $-\frac{20}{31}$；$\left|-\frac{7}{8}\right|$ ____ $-\left(-\frac{5}{6}\right)$。

7. 由四舍五入法得到的近似数是 0.07020，精确到____位，有效数字是____；136749 精确到万位的近似数是____

8. 用科学记数法表示数：602300000000 = ____

三、选择题（每题 2 分，共 16 分）

1. 在数 $-(-2)$，$(-1)^3$，-2^2，$(-2)^3$，$-|-2|$，$(-1)^{2n}$（n 是正整数）中，其中负数的个数有（　　）

（A）2　　（B）3　　（C）4　　（D）5

2. 下面说法中，正确的是（　　）

（A）-5 是相反数　　（B）5 是相反数

（C）5 和 -5 都是相反数　　（D）-5 和 5 互为相反数

3. 一个数的绝对值等于 π，这个数是（　　）

（A）π　　（B）$-\pi$　　（C）π 和 $-\pi$　　（D）3.1416

4. 如果 $0 < a < 1$，那么 a 与 a^2 大小关系是（　　）

（A）$a < a^2$　　（B）$a > a^2$　　（C）$a = a^2$　　（D）不确定

5. 如果 $a < 0$，$b < 0$，那么 $\frac{a+b}{ab}$ 是（　　）

（A）负数　　（B）正数　　（C）非负数　　（D）非正数

6. 计算 $-3^2-(-3)^2$ 的结果为（　　）

（A）0　　（B）-12　　（C）-18　　（D）以上都不对

7. $0^{1998}+(-1)^{1999}+(-1)^{2000}+(-1)^{2001}$ 的值是（　　）

（A）0　　（B）1　　（C）-1　　（D）-2

8. 如果 $a+b=0$，那么 $\frac{a}{b}$ 的值是（　　）

（A）-1　　（B）0　　（C）无意义　　（D）-1 或无意义

四、计算下列各题（1 ~ 4 题各 5 分，5 ~ 8 题各 6 分，共 44 分）

1. $-14.6-\left(-12\frac{3}{5}-11.75+14\right)+\left(-11\frac{3}{4}\right)$；

2. $-758\times(-2)-(-758)\times 7+758\times(-3^2)$；

3. $\left[-\frac{2}{15}-\left(-\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{7}{12}\right)\right]\times(-60)$；

4. $-2^2\times[-16-(-6)]+2\times\left(-\frac{1}{3}\right)^3$；

5. $\left(-\frac{3}{8}\right)\times(-4)^2-0.25\times(-5)\times(-4^2)+17$；

6. $0-(0-2)\div\left(1\frac{3}{4}-4\frac{2}{3}\right)+(-1)^{11}-1^{20}$；

7. $5\frac{1}{2}\times\left(-\frac{6}{11}\right)-\left[-0.25+(-2)^3\div\left(-2\frac{2}{3}\right)\div\frac{1}{3}\right]-\left|-\left(\frac{1}{2}\right)^2\right|$；

8. $-\frac{5}{2}-\frac{5}{2}\left[\left(-\frac{3}{5}\right)^{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)^{4}\times(-3.2)\right]\div\left(-2\frac{4}{5}\right)$。

五、(6 分)

如图 11-1**,若** $a<b<0$**,** $c>0$**,化简** $|a+b|-|a+c|-|c-b|$。

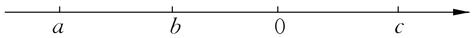


图 11-1

第 三 阶 段

第12讲　整式的概念

[学习要点]

1. **单项式及系数、次数的概念;多项式及次数、项与次数的概念;整式的概念。**
2. **多项式按某字母的降(升)幂排列的概念。**
3. **同类项、合并同类项的概念。**

[家教点窍]

1. **对于单项式、多项式、整式、同类项这些概念要通过对比,观察分析,掌握特征,准确理解。**

2. **合并同类项是学习整式的加减法的基础,因此要掌握判断同类项的标准,并熟练运用合并同类项的法则,且能运用于化简求值。**

[典型例题]

例1　下列整式中,哪些是单项式,哪些是多项式?说出各单项式的系数、次数;各多项式的项、次数,是几次几项式,并按某一字母降幂排列:-4,$-\frac{1}{2}a^2b$,$3a^2-2b^2+ab$,xyz^2,$1-3xy^2-x^2y-y^3$。

解　单项式是:-4,$-\frac{1}{2}a^2b$,xyz^2;

-4 **的系数就是** -4,**可看作是零次单项式;**

$-\frac{1}{2}a^2b$ **的系数是** $-\frac{1}{2}$,**是三次单项式;**

xyz^2 **的系数是** 1,**是四次单项式;**

多项式是:$3a^2-2b^2+ab$,$1-3xy^2-x^2y-y^3$;

$3a^2-2b^2+ab$ **的项是** $3a^2$、$-2b^2$、$+ab$,**是二次三项式,按字母** a **的降幂排列为:**$3a^2+ab-2b^2$;

$1-3xy^2-x^2y-y^3$ **的项是** 1、$-3xy^2$、$-x^2y$、$-y^3$,**是三次四项式,按字母** y **的降幂排列是:**$-y^3-3xy^2-x^2y+1$。

说明　单独的一个字母或一个数,也叫单项式;多项式是单项式的代数和,所以多项式的项是带着系数的符号的,在重新排列时,各项必须带着符号移动位置。

例2　合并下列各式中的同类项:

(1) $4xy^2+3x^3-6x^3y-5xy^2+7+4x^3-10-x^3$;

(2) $(a+b)+3(a+b)-5(a+b)$;

(3) $\frac{1}{4}(a+b)-\frac{1}{5}(a-b)+\frac{3}{4}(a+b)-2(a+b)^2-(b-a)^2-\frac{4}{5}(a-b)+2(a+$

$b)^2-(a-b)^2$。

解 （1）原式 $=(4-5)xy^2+(3+4-1)x^3+(7-10)-6x^3y$

$=-xy^2+6x^3-6x^3y-3$；

（2）原式 $=(1+3-5)(a+b)=-(a+b)$；

（3）原式 $=\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right)(a+b)+\left(-\frac{1}{5}-\frac{4}{5}\right)(a-b)+(-2+2)(a+b)^2+(-1-1)(a-b)^2$

$=(a+b)-(a-b)-2(a-b)^2$。

说明 合并同类项时，把系数相加的结果作为系数，字母和字母的指数不变；（2）中把 $(a+b)$ 看作一个字母；（3）中把 $(a+b)$、$(a-b)$、$(a+b)^2$、$(a-b)^2$ 分别看作一个字母，其中 $(b-a)^2=[-(a-b)]^2=(a-b)^2$。合并同类项时，$(a+b)^2$ 项的系数为 0，这一项就为 0。

初做合并同类项的题目，可用不同的线条注明多项式中的同类项，以避免出错。

例 3 求多项式 $3xy-7x^2y^3-\frac{5}{2}xy+2-5x^2y^3$ 的值，其中 $x=2$，$y=-2$。

解 $3xy-7x^2y^3-\frac{5}{2}xy+2-5x^2y^3=(-7-5)x^2y^3+\left(3-\frac{5}{2}\right)xy+2$

$=-12x^2y^3+\frac{1}{2}xy+2$。

当 $x=2$，$y=-2$ 时，原式 $=-12\times2^2\times(-2)^3+\frac{1}{2}\times2\times(-2)+2=384-2+2=384$。

说明 先合并同类项，再代入计算比较简便，书写格式要规范。

[强化训练]

1．填空：

（1）如果 $-axy^b$ 是关于 x、y 的一个单项式，且系数是 3.15，次数是 4，则 $a=$____，$b=$____

（2）如果 $(a+1)^2x^2y^{b-1}$ 是关于 x、y 的五次单项式，则 a、b 满足条件：$a=$____，$b=$____

（3）代数式 x、x^5-1、0、$\frac{2}{3x}$、$|-4|^2-1$、$x+\frac{1}{y}$、$-\frac{3xy^2}{4}$、$\frac{3x-2y}{x}$、$\frac{x-y}{2}$、$\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{5}$ 中，单项式有________，多项式有________

（4）$3x^a-(b-1)x+1$ 是三次二项式的条件是 a____，b____，此时 $-b-a^2=$____

（5）一个关于字母 x 的二次三项式的二次项系数和常数项都是 1，一次项系数是 $-\frac{3}{4}$，则这个二次三项式是____

（6）$-1+\frac{1}{5}xy^2-\frac{5}{6}xy^3+4y$ 中，次数最高项的次数是____，它的系数是____，常数项是____，把这个多项式按 y 的降幂排列，得____

（7）如果 $\frac{3}{4}x^2y^{2a}$ 与 $\frac{3}{2}x^{2b}y^4$ 是同类项，则 $a=$____，$b=$____，$(-b)^{a+1}=$____

（8）单项式 $5x^2y$、$-2x^2y$、$2xy^2$、$-4x^2y$ 的和是____

2. 合并下列各式中的同类项：

（1）$4a^2+3b^2+2ab-4a^2-2b^2-b^2$；　　（2）$-\frac{2}{3}x^2+\frac{5}{6}xy-\frac{1}{3}xy+\frac{1}{6}x^2-y^2$；

（3）$3ab^2-5ab^3+0.5a^3b-3.5ab^2+5.5ab^3-4a^3b$；

（4）$\frac{1}{2}(a-b)+\frac{1}{3}(a+b)-\frac{a-b}{4}+\frac{a+b}{6}$。

3. 已知 $|a-1|+|2-2b|=0$，问单项式 $4x^{3-a+b}y^3$ 与 $\frac{1}{3}x^3y^{2a+b}$ 是不是同类项？

4. 已知 $3x^{|a|}y^2$ 与 $5x^3y^b$ 是同类项，试求代数式 $\frac{(3a+7)(b-3)}{a-3}$ 的值。

第 13 讲　去括号与添括号

[学习要点]

去括号、添括号的法则。

[家教点窍]

1. 去括号的法则是：括号前面是“+”号，把括号和它前面的“+”号去掉，括号里各项都不变号；括号前面是“-”号，把括号和它前面的“-”号去掉，括号里各项都改变符号。因此，括号前的符号，是去括号时括号内各项变不变号的依据，要透彻理解“各项”两字的含义。

2. 添括号的法则是：括号前面是“+”号，括到括号里各项都不变号；括号前面是“-”号，括到括号里的各项都改变符号。因此，添括号时，括号前面的符号是括号内各项变不变号的依据。

3. 去括号或是添括号时，一定保证原式的值不变。

[典型例题]

例 1　填空：

（1）去掉下式中的括号，再合并同类项：

$(-x+9+4x^4-6x^3)-(6x^4-4x^3+3x-5)=$ ____ $=$ ____

（2）在下式的括号内，填上适当的项，使等式成立：$m-n-p=-n-(\quad)=-[n-(\quad)]$。

（3）在下式等号右边的括号内，填上适当的项，使等式成立：

$(x+y-z)(-x+y+z)=[y+(\quad)][y-(\quad)]$。

（4）当 $k=$ ____ 时，多项式 $x^2-2(k+2)xy-9y^2+6x-7$ 中不含 xy 的项。

解　（1）原式 $=-x+9+4x^4-6x^3-6x^4+4x^3-3x+5$

$=(4-6)x^4+(4-6)x^3+(-1-3)x+(9+5)$

$=-2x^4-2x^3-4x+14$；

（2）原式 $=-n-(-m+p)=-[n-(m-p)]$；

（3）原式 $=[y+(x-z)][y-(x-z)]$；

（4）令 xy 项的系数 $-2(k+2)=0$，得 $k=-2$。

∴ 当 $k=-2$ 时，原多项式中不含 xy 项。

说明 （1）～（3）题，括号前面去（添）"+"号，括号内的各项不变号；括号前面去（添）"-"号，括号内各项都变号。（4）所谓不含 xy 项，即这一项为 0，也就是这一项的系数为 0，以求得 k 的值。

例 2 （1）计算：

① $a-(b+c)-(a-b+c)+(a+b+c)$；

② $3a^2b-[2ab^2-2(a^2b+2ab^2)]$。

（2）先化简，再求值：

$(4x^2-3x)+(2+4x-x^2)-(2x^2+x+1)$，其中 $x=-2$。

解 （1）① 原式 $=a-b-c-a+b-c+a+b+c=a+b-c$。

② 原式 $=3a^2b-2ab^2+2(a^2b+2ab^2)$

$=3a^2b-2ab^2+2a^2b+4ab^2$

$=5a^2b+2ab^2$。

（2）原式 $=4x^2-3x+2+4x-x^2-2x^2-x-1$

$=x^2+1$。

当 $x=-2$ 时，原式的值为 $(-2)^2+1=5$。

例 3 先化简，后求值：$4x^2y-\left\{x^2y-\left[3xy^2-\frac{1}{2}(4x^2y-8xy^2)+x^2y\right]\right\}-5xy^2$。其中，$x=-1\frac{1}{2}$，$y=-\frac{1}{3}$。

解法一 从里向外逐渐去括号。

原式 $=4x^2y-\{x^2y-[3xy^2-2x^2y+4xy^2+x^2y]\}-5xy^2$

$=4x^2y-\{x^2y-[7xy^2-x^2y]\}-5xy^2$

$=4x^2y-\{x^2y-7xy^2+x^2y\}-5xy^2$

$=4x^2y-\{2x^2y-7xy^2\}-5xy^2$

$=4x^2y-2x^2y+7xy^2-5xy^2$

$=2x^2y+2xy^2$。

当 $x=-1\frac{1}{2}$、$y=-\frac{1}{3}$ 时，原式的值为

$$2\times\left(-\frac{3}{2}\right)^2\times\left(-\frac{1}{3}\right)+2\times\left(-\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2$$

$$=2\times\frac{9}{4}\times\left(-\frac{1}{3}\right)+2\times\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{1}{9}=-\frac{11}{6}。$$

解法二 从外向里逐渐去括号。

原式 $=4x^2y-x^2y+\left[3xy^2-\frac{1}{2}(4x^2y-8xy^2)+x^2y\right]-5xy^2$

$=3x^2y+3xy^2-\frac{1}{2}(4x^2y-8xy^2)+x^2y-5xy^2$

$= 4x^2y - 2xy^2 - 2x^2y + 4xy^2 = 2x^2y + 2xy^2$。

当 $x = -1\frac{1}{2}$、$y = -\frac{1}{3}$ 时，原式的值为

$$2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{11}{6}。$$

说明　对于含多重括号的化简题，解法一是由里向外逐层去括号，解法二是由外向里逐层去括号，这时应把内层括号看成一项来处理。

［强化训练］

1．选择：

（1）$(a - b + c)$ 的相反数是　（　　）

（A）$a - b - c$　（B）$b - a + c$　（C）$c - a + b$　（D）$b - a - c$

（2）下列去括号中，正确的是　（　　）

（A）$a^2 - (2a - b + c) = a^2 - 2a - b + c$

（B）$a + (-3x + 2y - 1) = a - 3x + 2y - 1$

（C）$(a + m) - (-b + n) = a + m - b - n$

（D）$-(2a - y) + (b - 1) = -2a - y + b - 1$

（3）在 $-x^2 + 3x - 2 = -($　　$)$ 中，括号内应填上的代数式是　（　　）

（A）$x^2 - 3x + 2$　（B）$x^2 - 3x - 2$

（C）$x^2 + 3x - 2$　（D）$x^2 + 3x + 2$

（4）$12 - 3[4a - 3(a - 2)]$ 等于　（　　）

（A）$3a - 6$　（B）$3a + 6$　（C）$-3a - 6$　（D）$-3a + 6$

2．填空：

（1）$(a - b - c + d)(a + b - c - d) = [(a - c) - $ ______$] \cdot [(a - c) + $ ______$]$。

（2）$[$______$ + 16x^2][-$\_\_\_\_\_\_$ + 16x^2] = (16x^2 - 5xy + 1)(16x^2 + 5xy - 1)$。

（3）若 $x^2 + xy = 6$，$-xy - y^2 = -4$，则

$x^2 - y^2 =$ ____，$x^2 + 2xy + y^2 =$ ____

3．化简下列各式：

（1）$3b - 2c - [-4a + (c + 3b)] + c$；

（2）$\left(2x^2 + \frac{1}{2} + 3x\right) - 4\left(x - x^2 + \frac{1}{2}\right)$；

（3）$2a - \{7b + [4a - (2b - a)] - 3a\}$；

（4）$-(5x - y - 2z) - [4x - (x - y - z) - 3x]$；

（5）$1 - \{1 - [1 - (1 - x) - x] - x\} - 1$；

（6）$8ab - \{4a - 3[6ab + 5(ab + a - b) - 7a] - 2\}$。

4．化简求值：

（1）$5(3a^2b - ab^2) - (ab^2 + 3a^2b)$，其中 $a = \frac{1}{2}$，$b = -\frac{1}{3}$。

（2）$3x^2y - [2x^2y - (2xyz - x^2z) - 4x^2z] - xyz$，其中 $x = -2$，$y = -3$，$z = 1$。

5. 若 mx^7y^{a-1} 与 $-3x^by^{b+1}$ 合并同类项后是 $2x^7y^n$，求 $(m-n)(a+b)$ 的值。

第 14 讲　整式的加减法

[学习要点]

1. 单项式的加减法法则：几个单项式相加减，只要用加减号把它们连接起来，再合并同类项。

2. 多项式的加减法法则：几个多项式相加减，应把各多项式加上括号，再用加减号连接，然后按去括号法则先去括号，最后合并同类项。

[家教点窍]

1. 整式加减的一般步骤是：(1) 如果遇到括号，按去括号法则先去括号；(2) 合并同类项。

2. 化简含有绝对值符号的代数式，只要根据绝对值的概念去掉绝对值符号。去掉绝对值符号的关键在于确定绝对值符号里的式子是正数、零还是负数，化简的步骤是：(1) 定分点；(2) 划范围；(3) 去绝对值符号；(4) 合并同类项。

3. 整式加减运算的结果是否正确，可用逆运算（加法用减法，或减法用加法）及求代数式值的方法作简便的验算。

[典型例题]

例 1　计算下列各题：

(1) $5ab+(-4a^2b^2)+8ab^2-(-3ab)+(-a^2b)+4a^2b^2$；

(2) $(2x^3-16+x^4-2x)+(x-2)-(6x^2+8x-7x^4)$；

(3) $4x^{2n}-x^n+5(x^{n+1}-2x^{n+1})-3(8x^n+3x^{2n})$；

(4) 已知 $A=m^3n-5mn^3$，$B=4mn^3-2m^3n$，

若 $A+B+C=0$，求 C。

解　(1) 原式 $=5ab-4a^2b^2+8ab^2+3ab-a^2b+4a^2b^2$

$=8ab+8ab^2-a^2b$。

(2) 原式 $=2x^3-16+x^4-2x+x-2-6x^2-8x+7x^4$

$=8x^4+2x^3-6x^2-9x-18$。

(3) 原式 $=4x^{2n}-x^n+(-5x^{n+1})-24x^n-9x^{2n}$

$=-5x^{2n}-25x^n-5x^{n+1}$。

(4)　　$A+B+C=0$，,　$C=-(A+B)=-A-B$。

$A=m^3n-5mn^3$，$B=4mn^3-2m^3n$，

,　$C=-A-B=-(m^3n-5mn^3)-(4mn^3-2m^3n)$

$=-m^3n+5mn^3-4mn^3+2m^3n$

$=m^3n+mn^3$。

说明　(4) 中给出 $A+B+C=0$ 的条件，可理解为 C 与 $(A+B)$ 互为相反数，得 $C=-(A+B)$。这里渗透化未知为已知的转化思想。

例 3　**已知**：m、n、p **满足** $|2m| + m = 0$，$|n| = n$，$p \cdot |p| = 1$，**化简**：$|n| - |m - p - 1| + |p + n| - |2n + 1|$。

解　　$|2m| + m = 0$，，　$|2m|$**与** m **互为相反数**，

，　$|2m|$**与**$|m|$**相等**，，　$m = 0$。

$|n| = n$，，　$n \geqslant 0$。　$p \cdot |p| = 1$，，　$p = 1$。

，　$|n| = n$，$|m - p - 1| = |0 - 1 - 1| = 2$，

$|p + n| = |1 + n| = 1 + n$，$|2n + 1| = 2n + 1$。

，　$|n| - |m - p - 1| + |p + n| - |2n + 1| = n - 2 + (1 + n) - (2n + 1)$

$= n - 2 + 1 + n - 2n - 1 = -2$。

说明　**要想去掉绝对值符号，就要先从已知条件出发讨论绝对值符号中式子的性质符号，然后才去掉绝对值的符号。**

例 4　**化简** $|x - 1| + |x - 2|$。

解　**由** $x - 1 = 0$，**得** $x = 1$；

由 $x - 2 = 0$，**得** $x = 2$。

如图 14-1，**若** $x < 1$，**则原式** $= -(x - 1) - (x - 2) = -2x + 3$；

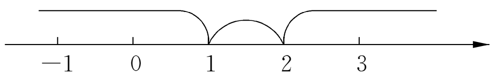


图 14-1

若 $1 \leqslant x \leqslant 2$，**则原式** $= (x - 1) - (x - 2) = 1$；

若 $x > 2$，**则原式** $= (x - 1) + (x - 2) = 2x - 3$。

说明　**当字母的取值未给定时，先求各绝对值为零的字母的值，然后在数轴上分区间确定绝对值内的式子的符号性质，再去绝对值符号，并合并同类项。**

[强化训练]

1. **填空**：

(1) **化简** $(a^2 + 2a - 1) - (-2a^2 + 3a - 2) =$ ____，**当** $a = -1\frac{1}{2}$ **时，它的值等于** ____

(2) **比** $2a^2 - 5a - 6$ **多** $4 + 2a^2$ **的多项式是** ____

(3) **被减式为** $3x^2 - 2xy$，**差式为** $4x^2 - xy - 3y^2$，**则减式为** ____

(4) **三个连续奇数，第一个是** $2n + 1$，**用代数式表示这三个奇数的和为** ____。**当** $n = 7$ **时，这个代数式的值是** ____

(5) **如果** $a^2 + ab = 4$，$ab + b^2 = -1$，**那么** $a^2 - b^2 =$ ____，$a^2 + 3ab + 2b^2 =$ ____

(6) **已知**：$a^2 + a + 1 = 0$，**则** $a^{2001} + a^{2000} + a^{1999} =$ ____

2. **选择**：

(1) $9a - \{3a - [4a - (7a - 3)]\}$ **等于**　(　　)

(A) $-5a + 3$　(B) $9a - 3$　(C) $3a - 3$　(D) $3a + 3$

(2) $(a^2 - b^2)$ **加上一个多项式得** $-a^2 + b^2$，**那么所加上的多项式为**　(　　)

(A) $a^2 + b^2$　(B) $2a^2 - 2b^2$　(C) $-2a^2 + 2b^2$　(D) 0

（3）若多项式 $A=3x^2-4x-5$，$B=3x^2-4x+7$，则 A 与 B 的大小关系为　（　　）

（A）$A>B$　（B）$A<B$　（C）$A=B$　（D）不确定

（4）若代数式 y^2+2y+7 的值为 6，那么代数式 $4y^2+8y-5$ 的值为　（　　）

（A）-9　（B）9　（C）18　（D）-18

（5）已知 a 是负数，则 $|1-a|+2|a-1|$ 等于　（　　）

（A）a　（B）$a-1$　（C）$3a-3$　（D）$3-3a$

（6）计算 $\left(2x^2-1\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}\right)-\left(1\frac{1}{2}x^2-3\frac{1}{3}x+\frac{1}{7}\right)$ 的结果是　（　　）

（A）$\frac{1}{2}x^2+\frac{7}{6}x+\frac{4}{21}$　（B）$\frac{1}{2}x^2-\frac{7}{6}x+\frac{4}{21}$

（C）$\frac{1}{2}x^2+\frac{11}{6}x+\frac{4}{21}$　（D）$\frac{1}{2}x^2-\frac{11}{6}x+\frac{4}{21}$

3. 计算下列各式：

（1）$(3x^2-6x+x^3+1)+(5x-4x^2+3)-(x-3+2x^3+x^2)$；

（2）已知 $A=2x^2-9x-11$，$B=3x^2+5x+4$，$C=7x^2-6x+8$，求 $A-(B+C)$。

4. 当 $a=2$、$b=-\frac{3}{2}$ 时，求 $2(a+b)-(a-b)-\frac{2}{3}(a+b)-\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b$ 的值。

5. 若 $a>0$、$b<0$，先化简 $|3-5b|-|3b-2a|+|8b-1|-|3a+1|$，再求当 $a=5$、$b=-\frac{1}{10}$ 时代数式的值。

6. 当 $1<x<5$ 时，化简 $|x-1|-|5-x|+|x-6|$。

第 15 讲　阶段测试（二）

一、判断正误（每题 1 分，共 8 分）

1. $\frac{5y^2}{3x}$ 是单项式　（　　）

2. $5x^2-x^2=4$　（　　）

3. $-5a^3+2a^2=-3a^5$　（　　）

4. $3a^3b^2$ 和 $\frac{1}{3}b^2a^3$ 是同类项　（　　）

5. $a-(b+c-d)=a-b+c-d$　（　　）

6. $6a-2(b-c)=6a-2b-2c$　（　　）

7. $a+b-c-d=(a+b)-(c+d)$　（　　）

8. $5(x-y)-5(y-x)=0$　（　　）

二、填空题（每题 3 分，共 42 分）

1. $3a^2b-\frac{2}{3}ab-1$ 是____次____项式，其中二次项系数为____，一次项系数为____，常数项为____

2. $(3+m)x^{n+1}y$ 是关于 x、y 的五次单项式,则 m ____ , n ____

3. $x^{p-2}+4x^3-(q-2)x^2-2x+5$ 是关于 x 的五次四项式,则 $-p^q=$ ____

4. 多项式 $3x^4y-y^3x+\frac{1}{2}x^2y^4-\frac{1}{3}x^3y^2$ 按字母 x 的降幂排列为______

5. $2a-3a-1$ 的相反数为____ = ____

6. $-[-(\quad\quad)]=3x-2y+3$。

7. $-(9x+1)+6x^2-4xy+y^2=6x^2-9x-(\quad\quad)$

8. $-27x^6$ 和 $3^m x^{m+3}$ 是同类项,则它们的和为____

9. $m-[n-2m-(m-n)]=$ ____

10. $12-3[4a-3(a-2)]=$ ____

11. $5(a+b)+4(a+b)+7(-a-b)=$ ____

12. $-\frac{1}{2}a^2b^2+\left(-\frac{1}{4}a^2b^3\right)-\left(-\frac{1}{3}a^2b^3\right)=$ ____

13. 单项式 $-5x^2y^2$、3、$-2xy$、$7y^2x^2$ 的和为____

14. $5a^2-2a-3ab+b^2=-(\quad\quad)+5a^2-2a$。

三、化简或计算(每题 6 分,共 24 分)

1. $a^2-3a+8-3a^2+5a-7$;

2. $23a^2bc+10abc^2-15a^2bc-abc^2+2a^2bc+abc^2$;

3. $-\frac{4}{3}ab-\left(-\frac{2}{3}a^2b\right)+ab+\left(-\frac{5}{6}a^2b\right)+\left(-\frac{1}{2}ab\right)$;

4. $(-3a^2-5b^2+3c^2)-\left(-\frac{1}{2}a^2-\frac{7}{3}b^2+3c^2\right)+\left(\frac{3}{2}a^2+\frac{8}{3}b^2+\frac{1}{4}c^2\right)$。

四、列式计算(每题 6 分,共 12 分)

1. 已知 $A=3x^2-5x+1$, $B=x^2-4x+2$,求:$3B-2A$。

2. 已知第一个数为 $10a+b$,第二个数为 $10b+a$,求第一个数的 2 倍减去第二个数的差。

五、化简求值(7 分)

$15a^2-\{-4a^2+[5a-8a^2-(2a^2-a)+9a^2]-3a\}$,其中 $a=-\frac{1}{2}$。

六、(7 分)

将代数式 $2a^4-5b^2+\frac{7}{4}ab^3-8a^2b^2+2a^3b-3a^4-\frac{1}{4}ab^3+8a^2b^2$,化简后按 a 的降幂排列,并求当 $a=-|-2|$、$b=(-1)^{2001}$ 时代数式的值。

第四阶段

第16讲 方程和它的解

[学习要点]

1. 等式的概念、等式的性质。
2. 方程的概念、方程的解和解方程的含义。

[家教点窍]

1. 等式与代数式的区别 等式含有等号,是表示两个式子的相等关系,而代数式不含等号,它只能是等式的一边,如 $2x+4$、$8-x$ 是代数式,而 $2x-5=3$ 才是等式。

2. 含有未知数的等式叫做方程。能使方程左右两边的值相等的未知数的值,叫方程的解。求方程的解的过程,叫解方程。必须注意这两个概念的区别,前者是演算的结果,后者是演算的过程。

3. 方程的解的检验方法

如检验 $x=-3$ 是否为方程 $3x+1=2x-3$ 的解

错误写法

$3\times(-3)+1=2\times(-3)-3$

$-9+1=-6-3$

$-8=-9$

, $x=-3$ 不是原方程的解

正确写法

左边 $=3\times(-3)+1=-8$

右边 $=2\times(-3)-3=-9$

左边 $\neq$ 右边

, $x=-3$ 不是原方程的解

[典型例题]

例1 下列各式中,哪些是代数式,哪些是等式,哪些是恒等式?

(1) $3x-2$; (2) $2(a-b)=2a-2b$;

(3) $3x=4x-1$; (4) $5x+2x=7x$。

解 (1) $3x-2$ 是代数式,它不含有等号。

(2) $2(a-b)=2a-2b$ 是等式,不论 a、b 取任何数值,左右两边的值相等,故它也是恒等式。

(3) $3x=4x-1$ 是等式。当 $x=1$ 时,左、右两边的值相等;当 $x=2$ 时,左边 $=6$,右边 $=7$,左边 $\neq$ 右边。所以,它不是恒等式。

(4) $5x+2x=7x$ 是等式,且不论 x 取任何数时,左右两边的值都相等,所以它是恒等式。

说明 等式的特征是式中含有“=”号,当不论用任何数值代替等式中的字母,左右两边的值相等时,这样的等式叫恒等式。数字的等式如 $3^2+4^2=5^2$,也是恒等式。

例2 在下列各题中的括号里填入适当的代数式,使等式仍能成立,并说明根据哪一条性质:

（1）如果 $6x+5=7$，那么 $6x=7-($　　$)$

（2）如果 $-\frac{2}{3}x=5$，那么 $x=($　　$)$

解　（1）$6x=7-($　　$)$，根据等式性质 1，等式两边都减去 5，括号内应填入"5"。

（2）$x=($　　$)$，根据等式性质 2，等式两边都乘以 $-\frac{3}{2}$，括号内应填入"$-\frac{15}{2}$"。

说明　等式变形时必须依据等式性质，即等式的两边都加上（或减去）同一个数或同一个整式，都乘以（或除以）同一个数（除数不能为零），所得结果仍是等式。

例 3　已知方程 $\frac{1}{3}x-5+2m=4$ 的解是 6，求 m 的值。

解　把 $x=6$ 代入原方程，得 $\frac{1}{3}\times 6-5+2m=4$，

即 $2-5+2m=4$。方程两边都加上 3，

得 $2m=4+3$。方程两边都除以 2，得 $m=\frac{7}{2}$。

说明　利用方程的解的意义，可求出方程中另一个字母的值。

[强化训练]

1. 填空：

（1）从等式 $5+2x=9$ 得到等式 $2x=4$ 的根据是____，是把等式两边____得到的。

（2）从等式 $-\frac{4}{3}x=\frac{1}{2}$，得到 $x=-\frac{3}{8}$ 的根据是____，是把原等式两边____得到的。

（3）方程 $\frac{1}{2}x-3.6=x$ 中，已知数是____，未知数是____，方程的解是____

（4）在 $x+y=3$、$3x+2$、$\frac{1}{4}y-3=1$、$a+(b-c)=a+b-c$、$\pi-3.14$ 的式子中，

代数式有__________

等式有__________

方程有__________

2. 检验下列各题括号里的数是否为这个方程的解：

（1）$3x+1=2x+3$　　$(x=1, x=2, x=3)$；

（2）$\frac{3}{2}y+2=y$　　$\left(y=\frac{1}{2}, y=0, y=-4\right)$；

（3）$x-\frac{3}{4}=3-\frac{1}{2}x$　　$\left(x=\frac{5}{2}, x=2, x=-2\right)$；

（4）$2y+5=y-1$　　$\left(y=1, y=\frac{1}{2}, y=-6\right)$。

3. 已知关于 x 的方程：$x^2+mx+n-1=0$。

（1）m、n 满足什么关系时，$x=1$ 是这个方程的解？

（2）m、n 为何值时，$x=1$ 与 $x=-1$ 都是这个方程的解？

4. 已知 $x=2$ 是方程 $4x-mx+6=0$ 的解，求 m 的值。

第 17 讲　一元一次方程的解法

［学习要点］

1. 正确写出一元一次方程的标准形式,并会解它；
2. 掌握移项法则 :移项要变号；
3. 灵活运用一元一次方程的解法步骤。

［家教点窍］

1. 一元一次方程求解的过程,实质是变形发散的过程,也是由已知求得未知的数学运算,它蕴含着化未知为已知的重要数学思想。

2. 解一元一次方程,都要把方程 $ax = b$ ($a \neq 0$, a、b 为常数) 的系数化成 1 的形式,即 $x = \frac{b}{a}$。如方程 $-\frac{1}{2}x = 8$,系数化成 1 时,要防止符号错误,得 $x = 16$;防止运算错误,得 $x = -4$。

3. 准确区别解方程中的两种变形 :一种是“同解变形”,即“形变解不变”。如方程 $7x = 5x - 2$,移项得 $7x - 5x = -2$(移项要变号),方程形变了,但解不变,解都为 $x = -1$。第二种是“恒等变形”,即“形变值不变”。如方程 $\frac{0.2x - 0.1}{0.1} + \frac{1}{0.5} = x$,变形为 $2x - 1 + 2 = x$,保持恒等关系,它的依据是运算性质、公式、法则、运算律等。解方程中的去括号、合并同类项均属恒等变形。

［典型例题］

例 1　指出下列各方程的解法中的正确与错误,并说明理由:

(1) 解方程 $3x - 6 = 2x - 4$, $3(x - 2) = 2(x - 2)$。

两边都除以 $(x - 2)$,得 $3 = 2$。所以原方程无解。

(2) 解方程 $2x + 3 = 11 - 6x$, $2x + 3 = 11 - 6x = 8x = 8$,

∴ $x = 1$。

(3) 解方程 $3x - 4 + 2x = 4x - 3$,移项,得 $3x + 2x + 4x = -3 - 4$,

合并同类项,得 $9x = -7$,系数化成 1,得 $x = -\frac{7}{9}$。

(4) 解方程 $y - \frac{y - 1}{2} = 2 - \frac{y + 2}{5}$,去分母,得 $y - 5(y - 1) = 2 - 2(y + 2)$,

去括号、移项,得 $y - 5y + 2y = 2 - 4 - 5$,合并同类项,得 $-2y = -7$,系数化成 1,得 $y = \frac{7}{2}$。

解　(1) 错在方程两边同除以 $(x - 2)$,而 $(x - 2)$ 的值可以为零,这与等式性质 2 相违背。

(2) 这种写法是错的,变形后的新方程两边的值和原方程两边的值不相等。所以解方程时不能连等,应该是一步一个等式。

（3）这种解法的错误是移项时没有变号。

（4）这种解法的错误是在去分母时，没有将方程两边各项乘以公分母 10，只乘了有分母的项，其原因是对去分母的意义理解不够。

例 2　解下列各方程：

（1）$3(x-1)-2\left(\frac{3}{2}x-1\right)=4(x-1)$；

（2）$x-\frac{1}{9}\left[3x-\frac{1}{3}(x+3)\right]-\frac{1}{9}=\frac{1}{6}x$；

（3）$3\left[y-\frac{1}{4}\left(y-\frac{4}{3}\right)\right]=\frac{1}{3}\left[\frac{3}{2}y-\frac{1}{2}(2y-1)\right]$；

（4）$\frac{2x-1}{3}-\frac{10x+1}{6}=\frac{2x+1}{4}-1$；

（5）$\frac{0.4x+2.1}{0.5}-\frac{0.5-0.2x}{0.03}=0.6$。

解　（1）去括号，得 $3x-3-3x+2=4x-4$；移项，得 $3x-3x-4x=-4+3-2$；

合并同类项，得 $-4x=-3$；系数化成 1，得 $x=\frac{3}{4}$。

（2）去括号，得 $x-\frac{1}{9}\left[3x-\frac{1}{3}x-1\right]-\frac{1}{9}=\frac{1}{6}x$，$x-\frac{1}{3}x+\frac{1}{27}x+\frac{1}{9}-\frac{1}{9}=\frac{1}{6}x$；

移项，得 $x-\frac{1}{3}x+\frac{1}{27}x-\frac{1}{6}x=\frac{1}{9}-\frac{1}{9}$；

合并同类项，得 $\frac{29}{54}x=0$；系数化成 1，得 $x=0$。

（3）去括号，得 $3\left[y-\frac{1}{4}y+\frac{1}{3}\right]=\frac{1}{3}\left[\frac{3}{2}y-y+\frac{1}{2}\right]$，$3y+1-\frac{3}{4}y=\frac{1}{2}y-\frac{1}{3}y+\frac{1}{6}$；

移项，得 $3y-\frac{3}{4}y-\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}y=\frac{1}{6}-1$；合并同类项，得 $\frac{25}{12}y=-\frac{5}{6}$；

系数化成 1，得 $y=-\frac{2}{5}$。

（4）去分母，得 $4(2x-1)-2(10x+1)=3(2x+1)-12$；

去括号，得 $8x-4-20x-2=6x+3-12$；

移项，得 $8x-20x-6x=3-12+4+2$；

合并同类项，得 $-18x=-3$；系数化成 1，得 $x=\frac{1}{6}$。

（5）原方程变形为 $\frac{4x+21}{5}-\frac{50-20x}{3}=\frac{3}{5}$。去分母，得 $3(4x+21)-5(50-20x)=9$；

去括号，得 $12x+63-250+100x=9$；移项，得 $12x+100x=9-63+250$；

合并同类项，得 $112x=196$；系数化成 1，得 $x=\frac{7}{4}$。

说明　（1）~（3）题，去括号是依据去括号法则和分配律，去括号要特别注意符号，注意不要漏乘括号中的项；（4）中去分母时不含分母的项不要漏乘，分数线在这里是起到括号的作用。当分子是多项式时，去分母后要加括号；（5）中分母含有小数，可依据分数的基本性

质，先把分母化成整数（恒等变形）再去分母。

例 3　解答下列各题：

（1）x 等于什么数值时，代数式 $\frac{3x-1}{2}$ 的值等于代数式 $\frac{x+2}{3}-1$ 的值？

（2）已知 $(m^2-1)x^2-(m+1)x+8=0$ 是关于 x 的一元一次方程。①求代数式 $200(m+x)(x-2m)+m$ 的值；②求关于 y 的方程 $m|y|=x$ 的解。

解　（1）$\frac{3x-1}{2}=\frac{x+2}{3}-1$。去分母，得 $3(3x-1)=2(x+2)-6$；

去括号，得 $9x-3=2x+4-6$ 移项，得 $9x-2x=4-6+3$；

合并同类项，得 $7x=1$ 系数化成 1，得 $x=\frac{1}{7}$。

故当 $x=\frac{1}{7}$ 时，代数式 $\frac{3x-1}{2}$ 与 $\frac{x+2}{3}-1$ 的值相等。

（2）①　$m^2-1=0$，，　$m=\pm1$。

当 $m=1$ 时，得 $-2x+8=0$，，　$x=4$。

当 $m=-1$ 时，得 $-0\cdot x+8=0$，矛盾，舍去。

，　$200(m+x)(x-2m)+m=200(1+4)(4-2)+1=2000+1=2001$。

② $m|y|=x$。　$m=1$，$x=4$，

，　$|y|=4$，，　$y=\pm4$。

说明　（1）题就是 $\frac{3x-1}{2}$ 等于 $\frac{x+2}{3}-1$ 时，求 x 的值。（2）中由一元一次方程的概念知二次项的系数为 0，即 $m^2-1=0$，将求得 m 的值代入原方程，即可求 x 的值。

［强化训练］

1．填空题：

（1）如果 $5x+6=3x$，那么 $5x-$（　　）$=-6$，其根据是____________

（2）方程 $\frac{x-1}{0.25}-\frac{x}{12.5}=1.2$ 的解为____

（3）已知方程 $mx+2=2(m-x)$ 的解 x 满足 $\left|x-\frac{1}{2}\right|=0$，则 $m=$ ____

（4）若 a、b 互为相反数，则一元一次方程 $ax+b=0$ 的解是____

2．选择题：

（1）关于 x 的方程 $10kx-x^3-9=0$ 的一个解是 $x=-1$，则 k 的值为　　（　　）

（A）$-\frac{4}{5}$　　（B）$\frac{4}{5}$　　（C）1　　（D）-1

（2）若单项式 $5x^2y^{3a-5}$ 和 $7y^{\frac{1}{2}(a-5)}x^2$ 是同类项，则 a 的值为　　（　　）

（A）-1　　（B）1　　（C）2　　（D）无解

（3）方程 $2-\frac{3x-7}{4}=-\frac{x+17}{5}$ 去分母后，正确的是　　（　　）

（A）$2-5(3x-7)=-4(x+17)$　　（B）$40-15x-35=-4x-68$

(C) $40-5(3x-7)=-4x+68$　　　(D) $40-5(3x-7)=-4(x+17)$

(4) 方程 $\frac{x}{0.3}-\frac{0.15-0.7x}{0.02}=1$，经整理后，正确的是　(　　)

(A) $\frac{x}{3}-\frac{15-70x}{2}=1$　　　(B) $\frac{10x}{3}-\frac{15-70x}{2}=100$

(C) $\frac{10x}{3}-\frac{15-70x}{2}=1$　　　(D) $\frac{10x}{3}-\frac{15-0.7x}{2}=1$

3. 解下列各方程：

(1) $5x-3(2x+1)=-x-4(5-3x)$；　(2) $\frac{2x-1}{6}=\frac{5x+1}{8}$；

(3) $x-\frac{x-1}{2}=2-\frac{x+2}{3}$；　(4) $\frac{1}{7}\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{1}{5}\left(\frac{x-2}{2}+1\right)-1\right]+x\right\}=1$；

(5) $\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}y-3\right)-3\right]-3\right\}=0$；　(6) $\frac{2y}{0.3}+2\frac{2}{3}-\frac{1.4-3y}{0.2}=0$。

4. 解答下列各题：

(1) 当 x 取什么值时，代数式 $6+\frac{x}{3}$ 与 $\frac{8-2x}{3}$ 的值相等。

(2) 已知关于 x 的方程 $\frac{6m+3x}{2}=6$ 的解是方程 $\frac{2x+m}{3}-\frac{10x+1}{12}=\frac{3}{4}x-1$ 的解的 11 倍，求 m 的值和这两个方程的解。

第 18 讲　一元一次方程的应用

[学习要点]

列出一元一次方程，解简单的应用题。

[家教点窍]

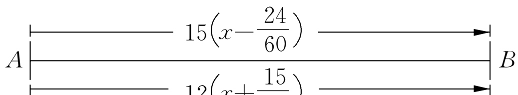
1. 列一元一次方程解应用题，一般有‘设、列、解、验、答’五个步骤。

2. 列方程是关键，找等量关系是难点。为突破难点，必须熟悉实际问题中的数量关系，采用画图、列表等办法找出等量关系。即一图、二表、三方程。

[典型例题]

例 1　一个通讯员骑自行车需要在规定时间内把信件送到某地，每小时走 15 千米，就会提前 24 分钟到达 每小时走 12 千米，就会迟到 15 分钟。问原来规定的时间是多少？通讯员去某地的路程有多远？

分析　一图：



二表：

	速　度	时　间	距　　离
原	15	$x - \frac{24}{60}$	$15\left(x - \frac{24}{60}\right)$
现	12	$x + \frac{15}{60}$	$12\left(x + \frac{15}{60}\right)$

三方程：$15\left(x - \frac{24}{60}\right) = 12\left(x + \frac{15}{60}\right)$。

解　设原来规定的时间为 x 小时，根据题意得 $15\left(x - \frac{24}{60}\right) = 12\left(x + \frac{15}{60}\right)$。

解这个方程得 $x = 3$（小时），,　$15 \times \left(3 - \frac{24}{60}\right) = 15 \times \frac{13}{5} = 39$（千米）。

经检验　$x = 3$ 是原方程的解，也是应用题的解。

答　原规定的时间为 3 小时，通讯员去某地的路程为 39 千米。

说明　数量关系是：距离 = 速度 × 时间。设时间为 x，速度为已知，就可以列方程的等量关系式——路程等式。或设通讯员到某地的路程为 y 千米，根据题意，得 $\frac{y}{15} + \frac{24}{60} = \frac{y}{12} - \frac{15}{60}$，

解这个方程得 $y = 39$（千米），,　$\frac{39}{15} + \frac{24}{60} = \frac{13}{5} + \frac{2}{5} = 3$（小时）。

即如果设路程为 y，速度为已知，就列出时间等式的方程。

例 2　某商店以每 3 件 160 元的价格购进一批商品，又以每 4 件 210 元的价格购进比前一批商品数量加倍的商品。如果这些商品又以每 3 件 k 元的价格全部售出，可得投资额的 20% 的利润，求 k 的值。

解　设购进第一批商品 a 件，则第一批商品的单价为 $\frac{160}{3}$ 元，总价为 $\frac{160}{3}a$ 元；第二批商品的单价为 $\frac{210}{4}$ 元，总价为 $\frac{210}{2}a$ 元；售出商品的单价为 $\frac{k}{3}$ 元，总价为 $\frac{k}{3}(3a)$ 元。

根据题意，得 $\frac{k}{3}(3a) = \left(\frac{160}{3}a + \frac{210}{2}a\right) + \left(\frac{160}{3}a + \frac{210}{2}a\right) \times 20\%$，

解这个方程得 $k = 190$。

说明　这里的等量关系是：售出金额 = 投资金额 ×（1 + 利润率）。

例 3　一个四位数，它的千位数字是 1，若将 1 向右移动四位成为个位数字，那么所得的新数比原数的 5 倍少 49。求这个四位数。

解　设原四位数的后三位数为 x，则这个四位数为 $1000 + x$。根据题意得 $5(1000 + x) = (10x + 1) + 49$，

解这个方程得 $x = 990$，

,　$1000 + 990 = 1990$，即这个四位数是 1990。

说明　若设原四位数为 x，则难以列出方程，而把原四位数的后三位数设为 x，就便于列

出方程解决问题了。

[强化训练]

1. 甲的速度是7.5千米/时,乙的速度是6千米/时,两人同时从A、B两地出发,相向而行,x小时相遇,则A、B两地间的距离为____千米。

2. 一个水池,单独开放甲管x小时可以注满,单独开放乙管y小时可以注满,两管一齐开放,2小时的注水量为____

3. 甲、乙两站相距284千米,慢车从甲站开往乙站,每小时行48千米。慢车出发1小时后,另有一列快车从乙站开往甲站,每小时行70千米。设快车出发x小时后与慢车相遇,则所列方程正确的为 ( )

(A) $70x+48(x-1)=284$　　(B) $70x+48(x+1)=284$

(C) $70(x-1)+48x=284$　　(D) $70x-48(x+1)=284$

4. 某校初三学生秋游,包了几辆汽车。如果每辆汽车坐45人,那么有15个学生就要站着 如果每辆汽车坐50人,那么就会空一辆汽车。设汽车的辆数为x,则所列方程正确的为 ( )

(A) $50x=(45x+15)+1$　　(B) $50(x-1)=45x-15$

(C) $50(x-1)=45x+15$　　(D) $\frac{x-15}{45}=\frac{x}{50}+1$

5. 甲、乙两人从相距18千米的两地同时出发,相向而行,$1\frac{4}{5}$小时相遇。如果甲比乙先出发$\frac{2}{3}$小时,那么乙出发$1\frac{1}{2}$小时后两人相遇。求两人的速度各是多少?

6. 学校将一批练习本分发给三个班级,甲班分到的为全部练习本的42%,乙班分到的是甲班的$\frac{5}{7}$,丙班分到的比乙班少20本。问这批练习本共有多少本?

7. 一件工作,甲独做要20小时完成,乙独做要12小时完成。现在甲独做了4小时,然后甲和乙共同完成余下的工作。问剩下的部分需要多少小时完成?

8. 甲、乙两厂计划每月共生产机床500台,由于都改进了技术,甲厂每月超产10%,乙厂每月超产15%,结果两厂一月共多生产60台机床。问甲厂原计划每月生产多少台机床?

9. 一个三位数的百位数字比十位数字小1,个位数字比十位数字小2。若把数字的顺序颠倒所成的数加上原数,则其和为585。求这个三位数。

10. 甲、乙两人从A、B两地同时相向而行,2小时后相距36千米。已知甲每小时比乙多走2千米,出发4小时后两人仍相距36千米。求甲、乙两人的速度及A、B两地的距离。

第19讲　阶段测试(三)

一、选择题(每题3分,共15分)

1. 方程(1) $x-2=\frac{3}{x}$,(2) $0.3x=1$,(3) $\frac{x}{2}=3x$,(4) $x^2-4x=3$,(5) $x=0$,(6) $x-3y=1$中,一元一次方程的个数是 ( )

(A) 2　　(B) 3　　(C) 4　　(D) 5

2. 以 -2 作为解的方程是　（　　）

(A) $5x-3=6x-2$　　(B) $3x-2=2x$

(C) $2x-1=3x+1$　　(D) $2x+3=4x-2$

3. 方程 $\frac{2x-1}{3}=1-\frac{5x+2}{2}$ 去分母后,正确的是　（　　）

(A) $2(x-1)=1-3(5x+2)$　　(B) $4x-1=6-15x-2$

(C) $4x-2=6-15x+6$　　(D) $4x-2=6-15x-6$

4. (1)由 $-\frac{x}{3}=1$,得 $x=-3$ 的变形是“移项”;

(2)方程的解也可以说是方程的根;

(3)当 a、b 为任意有理数时,方程 $ax=b$ 的解为 $x=\frac{b}{a}$;

(4)如果 $(a-3)x=(a-3)y$,那么 $x=y$。

对于以上说法的正确性,下列判断正确的是　（　　）

(A) 正确的是①、③　　(B) 正确的是②、④

(C) 正确的是③、④　　(D) 以上都不正确

5. 下列各方程后面的括号里的数,都是这个方程的解的是　（　　）

(A) $2x-1=-1$ (1,0)　　(B) $-\frac{3}{2x}+1=0$ $\left(\frac{1}{3},7\right)$

(C) $x^2-2x=3$ (3,-1)　　(D) $(x-1)(x-2)=0$ (-1,-2)

二、填空题(每题 3 分,共 30 分)

1. 把原方程中的某一项____后,从方程的一边移到另一边,这种变形叫做____,它的依据是____

2. 如果 $-3x=0$,那么 $x=$____ 如果 $0.01x-8=2$,那么 $x=$____

3. 当 $x=$____时,代数式 $\frac{3x-2}{5}$ 的值等于零。

4. 当 $x=$____时,代数式 $\frac{x}{2}-1$ 与 $\frac{3x+2}{4}$ 的值相等。

5. 当 $x=$____时,代数式 $2x+1$ 与 $x-7$ 的值互为相反数。

6. 当 $x=$____时,代数式 $3x-2$ 的值比 -5 小 1。

7. 如果 $2x^{2a+3}y^2$ 与 $-\frac{1}{3}x^{6a-1}y^{b+4}$ 是同类项,那么 $-b^a=$____

8. 某数的$\frac{1}{3}$比该数的 2 倍的相反数少 5。若设某数为 x,列出的方程是____,某数是____

9. 方程 $(a-2)x^{|a|-1}-3=6$ 是关于 x 的一元一次方程,则 $-a^2-\frac{1}{a}=$____

10. 已知方程 $2x+6-|k|=0$ 的根是 -2,则 $k=$____

三、解下列方程(每题 5 分,共 30 分)

1. $2x-5=4x+13$（并检验）；

2. $2x-\frac{3x+1}{2}=4-\frac{5x-2}{3}$；

3. $\frac{x+1}{0.5}-\frac{0.1x-0.2}{0.02}=3$；

4. $x-[3x-2(2x+4)]+8=4x$；

5. $\frac{1}{2}\left\{-\frac{1}{3}\left[-\frac{1}{4}\left(x-\frac{2}{3}\right)\right]\right\}=x+\frac{3}{4}$；

6. $|2x-1|-3=4$。

四、(7 分)在公式 $a_n=a_1+(n-1)d$ 中,已知 $a_1=2$，$a_n=18$，$d=4$,求 n 的值。

五、(8 分)列一元一次方程解应用题：

甲用 12 天可完成某件工作,乙需 15 天完成这件工作。现甲、乙两人同时工作若干天后,甲调往别处工作,余下的部分由乙做 6 天才完成工作,问甲工作了几天？

六、(10 分)已知关于 x 的方程 $\frac{2-\frac{a-x}{3}}{2}=x$ 与方程 $2(3x-1)=3x+1$ 的解相同。求：(1) a 的值；(2) 关于 x 的方程 $ax-2=a(1+2x)$ 的解。

第 20 讲　综合训练(一)

一、填空题(每题 2 分,共 20 分)

1. **绝对值不大于 4 的整数中最小的数是____**

2. **用四舍五入法将 539600 精确到千位的近似值用科学记数法表示是____,有效数字为____**

3. **如果一个多项式减去 $(5ab-3b^2)$ 的差等于 $2a^2-2ab+b^2$,那么这个多项式是____(按字母 a 的降幂排列)。**

4. $-a^2+(x^2+2ab-b^2)=x^2-(\_\_\_\_)$

5. **如果 m、n 互为相反数,且 $m=-3$,则 $m\cdot n=$ ____，$m-n=$ ____**

6. **当 $x=$ ____ 时,代数式 $\frac{2(x-3)}{5}$ 的值是 -4。**

7. **若单项式 $-\frac{1}{2}x^{m-1}y^4$ 与 $17x^3y^{1-3n}$ 是同类项,则 $m=$ ____，$n=$ ____**

8. **若方程 $3x-k=x+8$ 的根是 $x=2$,则 $k=$ ____**

9. **由公式 $s=v_0t+\frac{1}{2}at^2$,已知 $s=13$，$t=4$，$a=\frac{1}{8}$,则 $v_0=$ ____**

10. **数轴上表示 a、b 两个数的点如图 20-1 所示：**

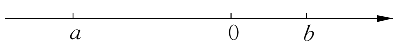


图 20-1

则化简 $|b-a|+|b+2|$ 的结果是____

二、选择题(每题 3 分,共 18 分)

1. -2^3 与 -3^2 的大小关系是 (　　)

(A) $-2^3>-3^2$　　(B) $-2^3<-3^2$

(C) $-2^3=-3^2$　　(D) 不能确定

2. 在下列四个语句里:(1)两个有理数的和一定大于每个加数;(2)0不是单项式;(3)$\frac{a}{2}$是分数(a是有理数);(4)若 $a>b$,则 $|a|>|b|$。其中正确的个数是 (　　)

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

3. 若 $|a|=|b|$,则a、b的关系是 (　　)

(A) $a=b$　　(B) $a=-b$

(C) $a=b$ 或 $a+b=0$　　(D) 无法确定

4. 已知四个方程:(1) $\frac{1}{2}x+1=5$;(2) $x+2=6$;(3) $3x-2=10$;(4) $2x+4=12$。其中解相同的方程是 (　　)

(A) (1)与(2)　　(B) (2)与(3)

(C) (1)、(2)与(3)　　(D) (2)、(3)与(4)

5. 关于x的方程 $4-|a|x=-8$ 与方程 $2x-4=0$ 的解相同,那么a的值为 (　　)

(A) 6　　(B) -6　　(C) ±6　　(D) 以上答案都不对

6. 若 $\frac{x}{|x|}=-1$,则x的值为 (　　)

(A) 正数　　(B) 负数　　(C) 非正数　　(D) 非负数

三、计算或化简(每题5分,共15分)

1. $-2^3\times(-2)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-16)+\left(-\frac{2}{3}\right)^2\times(-3)^2$;

2. $\left[55-\left(\frac{7}{9}-\frac{11}{12}+\frac{1}{6}\right)\times(-6)^2\right]\div(-3)^3$;

3. $3a^2b-\left[2ab-2\left(ab-\frac{3}{2}a^2b\right)+ab\right]$,其中 $a=3$、$b=-\frac{1}{3}$。

四、解下列方程(第1题5分,第2、3、4题各6分,共23分)

1. $3-2(x-3)=3x+4$;

2. $x-\frac{x-1}{3}=7-\frac{3+x}{5}$;

3. $\frac{3}{4}\left[\frac{4}{3}\left(\frac{1}{3}x+2\right)-\frac{8}{9}x\right]+6=x$;

4. $\frac{4-6x}{0.01}-6.5=\frac{0.02-2x}{0.02}-7.5$。

五、列方程解应用题(每题8分,共24分)

1. 汽车若干辆要装运一批货物。若每辆装货3.5吨,这批货物就有2吨不能运走;若每辆装4吨,那么装完这批货物后,还可以装其他货物1吨。问汽车共有多少辆?这批货物共有多少吨?

2. 一辆卡车从甲地开往乙地,出发3小时后一辆轿车也从甲地开往乙地,轿车比卡车

晚20分钟到达乙地。已知卡车的速度是20千米/时，轿车的速度是卡车速度的3倍，求甲、乙两地的距离。

3. 甲、乙两工人某月的生产任务总共为500个零件，月底考核结果，甲超产15%，乙超产25%，甲、乙两人共生产零件595个。问该月份甲、乙两人实际各生产多少个零件？

第21讲 综合训练(二)

一、判断题(每题2分，共16分)

1. 若 $ab>0$，$a+b<0$，则 $a<0$ 且 $b<0$。 ( )
2. 大于 -3 且不大于5的所有有理数的积为零。 ( )
3. 解方程 $2(x+3)-5=3(x-6)$，去括号得 $2x+3-5=3x-6$。 ( )
4. -0.2^2 与 4^3 不是同类项。 ( )
5. 用四舍五入法得到的近似数0.03010，它的有效数字是3、0、1、0。 ( )
6. a、b为一切有理数时，则 $|b-a|=|a-b|$。 ( )
7. 多项式 $\frac{4}{5}xy^{|m|-1}-(m-2)y+3$ 为二次三项式的条件是 $m=\pm2$。 ( )
8. 关于x的方程 $mx-2=2x-4$，在 $m=2$ 的条件下，此方程无解。 ( )

二、选择题(每题2分，共16分)

1. 下列说法中，正确的是 ( )

(A) $|-a|$ 一定是非负数　(B) $|-a|$ 一定是正数

(C) $-|-a|$ 一定是负数　(D) $|-a|$ 一定是零

2. 若 $a<0$，则 $|a|+a-100$ 化简后为 ( )

(A) $-2a-100$　(B) -100　(C) $2a-100$　(D) $2|a|-100$

3. x与y的和的绝对值的相反数除以x与y的差，所表示的代数式是 ( )

(A) $-\frac{|x|+|y|}{x-y}$　(B) $-\frac{|x+y|}{x-y}$　(C) $-\frac{x-y}{|x|+|y|}$　(D) $-\frac{x-y}{|x+y|}$

4. 若一个数的平方等于这个数的绝对值，那么这个数是 ( )

(A) 1或 -1　(B) 0或1　(C) 0或 -1　(D) 0或 -1 或1

5. 下列六个数中一定大于0的个数有 ( )

(1) a^2　(2) $|-2a|+1$　(3) $100a+1$　(4) $a^2+0.001$　(5) $(-2a)^2+1$
(6) $|2a^2-3b|$

(A) 1个　(B) 2个　(C) 3个　(D) 4个

6. 方程 $\frac{x}{2}-\frac{3x-1}{3}=1$ 的解是 ( )

(A) $x=-1$　(B) $x=-\frac{8}{3}$　(C) $x=\frac{3}{4}$　(D) $x=-\frac{4}{3}$

7. 一批货物，用一辆载重量为1.5吨的小货车比用一辆载重量为4吨的卡车要多运5次才能运完，求这批货物的重量。若设这批货物有x吨，根据题意，得方程是 ( )

（A）$\frac{x}{1.5}+5=\frac{x}{4}$　　（B）$\frac{x}{1.5}=\frac{x}{4}+5$

（C）$\frac{1.5}{x}+5=\frac{4}{x}$　　（D）$1.5x+5=4x$

8. **先按批发价 a 元提高 20% 零售，后又按零售价降低 10% 出售，则它的最后单价是**　（　　）

（A）1.1a **元**　（B）0.9a **元**　（C）1.08a **元**　（D）1.2a **元**

三、填空题（每题 2 分，共 16 分）

1. **若** n **是正整数，则** $0^n=$____，$(-1)^{2n}=$____，$(-1)^{2n+1}=$____

2. **若** $\frac{1}{3}x-2y+5=0$，**则以** x **的代数式表示** y，**可得** $y=$____

3. **若** $a+b=0$，**则** a、b **两数是**____ **若** $ab=1$，**则** a、b **两数是**____

4. $x^2-y^2+2y-1=x^2-$（____）；**化简** $2(a-b)-\frac{1}{3}(6a-3b)=$____

5. **单项式** $\frac{3}{5}x^{2m}y^{5-n}$ **与** $-\frac{5}{3}y^{n-1}x^{m+3}$ **是同类项，则** $(-m)^n=$____

6. **若** $\frac{a-b}{a+b}=5$，**则** $\frac{3a-3b}{a+b}=$____，$\frac{a+b}{5b-5a}=$____

7. **一船在静水中航行的速度是** x **千米/时，在逆水中航行的速度是** y **千米/时，则这船在顺水中航行的速度是**____

8. **有两个数，第一个数比第二个数的相反数的** 2 **倍大** 7 **第二个数的** 5 **倍比第一个数的** 3 **倍大** 1。**若设第一个数为** x，**第二个数为** y，**则所列的方程组为** $\begin{cases}\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\end{cases}$，**于是第一个数是**____，**第二个数是**____

四、计算题（每题 4 分，共 8 分）

1. $-6\frac{1}{4}\times\left[3\frac{5}{8}-0.625+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)\times1\frac{1}{7}\right]+6.75$；

2. $[(-1)^2-2^2]\times\left(-1\frac{1}{2}\right)^2\times\left(-1\frac{1}{3}\right)^3-3^3-(-3)^2-3\div\left(-\frac{1}{2}\right)^3$。

五、先化简，再求值（每题 6 分，共 12 分）

1. $-\frac{1}{3}x+\left(2x-\frac{2}{3}y^2\right)-\left(\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}y^2\right)+2y$，**其中** $x=\frac{5}{21}$，$y=-\frac{3}{7}$。

2. $3a^2b-\{a^2b-ab^2+[3a^2b-(ab^2-3a^2b)]\}$，**其中** $a=-\frac{1}{2}$，$b=\frac{1}{4}$。

六、解下列方程（每题 6 分，共 18 分）

1. $\frac{1}{2}\left[x-\frac{7}{3}(5x-1)\right]-\frac{1}{6}=1$；

2. $\dfrac{1-\dfrac{1+\frac{1}{2}(1-x)}{3}}{4}=1$；

3. $\frac{0.04x+0.9}{0.05}-\frac{2}{3}=\frac{0.7x-0.5}{0.2}-\frac{20}{3}x$。

七、列方程解应用题(每题 7 分,共 14 分)

1. **有一项工程,甲做要用 12 天才能完成,而乙做要用 15 天完成这项工程。现在甲、乙两人同时工作若干天后,甲调做其他工作,余下部分由乙做了 6 天才完成。问甲工作了几天?**

2. **客车从甲站开往乙站,经过 1 小时 30 分货车跟着开出,货车开出 15 小时后,不仅追上客车,并且超过客车 21 千米。已知客车比货车每小时少走 5 千米,求货车每小时行多少千米?**

第 五 阶 段

第22讲　二元一次方程组的解法(一)

[学习要点]

1. **二元一次方程、二元一次方程组及其解的概念。**
2. **用代入法解二元一次方程组。**

[家教点窍]

1. **解二元一次方程组的基本思想是消元,把‘二元”变成‘一元”,通过减少未知数的个数,化未知为已知。**

2. **代入消元法的关键是把方程组中某一个方程变形为用一个未知数的代数式去表示另一个未知数的形式。然后代入另一个方程中,就得到一个一元一次方程。求出一个未知数的值,把这个值代到变形的方程中可求出另一个未知数的值。**

[典型例题]

例1　**当** x **取不大于** 5 **的正整数时,求出方程** $3x-2y=1$ **的解。**

解　**原方程变形为** $y=\frac{3x-1}{2}$**,因为** x **取不大于** 5 **的正整数,所以** x **的值为** 1、2、3、4、5。

当 $x=1$ **时,得** $y=1$ **当** $x=2$ **时,得** $y=\frac{5}{2}$**;**

当 $x=3$ **时,得** $y=4$ **当** $x=4$ **时,得** $y=\frac{11}{2}$**;**

当 $x=5$ **时,得** $y=7$。**所以当** x **取不大于** 5 **的正整数时,方程有** 5 **个解:**

$\begin{cases}x=1,\\y=1;\end{cases}$　$\begin{cases}x=2,\\y=\frac{5}{2};\end{cases}$　$\begin{cases}x=3,\\y=4;\end{cases}$　$\begin{cases}x=4,\\y=\frac{11}{2};\end{cases}$　$\begin{cases}x=5,\\y=7。\end{cases}$

说明　**关于** x、y **的二元一次方程** $ax+by=c$ **(**a、b、c **为常数,**$a\neq0$**,** $b\neq0$**) 的解有无数个,在限定条件下,解就是有限个。这题中,不要漏掉** $\begin{cases}x=5\\y=7\end{cases}$ **这个解。**

例2　**用代入消元法解下列方程组:**

(1) $\begin{cases}3x+y=1, & ①\\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{4}y=0。 & ②\end{cases}$　**(2)** $\begin{cases}2x+3y=1, & ①\\ 7x+8y=-2。 & ②\end{cases}$

(3) 已知 $\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$ **是方程组** $\begin{cases}mx-2y=5\\3x+ny=2\end{cases}$ **的解,求** m、n **的值。**

(4) $\begin{cases}\dfrac{x}{7}=\dfrac{y}{10}, & ①\\ 2x+3y=44。 & ②\end{cases}$

解 (1) $\begin{cases}3x+y=1, & ①\\ \dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{4}y=0。 & ②\end{cases}$

由①得 $y=1-3x$，③ **把③代入②,得** $\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{4}(1-3x)=0$。

解这个方程,得 $x=1$。**把** $x=1$ **代入** ③,**得** $y=-2$。

, $\begin{cases}x=1,\\ y=-2。\end{cases}$

(2) $\begin{cases}2x+3y=1, & ①\\ 7x+8y=-2。 & ②\end{cases}$

由①得 $x=-\dfrac{3}{2}y+\dfrac{1}{2}$，③ **把③代入②,得** $7\times\left(-\dfrac{3}{2}y+\dfrac{1}{2}\right)+8y=-2$。

解这个方程,得 $y=\dfrac{11}{5}$。**把** $y=\dfrac{11}{5}$ **代入** ③,**得** $x=-\dfrac{14}{5}$。

, $\begin{cases}x=-\dfrac{14}{5},\\ y=\dfrac{11}{5}。\end{cases}$

(3) **把** $\begin{cases}x=2\\ y=-1\end{cases}$ **代入方程组** $\begin{cases}mx-2y=5\\ 3x+ny=2\end{cases}$ **中,得** $\begin{cases}2m+2=5,\\ 6-n=2,\end{cases}$ **解得** $\begin{cases}m=\dfrac{3}{2},\\ n=4。\end{cases}$

(4) **由①设** $\dfrac{x}{7}=\dfrac{y}{10}=k\ (k\neq 0)$，, $x=7k$，$y=10k$。

代入②,得 $14k+30k=44$，, $k=1$。, $\begin{cases}x=7,\\ y=10。\end{cases}$

说明 (1) **选未知数** y **的系数为** 1 **的方程变形,或常数项为零的方程变形,由上面②得** $x=-\dfrac{1}{2}y$,**使解题过程较为简便。**(2) **选系数比较简单的方程变形。**(3) **根据方程组的解的概念,把原方程组转化为** m、n **的二元一次方程组求解。**(4) **设比值** k,**使方程组转化为** k **的一元一次方程。这样,解法较简便。**

[强化训练]

1. **填空题:**

(1) **在方程** $5x-4y=1$ **中,如果** $x=1$,**那么** $y=$ ____ **如果** $y=-4$ **时,则** $x=$ ____

(2) **将方程** $2x-3y=6$ **化为用** x **的代数式表示** y **的形式,则** $y=$ ____ ;**化为用** y **的代数式表示** x **的形式,则** $x=$ ____。**当** $y=2$ **时,则** $x=$ ____

(3) **如果** $\begin{cases}x=5\\ y=2\end{cases}$ **是二元一次方程** $mx-3y=4$ **的一个解,那么** m **的值为** ______

(4) 已知 $\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$ 是二元一次方程组 $\begin{cases}mx-2y=5\\3x+ny=2\end{cases}$ 的解,则 $m=$ ____, $n=$ ____

(5) 二元一次方程 $2x+y=5$ 的所有正整数解是__________

2. 选择题:

(1) 二元一次方程 $4x+y=8$ ( )

(A) 任意一对有理数都是它的解　　(B) 只有一个解

(C) 只有两个解　　(D) 有无数个解

(2) 下面方程组中,有且有惟一解的是 ( )

(A) $\begin{cases}x-y=2\\3x-3y=9\end{cases}$　　(B) $\begin{cases}3x+4y=7\\2x+4y=8\end{cases}$

(C) $\begin{cases}x-y=2\\4x-4y=8\end{cases}$　　(D) $\begin{cases}2x+2y=0\\x+y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$

(3) 已知 $4x^{4m}y^{n-3m}$ 与 $-5x^{n}y$ 是同类项,则 m^{n} 与 n^{m} 的大小关系为 ( )

(A) $m^{n}>n^{m}$　　(B) $m^{n}<n^{m}$

(C) $m^{n}=n^{m}$　　(D) 以上答案都不对

(4) 在二元一次方程组 $\begin{cases}mx+3y=9\\2x-y=1\end{cases}$ 中,若这个方程组没有解,则 ( )

(A) $m=9$　　(B) $m=6$　　(C) $m=-6$　　(D) $m=-9$

(5) 方程组 $\begin{cases}\dfrac{x+y}{2}+\dfrac{x-y}{3}=6\\4(x+y)-5(x-y)=2\end{cases}$ 可转化为方程组 ( )

(A) $\begin{cases}5x+y=6\\x-9y=-2\end{cases}$　　(B) $\begin{cases}5x+y=36\\x+y=-2\end{cases}$

(C) $\begin{cases}5x+y=36\\x-9y=-2\end{cases}$　　(D) $\begin{cases}5x+y=6\\x+y=-2\end{cases}$

3. 解下列方程组:

(1) $\begin{cases}x+3y=10,\\5x-y=-14;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}3x-4y=7,\\2x+3y=-1;\end{cases}$

(3) $\dfrac{3x+2y}{4}=\dfrac{x+5y}{-3}=\dfrac{2x+y+2}{5}$;　　(4) $\begin{cases}x:y=1:2,\\8x-3y=2。\end{cases}$

4. m、n 为何值时,方程组 $\begin{cases}2x-3y=1\\4x-my=n\end{cases}$ 有解?无解?无数个解?

第 23 讲　二元一次方程组的解法(二)

[学习要点]

用加减消元法解二元一次方程组。

[家教点窍]

用加减法解二元一次方程组时，要认真观察方程组中未知数系数的特点，当某一个未知数的系数互为相反数时，则用加法消元；当某一个未知数的系数相同时，则用减法消元 如果不具备上述的条件，则把每一个方程乘（或除）以适当的数，使其某一未知数系数的绝对值相等，再用加减法消元。因此，认真研究题中的未知数的系数，这是解方程组的关键。

[典型例题]

例 1　用加减法解下列方程组：

（1）$\begin{cases} x + y = 3, & ① \\ 4x - y = 7; & ② \end{cases}$　　（2）$\begin{cases} x + 3y = 10, & ① \\ 5x - y = -14; & ② \end{cases}$

（3）$\begin{cases} 3x - \frac{7}{2}y = \frac{5}{2}, & ① \\ 9x + 13y = 7\frac{1}{2}; & ② \end{cases}$　　（4）$\begin{cases} 3x - 4y = 7, & ① \\ 2x + 3y = -1。 & ② \end{cases}$

解　（1）① + ②，得 $5x = 10$，，　$x = 2$。

把 $x = 2$ 代入①，得 $2 + y = 3$，，　$y = 1$。

，　$\begin{cases} x = 2, \\ y = 1。 \end{cases}$

（2）② × 3，得 $15x - 3y = -42$。③

① + ③，得 $16x = -32$，，　$x = -2$。

把 $x = -2$ 代入②，得 $y = 4$。

，　$\begin{cases} x = -2, \\ y = 4。 \end{cases}$

（3）① × 3，得 $9x - \frac{21}{2}y = \frac{15}{2}$。③

③ - ②，得 $-\frac{47}{2}y = 0$，，　$y = 0$。

把 $y = 0$ 代入①，得 $x = \frac{5}{6}$。

，　$\begin{cases} x = \frac{5}{6}, \\ y = 0。 \end{cases}$

（4）① × 2，得 $6x - 8y = 14$。③

② × 3，得 $6x + 9y = -3$。④

④ - ③，得 $17y = -17$，，　$y = -1$。

把 $y = -1$ 代入②，得 $x = 1$。

，　$\begin{cases} x = 1, \\ y = -1。 \end{cases}$

说明　（1）中 y 的系数互为相反数，所以用加法消去 y。（2）中没有一个未知数的系数的绝对值相等，用 ② × 3，使得 y 的系数的绝对值相等。（3）中 x 的系数是倍数关系，所以

① × 3，使 x 的系数的绝对值相等。(4) 中的 x 的系数较 y 的系数简单，所以选择消去 x。

例 2　用代入法或加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} x+3y=\dfrac{1}{2}, & ① \\ 4x-2y=-5; & ② \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 3x+2y=12, & ① \\ 6x-5y=-3; & ② \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x+3y=4, & ① \\ 7x-2y=39; & ② \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} 3x+4y=-1, & ① \\ 5x-y=\dfrac{13}{6}。 & ② \end{cases}$

解　(1) 由①得 $x=\dfrac{1}{2}-3y$，③　把③代入②，得

$4\times\left(\dfrac{1}{2}-3y\right)-2y=-5$，解得 $y=\dfrac{1}{2}$。

把 $y=\dfrac{1}{2}$ 代入③，得 $x=-1$。

, $\begin{cases} x=-1, \\ y=\dfrac{1}{2}。 \end{cases}$

(2) ① × 2 - ②，得 $9y=27$，,　$y=3$。

把 $y=3$ 代入①，得 $x=2$。

, $\begin{cases} x=2, \\ y=3。 \end{cases}$

(3) ① × 2 + ② × 3，得 $25x=125$，,　$x=5$。

把 $x=5$ 代入①，得 $y=-2$。

, $\begin{cases} x=5, \\ y=-2。 \end{cases}$

(4) ① + ② × 4，得 $23x=\dfrac{23}{3}$，,　$x=\dfrac{1}{3}$。

把 $x=\dfrac{1}{3}$ 代入①，得 $y=-\dfrac{1}{2}$。

, $\begin{cases} x=\dfrac{1}{3}, \\ y=-\dfrac{1}{2}。 \end{cases}$

说明　(1) 中有 $x+3y=\dfrac{1}{2}$，化为 $x=\dfrac{1}{2}-3y$，用代入法较简便。(2) 中 x 的系数是倍数关系，用加减法简便。(3) 选择消去 y 较简便。(4) 可用代入法消去 y，但运算较繁，用加减法消去 y 较简便。

[强化训练]

1. 用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}3x+2y=1,\\7x+4y=-2;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}7x+2y+1=0,\\3x-4y-3=0;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}4x+y-1=0,\\2y-2x+1=0;\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}3x+5y-7=0,\\8x+15y-4=0;\end{cases}$

(5) $\begin{cases}3x-2y=11,\\4x+3y=9;\end{cases}$　　(6) $\begin{cases}3(x-y)+4\left(2x-\dfrac{y}{4}\right)+7=0,\\\dfrac{x+y-2}{2}-\dfrac{x-y-3}{3}+1=0。\end{cases}$

2. 解方程组 $\begin{cases}ax+by=2\\cx-7y=8\end{cases}$ 时,本应解出 $\begin{cases}x=3,\\y=-2。\end{cases}$ 由于看错了系数 c,而得到解为 $\begin{cases}x=-2,\\y=2。\end{cases}$ 试求 $a+b+c$ 的值。

第 24 讲　三元一次方程组的解法

[学习要点]

用代入法或加减法解三元一次方程组。

[家教点窍]

1. 解三元一次方程组的基本思路是化“三元”为“二元”,再化“二元”为“一元”,即利用代入法或加减法“消元”,逐步求解。

2. 解三元一次方程组,除选择消元方法和决定消去哪一个未知数外,关键的一步是由“三元”化为“二元”。要特别注意在两次消元过程中,对①、②、③三个方程中应先由哪两个方程消去某一个未知数,再由哪两个方程仍消去这个未知数。防止第一次消去 y,第二次消去 z 或 x,仍得到三元一次方程组,未达到“消元”的目的。

[典型例题]

例 1　解下列三元一次方程组:

(1) $\begin{cases}2x+y-z=6, & ①\\x+2y=8, & ②\\3x-2y+z=1; & ③\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}4x+3z=5, & ①\\2y-3x=4, & ②\\3y+2z=7\dfrac{1}{2}; & ③\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x+2y+z=5, & ①\\2x-y+2z=5, & ②\\x+y+3z=8; & ③\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}\dfrac{x}{7}=\dfrac{y}{10}=\dfrac{z}{5},\\2x+3y+z=49。\end{cases}$

解　(1) 消去 z,① + ③ 得 $5x-y=7$。④

解②、④组成的方程组,得 $x=2,y=3$。

把它代入①,得 $z=1$。

, $\begin{cases} x = 2, \\ y = 3, \\ z = 1。\end{cases}$

(2) 消去 z, ① × 2 - ③ × 3 **得** $8x - 9y = -12\frac{1}{2}$。④

解②、④组成的方程组,得 $x = -1$, $y = \frac{1}{2}$。

把它代入①,得 $z = 3$。

, $\begin{cases} x = -1, \\ y = \frac{1}{2}, \\ z = 3。\end{cases}$

(3) 消去 y, ② + ③ **得** $3x + 5z = 13$, ④

① + ② × 2 **得** $5x + 5z = 15$。⑤

解④、⑤组成的方程组,得 $x = 1$, $z = 2$。

把它代入③中,得 $y = 1$。

, $\begin{cases} x = 1, \\ y = 1, \\ z = 2。\end{cases}$

(4) 设 $\frac{x}{7} = \frac{y}{10} = \frac{z}{5} = k\ (k \neq 0)$, , $x = 7k$, $y = 10k$, $z = 5k$。**代入** $2x + 3y + z = 49$ **中,得** $14k + 30k + 5k = 49$, , $k = 1$。

解得 $x = 7$, $y = 10$, $z = 5$。

, $\begin{cases} x = 7, \\ y = 10, \\ z = 5。\end{cases}$

说明 (1) 方程②中不含 z**,先从①、③中消去** z。**(2) 每个方程都是二元一次方程,选从①、③中消去** z。**(3) 先消去** y **或消去** x。**(4) 设比值为** k**,解法简便。**

例 2 **解下列三元一次方程组:**

(1) $\begin{cases} x + y + 2z = -1, & ① \\ 2x + y + z = 1, & ② \\ x + 2y + z = 4; & ③ \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x : y = 9 : 8, & ① \\ x : z = 3 : 2, & ② \\ 4x - 2y + 3z = 76。 & ③ \end{cases}$

解 (1) $\frac{① + ② + ③}{4}$ **得** $x + y + z = 1$。④

① - ④, **得** $z = -2$; ② - ④, **得** $x = 0$;

③ - ④, **得** $y = 3$。

, $\begin{cases} x = 0, \\ y = 3, \\ z = -2。\end{cases}$

（2）由①设 $x=9k$，$y=8k$（$k\neq 0$），代入②，得 $z=6k$。

把 $x=9k$，$y=8k$，$z=6k$ 代入③，得 $36k-16k+18k=76$，，$k=2$。

由此得 $x=18$，$y=16$，$z=12$。

， $\begin{cases} x=18, \\ y=16, \\ z=12. \end{cases}$

说明 （1）观察方程的特点，不一定先消去某一未知数，而采用三式的和除以 4，再分别与①、②、③消元，解法较简便。（2）中的①设比值 k，代入②中求出 z，再代入③求出 k 值，易得方程组的解。

［强化训练］

1．解下列三元一次方程组：

（1）$\begin{cases} 4x+2y+3z=1, & ① \\ 10x-3y-5z=8, & ② \\ 18x+2y+6z=-1; & ③ \end{cases}$　（2）$\begin{cases} x+y-z=2, & ① \\ 3x+7y+3z=0, & ② \\ 2x-5y+z=1; & ③ \end{cases}$

（3）$\begin{cases} x=2y-9z, & ① \\ 2x+4y-6z=4, & ② \\ 3x-6y+18z=3; & ③ \end{cases}$　（4）$\begin{cases} x-y-z=5, & ① \\ y-x-z=1, & ② \\ z-x-y=-15; & ③ \end{cases}$

（5）$\begin{cases} x-y=7, & ① \\ y-z=15, & ② \\ z+x=-4; & ③ \end{cases}$　（6）$\begin{cases} 5x=8z, & ① \\ 5y=2z, & ② \\ x+2y+3z=108. & ③ \end{cases}$

2．在式子 $y=ax^2+bx+c$ 中，当 $x=1$ 时，$y=0$；当 $x=2$ 时，$y=0$；当 $x=3$ 时，$y=4$。求 a、b、c 的值。

第 25 讲　一次方程组的应用

［学习要点］

列二元一次方程组解应用问题。

［家教点窍］

列二元一次方程组解应用题的步骤是：

（1）认真审题，搞清已知量、未知量，并用字母 x、y 表示出两个未知数；

（2）找出题意中的两个等量关系式；

（3）列出方程组；

（4）解这个方程组，并求出未知数的值；

（5）检验并写出答案。

［典型例题］

例1　一个工人一天能生产 100 只螺钉或 150 只螺帽，一只螺钉要与 2 只螺帽配套。现有工人 42 人，问应怎样分配工作才能使每天生产的螺钉和螺帽刚好配套？

分析　两个相等关系：(1) 生产螺钉的人数 + 生产螺帽的人数 = 总人数；(2) 一天生产螺钉的只数 $=\frac{1}{2}\times$ 一天生产螺帽的只数。

解　设每天生产螺钉的有 x 人，生产螺帽的有 y 人。根据题意，得 $\begin{cases}x+y=42,\\100x=\frac{1}{2}\times150y。\end{cases}$

解这个方程组，得 $\begin{cases}x=18,\\y=24。\end{cases}$

答　应分配 18 人生产螺钉，24 人生产螺帽。

例2　甲、乙两个工程队同时从两端合开一条长为 230 米的隧道。如果甲队开 7 天，乙队开 6 天，刚好把隧道开通；如果乙队开 8 天，甲队开 5 天，则还差 10 米。问甲、乙两队每天各能开隧道多少米？

分析　两个相等关系：(1) 甲队 7 天开隧道的米数 + 乙队 6 天开隧道的米数 = 总米数；(2) 5 天甲队开隧道的米数 + 8 天乙队开隧道的米数 = 总米数 - 10。

解　设甲队每天能开隧道 x 米，乙队每天能开隧道 y 米。根据题意，得

$$\begin{cases}7x+6y=230,\\5x+8y=230-10。\end{cases}$$

解这个方程组，得 $\begin{cases}x=20,\\y=15。\end{cases}$

答　甲队每天能开隧道 20 米，乙队每天能开隧道 15 米。

例3　甲、乙两地相距 20 千米，某人在 11 点离开甲地，并要求在 12 点以前到达乙地。他先乘半小时汽车，然后以 5 千米/时的速度步行，于是提前 6 分钟到乙地。求汽车的速度和某人步行的时间。

分析　两个相等关系：

乘汽车的路程 + 步行路程 = 总路程；乘汽车的时间 + 步行时间 = 1 小时 $-\frac{6}{60}$。

解　设汽车的速度为 x 千米/时，步行时间为 y 小时。根据题意，得 $\begin{cases}\frac{1}{2}x+5y=20,\\\frac{1}{2}+y=1-\frac{6}{60}。\end{cases}$

解这个方程组，得 $\begin{cases}x=36,\\y=\frac{2}{5}。\end{cases}$

答　汽车的速度为 36 千米/时，步行的时间为 $\frac{2}{5}$ 小时。

说明　题中的第二个相等关系比较隐含。这个方程组的第一个方程是路程等式，第二个是时间等式。注意等式左右单位要统一。

[强化训练]

1．填空题：

（1）某营业员昨天卖出7件衬衫和4条裤子，共560元，今天又卖出9件衬衫和6条裤子，共680元。每件衬衫和每条裤子的价格各是多少元？

解　设________________________

根据题意，得方程组$\begin{cases} \underline{\qquad\qquad\qquad} \\ \underline{\qquad\qquad\qquad} \end{cases}$

（2）甲对乙说："我在你现在的年龄时，我的年龄是你的年龄的2倍。当你到我现在的年龄时，我们两人的年龄之和是63。"问甲、乙两人今年各多少岁？

解　设甲现在为x岁，乙为y岁。

根据题意，得方程组$\begin{cases} \underline{\qquad\qquad\qquad} \\ \underline{\qquad\qquad\qquad} \end{cases}$

2．选择题：

（1）有一批零件共420只，如果甲先做2天后，乙加入合作，那么再做2天完成任务；如果乙先做2天后甲加入合作，那么再做3天完成任务。若设甲每天做x个零件，乙每天做y个零件，则下列方程中正确的是　（　　）

（A）$\begin{cases} 2x+2(x+y)=420 \\ 2y+3(x+y)=420 \end{cases}$　　（B）$\begin{cases} x+y=420 \\ 2x+2y=420 \end{cases}$

（C）$\begin{cases} 2x+2y=420 \\ 3x+3y=420 \end{cases}$　　（D）$\begin{cases} 3x+3y=420 \\ x+2y=420 \end{cases}$

（2）甲、乙两厂共同生产机床，今年甲、乙两厂的产量分别比去年增长150%和78%，两厂的总产量比去年增长120%，多生产机床288台。则甲、乙两厂今年各生产的机床台数分别为　（　　）

（A）350，178　　（B）140，100

（C）188，100　　（D）210，178

3．列方程组解应用题：

（1）要在规定时间内由A城开车至B城，如果每小时行50千米，那么就要迟到2小时；如果每小时行80千米，那么就能提前1小时到达。求A、B两城间的距离和原规定到达的时间。

（2）甲、乙两人分别从相距600米的两地同时出发，若相向而行，则经$3\frac{3}{4}$分钟相遇；若同向而行，则乙用$18\frac{3}{4}$分钟可追上甲。求甲、乙两人的速度。

（3）甲、乙两工人共加工200个零件，甲先单独加工5小时后，又与乙一起加工4小时，完成了任务。已知甲每小时比乙多加工2个零件，问甲、乙两人每小时各加工多少个零件？

（4）有30名工人，每人每小时能生产甲种零件30只，或生产乙种零件25只，或生产丙种零件20只。现在要用甲种零件3只、乙种零件5只、丙种零件4只装配成某种机件，问如何安排劳动力，才能使每小时生产的零件刚好装配成一个机件？

（5）一个三位数除以它左边两位数字的和，得到商61及余数11；若把这个三位数除以

百位数字与个位数字的和,得到商 66 及余数 7;若把这个三位数除以十位数字与个位数字的和,则得到商 78 及余数 7。求这个三位数。

第 26 讲　阶段测试(四)

一、填空题(每题 4 分,共 24 分)

1. 已知二元一次方程 $\frac{1}{3}x-2y+4=0$,试以 x 的代数式表示 y,即 $y=$ ____;并求当 $x=-1\frac{1}{2}$ 时,$y=$ ________

2. 若 $\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=-1 \end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases} ax-3y=5 \\ 2x+by=1 \end{cases}$ 的一个解,则 $a=$ ______,$b=$ ______

3. 若 $(3x-6)^2+\left|\frac{1}{2}x+y+\frac{2}{3}m\right|=0$,则 $x=$ ____,$y=$ ____。要使 y 的值为 1,则 m 的值是______

4. 求出方程 $3x+y=13$ 在正整数范围内的解是______________

5. 已知代数式 $ax+by$,当 $x=1$、$y=1$ 和 $x=2$、$y=-1$ 时,代数式的值都是 6。则当 $x=-1$、$y=2$ 时,代数式的值等于______

6. 在 $y=ax^2+bx+c$ 中,当 x 分别等于 1、-1、0 时,y 分别等于 2、0、6,则 $a=$ ____,$b=$ ____,$c=$ ____;当 $x=-2$ 时,$y=$ ____

二、选择题(每题 4 分,共 20 分)

1. 在下列方程组中,解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$ 的是　　(　　)

(A) $\begin{cases} 2x+y=7 \\ x-y=3 \end{cases}$　　(B) $\begin{cases} x+2y=7 \\ y-2x=-4 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x-y=1 \\ x+3y=8 \end{cases}$　　(D) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-3y=1 \end{cases}$

2. 若 $x=-1$,$y=4$ 满足方程 $2x-ky=6$,则 k 值为　　(　　)

(A) -2　　(B) 2　　(C) -1　　(D) 1

3. 若 $\begin{cases} x=3 \\ y=-3 \end{cases}$ 与 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-6 \end{cases}$ 都满足 $ax-by=21$,则 a、b 的值为　　(　　)

(A) $\begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases}$　　(B) $\begin{cases} a=3 \\ b=-4 \end{cases}$　　(C) $\begin{cases} a=4 \\ b=-3 \end{cases}$　　(D) $\begin{cases} a=-9 \\ b=2 \end{cases}$

4. 若方程组 $\begin{cases} 2ax+y=15 \\ -x+by=-1 \end{cases}$ 是二元一次方程组,则　　(　　)

(A) $a=0$ 且 $b=0$　　(B) $a\neq 0$ 且 $b\neq 0$

(C) $a=0$ 或 $b=0$　　(D) a、b 为任意数

5. 若 $2a^{y+5}b^{3x}$ 与 $-4a^{2x}b^{2-4y}$ 是同类项,则　　(　　)

(A) $x=-1, y=2$　　(B) $x=2, y=-1$

(C) $x=0, y=-\frac{3}{5}$　　(D) $x=1, y=-2$

三、解下列方程组(每题 6 分,共 24 分)

1. **解方程组** $\begin{cases}3x+2y=3,\\2x-3y=2。\end{cases}$

2. **解方程组** $\begin{cases}\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=7,\\\frac{2x}{3}-\frac{y}{4}=1。\end{cases}$

3. **解方程组** $\begin{cases}x+y=27,\\y+z=33,\\z+x=30。\end{cases}$

4. **若方程组** $\begin{cases}x+2y=10\\2x-y=5\end{cases}$ **的解也是方程组** $\begin{cases}2x-3y=b\\ax-6y=4\end{cases}$ **的解,求** a、b **的值。**

四、列一次方程组解应用题(第 1、2 题各 10 分,第 3 题 12 分,共 32 分)

1. **一工人接到一批零件任务,要求定期完成。他计划每小时做 10 个,就可超额任务 3 个;若每小时做 11 个,可提前 1 小时完成。求他加工这批零件的个数。**

2. **一列快车从上午 7 点 15 分从 A 城出发,以每小时 80 千米的速度行驶,可准时到达 B 城。在走了全程的$\frac{2}{5}$时,因故临时停车 10 分钟,快车司机在余下的路程上把行驶速度每小时增加 10 千米,正好准时到达 B 城。求(1) A、B 两城间的距离;(2) 列车到达 B 城是几点几分。**

3. **有甲、乙、丙三个容器,总容量为 270 升,注满甲容器的水倒满乙容器,这时甲容器还剩原有水的$\frac{2}{7}$;若乙、丙两容器注满水后都倒入甲容器里,则甲容器还差 10 升才满。问每个容器能盛水多少升?**

第 六 阶 段

第 27 讲　不等式的意义、性质、解集

[学习要点]

1. 不等式、不等式的解集、解不等式等概念；
2. 不等式的基本性质；
3. 在数轴上表示不等式的解集。

[家教点窍]

1. 凡用不等号“ $>$ ”、“ $<$ ”或“ $\neq$ ”连接而成的式子叫做不等式。
2. 不等式的基本性质：

（1）如果 $a > b$，则 $a + c > b + c$，$a - c > b - c$；

（2）如果 $a > b$，且 $c > 0$，则 $ac > bc$，$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$；

（3）如果 $a > b$，且 $c < 0$，则 $ac < bc$，$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$。

特别要注意在性质（3）的应用中，切记不等号方向要改变。

3. 不等式的解集在数轴上的表示法：

如不等式 $3x \geqslant 9$ 的解集为 $x \geqslant 3$，如图 27-1 所示：

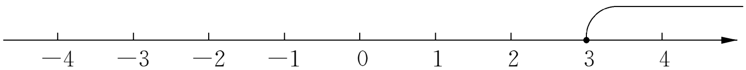


图 27-1

数轴上数 3 这点画成圆点，它表示包括数 3 这一点，用数轴上数 3 的点及其右边的部分来表示。

如不等式的解集 $-2 \leqslant x < 5$，如图 27-2 所示：

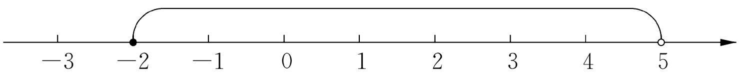


图 27-2

在数轴上数 -2 这点画成圆点、数 5 这一点画成圆圈（表示不包括数 5 这一点），用数轴上包括 -2 这点和数 5 这一点之间的部分来表示。

[典型例题]

例 1　根据不等式的基本性质，把下列不等式化成 $x > a$ 或 $x < a$ 的形式：

（1）$x - 1 > 3$；　　（2）$3x < 2x - 3$；

（3）$\frac{1}{4}x > 3$；　　（4）$-3x > 2$。

解 （1）根据不等式性质 1，不等式两边都加上 1，得 $x > 4$。

（2）根据不等式性质 1，不等式两边都减去 $2x$，得 $x < -3$。

（3）根据不等式性质 2，不等式两边都乘以 4，得 $x > 12$。

（4）根据不等式性质 3，不等式的两边都除以 -3，得 $x < -\frac{2}{3}$。

注意 不等式的两边都除以（或乘以）同一个负数，不等号的方向改变。

例 2 设 $m > n$，用“ > ”或“ < ”号填空：

（1）$m-2$ ____ $n-2$；　　（2）$-m$ ____ $-n$；

（3）$\frac{2}{3}m$ ____ $\frac{2}{3}n$；　　（4）$-\frac{4}{7}m$ ____ $-\frac{4}{7}n$；

（5）$2-m$ ____ $2-n$；　　（6）$m-n$ ____ $n-m$。

解 （1） $m > n$，， $m-2 > n-2$（不等式性质 1）。

（2） $m > n$，， $-m < -n$（不等式性质 3）。

（3） $m > n$，， $\frac{2}{3}m > \frac{2}{3}n$（不等式性质 2）。

（4） $m > n$，， $-\frac{4}{7}m < -\frac{4}{7}n$（不等式性质 3）。

（5） $m > n$，， $-m < -n$（不等式性质 3），， $2-m < 2-n$（不等式性质 1）。

（6） $m > n$，， $m-n > 0$（不等式性质 1），$n-m < 0$（不等式性质 3），， $m-n > n-m$（正数大于负数）。

例 3 根据下列数量关系，列出不等式，并由不等式的性质求出解的集合，把解集表示在数轴上：

（1）$7x-14$ 的值是非正数；　　（2）$-x$ 的一半不大于 2；

（3）x 的 5 倍与 2 的和不小于 -3；　　（4）x 的 $\frac{2}{3}$ 与 1 的差小于 1。

解 （1）$7x-14 \leqslant 0$，， $x \leqslant 2$，如图 27-3 所示。

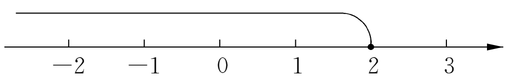


图 27-3

（2）$\frac{1}{2} \cdot (-x) \leqslant 2$，， $x \geqslant -4$，如图 27-4 所示。

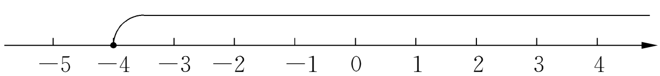


图 27-4

（3）$5x+2 \geqslant -3$，， $x \geqslant -1$，如图 27-5 所示。

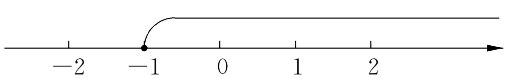


图 27-5

（4）$\frac{2}{3}x-1<1$，，　$x<3$，如图 27-6 所示。

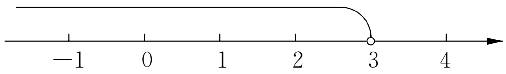


图 27-6

说明　非正数是指小于等于 0 的数；“不大于”的意思是“小于或等于”；“不小于”的意思是“大于或等于”。

[强化训练]

1. 若 $a<b<0$，比较下列各式的大小：

（1）$a-8$ ____ $b-8$；　　（2）$5a$ ____ $4b$；

（3）ab ____ 0；　　（4）a^3b^2 ____ 0；

（5）$b-a$ ____ 0；　　（6）$\frac{1}{a}$ ____ $\frac{1}{b}$；

（7）$|a|$ ____ $|b|$；　　（8）$-a$ ____ $-|-b|$。

2. 若 $\frac{2}{3}x>-2$，则其解集是　　（　　）

（A）$x>3$　　（B）$x>-\frac{4}{3}$

（C）$x>-3$　　（D）$x<-3$

3. 当 $m>-1$ 时，代数式 $2-m$ 的值是　　（　　）

（A）大于 3　　（B）小于 3　　（C）大于 1　　（D）小于 1

4. 若 $a>b$，则下列不等式中，成立的个数有　　（　　）

（1）$2a>3b$　　（2）$-2a>-2b$　　（3）$a+2>b+2$

（4）$\frac{1}{2}a>\frac{1}{2}b$　　（5）$-2a+5<-2b+5$

（A）2 个　　（B）3 个　　（C）4 个　　（D）5 个

5. 根据下列数量关系，列出不等式，并求出解集，把解集表示在数轴上：

（1）x 的一半与 1 的差是负数；　　（2）x 与 (-3) 的差是非负数；

（3）x 的相反数的 4 倍比 $(4-2x)$ 的值大；　　（4）x 的 $\frac{1}{3}$ 不大于 1。

第 28 讲　一元一次不等式的解法

[学习要点]

1. 一元一次不等式及标准形式；2. 一元一次不等式的解法。

[家教点窍]

一元一次不等式与一元一次方程的联系与区别：

	一元一次方程	一元一次不等式	相　同　点	不　同　点
定 义	只含有一个未知数,并且未知数的次数是 1,系数不等于 0 的等式	只含有一个未知数,并且未知数的次数是 1,系数不等于 0 的不等式	未知数的个数、次数都是 1,系数不等于 0	一元一次方程表示相等关系,一元一次不等式表示不等关系
标准形式	$ax + b = 0$ $(a \neq 0)$	$ax + b > 0$ 或 $ax + b < 0$ $(a \neq 0)$	由 $ax + b$ 及 0 组成,且 $a \neq 0$	方程只有一种表达式,不等式有两种表达式
解法根据	等式性质 1 和 2	不等式的基本性质 1、2、3	按等式性质变形后仍为等式,按不等式基本性质变形后仍为不等式	应用不等式性质 3 变形后要改变不等号的方向
解法步骤	(1)去分母,(2)去括号,(3)移项,(4)合并同类项,(5)系数化成 1	(1)去分母,(2)去括号,(3)移项,(4)合并同类项,(5)系数化成 1		在解法步骤(1)和步骤(5)中,两边都乘以(或除以)同一个负数时,不等式要改变不等号的方向
解的情况	一元一次方程 $ax + b = 0\ (a \neq 0)$ 只有一个解 $x = -\frac{b}{a}$	一元一次不等式 $ax + b > 0$ 或 $ax + b < 0$ $(a \neq 0)$ 的解集含有无数个解	左边是未知数,右边是已知数	在数轴上方程的解是表示一个点,而不等式的解集是表示一个范围

[典型例题]

例 1 解不等式 $\frac{2(x+1)}{3} - 1 > \frac{5(x-1)}{6}$,并把它的解集在数轴上表示出来。

解 去分母,得 $4(x+1) - 6 > 5(x-1)$。去括号,得 $4x + 4 - 6 > 5x - 5$。

移项,得 $4x - 5x > -5 + 6 - 4$。合并同类项,得 $-x > -3$。

系数化成 1,得 $x < 3$。这个不等式的解集在数轴上表示如下:

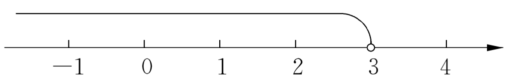


图 28-1

说明 在系数化成 1 时,两边同除以 -1 后,不等号的方向要改变。

例 2 求不等式 $\frac{x+2}{3} - 1 \leqslant \frac{2+3x}{4}$ 的非正的整数解,并把解集在数轴上表示出来。

解 去分母,得 $4(x+2) - 12 \leqslant 3(2+3x)$。去括号,得 $4x + 8 - 12 \leqslant 6 + 9x$。

移项,得 $4x - 9x \leqslant 6 - 8 + 12$。合并同类项,得 $-5x \leqslant 10$。

系数化成 1,得 $x \geqslant -2$。, 非正的整数解为 -2, -1, 0。

在数轴上用圆点表示如下:

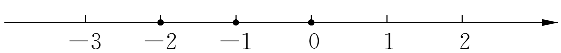


图 28-2

说明　求非正整数解，一般先求出不等式的解集，然后再找出解集里的非正的整数。

例3　已知不等式 $5(x-2)+8<6(x-1)+7$ 的最小整数解为方程 $2x-ax=3$ 的解，求代数式 $4a-\frac{14}{a}$ 的值。

解　去括号，得 $5x-10+8<6x-6+7$。移项，得 $5x-6x<-6+7+10-8$。

合并同类项，得 $-x<3$。系数化成 1，得 $x>-3$。

∴ 原不等式的最小整数解是 -2。把 $x=-2$ 代入方程 $2x-ax=3$ 中，得 $a=\frac{7}{2}$。把 $a=\frac{7}{2}$ 代入 $4a-\frac{14}{a}$ 中，得 $4\times\frac{7}{2}-\frac{14}{\frac{7}{2}}=14-4=10$。

说明　本题是不等式、方程和求代数式的值的综合问题，应正确理解概念，并能灵活运用知识解决问题。

[强化训练]

1. 解下列不等式，并把它们的解集在数轴上表示出来：

(1) $5x-6(x-1)\leqslant 4$；　　(2) $\frac{x+3}{5}-\frac{1}{3}<\frac{4-3x}{6}$；

(3) $3x+1+\frac{x-3}{2}\leqslant\frac{7x+2}{3}$；　　(4) $\frac{2x+7}{3}-\frac{3x+5}{7}\leqslant\frac{10-3x}{5}+8$。

2. (1) 求不等式 $\frac{x+2}{2}-\frac{3x+2}{3}<\frac{2x+9}{6}$ 的非正的整数解；

(2) 求不等式 $\frac{x+1}{3}-\frac{2x-1}{2}\geqslant-4$ 的最大整数解。

3. x 为何值时，代数式 $\frac{x+1}{3}-\frac{x-1}{2}$ 的值是：

(1) 正数？ (2) 负数？ (3) 非负数？ (4) 非正数？

4. x 为何非负的整数时，$\frac{2x-5}{3}+1$ 的值不大于 $\frac{x+1}{2}-\frac{1}{3}$ 的值？

第29讲　一元一次不等式组的解法

[学习要点]

1. 一元一次不等式组及其解集的概念；2. 会利用数轴解一元一次不等式组。

[家教点窍]

1. 解一元一次不等式组的步骤：(1) 求出这个不等式组中各个不等式的解集；(2) 利用数轴，求出这些不等式的解集的公共部分，即求出这个不等式组的解集。

2. 设 $a<b$，下列不等式组的解集分别为：

(1) $\begin{cases}x>a\\x>b\end{cases}$ 的解集是 $x>b$；　　(2) $\begin{cases}x<a\\x<b\end{cases}$ 的解集是 $x<a$；

(3) $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 的解集是 $a < x < b$；　　(4) $\begin{cases} x < a \\ x > b \end{cases}$ 的解集是空集（无解）。

[典型例题]

例 1　解下列不等式组，并把解集在数轴上表示出来：

(1) $\begin{cases} 1 - \dfrac{x+1}{2} \leqslant 2 - \dfrac{x+2}{3}, & ① \\ 3(x-1) > 4(x-3)； & ② \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 2 + x < 3 + 2x, & ① \\ 7x - 3 < 6x - 1, & ② \\ 9 + 2x \geqslant 8 + 3x。 & ③ \end{cases}$

解　(1) 解不等式①，得 $x \geqslant -5$；解不等式②，得 $x < 9$。

在数轴上表示不等式①、②的解集如下：

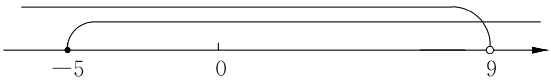


图 29-1

，　不等式组的解集是 $-5 \leqslant x < 9$。

(2) 解不等式①，得 $x > -1$；解不等式②，得 $x < 2$；解不等式③，得 $x \leqslant 1$。

在数轴上表示不等式①、②、③的解集如下：

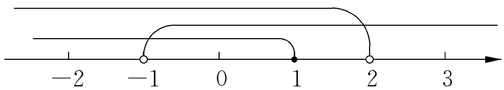


图 29-2

所以不等式组的解集是 $-1 < x \leqslant 1$。

说明　解不等式组，实际上就是求出不等式组中每一个不等式的解集。利用数轴求出所有解集的公共部分，就是不等式组的解集。最后的答案应按数轴方向的顺序来写。

例 2　解下列不等式：

(1) $-2 \leqslant \dfrac{2+5x}{3} < \dfrac{1}{2}$；　　(2) $2x - 1 < 4x + 2 < 4 - x$。

解　(1) 直接应用不等式的性质来解：

$$-12 \leqslant 2(2+5x) < 3,\ -12 \leqslant 4 + 10x < 3,$$

$-16 < 10x < -1$，，　$-\dfrac{8}{5} < x < -\dfrac{1}{10}$。

(2) 原不等式可写成下列不等式组：

$$\begin{cases} 2x - 1 < 4x + 2, & ① \\ 4x + 2 < 4 - x。 & ② \end{cases}$$

解不等式①，得 $x > -\dfrac{3}{2}$；解不等式②，得 $x < \dfrac{2}{5}$。

所以，不等式组的解集为 $-\dfrac{3}{2} < x < \dfrac{2}{5}$。

例3　**求不等式组** $\begin{cases}3x-4\leqslant 6x-2\\ \dfrac{2x+1}{3}-1<\dfrac{x-1}{2}\end{cases}$ **的整数解。当这个整数解也是方程** $3(x+a)-5a+2=0$ **的解时,并求代数式** $2a^2-\dfrac{1}{2}(a-2)^3$ **的值。**

解　$\begin{cases}3x-4\leqslant 6x-2, & ①\\ \dfrac{2x+1}{3}-1<\dfrac{x-1}{2}。 & ②\end{cases}$

解不等式①,得 $x\geqslant -\dfrac{2}{3}$**;解不等式②,得** $x<1$。

所以,不等式组的解集是 $-\dfrac{2}{3}\leqslant x<1$**,则这个不等式组的整数解为** $x=0$。

把 $x=0$ **代入方程** $3(x+a)-5a+2=0$ **中,得** $a=1$。**把** $a=1$ **代入** $2a^2-\dfrac{1}{2}(a-2)^3$ **中,得值为** $2\dfrac{1}{2}$。

说明　**本题是不等式组解集、方程的解和代数式的值的综合题,要正确理解题意,逐一求出每一步的解。**

[强化训练]

1. **解下列不等式组,并将它的解集在数轴上表示出来:**

(1) $\begin{cases}5x-2>3(x+1),\\ \dfrac{1}{2}x-1\leqslant 7-\dfrac{3}{2}x;\end{cases}$

(2) $\begin{cases}\dfrac{x}{2}<\dfrac{x+1}{3},\\ \dfrac{2x-1}{4}<\dfrac{3x+1}{5};\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x+3>1-x,\\ 3x-7\leqslant 8;\end{cases}$

(4) $\begin{cases}\dfrac{x}{2}-\dfrac{x}{3}>-1,\\ 2(x-3)-3(x-3)>0,\\ \dfrac{4}{3}x-1\leqslant 2(x-1)。\end{cases}$

2. **求不等式(组)的正整数解:**

(1) $-8<\dfrac{-3x-2}{4}-5<-5$;

(2) $\begin{cases}4x-3\geqslant 2x-5,\\ \dfrac{x-3}{3}-1<1-\dfrac{x}{2}。\end{cases}$

3. **已知方程组** $\begin{cases}x+y=3a+9\\ x-y=5a+1\end{cases}$ **的解为正数,求:**

(1) a **的范围**;(2) **化简** $|4a+5|-|a-4|$。

第30讲　阶段测试(五)

一、将下列不等式的解集分别填在不等式后面的横线上(每题2分,共12分)

(1) $-x>5$，则______　　(2) $-2x<10$，则______

(3) $-\frac{1}{2}x>1$，则______　　(4) $-2x>-5$，则______

(5) $\frac{x}{2}>-\frac{2}{3}x$，则______　　(6) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}x\geqslant\frac{x}{2}-1$，则______

二、将下列不等式组的解集填在不等式组后面的横线上(每题 3 分,共 18 分)

(1) $\begin{cases}x>2,\\ x\leqslant 3\frac{1}{2},\end{cases}$ 则______　　(2) $\begin{cases}x>3,\\ x\geqslant 5,\end{cases}$ 则______

(3) $\begin{cases}x\leqslant 0,\\ x<-1\frac{1}{2},\end{cases}$ 则______　　(4) $\begin{cases}x\geqslant 3,\\ x<-2,\end{cases}$ 则______

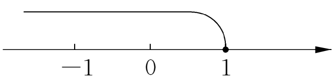
(5) $\begin{cases}x>-4,\\ x\leqslant 5,\\ x>-2,\end{cases}$ 则______　　(6) $\begin{cases}x<0,\\ x<-2,\\ x>-3,\end{cases}$ 则______

三、选择题(每题 4 分,共 20 分)

1. 如图 30-1,在数轴上表示不等式 $x+1\geqslant 0$ 的解集,其中正确的是　　(　　)

(A) 

(B) 

(C) 

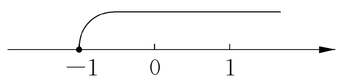
(D) 

图 30-1

2. 如图 30-2,将数轴上 x 的范围用不等式表示,其中正确的是　　(　　)

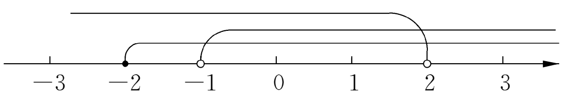


图 30-2

(A) $x>-1$　　(B) $x<2$

(C) $-2<x<2$　　(D) $-1<x<2$

3. 若 $(k+5)x>4$ 的解集是 $x<-1$，则 k 的值为　　(　　)

(A) -9　　(B) -6　　(C) -1　　(D) 以上答案都不对

4. 下列各不等式的后面对应地写出了它的解集(在有理数范围内),其中错误的是

(　　)

(A) $|x|>0$ 的解集是 $x\neq 0$ 的一切有理数

(B) $x\leqslant|x|$ 的解集是全体有理数

(C) $x^2\leqslant 0$ 无解

(D) $-x>|x|$ 无解

5. 下面是四名学生解不等式 $|3x-2|<1$ 的解题过程,其中正确的解法是 ( )

(A) $|3x-2|<1$

$3x-2<1$,

$3x<3$,

, $x<1$。

(B) $|3x-2|<1$

$3x-2<1$ 且 $3x-2<-1$,

$3x<3$ 且 $3x<1$,

$x<1$ 且 $x<\frac{1}{3}$, , $x<\frac{1}{3}$。

(C) $|3x-2|<1$

$3x-2<1$ 或 $3x-2>-1$,

$3x<3$ 或 $3x>1$,

$x<1$ 或 $x>\frac{1}{3}$,

, 解集为一切有理数。

(D) $|3x-2|<1$

$-1<3x-2<1$,

$1<3x<3$,

, $\frac{1}{3}<x<1$。

四、解下列不等式或不等式组(每题 6 分,共 30 分)

1. $8(1-x)\geqslant 5(4-x)+3$;

2. $\frac{2(4x+1)}{3}<\frac{5x+1}{2}+1$;

3. $\frac{3x-1}{5}>\frac{x+6}{2}$;

4. $-2\leqslant\frac{4-7x}{5}\leqslant 7$;

5. $\begin{cases}2x-3\leqslant 5-3x, \\ 1-\frac{x}{2}>1-\frac{x}{3}, \\ 3x+7\geqslant x+2。\end{cases}$

五、解答下列各题(每题 10 分,共 20 分)

1. 已知有理数 x 满足 $\frac{3x-1}{2}-\frac{7}{3}\geqslant x-\frac{5+2x}{3}$,若 $|x-3|-|x+2|$ 的最大值为 m,最小值为 n,则 $m+n=$ ________

2. 已知不等式组 $\begin{cases}x-2a+b<0 \\ 2x+3a-5b>0\end{cases}$ 的解集为 $-1<x<6$,求 a、b 的值。

第 七 阶 段

第 31 讲　幂的运算性质

[学习要点]

1. **同底数幂乘法的性质 幂的乘方的意义及性质 积的乘方的意义及性质。**
2. **应用同底数幂的乘法、幂的乘方、积的乘方的性质进行计算。**

[家教点窍]

1. **同底数幂乘法、幂的乘方、积的乘方性质是整式乘法的基础,必须正确理解底数、指数、系数、幂、同底数的幂等概念,才能达到熟练应用。**

2. **防止以下错误的发生:**

(1)幂的乘方与同底数幂的乘法相混淆,易把指数相乘误认为指数相加,或错误地将指数乘方,如 $(a^3)^2 = a^9$**,** $(a^5)^3 = a^8$。

(2)把同底数幂的乘法同整式的加法或相同幂的加法的运算相混淆,如 $a^3 \cdot a^3 = 2a^3$**,** $x^4 + x^4 = 2x^8$**,** $y^3 \cdot y^4 = y^{12}$。

[典型例题]

例 1　**计算:**

(1) $(-a)^3 \cdot (-a)^2 \cdot (-a)$;　　(2) $-(-x)^7 \cdot (-x)^5 \cdot (-x)^3 \cdot (-x)$;

(3) $(-a)^4 \cdot (-a)^2 - (-a^5) \cdot (-a)$;　　(4) $2x^3 \cdot x^5 \cdot x^2 + (-x)^7 \cdot (-x)^2 \cdot x$;

(5) $a^n \cdot a^n + a^{n+1} \cdot a^{n-1}$;　　(6) $(x+y) \cdot (x+y)^2 \cdot (x+y)^5$。

解　(1) $(-a)^3 \cdot (-a)^2 \cdot (-a) = (-a)^{3+2+1} = a^6$;

(2) $-(-x)^7 \cdot (-x^5) \cdot (-x)^3 \cdot (-x) = -(-x)^{7+5+3+1} = -x^{16}$;

(3) $(-a)^4 \cdot (-a)^2 - (-a^5) \cdot (-a) = (-a)^6 - (-a)^6 = 0$;

(4) $2x^3 \cdot x^5 \cdot x^2 + (-x)^7 \cdot (-x)^2 \cdot x = 2x^{3+5+2} + (-x^{7+2+1}) = 2x^{10} - x^{10} = x^{10}$;

(5) $a^n \cdot a^n + a^{n+1} \cdot a^{n-1} = a^{2n} + a^{2n} = 2a^{2n}$;

(6) $(x+y) \cdot (x+y)^2 \cdot (x+y)^5 = (x+y)^{1+2+5} = (x+y)^8$。

说明　同底数幂的乘法只要求同底就可以用性质计算,即“底数不变,指数相加”。在 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ **中,**a **可以是一个数、一个字母、一个单项式、一个多项式或其他代数式。**(6)**中可把**$(x+y)$**看作是** a。

例 2　**计算:**

(1) $(-2y^3)^2 \cdot (-y)^3 \cdot (2y^2)^3$;　　(2) $[-(-a^3)^2 b]^3$;

(3) $(2a+b)^2 \cdot [-2(2a+b)]^3 \cdot \left[\frac{3}{2}(2a+b)\right]^2$;

(4) $(-x)^2 \cdot x^3 \cdot (-2y)^3 + (-2xy)^2 \cdot (-x)^3 \cdot y$

(5) $(x^2)^{n-1}\cdot(x^{n+1})^3$；　　(6) $(4x^2y)^3\cdot(-0.125xy^3)^2$。

解　(1) $(-2y^3)^2\cdot(-y)^3\cdot(2y^2)^3=4y^6\cdot(-y)^3\cdot(8y^6)=-32y^{6+3+6}=-32y^{15}$；

(2) $[-(-a^3)^2b]^3=[-a^6b]^3=-a^{18}b^3$；

(3) $(2a+b)^2\cdot[-2(2a+b)]^3\cdot\left[\frac{3}{2}(2a+b)\right]^2=(2a+b)^2\cdot[-8(2a+b)^3]\cdot\left[\frac{9}{4}(2a+b)^2\right]=-18(2a+b)^{2+3+2}=-18(2a+b)^7$；

(4) $(-x)^2\cdot x^3\cdot(-2y)^3+(-2xy)^2\cdot(-x)^3\cdot y=x^2\cdot x^3\cdot(-8y^3)+4x^2y^2\cdot(-x^3)\cdot y=-8x^5y^3+(-4x^5y^3)=-12x^5y^3$

(5) $(x^2)^{n-1}\cdot(x^{n+1})^3=x^{2(n-1)}\cdot x^{3(n+1)}=x^{2n-2}\cdot x^{3n+3}=x^{2n-2+3n+3}=x^{5n+1}$；

(6) $(4x^2y)^3\cdot(-0.125xy^3)^2=64x^6y^3\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)^2x^2y^6=64\times\frac{1}{64}x^8y^9=x^8y^9$。

说明　**在计算中若遇到负数的幂,先确定其符号,再进行计算;计算时先算乘方,再算乘法,最后做加减。**

[强化训练]

1. **判断下列各题是否正确,错误的要改正,并说明原因:**

(1) $a^5\cdot a^2=a^{10}$　(　　)

(2) $(a^m)^n=a^{mn}$　(　　)

(3) $a^3+a^3=2a^6$　(　　)

(4) $x^2\cdot(-x)^3=-x^5$　(　　)

(5) $(a^3)^2\cdot a^2=a^{12}$　(　　)

(6) $(ab^3)^2=ab^6$　(　　)

(7) $(2xy^3)^3=6x^3y^9$　(　　)

(8) $(a^{m-2})^3=a^{3m-2}$　(　　)

(9) $a\cdot(a^2)^3=a^9$　(　　)

(10) $a^2\cdot a^{3-n}=a^{6-2n}$　(　　)

2. **选择题**

(1) **下列各题计算错误的是**　(　　)

(A) $(-m^3)^2\cdot(-n^2)^3=m^6n^6$　(B) $[(-m^3)^2\cdot(-n^2)^3]^3=-m^{18}n^{18}$

(C) $(-m^3n)^2\cdot(-mn^2)^3=-m^9n^8$　(D) $(-m^2n)^3\cdot(-mn^2)^3=m^9n^9$

(2) **下列各题计算结果正确的是**　(　　)

(A) $4a^3\cdot 2a^3=8a^3$　(B) $(-2a^2bc^2)\cdot(4a^{n+1}c^2)=-8a^{n+4}c^5$

(C) $6a^3\cdot a^nb=6a^{3n}b$　(D) $(-3ab^2)(-4bc)(-ab^3c^2)=-12a^2b^6c^3$

(3) $(-a^2)^{2n+1}$ **等于**　(　　)

(A) a^{4n+2}　(B) $-a^{4n-1}$　(C) a^{4n+1}　(D) $-a^{4n+2}$

(4) **计算** $(a-b)^{2n}(b-a)(a-b)^{m-1}$ **的结果是**　(　　)

(A) $(a-b)^{2n+m}$　(B) $-(a-b)^{2n+m}$　(C) $(b-a)^{2n+m}$　(D) **以上都不对**

3. **计算下列各题:**

(1) $(-5a^3)^2\cdot(2ab^2)^3$；　　(2) $(ab^2)\cdot(ab^n)$；

(3) $(a^{n-1})^2\cdot(-a^n)\cdot(a^2)^{2-n}$；　　(4) $[(a+b)^2]^{n+1}\cdot[(a+b)^{n-1}]^2$；

(5) $(-a^4)^3+(-a^3)^4-a(-a^2)^4\cdot(-a)^3-(-2a)^3\cdot\left(-\frac{1}{2}a^2\right)^4\cdot(-a)$。

4. 已知：n 为整数，$a^{2n}=2$，求：$(2a^{3n})^2-3(a^2)^{2n}$ 的值。

第32讲　单项式的乘法、单项式与多项式的乘法

[学习要点]

1. 单项式乘法法则及应用；2. 单项式与多项式相乘法则及应用。

[家教点窍]

1. 单项式乘法法则按乘式里的系数、相同字母、不同字母分成三部分；

(1) 积的系数等于各单项式系数之积，并注意确定符号；

(2) 相同字母相乘，底数不变，指数相加；

(3) 只在一个或几个单项式里含有的字母，要连同它的指数写在积里，不要漏掉这个因式。

2. 单项式乘以多项式是建立在单项式乘法法则基础上，不过计算时要注意：

(1) 如乘积结果是多项式，项数同原多项式的项数；

(2) 运算结果中，有同类项的要合并；

(3) 注意符号与运算顺序(先乘方、再做乘法、最后算加减)。

[典型例题]

例1　计算：

(1) $(2\times10^3)\times(-6\times10^2)\times(5\times10^2)$；

(2) $\left(-\frac{5}{3}ab^3c\right)^2\cdot\frac{3}{10}a^2bc\cdot(-8abc^4)$；

(3) $4(x+2y)^2\times3(x+2y)\times[-2(x+2y)]^3$；

(4) $\frac{2}{3}(x-y)^{2n-1}\times\frac{9}{4}(y-x)^{2n+1}\times\frac{7}{15}(y-x)^{4n}$。

解　(1) $(2\times10^3)\times(-6\times10^2)\times(5\times10^2)=[2\times(-6)\times5]\times(10^3\times10^2\times10^2)=-60\times10^7=-6\times10^8$；

(2) $\left(-\frac{5}{3}ab^3c\right)^2\cdot\frac{3}{10}a^2bc\cdot(-8abc^4)=\frac{25}{9}a^2b^6c^2\cdot\frac{3}{10}a^2bc\cdot(-8abc^4)=\left[\frac{25}{9}\times\frac{3}{10}\times(-8)\right](a^2\cdot a^2\cdot a)\cdot(b^6\cdot b\cdot b)\cdot(c^2\cdot c\cdot c^4)=-\frac{20}{3}a^5b^8c^7$；

(3) $4(x+2y)^2\times3(x+2y)\times[-2(x+2y)]^3=4(x+2y)^2\times3(x+2y)\times[-8(x+2y)^3]=[4\times3\times(-8)]\cdot[(x+2y)^2\cdot(x+2y)\cdot(x+2y)^3]=-96(x+2y)^6$；

(4) $\frac{2}{3}(x-y)^{2n-1}\times\frac{9}{4}(y-x)^{2n+1}\times\frac{7}{15}(y-x)^{4n}=\frac{2}{3}(x-y)^{2n-1}\times\left[-\frac{9}{4}(x-y)^{2n+1}\right]\times$

$\frac{7}{15}(x-y)^{4n}=\left[\frac{2}{3}\times\left(-\frac{9}{4}\right)\times\frac{7}{15}\right]\times[(x-y)^{2n-1}\cdot(x-y)^{2n+1}\cdot(x-y)^{4n}]=-\frac{7}{10}(x-y)^{8n}$。

说明 (1)结果写成科学记数法;(2)、(3)中,先做乘方、再做乘法,把 $(x+2y)$ 看作同底;(4)由 $y-x=-(x-y)$,可得到同底 $(x-y)$。

例2 计算:

(1) $3(a-2b+c)-4(2a+b-c)+5(3a+b-2c)$;

(2) $(-2x^2y)^2\cdot\left(-\frac{1}{4}y^2+\frac{3}{2}xy+\frac{5}{8}x^3\right)$;

(3) $x(x^4-x^3+x^2-x+1)-x^2(x-1)+x^4-x+1$;

(4) $2mn\left[3mn-8\left(\frac{1}{4}mn-\frac{3}{4}m^2n\right)+mn(2-3m)\right]$。

解 (1) $3(a-2b+c)-4(2a+b-c)+5(3a+b-2c)=3a-6b+3c-8a-4b+4c+15a+5b-10c=10a-5b-3c$;

(2) $(-2x^2y)^2\cdot\left(-\frac{1}{4}y^2+\frac{3}{2}xy+\frac{5}{8}x^3\right)=4x^4y^2\cdot\left(-\frac{1}{4}y^2+\frac{3}{2}xy+\frac{5}{8}x^3\right)=-x^4y^4+6x^5y^3+\frac{5}{2}x^7y^2$;

(3) $x(x^4-x^3+x^2-x+1)-x^2(x-1)+x^4-x+1=x^5-x^4+x^3-x^2+x-x^3+x^2+x^4-x+1=x^5+1$;

(4) $2mn\left[3mn-8\left(\frac{1}{4}mn-\frac{3}{4}m^2n\right)+mn(2-3m)\right]=2mn[3mn-2mn+6m^2n+2mn-3m^2n]=2mn(3mn+3m^2n)=6m^2n^2+6m^3n^2$。

说明 单项式乘以多项式,是利用乘法对加法的分配律,将问题转化为单项式的乘法,运算中要注意符号及去括号的法则,最后结果如有同类项应合并。

[强化训练]

1. **选择题**:

(1) $\left(-\frac{1}{2}ab^3\right)^3\cdot\left(-\frac{1}{4}ab\right)\cdot(-8a^2b^2)^2$ 等于 ( )

(A) $2a^8b^{14}$ (B) $-2a^8b^{14}$ (C) a^8b^{11} (D) $-a^8b^{11}$

(2) 下列算式中,不正确的是 ( )

(A) $(3a^2b^4)\cdot(2ab^2)=6a^3b^6$

(B) $\left(-\frac{1}{2}m^3n\right)^3\cdot(-2mn^2)^4=-2m^{13}n^{11}$

(C) $(-x^2y)^2\cdot(-xy^3)^3\cdot(-xy)^4=-x^{11}y^{15}$

(D) $(0.125)^2\times(0.25)^3\times(0.5)^6=\frac{1}{2^{16}}$

(3) $(-10^2)\times(-0.2\times10^3)\times(0.8\times10^5)$ 等于 ( )

(A) 1.6×10^{10} (B) -0.16×10^{10} (C) 1.6×10^9 (D) 0.16×10^{10}

2. **填空**:

(1) $3a(b-a)^2\times\frac{1}{2}(a-b)\times[-8a^3(a-b)^2]=$ ________

(2) $\left[-\frac{2}{3}x\cdot\left(\frac{1}{2}xy^2\right)^2\right]^3=$ ________

(3) $-2^{15}\times0.5^{16}=$ ________　　(4) $9^m\times3^n\times27\times3=$ ________

3．**计算下列各题：**

(1) $(-3\times10^2)\times(2\times10^3)^2\times(6\times10^5)$；　　(2) $(3x^3)^2\cdot\left(\frac{2}{3}x\right)^3\cdot(3x^2y^3)^4$；

(3) $(a^{n-1})^2\cdot(-2a)^3\cdot(-3a^{2n+3})\cdot\left(\frac{1}{4}a^2\right)$；

(4) $x^2\cdot[(4x+5y)^2(x-2y)]^3\cdot[-0.2(x-2y)]^2\cdot(-4y^2)^3$

(5) $3x\cdot\left(2x^2-x-\frac{1}{6}\right)$；

(6) $\left(2ab^2-\frac{3}{4}a^2b+5ab-1\right)\cdot\left(-\frac{5}{6}ab\right)$；

(7) $(-3x^2y)\cdot\left(\frac{1}{2}xy^2-\frac{1}{3}y\right)-6xy^2\cdot\left(\frac{3}{4}x-\frac{2}{3}x^2y\right)$；

(8) $2x(x^2-1)+(-3x)\cdot(1-2x+3x^2)$。

4．**计算：**

(1) $(-0.5)^6\times2^7$；　　(2) $(-0.25)^8\times4^9$；

(3) $(-0.25)^7\times2^{15}$；　　(4) $3^{15}\times\left(-\frac{1}{9}\right)^6$；

(5) $5^{10}\times(-0.2)^{11}$。

第 33 讲　多项式的乘法

[学习要点]

多项式乘以多项式的乘法法则。

[家教点窍]

1．**多项式的乘法，先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项，再把所得的积相加，如** $(a+b)(m+n)=am+an+bm+bn$。**这样按序相乘，项数再多也不会乱，不会漏项。**

2．**含有一个相同字母的两个一次二项式相乘，得到的积是同一个字母的二次三项式，**

如 $(x+a)(x+b)=x^2+bx+ax+ab=x^2+(a+b)x+ab$。**其中积的一次项是由两个因式中的常数项分别乘以两个因式中的一次项后,合并同类项得到的。**

[典型例题]

例 1　**计算:**

(1) $(2a+3b)(2a-4b)$;　　(2) $(3m+4n)(2m-n)$;

(3) $(2a+b)(4a^2-ab+b^2)$;　　(4) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$;

(5) $(y+3)(y+4)$;　　(6) $(3x^n-y)(2x^n-2y)$。

解　(1) $(2a+3b)(2a-4b)=4a^2-8ab+6ab-12b^2=4a^2-2ab-12b^2$;

(2) $(3m+4n)(2m-n)=6m^2-3mn+8mn-4n^2=6m^2+5mn-4n^2$;

(3) $(2a+b)(4a^2-ab+b^2)=8a^3-2a^2b+2ab^2+4a^2b-ab^2+b^3=8a^3+2a^2b+ab^2+b^3$;

(4) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=x^2-\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}x-\frac{1}{6}=x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}$;

(5) $(y+3)(y+4)=y^2+4y+3y+12=y^2+7y+12$;

(6) $(3x^n-y)(2x^n-2y)=6x^{2n}-6x^ny-2x^ny+2y^2=6x^{2n}-8x^ny+2y^2$。

注意　**为防止两个多项式相乘,直接写出结果时会"漏项",先按乘法法则计算,再合并同类项;多项式是单项式的和,每一项都包括前面的符号,相乘时要注意确定积中各项的符号。**

例 2　(1) **计算** $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$;

(2) **若** $x^3-6x^2+11x-6\equiv(x-1)(x^2+mx+n)$,**求** m、n **的值。**

解　(1) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$=a^3+ab^2+ac^2-a^2b-abc-ca^2+a^2b+b^3+bc^2-ab^2-b^2c-abc+a^2c+b^2c+c^3-abc-bc^2-c^2a$

$=a^3+b^3+c^3-3abc$。

注意　$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=a^3+b^3+c^3-3abc$ **可以当作公式来用。**

(2)　$(x-1)(x^2+mx+n)=x^3+(m-1)x^2+(n-m)x-n$,

,　$x^3-6x^2+11x-6\equiv x^3+(m-1)x^2+(n-m)x-n$,,　$m-1=-6$,,　$m=-5$。

,　$-n=-6$,,　$n=6$。

说明　"$\equiv$"**表示恒等的符号。利用待定系数法解题,凡次数相同项的系数均相等,可据此求出待定系数的值。**

[强化训练]

1．填空题：

（1）计算$(2a^2+b)(3a^2-2b)=$__________

（2）在$(x+a)(x^2+bx+c)$的展开式中，①x^2项的系数是________ ②x项的系数是________

（3）$(x-x^2-1)(x^2-x+1)^n(x-x^2-1)^{2n}=$________

（4）代数式$4-(a+b)^2$的最大值是______。当取得最大值时，a与b的关系是______

2．选择题：

（1）计算结果为$2x^2-7xy+6y^2$的是（　　）

（A）$(2x-y)(x-6y)$　　（B）$(2x-3y)(x-2y)$

（C）$(2x-3y)(x+2y)$　　（D）$(2x+3y)(x+2y)$

（2）下列计算中错误的个数为（　　）

①$(2a-b)(4a^2+4ab+b^2)=8a^3-b^3$　　②$(-a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

③$(a+b)(b-a)=a^2-b^2$　　④$\left(2a+\frac{1}{2}b\right)^2=4a^2+2ab+\frac{1}{4}b^2$

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

（3）使$(x^2+px+8)(x^2-3x+q)$的积中不含x^3和x项，p、q的值分别是（　　）

（A）$p=0，q=0$　　（B）$p=-3，q=-9$

（C）$p=3，q=8$　　（D）$p=-3，q=1$

（4）代数式$(y-1)(y+1)(y^2+1)-(y^4+1)$的值是（　　）

（A）0　　（B）2　　（C）-2　　（D）不确定

3．计算题：

（1）$(x-3)(x-1)(x+1)(x+3)$；　　（2）$(2a+3b-1)(2a-3b+1)$

（3）$3(x+1)(x-2)+(4x-3)(3x+1)-(5x-2)(3x-1)$；

（4）$(x+2y-1)(x-2y+1)-(x+2y-1)(x-2y-1)$；

（5）$(2x^2-3x+1)(x^2+x-2)$；　　（6）$(2x^5-3x^3+6x^2-x)(-2x+1)$。

4．若m、n为整数，且有$(mx-3y)(3x+2y)\equiv 6x^2-nxy-6y^2$，求$m$、$n$的值。

第34讲　平方差公式

[学习要点]

平方差公式：$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$。

即两个数的和与这两个数的差的积等于这两个数的平方差。

[家教点窍]

1．平方差公式其特征是：左边是这两个数的和与这两个数的差相乘，右边是这两个数的平方差。应用时，应是两个二项式相乘，把这两个二项式中绝对值相同、符号也相同的项当作第一个数，而绝对值相同、符号相反的项当作第二个数，结果是第一个数的平方减去第二个数的平方。

2. **平方差公式中的字母** a、b **可代表数，也可表示为单项式或多项式等代数式。凡符合平方差公式特征的二项式乘以二项式，均可应用公式迅速、合理地直接写出结果。**

[典型例题]

例 1 **应用平方差公式计算：**

(1) $(x-3)(x+3)$； (2) $(3m+2n)(3m-2n)$；

(3) $\left(y^2-\frac{1}{4}\right)\left(y^2+\frac{1}{4}\right)$； (4) $\left(-x-\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{1}{4}\right)$；

(5) $\left(\frac{2}{3}m-0.1n\right)\left(0.1n-\frac{2}{3}m\right)$； (6) $(-3a^2b+5)(-3a^2b-5)$。

解 (1) $(x-3)(x+3)=x^2-9$；

(2) $(3m+2n)(3m-2n)=(3m)^2-(2n)^2=9m^2-4n^2$；

(3) $\left(y^2-\frac{1}{4}\right)\left(y^2+\frac{1}{4}\right)=(y^2)^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2=y^4-\frac{1}{16}$；

(4) $\left(-x-\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{1}{4}\right)=\left(-\frac{1}{4}-x\right)\left(-\frac{1}{4}+x\right)=\left(-\frac{1}{4}\right)^2-x^2=\frac{1}{16}-x^2$；

(5) $\left(\frac{2}{3}m-0.1n\right)\left(-0.1n-\frac{2}{3}m\right)=\left(-0.1n+\frac{2}{3}m\right)\left(-0.1n-\frac{2}{3}m\right)$

$=(-0.1n)^2-\left(\frac{2}{3}m\right)^2=0.01n^2-\frac{4}{9}m^2$；

(6) $(-3a^2b+5)(-3a^2b-5)=(-3a^2b)^2-5^2=9a^4b^2-25$。

例 2 **运用平方差公式计算：**

(1) 509×491； (2) $8\frac{1}{7}\times7\frac{6}{7}$；

(3) 39.6×40.4； (4) $7\frac{3}{4}\times8\frac{1}{4}$。

解 (1) $509\times491=(500+9)(500-9)=500^2-9^2=249919$；

(2) $8\frac{1}{7}\times7\frac{6}{7}=\left(8+\frac{1}{7}\right)\left(8-\frac{1}{7}\right)=8^2-\left(\frac{1}{7}\right)^2=63\frac{48}{49}$；

(3) $39.6\times40.4=(40-0.4)(40+0.4)=40^2-0.4^2=1599.84$；

(4) $7\frac{3}{4}\times8\frac{1}{4}=\left(8-\frac{1}{4}\right)\left(8+\frac{1}{4}\right)=8^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2=63\frac{15}{16}$。

说明 分别把两个乘数转化为另两个数的和与差的积，可简便计算。

例 3 **运用平方差公式计算：**

(1) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$； (2) $(9a^2+4b^2)(3a+2b)(3a-2b)$；

(3) $(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4+16)$。

解 (1) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)=(x^2-y^2)(x^2+y^2)=x^4-y^4$；

(2) $(9a^2+4b^2)(3a+2b)(3a-2b)=(9a^2+4b^2)(9a^2-4b^2)=81a^4-16b^4$；

(3) $(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4+16)=(x^2-4)(x^2+4)(x^4+16)=(x^4-16)(x^4+16)=x^8-256$。

说明 多个二项式相乘，能直接用平方差公式的先进行计算，然后连续应用平方差公式

再进行计算。

[强化训练]

1．填空题：

(1) $\left(2x-\frac{1}{2}\right)\left(2x+\frac{1}{2}\right)=$ ________ (2) $\left(-\frac{1}{4}a+3b\right)\left(-\frac{1}{4}a-3b\right)=$ ________

(3) $(-1.2x-7y)(1.2x-7y)=$ ________ (4) $48\times52=$ ________

2．选择题：

(1) 下列运算中正确的是 ( )

(A) $(2m+n)(2m-n)=2m^2-n^2$ (B) $(-2m+n)(2m-n)=-4m^2-n^2$

(C) $(-2m-n)(-2m+n)=4m^2-n^2$ (D) $(2m-n)(2m-n)=4m^2-n^2$

(2) 85^2-15^2 的值为 ( )

(A) 7000 (B) 700 (C) 10070 (D) 170

(3) 在下列各式中,运算结果是 x^2-36y^2 的是 ( )

(A) $(-6y+x)(-6y-x)$ (B) $(-6y+x)(6y-x)$

(C) $(x+4y)(x-9y)$ (D) $(-6y-x)(6y-x)$

(4) $(a-b)(-a+b)$ 等于 ( )

(A) $-a^2-b^2$ (B) a^2-b^2

(C) $-a^2+2ab-b^2$ (D) $a^2-2ab+b^2$

3．运用平方差公式计算：

(1) $(x-5)(x+5)(x^2+25)$； (2) $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)$；

(3) $(2x+y)(2x-y)-(z-2y)(2y+z)+(3z-x)(x+3z)$；

(4) $(2a+3b)(2a-3b)(4a^2+9b^2)$。

4．把下列各算式乘法改写成 $(\quad)^2-(\quad)^2$ 的形式：

(1) $(2m-3n-5)(2m-3n+5)$； (2) $(x+2y+3z)(x-2y+3z)$；

(3) $(x+3y+2z)(x-3y+6z)$； (4) $(2a+3b+6bc-5)(2a+3b-6bc+5)$。

第 35 讲　完全平方公式

[学习要点]

完全平方公式：$(a\pm b)^2=a^2\pm2ab+b^2$。

即两数和(或差)的平方,等于它们的平方和,加上(或减去)它们的积的 2 倍。

[家教点窍]

1．完全平方公式其特征是：左边是相同两个因式(两数之和或差)的积(或一式的平方),右边结果是三项式,且三项都是二次单项式,按字母 a 降幂排列三项系数的对应值依次是 1、2、1。

2．**公式中的字母 a、b 可表示数、单项式或多项式。凡符合公式的左边特征，可直接按公式逐项写出过程，再写出最后结果三项式。注意不要和平方差公式混淆。**

［典型例题］

例 1　运用完全平方公式计算：

(1) $\left(4a+\frac{1}{2}b\right)^2$；　　(2) $(7a+3b)(-7a-3b)$；

(3) $(x+y)^2(x-y)^2$；　　(4) $\left(-0.2x^2+\frac{1}{4}y^3\right)^2$。

解　(1) $\left(4a+\frac{1}{2}b\right)^2=(4a)^2+2\times(4a)\cdot\left(\frac{1}{2}b\right)+\left(\frac{1}{2}b\right)^2=16a^2+4ab+\frac{1}{4}b^2$；

(2) $(7a+3b)(-7a-3b)=-(7a+3b)^2=-[(7a)^2+2\times7a\cdot3b+(3b)^2]$
$=-49a^2-42ab-9b^2$；

(3) $(x+y)^2(x-y)^2=[(x+y)(x-y)]^2=(x^2-y^2)^2=x^4-2x^2y^2+y^4$；

(4) $\left(-0.2x^2+\frac{1}{4}y^3\right)^2=\left(\frac{1}{4}y^3-0.2x^2\right)^2=\left(\frac{1}{4}y^3\right)^2-2\times\frac{1}{4}y^3\times0.2x^2+(0.2x^2)^2$

$=\frac{1}{16}y^6-0.1x^2y^3+0.04x^4$。

说明　(2)**中变形成完全平方公式特征后再计算。**(3)**中先将积的乘方法则逆用，然后用完全平方公式，运算简便。**(4)**中将两项交换位置后，再运用公式计算。**

例 2　运用完全平方公式计算：(1) $\left(19\frac{1}{2}\right)^2$；　　(2) 105^2。

解　(1) $\left(19\frac{1}{2}\right)^2=\left(20-\frac{1}{2}\right)^2=20^2-2\times20\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=400-20+\frac{1}{4}$

$=380\frac{1}{4}$。

(2) $105^2=(100+5)^2=100^2+2\times100\times5+5^2=10000+1000+25=11025$。

说明　应用公式计算比直接计算简便。

例 3　应用乘法公式计算：

(1) $(x-y)(x+y)(x^2-y^2)$；　　(2) $(9a^2-4b^2)(3a+2b)(3a-2b)$；

(3) $(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4-16)$；　　(4) $\left(5a+\frac{1}{3}\right)^2-\left(5a+\frac{1}{3}\right)\left(5a-\frac{1}{3}\right)$。

解　(1) $(x-y)(x+y)(x^2-y^2)=(x^2-y^2)(x^2-y^2)=(x^2-y^2)^2$
$=x^4-2x^2y^2+y^4$；

(2) $(9a^2-4b^2)(3a+2b)(3a-2b)=(9a^2-4b^2)(9a^2-4b^2)=(9a^2-4b^2)^2$
$=81a^4-72a^2b^2+16b^4$；

(3) $(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4-16)=(x^2-4)(x^2+4)(x^4-16)$
$=(x^4-16)(x^4-16)=(x^4-16)^2$
$=x^8-32x^4+256$；

(4) $\left(5a+\frac{1}{3}\right)^2-\left(5a+\frac{1}{3}\right)\left(5a-\frac{1}{3}\right)=25a^2+\frac{10}{3}a+\frac{1}{9}-\left(25a^2-\frac{1}{9}\right)$

$= 25a^2 + \frac{10}{3}a + \frac{1}{9} - 25a^2 + \frac{1}{9} = \frac{10}{3}a + \frac{2}{9}$。

[强化训练]

1．**填空题：**

（1）$(2a-1)^2 =$ ______　　（2）$(-b-a)^2 =$ ______

（3）$\left(\frac{x}{3}-\frac{3}{2}\right)^2 =$ ______　　（4）$\left(14\frac{1}{2}\right)^2 =$ ______

（5）$9a^2 + 16 +$（______）$= (3a+4)^2$　　（6）$25a^2 + 30a +$（______）$=$（______）^{2}

2．**选择题：**

（1）$(-y-2x)^2$ **的运算结果是**　（　）

（A）$4x^2 + 4xy + y^2$　（B）$-4x^2 + 4xy - y^2$

（C）$4x^2 + 2xy + y^2$　（D）$4x^2 - 4xy + y^2$

（2）**若** $4x^2 + kxy + 121y^2$ **是一个完全平方式，则** k **的值是**　（　）

（A）22　（B）44　（C）-44　（D）± 44

（3）**若** $(m^2-n)^2 + k = m^4 + 2m^2n + n^2$**，则** k **为**　（　）

（A）0　（B）m^2n　（C）$-2m^2n$　（D）$4m^2n$

（4）**下列等式中，正确的是**　（　）

（A）$b^2 - a^2 = (a+b)(a-b)$　（B）$(a+b)^2 = a^2 + b^2$

（C）$(a-b)^2 = (b-a)^2$　（D）$(b-a)^2 = b^2 - a^2$

3．**运用乘法公式计算：**

（1）60.1^2；　（2）$\left(15\frac{1}{2}\right)^2 - 14\frac{1}{2} \times 15\frac{1}{2}$；

（3）$(x+2y)^2 - (2x-y)^2$；　（4）$(3a+2b)^2 + (a-b)^2$；

（5）$(x+y-2z)^2$；　（6）$\left[\left(\frac{1}{2}x-y\right)^2 + \left(\frac{1}{2}x+y\right)^2\right]\left(2x^2 - \frac{1}{2}y^2\right)$；

（7）$(x^8-y^8)(x+y)(x^4+y^4)(x-y)(x^2+y^2)$；

（8）$(x-1)^2(x^4+x^2+1)^2(x+1)^2$；

（9）$(a-5b+c)^2 - (a+5b-c)(5b+c-a)$；

（10）$(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$。

第 36 讲　同底数幂的除法

[学习要点]

1．**同底数幂的除法性质：**$a^m \div a^n = a^{m-n}$（$a \neq 0$，m、n **都是正整数，且** $m > n$）。**即同底数幂相除，底数不变，指数相减。**

2．$a^0 = 1$（$a \neq 0$），**即任何不等于** 0 **的数的** 0 **次幂都等于** 1。

3．$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$（$a \neq 0$，p**是正整数**），**即任何不等于零的数的** $-p$ **次幂，等于这个数的** p **次**

幂的倒数。

4. 用科学记数法表示绝对值较小的数。

[家教点窍]

1. 同底数幂的除法性质是整式除法的基础,应用时应注意性质中的制约条件:底数 $a \neq 0$,否则除数 a^n 为零,除法就没有意义了。

2. 根据实际运算和科学记数法的需要,对同底数幂的运算性质进行了两次扩展:

(1) 当 $m = n$ 时,$a^m \div a^m = 1\ (a \neq 0)$,而 $a^m \div a^m = a^0 (a \neq 0)$,所以规定 $a^0 = 1\ (a \neq 0)$。

(2) 当 $m < n$ 时,$a^m \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}}\ (a \neq 0,\ m < n,\ m、n$ 是正整数)。这是将被除式与除式约分而得到的,这里的 $\frac{1}{a^{n-m}}$ 与 a^{m-n} 相比较。所以规定:$a^{-p} = \frac{1}{a^p}\ (a \neq 0,\ p$ 是正整数)。口诀:负变正,分子分母颠倒。如 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$。这样就能迅速、合理、正确地得出结果。

[典型例题]

例 1 计算:

(1) $x^6 \div x^2$;　(2) $(-y)^5 \div (-y)^3$;　(3) $(-ab)^7 \div (-ab)^4$;

(4) $(-m)^{2n+1} \div (-m)^n$;　(5) $(2000 + 1)^0$;　(6) 10^{-4}。

解 (1) $x^6 \div x^2 = x^{6-2} = x^4$;

(2) $(-y)^5 \div (-y)^3 = (-y)^{5-3} = (-y)^2 = y^2$;

(3) $(-ab)^7 \div (-ab)^4 = (-ab)^{7-4} = (-ab)^3 = -a^3b^3$;

(4) $(-m)^{2n+1} \div (-m)^n = (-m)^{2n+1-n} = (-m)^{n+1}$;

(5) $(2000 + 1)^0 = 2001^0 = 1$;

(6) $10^{-4} = \left(\frac{1}{10}\right)^4 = \frac{1}{10000} = 0.0001$。

说明 用同底数幂的除法性质和零指数、负整数指数幂的法则后,最后结果要进行化简,注意符号。

例 2 计算:

(1) $(x^{m+1})^3 \div [x^{2m+3} \div (x^2)^{m-1}]\ (x \neq 0)$;

(2) $(4x^ny^{n-1}z^2)^3 \div 8x^{n+1}y^{2n-m}\ (x \neq 0$,且 $y \neq 0)$;

(3) $(2m - 3n)^2 \cdot (3n - 2m)^3 \div (2m - 3n)^4\ (2m - 3n \neq 0)$;

(4) $10^{-2} \times 10^0 \times (-10^5) + 10^3$。

解 (1) $(x^{m+1})^3 \div [x^{2m+3} \div (x^2)^{m-1}]\ (x \neq 0) = x^{3m+3} \div (x^{2m+3} \div x^{2m-2})$

$= x^{3m+3} \div x^5 = x^{3m-2}$;

(2) $(4x^ny^{n-1}z^2)^3 \div 8x^{n+1}y^{2n-m}\ (x \neq 0,\ y \neq 0) = 64x^{3n}y^{3n-3}z^6 \div 8x^{n+1}y^{2n-m}$

$= 8x^{2n-1}y^{n+m-3}z^6$;

(3) $(2m - 3n)^2 \cdot (3n - 2m)^3 \div (2m - 3n)^4 = (2m - 3n)^2 \cdot [-(2m - 3n)]^3 \div (2m$

$-3n)^4=-(2m-3n)^5\div(2m-3n)^4=-(2m-3n)=3n-2m$；

(4) $10^{-2}\times10^0\times(-10^5)+10^3=10^{-2}\times1\times(-10^5)+10^3=-10^{-2+5}+10^3$
$=-10^3+10^3=0$。

例 3 (1) 用小数表示下列各数：

① 1.32×10^{-3}； ② $\frac{1}{4}\times10^{-4}$。

(2) 用科学记数法表示下列各数：

① -0.00002105； ② 0.00000210。

解 (1) ① $1.32\times10^{-3}=1.32\times0.001=0.00132$；

② $\frac{1}{4}\times10^{-4}=0.25\times0.0001=0.000025$。

(2) ① $-0.00002105=-2.105\times10^{-5}$；

② $0.00000210=2.10\times10^{-6}$。

说明 引进负整数指数幂，如 $10^{-3}=0.001$，就可把绝对值较小的数用科学记数法来表示。

[强化训练]

1. 填空题：

(1) $4^4\div$______ $=4$； $(-a)^7\div a=$______；

$(-y)^{2n+1}\div\left(-\frac{1}{2}y^3\right)=$______； $(-ab)^5\div(-ab)=$______；

$\left(\frac{2}{3}\right)^6\div\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}=$______； $x^{3n+1}\div x^{n-1}=$______。

(2) $(10^3)^2\times10^6\div(10^3)^4=$______； $(0.1)^0+(0.1)^{-2}+(0.1)^3=$______。

(3) -3.025×10^{-5} 用小数表示为_____； -0.000000315 用科学记数法表示为_____。

2. 选择题：

(1) 如果 $a^{n-3}\div a^2=a^x$，则 x 等于 ( )

(A) $n-1$ (B) $n-5$ (C) $1-n$ (D) $5-n$

(2) 如果 $(x-2)^x=1$，则 x 的取值为 ( )

(A) $x\geqslant2$ (B) $x=0$ (C) $x=2$ (D) $x=0$ 或 $x=3$

(3) 计算 $(x^3)^2\div x^3$ 的结果是 ( )

(A) x^2 (B) x^3 (C) x^4 (D) x^6

(4) 下列各式中，计算正确的是 ( )

(A) $a^3\cdot a^{-3}=0$ (B) $(-a^n)^2=a^{n^2}$

(C) $(-a)^{2n}\div(-a)^{2n-1}=-a$ (D) $(-a)^5\div(-a)^3=-a^2$

3. 解答下列各题：

(1) 若 $5^x=\frac{1}{25}$，$5^y=125$，求 5^{3x-2y} 的值。

(2) 若 $5^x=18$，$5^y=3$，求 25^{x-y} 的值。

(3) 计算 $2^6\div4^2\times16^2$。

（4）$(a^3)^2 \div [(a^4)^3 \div (a^5)^2]^3 \quad (a \neq 0)$。

（5）若 $a = (-2)^{100} \times 2^{-99}$，$b = (-4)^0$，$c = (-3)^4$，试比较 a、b、c 的大小。

第 37 讲　单项式除以单项式、多项式除以单项式

[学习要点]

1. 单项式除以单项式的法则；2. 多项式除以单项式的法则。

[家教点窍]

1. 单项式除以单项式的运算是学好多项式除以单项式的运算的基础，因此必须熟练掌握单项式的除法运算。计算中，应先确定结果中系数的符号，然后再算出系数的绝对值和字母部分。

2. 多项式除以单项式是把它转化为单项式的除法，在转化过程中特别要注意符号问题。

[典型例题]

例 1　计算下列各题：

（1）$(2a^3b^2)^4 \div (-6a^3b^2)^3$；　（2）$27a^2by \cdot \left(-\frac{1}{3}by^2\right)^3 \div \frac{1}{5}a^2b^3y^6$；

（3）$35a^3b^2c \div (7ab)^2 \cdot 14(abc)^3$；　（4）$(3x^ny^{m+1}z^3)^2 \div 3x^{n+1}y^{2n}$；

（5）$(-3.6 \times 10^{10}) \div (-2 \times 10^2)^2 \div (3 \times 10^2)^2$；

（6）$(-a^2)^3 + (-3a^3)^2 - a \cdot (a^4)^2 \div (a^2)^2 + (-2a)^3 \cdot a^4 \div 2a^2$。

解　（1）$(2a^3b^2)^4 \div (-6a^3b^2)^3 = 16a^{12}b^8 \div (-216a^9b^6) = -\frac{2}{27}a^3b^2$；

（2）$27a^2by \cdot \left(-\frac{1}{3}by^2\right)^3 \div \frac{1}{5}a^2b^3y^6 = 27a^2by \cdot \left(-\frac{1}{27}b^3y^6\right) \div \frac{1}{5}a^2b^3y^6 = -5by$；

（3）$35a^3b^2c \div (7ab)^2 \cdot 14(abc)^3 = 35a^3b^2c \div 49a^2b^2 \cdot 14a^3b^3c^3 = 10a^4b^3c^4$；

（4）$(3x^ny^{m+1}z^3)^2 \div 3x^{n+1}y^{2m} = 9x^{2n}y^{2m+2}z^6 \div 3x^{n+1}y^{2m} = 3x^{n-1}y^2z^6$；

（5）$(-3.6 \times 10^{10}) \div (-2 \times 10^2)^2 \div (3 \times 10^2)^2 = (-3.6 \times 10^{10}) \div (4 \times 10^4) \div (9 \times 10^4) = -0.1 \times 10^2 = -10$；

（6）$(-a^2)^3 + (-3a^3)^2 - a \cdot (a^4)^2 \div (a^2)^2 + (-2a)^3 \cdot a^4 \div 2a^2 = -a^6 + 9a^6 - a^5 + (-8a^7) \div 2a^2 = 8a^6 - a^5 - 4a^5 = 8a^6 - 5a^5$。

说明　注意运算顺序，先算乘方，再算乘除，最后算加减；乘除同一级运算时自左向右有序运算；有括号的，要先算括号里的；只在被除式里含有的字母，则连同它的指数作为商的一个因式。

例 2　计算：

（1）$(24x^5 - 36x^4 - 42x^3 + 18x^2 + 6x) \div 6x$；

（2）$(15a^3b^4c - 18a^2b^3 + 30ab^5) \div (-3ab^2)$；

（3）$(-5x^{2m}y^{m+1} - 10x^{2m-2}y^{m+2} + 25x^{2m-3}y^{m+3}) \div (-5x^{2m-4}y^m)$；

（4）$[4(2x-y)^5 - 8(2x-y)^4] \div 4(2x-y)^3$。

解 (1) $(24x^5-36x^4-42x^3+18x^2+6x)\div 6x=4x^4-6x^3-7x^2+3x+1$;

(2) $(15a^3b^4c-18a^2b^3+30ab^5)\div(-3ab^2)=-5a^2b^2c+6ab-10b^3$;

(3) $(-5x^{2m}y^{m+1}-10x^{2m-2}y^{m+2}+25x^{2m-3}y^{m+3})\div(-5x^{2m-4}y^m)=x^4y+2x^2y^2-5xy^3$;

(4) $[4(2x-y)^5-8(2x-y)^4]\div 4(2x-y)^3=(2x-y)^2-2(2x-y)=4x^2-4xy+y^2-4x+2y$。

说明 根据单项式除法法则,多项式除以单项式时,(1)中商最后一项的‘1’不要漏掉;(4)中把$(2x-y)$看作一个整体,最后应展开为多项式。

[强化训练]

1. **选择题**:

(1) $16^n\div 4^n$ 结果等于 ( )

(A) 4　(B) 12　(C) 4^n　(D) 4^0

(2) 如果 $(x+\pi)^0=1$,则 x 的取值是 ( )

(A) $x\geqslant-\pi$　(B) $x\leqslant-\pi$　(C) $x\neq\pi$　(D) $x\neq-\pi$

(3) 下列各式运算结果正确的是 ( )

(A) $a^m+a^n=a^{m+n}$　(B) $a^m\div a^n\div a=a^{m-n}$

(C) $(x^{n+1})^3\div x^{2n}\cdot x=x^{n+4}$　(D) $x^{m+1}\cdot x^{2m}\div x^{3m-1}=x^0=1$

(4) 下列算式:

① $\left(a^4b^2-\frac{1}{2}a^3b^3-\frac{1}{4}a^2b^4\right)\div\frac{1}{6}ab^2=6a^3-3a^2b-\frac{3}{2}b^2$

② $[18a^6b^4-45a^5b^5+18a^2(2ab^2)^3]\div(-9a^4b^4)=-2a^2+5ab-4ab^2$

③ $\left(\frac{1}{3}x^4y^3-\frac{3}{4}x^3y^4\right)\div\left(-\frac{1}{6}x^2y^3\right)=-2x^2+\frac{9}{2}xy$

④ $\left(-\frac{1}{4}x^2y+\frac{5}{6}xy^2-xy^3\right)\div\frac{1}{12}xy=3x+10y-12y^2$

其中不正确的有 ( )

(A) 1 个　(B) 2 个　(C) 3 个　(D) 4 个

2. **填空题**(m、n 为正整数):

(1) $(-y)^{2n+1}\div\left(-\frac{1}{2}y^3\right)=$ ______

(2) $(8x^3y-10x^2z+2x^2)\div(-2x^2)=$ ______

(3) $(2x^{2n+1}y^{2n-1}-3x^{2n-1}y^{2n+1})\div 6x^{2n-1}y^{2n-1}=$ ______

(4) 若 $(2a^4b^m)^3\div k(a^{2n}b^2)^2=2a^4b^5$,则 $k=$ ______,$m=$ ______,$n=$ ______

3. **计算下列各题**:

(1) $[(-3a^5)^2\div(-a^2)^3+2a^5(3a^3-4a)]\div(-3a^2)^2$;

(2) $\left[(x^ny^2)^2-\frac{1}{3}(x^{n+1}y)^3+\frac{3}{2}x^{2n+1}y^4\right]\div\left(-\frac{3}{2}x^{n-1}y\right)^2$;

(3) $\left[\left(1\frac{1}{2}a^4b^4+a^3b^3-\frac{3}{5}a^2b^2\right)\cdot\left(-1\frac{1}{3}a^2b^2\right)\right]\div\left(-1\frac{1}{3}a^2b^2\right)^2$;

(4) $[6(x+2)^2+12(x+2)(x-2)-18(x+2)(x-1)]\div 6(x+2)$;

(5) 已知 $a^4+a^3+a^2+a+1=0$，求 $a^{-1990}+a^{-2000}+a^5$ 的值。

第38讲 阶段测试(六)

一、填空题(每小题2分,共40分)

1. (1) $(a^2)^3\cdot a\div a^7=$______　　(2) $(x^2)^3\cdot(2x^2)^2\div(-4x)^3=$______

(3) $(-7a)\cdot\left(a^2-\frac{1}{7}a-1\right)=$______　　(4) $(-2ab)^2+(2b^2)^2\cdot a^2=$______

(5) $(5a^2b-10ab^2)\div 5ab=$______　　(6) $8^m\cdot 4^n\div 2=$______

2. (1) $(-a-b)^2=$______　　(2) $(-1-2a)(-2a+1)=$______

(3) $(a+b-2c)^2=$______　　(4) $(a+b)(a-b)(a^2-b^2)=$______

(5) $(a-b+1)(a-b-1)=$______　　(6) $(x+x^{-1})^2=x^2+x^{-2}+$______

3. (1) 若 $(x-5)(x+20)=x^2+mx+n$，则 $m=$____，$n=$____

(2) 若 (x^2+kx+4) 是一个完全平方式,则 $k=$____

(3) 若 $2^m=3$，$3^m=5$，则 $6^m=$______，$4^m=$______

(4) 若 $2^6=a^2=4^b$，则 $a+b=$______

(5) 若 $a^2+b^2=25$，$ab=12$，则 $a+b=$______，$a-b=$______

(6) 计算 $(-10)^{-2}\times(-10)^0\times(-10)^2=$______

4. (1) 用科学记数法表示：$-0.00000291=$______

(2) 把 0.51×10^{-4} 用小数表示为______

二、选择题(每题2分,共12分)

1. 下面的计算正确的是　　(　　)

(A) $x^5+x^5=2x^{10}$　　(B) $2a^3\cdot3a^2=5a^5$

(C) $(3x^2y)^4=12x^8y^4$　　(D) $(-a)^2\div a^3=a^{-1}$

2. 计算 $a\cdot(-a)^3\cdot(a^2)^3$ 的结果是　　(　　)

(A) $-a^{10}$　　(B) a^{10}　　(C) $-a^9$　　(D) a^9

3. 下面计算正确的是　　(　　)

(A) $(3a+b)(a-b)=3a^2-b^2$　　(B) $(4a+1)(4a-1)=16a^2-1$

(C) $(a+2b)^2=a^2+4b^2$　　(D) $(a-b)^2+c^2=a^2-b^2+c^2$

4. 计算 $(-a+b)(-a-b)$ 的结果是　　(　　)

(A) a^2+b^2　　(B) a^2-b^2　　(C) $-a^2+b^2$　　(D) $-a^2-b^2$

5. 计算 $x\div xy\cdot y^{-1}$ 的结果是　　(　　)

(A) 1　　(B) 0　　(C) x^2　　(D) y^{-2}

6. 下列计算结果不正确的是　　(　　)

(A) $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

(B) $x(x-a)=\left(x-\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}$

(C) $(a-b-c)^2=a^2+b^2+c^2-2ab-2ac-2bc$

(D) $(a-b)^2-(a+b)^2=-4ab$

三、运用乘法公式计算(每题 3 分,共 15 分)

1. $(4a+5b)^2-(3a+5b)(5b-3a)$;
2. $(x+1)^2(x-1)^2(x^2+1)^2$;
3. $15\frac{1}{3}\times14\frac{2}{3}$;
4. 2001^2;
5. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)$。

四、计算下列各题(1 ~4 题每题 3 分,5 ~6 题每题 4 分,共 20 分)

1. $\left(-\frac{1}{2}a^4b^5c^6\right)\cdot\left(-\frac{1}{6}a^3b^3\right)\cdot\left(-\frac{4}{3}ab^3c^2\right)$;
2. $15a^6b^5c^4\div(-5a^3bc^2)\div\frac{1}{3}abc$;
3. $(4a+2b)(2b-4a)-(3a-b)(b+3a)$;
4. $(x+2y)^2-2(x+y)(x-y)+(x-y)^2$;
5. $(5a+7b-8c)^2-(5a-7b+8c)^2$;
6. $(x+3y+2z)(x-3y+2z)$。

五、化简求值(每题 4 分,共 8 分)

1. $[2x^2-(x+y)(x-y)][(-x-y)(-x+y)+2y^2]$,**其中** $x=-1$,$y=-2$。
2. $8\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}-x\right)\left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x+1\right)+12x\cdot\frac{3}{4}x^3-3x^2(2x-1)^2$,**其中** $x=2$。

六、(5 分)

试求 $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)\cdots(2^{32}+1)+1$ **的个位数字。**

第 八 阶 段

第 39 讲　直线、射线、线段

[学习要点]

1. **直线、射线、线段的概念、画法及表示法；**
2. **直线的性质及应用；**
3. **线段的延长线的概念及画法。**

[家教点窍]

1. **生活中的语言与几何语言的差异：如生活中的点有大小之分，直线有粗细之分，而几何中的“点”无大小之分；“直线”无粗细之分，并向两方无限延伸，但实际上是无法画出一条无限延伸的直线的。**

2. **直线、射线、线段的联系与区别：直线没有端点，可向两方无限延伸；射线只有一个端点，可向一方无限延伸；线段有两个端点，不可向两方任意延长。射线是直线的一部分，线段是直线上两点之间的部分，它有长度。**

3. **直线公理：经过两点有一条直线，并且只有一条直线。这里的“有”表示存在性、肯定有；而“只有”表示惟一性，不会多的。这是几何语言表述的严谨性。直线公理是“两条直线相交，只有一个交点”证明的依据。**

[典型例题]

例 1　直线、射线、线段的错误和正确表示法：

(1) 直线表示法中易把大写字母与小写字母混用：

(2) 射线表示法中没有把端点的大写字母写在前面：

(3) 线段表示法中大小字母混用：

例 2　（1）图 39-1 中有一条直线，可以表示为直线______，或直线____、____、____

（2）图 39-1 中有____条射线，分别表示为____________

（3）图 39-1 中有____条线段，其中以 C 为端点的线段是____________

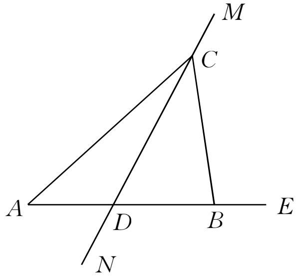


图 39-1

解　（1）MN、CD、MD、CN；

（2）六，AE、BE、CM、CN、DM、DN；

（3）三，CA、CB、CD。

说明　直线是用直线上代表两个点的大写字母来表示；射线是用端点的大写字母（写在前面）及射线上除端点外任一点的大写字母（写在后面）来表示；线段是用两个端点的大写字母来表示。

例 3　对于如图 39-2 的（A）、（B）、（C）、（D）给出的直线、射线、线段，根据它们各自的性质，判断其能否相交？

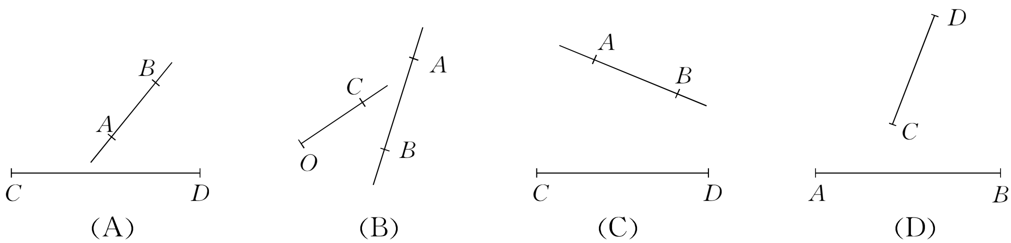


图 39-2

解　图（A）中直线 AB 和线段 CD 相交；图（B）中射线 O C 与直线 AB 相交；图（C）中直线 AB 和线段 CD 不相交；图（D）中线段 AB 和线段 CD 不相交。

例 4　如图 39-3 中，数一数并写出所有的线段。

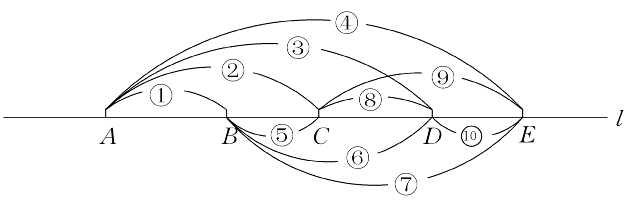


图 39-3

解　在直线 l 上依次有 A、B、C、D、E 五个点，先以点 A 为端点，分别以 B、C、D、E 为另一个端点，写出线段 AB、线段 AC、线段 AD、线段 AE；再以 B 为端点，分别以 C、D、E 为另一端点，写出线段 BC、线段 BD、线段 BE；其余类推：线段 CD、线段 CE；线段 DE。共有 10 条线段。

说明　采用在直线上从左到右按点的顺序数线段时能做到有序、不遗漏，也不重复。

［强化训练］

1．**填空题**：

（1）点 A、B、C 为不在同一直线上的三点，过每两个点画直线，共有____条直线，分别

是________过点 A 的直线有__________图中共有线段__________

（2）三条直线 a、b、c 相交，至少有____个交点，最多有____个交点，并请画出图形来。

（3）如图 39-4，点 M 在____上，点____在直线 a 外，也可以说成______经过____，____不经过____

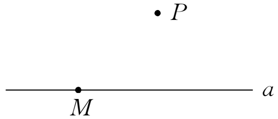


图 39-4

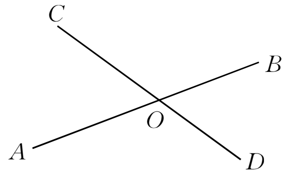


图 39-5

（4）如图 39-5，直线____和____相交于点____，也可以说成经过点____的____条直线____和____

（5）如图 39-6，图中共有____条线段，它们分别是__________

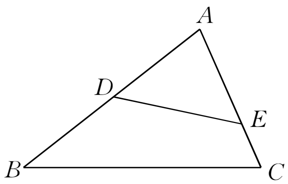


图 39-6

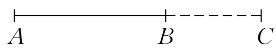


图 39-7

（6）如图 39-7，延长线段____到点____，或反向延长线段____到点____

2. 判断下列语句是否正确（正确的打“ √ ”，错误的打“ × ”）：

（1）点 A 在直线 l 外，点 B 在直线 l 上，那么过 A、B 两点的直线和直线 l 交于 B 点。（　　）

（2）延长线段 AB，就是反向延长线段 BA。（　　）

（3）直线 a 与直线 b 有两个不同的公共点 A、B，那么直线 a 和 b 一定重合。（　　）

（4）射线 OP 与射线 PO 是同一条射线。（　　）

（5）画一条长 10cm 的射线 EF。（　　）

（6）射线比直线短，射线比线段长。（　　）

3. 读句画图：

（1）直线 a 过点 P、Q，但不过点 M。

（2）三条直线 a、b、c 两两相交。

（3）任意给出四个点 A、B、C、D，其中没有三个点在同一直线上。画出直线 AB、射线 AC、线段 AD，反向延长 DC。

（4）在直线 l 上，依次有三点 A、B、C，写出所有线段并表示出来，写出用这三个字母 A、B、C 所表示的射线。

（5）点 P 在直线 EF 外，点 A、B、C 在直线 EF 上，且点 C 在点 A、B 之间。

（6）点 P 既在直线 AB 上，又在直线 CD 上，且点 Q 在直线 CD 外，而在直线 AB 上。

第 40 讲　线段的比较和画法

［学习要点］

1. 线段的大小比较方法；
2. 线段的和、差及线段中点的概念及画法；
3. 线段的公理、两点间距离概念、度量两点的距离。

［家教点窍］

1. 两条线段的大小比较方法：一是“形”的比较：将线段 AB 和线段 CD 的端点 A 与 C 重合，使 AB 顺着 CD 落下，然后观察端点 B 落在线段 CD 上的位置，以确定 $AB < CD$、$AB = CD$ 或 $AB > CD$。二是“数”的比较：使用圆规（或两脚规）、刻度尺量线段的长（必须是同一长度单位）。

2. “所有连接两点的线中，线段最短。”这是线段的公理，它的作用之一：从 A 地到 B 地架设电线，总是沿着线段 AB 架设，可大大节省电线用量；作用之二：因为两点之间线段最短，所以把连接两点的线段的长度叫做这两点的距离。

应该注意：①两点的距离是一个长度，不是指线段；②两点的距离是连接这两点所有线的长度的最小值；③“线段的长度”是一个正的数量，而“线段”是图形，它们是不同的。

3. 点 B 把线段 AC 分成两条相等的线段，点 B 叫做线段 AC 的中点。这里包括：①点 B 在线段 AC 上；②且线段 $AB = BC$。两者缺一不可。如果只是线段 $AB = BC$，不能说点 B 是 AC 的中点。（想一想：为什么？）

［典型例题］

例 1　给出三个点 A、B、C。（1）它们有几种位置关系？画出示意图。（2）分别以 A、B、C 为端点的线段有几种长度？（3）当线段 AB、BC、CA 的长度最少时，画出示意图。

解　（1）有两种位置关系：①点 A、B、C 在同一直线上，如图 40-1（1）所示；②点 A、B、C 不在同一直线上，如图 40-1（2）所示。

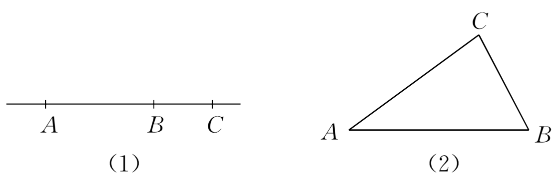


图 40-1

（2）共有三条线段 AB、BC、CA，最多有三种不同的长度，用刻度尺度量后得 $BC < AC < AB$。

（3）特殊情况。如图 40-2，最少只有一种长度，用刻度尺度量后得线段 $AB = BC = CA$。

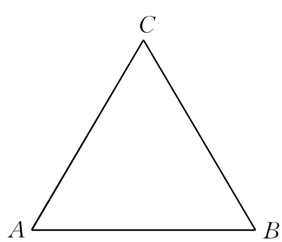


图 40-2

例 2　已知线段 a、b、c（$b > c$），画出线段 AB，使 $AB = a + b - c$。

画法　（1）画射线 AM；（思考：为什么不画线段 AM？）

（2）在射线 AM 上，截取 $AE = a$；

（3）在射线 EM 上截取 $EF = b$；

（4）在线段 AF 上截取 FB = c。（思考 为什么要在线段 AF 上截取 FB = c？）

， 线段 AB 为所求的线段。

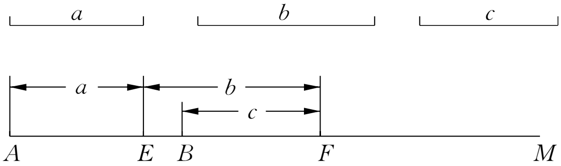


图 40-3

说明 通过写出画法能够做到熟悉几何语言，并根据几何语言画出正确的图形。

例 3 如图 40-4，点 C 是线段 AB 上的一点，点 M 是线段 AC 的中点，点 N 是线段 BC 的中点。

图 40-4

（1）如果 AB = 10cm，AM = 3cm，那么 NC = ____cm。

（2）如果 MN = 6cm，那么 AB = ____cm。

（3）如果 AC∶CB = 3∶2，NB = 2.5cm，那么 MN = ____cm。

解 （1） AM = 3cm，M 是 AC 中点，， AC = 6cm。

AB = 10cm，AC = 6cm，， BC = 4cm。

点 N 是 BC 的中点，， NC = $\frac{1}{2}$BC = 2cm。

（2） M 是 AC 的中点，， MC = $\frac{1}{2}$AC； N 是 BC 的中点，， NC = $\frac{1}{2}$BC。

MN = MC + NC = $\frac{1}{2}$(AC + BC) = $\frac{1}{2}$AB，又 MN = 6cm，， AB = 2MN = 12cm。

（3） AC∶CB = 3∶2，M 为 AC 中点，， MC = $\frac{1}{2}$AC。

N 是 BC 中点，， NB = $\frac{1}{2}$BC，， MC∶NB = $\frac{1}{2}$AC∶$\frac{1}{2}$BC = 3∶2。

又 NB = 2.5cm，， MC = $\frac{3}{2}$NB = $\frac{3}{2}$ × 2.5 = 3.75(cm)，

， MN = MC + CN = 3.75 + 2.5 = 6.25(cm)。

说明 几何的计算不能单纯写出计算结果，要一边推理，一边计算，使形数做到相互一致。

［强化训练］

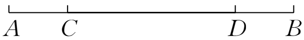
1. 判断题（对的打“√”，错的打“×”）：

（1）画 A、B 两点的距离。 （　）

（2）连接 A、B 两点的线段叫做这两点的距离。 （　）

（3）连接两点的线中，线段最短。 （　）

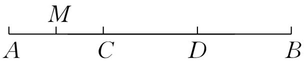
（4）如果线段 AC = CB，那么 C 点是线段 AB 的中点。 （　）

（5）如图 

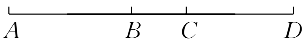
，如果 AD = CB，那么 AC = DB。 （　）

（6）**已知线段** AB = 8cm，**在直线** AB **上画线段** BC，**使它等于** 3cm，**那么线段** AC **的长是** 5cm **或** 11cm。 （ ）

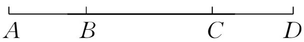
2. **填空题**：

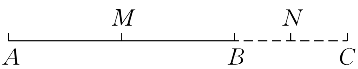
（1）**如图**  ，C、D **是线段** AB **的三等分点**，M **为** AC **的中点**，**则** CD = ____BC，AB = ____MC。

（2）**已知** C **点在线段** AB **上**，**且** AC = CB。**反向延长** AB **到** D，**使** AD = AB。**若** AB = 6cm，**则** DB = ____cm，CD = ____cm。

（3）**如图**  ，**点** B、C **在线段** AD **上**，**则** AC = AB + ____，CD = AD - ____

（4）**已知线段** AB = 2.5cm，**若反向延长线段** AB **到** C，**使** BC = 3AB，**则线段** AC = ____cm。

（5）**如图**  ，**则** BC = AC - ____ = ____ - CD。

（6）**如图**  ，**线段** AB = 4cm，BC **是线段** AB **的延长线**，**且** BC = $\frac{1}{2}$AB，M **为** AB **的中点**，N **为** BC **中点**，**则** MN = ____cm。

3. **画图填空**：

画线段 AB = 5cm；**在** AB **的延长线上截取** BC = $\frac{3}{5}$AB，**在线段** AC **上截取** CD = $\frac{1}{4}$AC，**并根据画出的线段图形填空**：

AC = AB + ____ = 5cm + ____cm = ____cm。

AD = AC ____CD = AB + ____ = ____AB = ____DB = ____cm。

4. **读句画图**：

延长线段 AB **到** C，**使** BC = 3AB，**再延长** BA **到** D，**使** DA = AB，M、N **分别为** DA **和** BC **的中点。根据图形填空**：DC = ____AB；AN = ____AB；MA = ____AB；MN = ____AB。

5. **看图** 40-5 **写语句**：

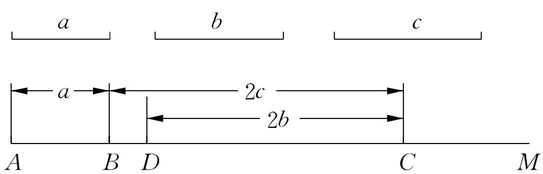


图 40-5

已知：______________

画出：______________

画法：（1）____________ （2）____________ （3）____________

，____________

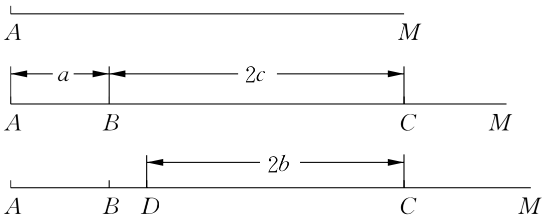


图 40-6

第 41 讲　角的比较、度量与画法

[学习要点]

1. **角的概念及表示法，角平分线的概念及表示法。**
2. **角的大小的比较方法，用量角器画一个角等于已知角。**
3. **度、分、秒的换算及有关的计算。**

[家教点窍]

1. 角的两个特征是：(1)角是两条射线组成的；(2)这两条射线有公共端点，角的大小与两边的张开程度有关。一般表示法是 把顶点大写字母写在中间，两边各取一个点的大写字母写在两边，还要写上角的符号。

2. 角的比较有两种方法：一是“形”的比较法(叠合法)，二是“数”的比较法(用量角器度量角的大小)。正确使用量角器量一个角的步骤是：(1)“对中”：量角器的中心与角的顶点重合；(2)“对线”：量角器的零度线与角的一边重合；(3)“读数”：读出角的另一边所在刻度线的度数。

用量角器度量后，以度数来比较大小：角大的度数就大；度数大的角就大。

3. 度、分、秒之间是 60 进制的，在进行加减法运算时，满 60″进 1′，满 60′进 1°；借 1°等于 60′，借 1′等于 60″。对于度、分、秒的除法，应写出详细过程，度数除过后，要把度的余数化成分继续再除；分数除过后，要把分的余数化成秒，再继续除。

[典型例题]

例 1　写出如图 41-1 中所有的角。

解　图中共有六个角，它们分别是 ∠AOB、∠AOC、∠AOD、∠BOC、∠BOD、∠COD。

说明　为了不使角产生遗漏和重复，即分别以 OA、OB、OC 为始边，依次以 OB、OC、OD 为终边，就得到所有的角。

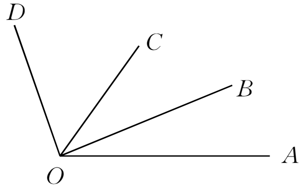


图 41-1

例 2　如图 41-2，射线 OB、OC、OD 把∠AOE 四等分。填空：

(1) ∠AOB = ____∠AOE = ____∠AOD = ____∠AOC；

(2) ∠AOD = ____∠AOB = ____∠COD；

（3）如果 $\angle COD = 15^\circ$，那么 $\angle BOE =$ ____°，$\angle AOE =$ ____°。

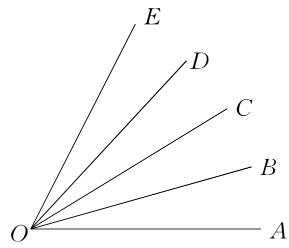


图 41-2

解 （1）$\angle AOB = \frac{1}{4}\angle AOE = \frac{1}{3}\angle AOD = \frac{1}{2}\angle AOC$；

（2）$\angle AOD = 3\angle AOB = 3\angle COD$；

（3）如果 $\angle COD = 15^\circ$，那么 $\angle BOE = 45^\circ$，$\angle AOE = 60^\circ$。

说明 清楚地掌握角的和、差、倍、分的概念，是解决角的加减运算和画图形的基础。

例 3 看图 41-3，写语句：已知________，画出 $\angle ABC$，使 $\angle ABC = \angle 3 + \angle 1 - \angle 2$。

画法：（1）______，（2）______，（3）______，

， $\angle ABC$ 就是所画的角。

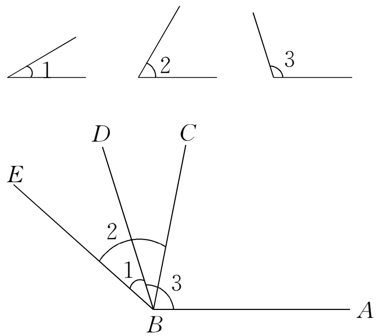


图 41-3

解 已知：$\angle 1$、$\angle 2$ 和 $\angle 3$（$\angle 3 > \angle 2$）。

画法：（1）画 $\angle ABD = \angle 3$；

（2）以 B 为顶点，BD 为一边，在 $\angle ABD$ 的外部画 $\angle DBE = \angle 1$，得 $\angle ABE = \angle 3 + \angle 1$。

（3）以 B 为顶点，BE 为一边，在 $\angle ABE$ 的内部画 $\angle EBC = \angle 2$，得 $\angle ABC = \angle 3 + \angle 1 - \angle 2$。

说明 掌握画角的和（或差）的画法范句：以 × 点为顶点，以 × × 为一边，在 ∠ × × × 的外部（或内部）作 ∠ ××× = ∠ ×。

例 4 解答下列各题：

（1）如果一个角的余角是这个角的 $\frac{1}{2}$ 倍，那么这个角是多少度？这个角的补角是多少度？

（2）如果 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 互为余角，并且 $\angle\alpha$ 比 $\angle\beta$ 大 20°，而 $\angle\beta$ 和 $\angle\gamma$ 互为补角，求 $\angle\alpha$、$\angle\beta$ 及 $\angle\gamma - \angle\alpha$ 的度数。

（3）如图 41-4，直线 AB、CD 相交于 O，$\angle BOE = 90^\circ$。若 $\angle 4 = 45^\circ$，求 $\angle 1$、$\angle 2$ 和 $\angle 3$ 的度数？$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 叫做互为____角，$\angle 3$ 和 $\angle 4$ 叫做互为____角。

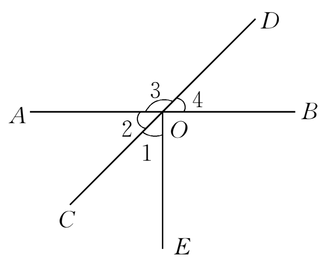


图 41-4

解 （1）设这个角为 x°，则这个角的余角为 $90^\circ - x^\circ$，补角为 $180^\circ - x^\circ$。根据题意，得 $\frac{1}{2}x = 90 - x$，解得 $x = 60$，$180^\circ - x^\circ = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$。

（2）根据题意，得 $\begin{cases}\angle\alpha + \angle\beta = 90, \\ \angle\alpha - \angle\beta = 20,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}\angle\alpha = 55, \\ \angle\beta = 35。\end{cases}$ 又 $\angle\beta + \angle\gamma = 180$，， $\angle\gamma = 145$，$\angle\gamma - \angle\alpha = 90$。

（3） AB、CD 相交于点 O，， $\angle 1 + \angle BOE + \angle 4 = 180^\circ$。 $\angle BOE = 90^\circ$，$\angle 4 = 45^\circ$，， $\angle 1 = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$，

$\angle 2 = 180^\circ - \angle BOE - \angle 1 = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$，

∠3 = 180° - ∠4 = 180° - 45° = 135°。 ∠1 + ∠2 = 45° + 45° = 90°，

， ∠1 **和**∠2 **互为余角。**

∠3 + ∠4 = 135° + 45° = 180°，

， ∠3 **和**∠4 **互为补角。**

例 5 （1）**计算** 180° - 46°29'32"；（2）**计算** 72°17' ÷ 5；（3）**时钟在以下时刻，时针与分针分别成多少度的角？**①6 **时** 30 **分，**②9 **时** 15 **分。**

解 （1）180° - 46°29'32" = 179°59'60" - 46°29'32" = 133°30'28"；

（2）72°17' ÷ 5 = （70° + 2°17'）÷ 5 = 14° + 2°17' ÷ 5 = 14° + 137' ÷ 5 = 14° + （135' + 2'）÷ 5 = 14°27' + 120" ÷ 5 = 14°27'24"；

（3）① **当分针由“** 12 **”转至“** 6 **”，转了** 180°**时，时针也顺着转了** $180° \times \frac{1}{12} = 15°$，**因此这时两针的夹角为** 15°。

② **当** 9 **点钟时，两针的夹角为直角，**9 **时** 15 **分时，分针沿顺时针方向转了** 90°，**此时时针也沿顺时针方向转了** $90° \times \frac{1}{12} = 7.5°$，**这时两针夹角为** 90° + 90° - 7.5° = 172.5°。

［强化训练］

1. **填空题：**

（1）**如图** 41-5 **中，有____个角，它们是**__________

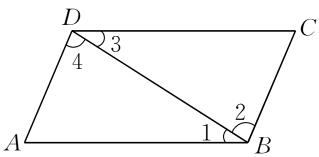


图 41-5

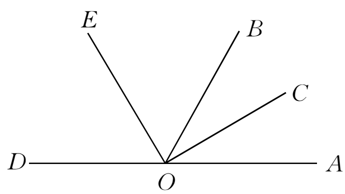


图 41-6

（2）**如图** 41-6 **中，**AOD **是一直线，**OC、OE **分别是**∠AOB、∠BOD **的平分线，则** ∠COE = ____，∠DOE **的补角是**____，∠AOC **的余角是**__________

（3）120°**的角** = ____**平角，**$\frac{3}{4}$**平角** = ____**直角。**

（4）72°15'**的角的余角等于**____，24°30'**的角的补角等于**____

（5）（56° - 27°15'）× 2 = ____° ____'；50°50' ÷ 4 = ____° ____' ____"。

（6）**如图** 41-7，**射线** OC、OD **把**∠AOB **三等分，则** ∠COD = ____∠AOB；**若** ∠AOD = 30°，**则** ∠AOB = ____°。

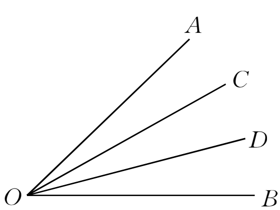


图 41-7

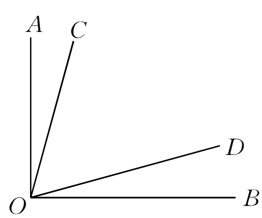


图 41-8

(7) 如图 41-8，∠AOC = ∠DOB = 15°，∠AOB = 90°，则 ∠COD = ______

(8) 钟表上由 8 时到 8 时 45 分,时钟的时针转了____度。

2. 选择题：

(1) 下列说法中,正确的是 (　　)

(A) 从一个端点出发的两条射线所组成的图形叫做角

(B) ∠1、∠2 互为补角,则∠1、∠2 是邻补角

(C) 钝角没有余角,但有补角

(D) 一条直线可以看作一个平角

(2) 用一副三角板(含 30°、45°、60°)能画出大于 0°而小于 180°的角共有 (　　)

(A) 4 个　　(B) 6 个　　(C) 11 个　　(D) 13 个

(3) 如图 41-9 中,小于平角的角共有 (　　)

(A) 10 个　　(B) 9 个　　(C) 8 个　　(D) 4 个

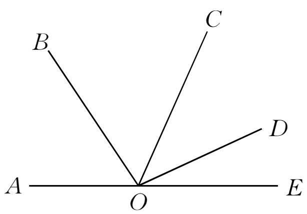


图 41-9

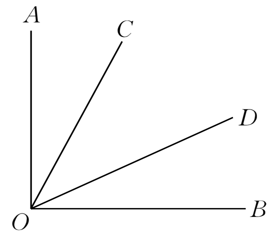


图 41-10

(4) 如图 41-10 中，∠AOB = 90°，则以 O 为顶点的锐角共有 (　　)

(A) 6 个　　(B) 5 个　　(C) 4 个　　(D) 3 个

(5) 下列说法中,正确的是 (　　)

(A) 角是两条射线组成的图形　　(B) 小于平角的角是钝角

(C) 互余的两个角都是锐角　　(D) 一个角必小于它的补角

(6) 若 ∠1 = ∠2，且 ∠1 + ∠3 = 180°，∠2 + ∠4 = 180°，则 ∠3 = ∠4，其理由是 (　　)

(A) 等量代换　　(B) 等式性质

(C) 同角的补角相等　　(D) 等角的补角相等

3. 读句画图：

(1)用三角板画出 ∠AOB = 105°；(2)以 OA 为一边,在∠AOB 的内部画 ∠AOC = 15°；(3)应用量角器,画出∠AOB 的平分线 OD；(4)以 OD 为一边,画 ∠DOE = 90°，使 OB 在∠DOE 内部。在所画的图中,与∠BOE 相等的角是______,其理由是________

4. 一个角的余角的 5 倍等于它的补角的 2 倍,求这个角。

5. 如图 41-11，∠AOB = 35°40'，∠BOC = 50°30'，∠COD = 21°18'，OE 平分∠AOD,求∠BOE 的度数。

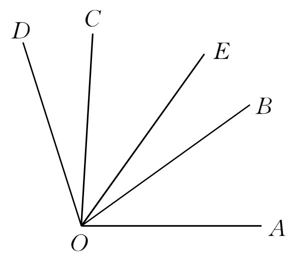


图 41-11

6. 已知∠AOC,画出$\frac{1}{2}$∠AOC 的余角的补角。

第 九 阶 段

第 42 讲　相交线、对顶角和垂线

[学习要点]

1. **对顶角的概念及性质。**

2. **垂线、斜线、垂线段、斜线段的概念，垂线段最短的性质，直线外一点到这条直线的距离的概念。**

3. **空间里直线与平面、平面与平面垂直的性质。**

[家教点窍]

1. **两条直线相交构成的四个角中，根据角的位置关系分为两对对顶角、四对邻补角。有公共顶点而无公共边的两个角（即一个角的两边是另一个角两边的反向延长线）叫对顶角。有公共顶点而有一边重合、另一边互为反向延长线的两个角叫邻补角，而互为补角的两个角不一定是邻补角。**

2. **当两条直线相交所成的四个角中有一个角是直角时，其余的三个角也都是直角，这种特殊的位置关系叫做这两条直线互相垂直，其中一条直线是另一条直线的垂线。我们讲两线段垂直，线段与射线、直线垂直，均是指它们所在的直线互相垂直。**

3. **垂线的性质：过一点有且只有一条直线与已知直线垂直，这个性质是画垂线的依据。**

垂线段和垂线段的长是两个不同的概念，垂线段是图形，而垂线段的长是一个数量。垂线段一般是指直线外一点到已知直线的垂直线段，这里面隐含着确定的直线和直线外的一个已知点。

4. **要区分两点的距离与直线外一点到这条直线的距离这两个概念，它们在图形上都应符合“最短”的意思，都是线段的长度，满足数量的最小值。而直线外一点到这条直线的距离是建立在两点的距离基础上，是已知点与垂足的距离。**

[典型例题]

例 1　解答下列各题：

（1）如图 42-1，直线 AB、CD、EF 交于一点 O，$\angle 1 = 60°$，$\angle 2 = 40°$，**求**$\angle 3$、$\angle 4$、$\angle 5$、$\angle 6$ **的度数。**

（2）如图 42-2，直线 AB、CD、EF 交于点 O，CD ⊥ AB，$\angle COE = 27°18'$，**求**$\angle AOF$ **的度数。**

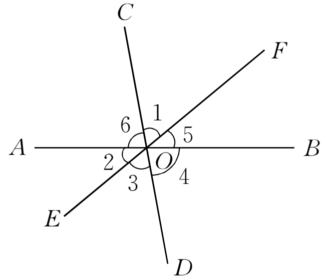


图 42-1

解　（1）　直线 AB、CD、EF 交于点 O，

，　$\angle 3 = \angle 1 = 60°$，$\angle 5 = \angle 2 = 40°$。

EOF **是一直线**，，　$\angle 1 + \angle 2 + \angle 6 = 180°$，

，　$\angle 6 = 180° - \angle 1 - \angle 2 = 180° - 60° - 40° = 80°$，

, $\angle 4 = \angle 6 = 80°$。

（2） $CD \perp AB$，, $\angle BOC = 90°$。 $\angle COE = 27°18'$，

, $\angle BOE = \angle BOC - \angle COE = 90° - 27°18' = 62°42'$。 AB、EF 交于点 O，

, $\angle AOF = \angle BOE = 62°42'$（对顶角相等）。

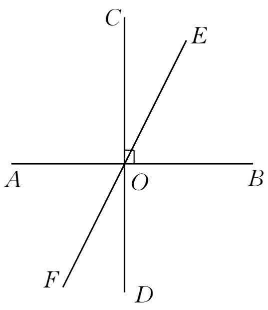


图 42-2

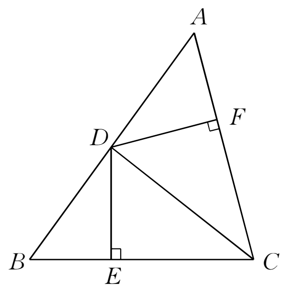


图 42-3

例 2 如图 42-3，在△ABC 中，按下列要求完成画图和测量。

（1）画∠ACB 的平分线交 AB 于 D；

（2）过点 D 画出到 AC、BC 的垂线段；

（3）量出点 D 到 AC、BC 的距离，并比较它们的大小（精确到 0.1cm）。

解 （1）用量角器度量∠ACB，并画出角平分线 CD，交 AB 于 D。

（2）用三角板过点 D 分别画 $DE \perp BC$，$DF \perp AC$，点 E、F 为垂足，则 DE、DF 为所要画的垂线段。

（3）用刻度尺度量 DE = 1.1cm，DF = 1.1cm，则 DE = DF。

例 3 如图 42-4 是一个正方体的图形。填空：（1）棱 AA' 垂直于面____、____，棱 AB 垂直于面______、______，棱 AD 垂直于面______、______；

（2）垂直于面 CDD'C' 的棱是________，垂直于面 AA'D'D 的棱是________；

（3）面 AA'B'B 垂直于面________。

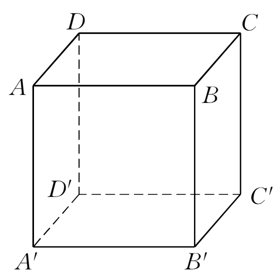


图 42-4

解 （1）面 ABCD、面 A'B'C'D'，面 BB'C'C、面 AA'D'D，面 AA'B'B、面 DD'C'C；

（2）AD、BC、A'D'、B'C'，AB、A'B'、CD、C'D'；

（3）面 AA'D'D、面 A'B'C'D'、面 BB'C'C、面 ABCD。

说明 观察正方体，易知线线垂直，得线面垂直；由线面垂直，得面面垂直。

［强化训练］

1. 判断题：

（1）相对而且相等的两个角是对顶角。 （ ）

（2）两个角的两边分别在同一条直线上，这两个角是对顶角。 （ ）

（3）**有公共顶点且相等的两个角是对顶角。** （　　）

（4）**两条直线相交，且对顶角互为补角，则这两条直线是互相垂直的。** （　　）

（5）**过直线外一点画这条直线的垂线，该垂线的长叫做这个点到这条直线的距离。** （　　）

（6）**互为邻补角的角平分线一定互相垂直。** （　　）

2. **填空题：**

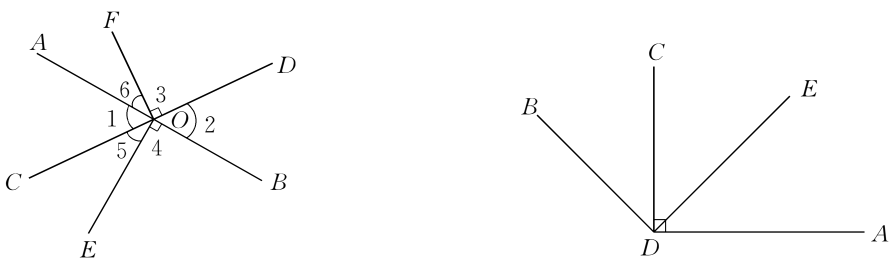
（1）**如图** 42-5（1），**直线** a、b、c **相交于点** O，$\angle 1 = 60°35'$，$\angle 2 = 45°20'$，**那么** $\angle 3 =$ ______° ______'。

（1）　　　　（2）

图 42-5

（2）**如图** 42-5（2），**直线** a、b、c **两两相交**，$\angle 1 + \angle 3 = 180°$，**则图中相等的角是** ________，**互补的角是** ________

（3）**如图** 42-6（1），**直线** AB、CD **相交于点** O，$OE \perp AB$，$OF \perp CD$，**则图中相等的角有** ________________



（1）　　　　（2）

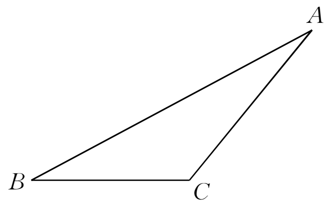
图 42-6

（4）**如图** 42-6（2），$AD \perp DC$，**且** $\angle BDC : \angle ADC = 1 : 3$，DE **是** $\angle ADC$ **的平分线，则** $\angle BDC =$ ______°，$\angle BDE =$ ______°。

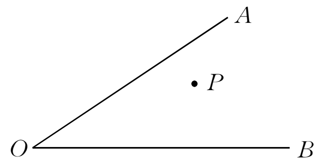
3. **读句、画图、填空：**

（1）**过点** P **画直线** MN **的垂线** PH，**交** MN **于点** H（**图** 42-7（1））。

（1）　　　　（2）



（3）



（4）

图 42-7

（2）过线段 AB 的中点 O 画线段 AB 的垂线 EF（图 42-7（2））。

（3）如图 42-7（3）中，画 AE ⊥ BC，垂足为 E，并量出点 A 到 BC 的距离（精确到 0.1cm）。

（4）如图 42-7（4）中，点 P 是∠AOB 内一点，①过点 P 画 PE ⊥ OA，垂足为 E；②过点 P 画 PF ⊥ OB，垂足为 F；③点 P 到 OA 的距离是______cm（精确到 0.1cm），点 P 到 OB 的距离是______cm（精确到 0.1cm），点 P 与点 O 的距离是____cm（精确到 0.1cm）。

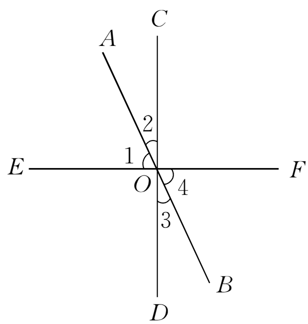


图 42-8

4. 如图 42-8，直线 AB、CD 相交于点 O，OE、OF 是射线，∠1 和∠3 互余，∠2 和∠4 互余。

（1）OE、OF 在同一直线上吗？为什么？

（2）直线 CD 与 EF 的位置如何？为什么？

第 43 讲　三 线 八 角

［学习要点］

1. 同位角、内错角、同旁内角的概念；2. 识别同位角、内错角、同旁内角的方法。

［家教点窍］

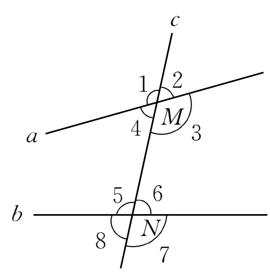


图 43-1

1. 如图 43-1 中，直线 a、b 与直线 c 相交，把直线 c 叫做截线，直线 a、b 叫做被截直线，交点分别为 M、N。在点 M 处构成∠1、∠2、∠3、∠4 中，有两组对顶角、四组邻补角，那么在∠1、∠2、∠3、∠4 与∠5、∠6、∠7、∠8 之间为没有公共顶点的角，∠1 与∠5，∠2 与∠6，∠4 与∠8，∠3 与∠7 叫做同位角，∠4 与∠6、∠3 与∠5 叫做内错角，∠4 与∠5、∠3 与∠6 叫做同旁内角。

2. 识别同位角、内错角、同旁内角的方法：①观察两个角的四条边是否在三条直线上（两个角各有一边在同一直线上，这条直线就是截线，这两个角的另一边所在直线就是被截直线）；②如果两个角在截线同侧，就可能是同位角（在被截直线同方向），或是同旁内角（在被截直线之内）如果两个角在截线异侧，又在被截直线之内，那就是内错角。

[典型例题]

例 1　如图 43-2 中,填空:

(1) 直线______、______被直线______所截,则∠1 和∠3 为________;∠2 和∠3 为________

(2) 直线______、______被直线______所截,∠4 和∠6 为________,∠5 和∠6 为________

(3) 直线______、______被直线______所截,则∠1 和∠5 为______,∠2 和∠4 为______

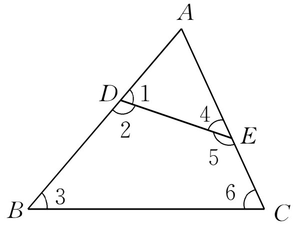


图 43-2

解　(1) 直线 DE、BC 被直线 BD 所截,则∠1 和∠3 是同位角,∠2 和∠3 是同旁内角。

(2) 直线 DE、BC 被直线 EC 所截,则∠4 和∠6 是同位角,∠5 和∠6 是同旁内角。

(3) 直线 AB、AC 被直线 DE 所截,则∠1 和∠5 为内错角,∠2 和∠4 为内错角。

例 2　如图 43-3 中,观察图形,依据题目要求在备选答案中,选择恰当的答案,把答案的代号填在括号内:

(1) ∠1 与∠2 是什么关系　(　　　)

(2) ∠1 与∠BAD 是什么关系　(　　　)

(3) ∠1 与∠7 是什么关系　(　　　)

(4) ∠2 与∠6 是什么关系　(　　　)

(5) ∠3 与∠4 是什么关系　(　　　)

(6) ∠5 与∠3 是什么关系　(　　　)

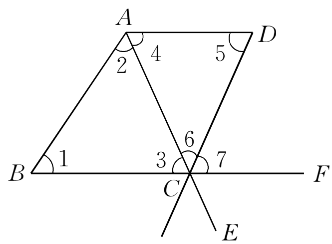


图 43-3

备选答案:(A) 对顶角　(B) 同位角　(C) 内错角　(D) 同旁内角　(E) 以上答案都不对

解　(1) 直线 AE、BF 被 AB 所截,∠1 与∠2 是同旁内角,选(D)。

(2) 直线 AD、BF 被 AB 所截,∠1 与∠BAD 是同旁内角,选(D)。

(3) 直线 AB、DC 被 BF 所截,∠1 与∠7 是同位角,选(B)。

(4) 直线 AB、DC 被 AE 所截,∠2 与∠6 是内错角,选(C)。

(5) 直线 AD、BF 被 AE 所截,∠3 与∠4 是内错角,选(C)。

(6) ∠5 与∠3 的关系找不到符合对顶角、同位角、内错角、同旁内角的条件,选(E)。

[强化训练]

1. 如图 43-4 中,填空:

(1) 直线 AE、BD 被直线 BE 所截,内错角是________

(2) 直线 DE、AC 被直线 DA 所截,内错角是______

(3) 直线 AD、BF 被直线 AC 所截,同位角是________,同旁内角是________

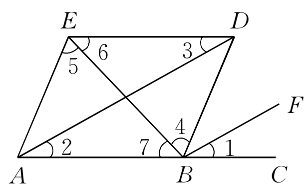


图 43-4

2. 如图 43-5 中,填空:

(1) ∠1 和∠2 是______角,是直线______、______被直线______所截;

(2) ∠1 和∠B 是______角,是直线______、______被直线______所截;

(3) ∠3 和∠B 是______角,是直线______、______被直线______所截;

（4）∠A和∠B是______角，是直线______、______被直线______所截。

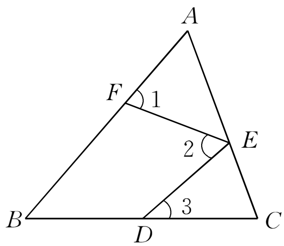


图 43-5

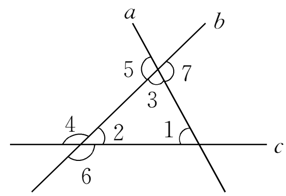


图 43-6

3. 如图 43-6 中，三条直线 a、b、c 两两相交，请问图中∠1 的同位角、内错角、同旁内角分别是哪些角？

第 44 讲　平行公理、平行线的判定

[学习要点]

1. 平行线定义、表示法、画法；2. 平行公理及推论、平行线的判定方法。

[家教点窍]

1. 同一平面内两条不重合的直线的位置关系有两种：相交、平行。两条直线平行必须具备两个条件：①在同一平面内，②不相交。两者缺一不可。

2. 平行公理：经过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行。叙述公理时，一定要强调"直线外一点"，它与垂线的性质类似而又有区别，平行公理比垂线性质多了"直线外"三个字。

画平行线的根据是平行公理，画平行线的条件是已知直线和直线外一点。

3. 判定两条直线平行的方法有：

（1）根据定义：在同一平面内不相交的两条直线。

（2）推论：平行于同一直线的两条直线互相平行。

（3）公理：同位角相等，两直线平行。

（4）定理：内错角相等，两直线平行。

（5）定理：同旁内角互补，两直线平行。

[典型例题]

例 1　如图 44-1，根据推理过程，正确说明理由。

（1）已知：图 44-1（1）中，$\angle 1+\angle 2=180°$。判定：a // b。

推理过程如下：

$\angle 1+\angle 2=180°$，（　　　）　$\angle 1+\angle 3=180°$，（　　　）

，　$\angle 2=\angle 3$，（　　　）　，　a // b。（　　　）

（2）已知：图 44-1（2）中，$\angle 1=\angle 2$。判定：a // b。

推理过程如下：

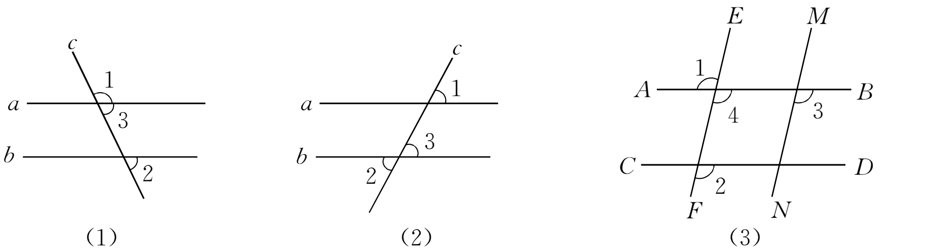


图 44-1

$\angle 1 = \angle 2$，(　　　)　$\angle 2 = \angle 3$，(　　　)

, $\angle 1 = \angle 3$，(　　　)　, $a \parallel b$。(　　　)

(3)已知：图 44-1(3)中，$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$，请找出平行线，并写出推理过程。

解　(1)已知，邻补角定义，同角的补角相等，同位角相等，两直线平行。

(2)已知，对顶角相等，等量代换，同位角相等，两直线平行。

(3)答：平行线有 $AB \parallel CD$，$EF \parallel MN$。

推理过程如下：　$\angle 1 = \angle 2$　(已知)，$\angle 1 = \angle 4$　(对顶角相等)，

, $\angle 2 = \angle 4$　(等量代换)，,　$AB \parallel CD$　(同位角相等，两直线平行)。

又　$\angle 1 = \angle 3$　(已知)，$\angle 1 = \angle 4$　(对顶角相等)，

, $\angle 3 = \angle 4$　(等量代换)

, $EF \parallel MN$　(同位角相等，两直线平行)。

说明　学会用“　”、“ , ”符号推理论证，由语言叙述过渡到符号推理。

例 2　如图 44-2，BE、CF 分别是 $\angle ABC$、$\angle DCB$ 的平分线。如果 $\angle 1 = \angle 2$，可以推出 $AB \parallel CD$。请在下面的推理过程中在括号内填写正确的理由。

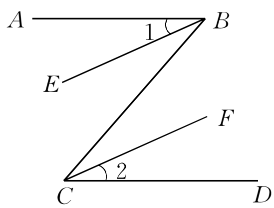


图 44-2

BE、CF 分别平分 $\angle ABC$、$\angle DCB$，(　　　)

, $\angle 1 = \frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle 2 = \frac{1}{2}\angle DCB$。(　　　)

$\angle 1 = \angle 2$，(　　　)

, $\frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2}\angle DCB$，(　　　)

, $\angle ABC = \angle DCB$，(　　　)

, $AB \parallel CD$。(　　　)

解　已知，角平分线定义，已知，等量代换，等式性质，内错角相等，两直线平行。

例 3　如图 44-3 中，哪两条直线平行？并写出推理过程。

答　直线 $a \parallel$ 直线 b。

推理过程如下(图中标出 $\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$)：

$a \perp c$，$b \perp c$　(已知)，

, $\angle 1 = \angle 2 = 90°$　(垂直定义)，

, $a \parallel b$　(同位角相等，两直线平行)。

或　$a \perp c$，$b \perp c$　(已知)，

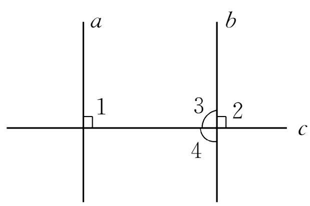


图 44-3

, $\angle 1 = \angle 4 = 90°$ （垂直定义），

, $a \parallel b$ （内错角相等，两直线平行）。

或 $a \perp c$，$b \perp c$ （已知），

, $\angle 1 = \angle 3 = 90°$ （垂直定义），

$\angle 1 + \angle 3 = 180°$ （等式性质），

, $a \parallel b$ （同旁内角互补，两直线平行）。

说明 本题用三种不同方法写出推理过程，用几何语言可叙述为 垂直于同一条直线的两条直线平行。

[强化训练]

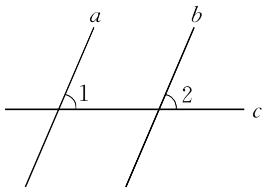
1．下列各题括号内填写的理由是否正确？若有错，请改正。

（1）如图 44-4（1）所示，

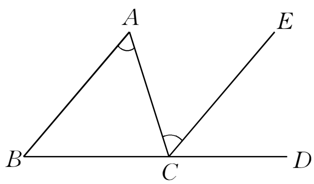
$\angle 1 = 78°$，$\angle 2 = 78°$ （已知），

, $\angle 1 = \angle 2$ （同位角相等），

, 直线 $a \parallel$ 直线 b （同位角相等，两直线平行）。



（1）



（2）

图 44-4

（2）如图 44-4（2）所示， $\angle A = 43°$，$\angle ACE = 43°$ （已知），

, $\angle A = \angle ACE$ （内错角相等），, $BA \parallel CE$ （两直线平行）。

2．看图推理，填空：

如图 44-5 所示，B、E、C、F 在同一条直线上。

（1） $\angle B = \angle DEC$ （已知），

, ______ $\parallel$ ______。（ ）

（2） $\angle 1 = \angle$ ______ （已知），

, $AC \parallel DF$。（ ）

（3） $\angle$ ______ $= \angle$ ______ （已知），

, $AC \parallel DF$。（同位角相等，两直线平行）

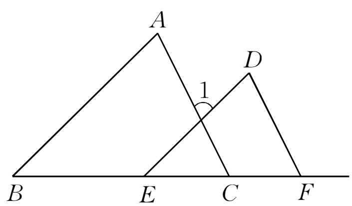


图 44-5

3．如图 44-6，$\angle 1 = \angle 2$，BD 平分 $\angle ABC$，可以推出 $DC \parallel AB$，请填写推理过程及理由：

BD 平分 $\angle ABC$，（ ）

, $\angle 2 = \angle$ ______。（ ）

$\angle 1 = \angle 2$，（ ）

, $\angle 1 = \angle$ ______，（ ）

, $DC \parallel AB$。（ ）

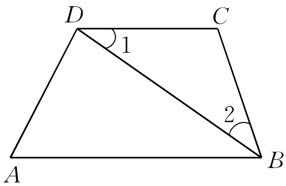


图 44-6

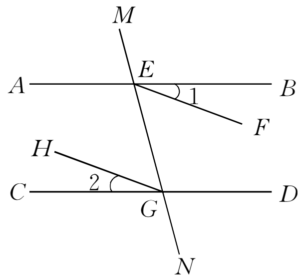


图 44-7

4. **如图** 44-7,**直线** AB、CD **被直线** MN **所截,交点分别为** E、G,∠AEM = ∠DGN,**且** ∠1 = ∠2,**可推出** EF // HG。**请写出推理过程及理由。**

第 45 讲　平行线的性质、空间平行关系

[学习要点]

1. **平行线的性质:两直线平行,同位角相等,内错角相等,同旁内角互补。**
2. **空间的直线与平面、平面与平面的平行概念。**
3. **平行线的判定与平行线性质的区别与应用。**

[家教点窍]

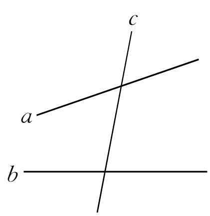
1. **平行线的判定和性质的不同:**

(1)**"判定"是由角的数量关系推出两直线的平行位置,"性质"是由两直线的平行位置推出角的数量关系,它们的条件和结论正好相反。**

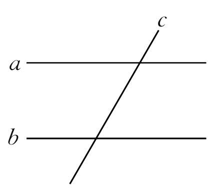
(2)**"判定"的应用是推出两直线的平行位置,"性质"的应用是推出两个角的数量关系,常用于计算角度、证明角的相等。**

2. **学习平行线性质后,不要误认为凡是同位角一定相等,凡是内错角一定相等,凡是同旁内角一定互补。**

3. **任何几何题,画出的图形不能特殊化,如"两条直线被第三条直线所截",如图** 45-1。



(1)
(**一般**)

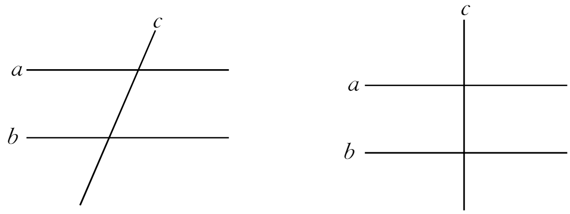


(2)
(**特殊**)

图 45-1

"两条平行直线被第三条直线所截",如图 45-2。

若把图形画成特殊的形状,就会给推理、计算带来困难甚至造成错误。



（1）（一般）　　　　（2）（特殊）

图 45-2

[典型例题]

例 1　如图 45-3，已知 $\angle ABC = \angle ADC$，BF、DE 分别平分 $\angle ABC$、$\angle ADC$，且 $\angle 1 = \angle 3$，可以推出 $\angle A = \angle C$。请在下面推理过程的括号内填写正确的理由。

BF、DE 分别平分 $\angle ABC$、$\angle ADC$，　（　　　）

, $\angle 1 = \frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle 2 = \frac{1}{2}\angle ADC$。　（　　　）

$\angle ABC = \angle ADC$，　（　　　）

, $\angle 1 = \angle 2$。　（　　　）

$\angle 1 = \angle 3$，　（　　　）

, $\angle 2 = \angle 3$。　（　　　）

, $AB \parallel CD$，　（　　　）

, $\angle A + \angle ADC = 180°$，　（　　　）

$\angle C + \angle ABC = 180°$。　（　　　）

$\angle ADC = \angle ABC$，　（　　　）

, $\angle A = \angle C$。　（　　　）

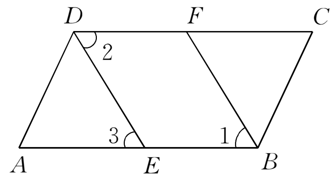


图 45-3

解　已知，角平分线定义，已知，等量代换，已知，等量代换，内错角相等，两直线平行，两直线平行，同旁内角互补，已知，等角的补角相等。

说明　这是平行线的判定、性质的综合应用。

例 2　如图 45-4，已知：$AD \parallel BC$，$\angle 1 = \angle 2$，$\angle A = 120°$，$BD \perp DC$，求 $\angle ABC$、$\angle ADC$、$\angle C$ 的度数。

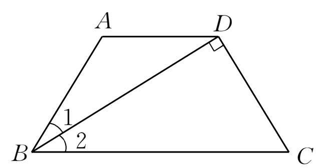


图 45-4

解　　$AD \parallel BC$，（已知）

, $\angle A + \angle ABC = 180°$，

$\angle C + \angle ADC = 180°$，（两直线平行，同旁内角互补）

$\angle 2 = \angle ADB$。（两直线平行，内错角相等）。

$\angle A = 120°$，（已知）

, $\angle ABC = 180° - \angle A = 180° - 120° = 60°$。（等式性质）

$\angle 1 = \angle 2$，（已知）　,　$\angle 2 = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$，（角平分线定义）

, $\angle ADB = \angle 2 = 30°$。（等量代换）

$BD \perp DC$，（已知）　,　$\angle BDC = 90°$，（垂直定义）

, $\angle ADC = \angle ADB + \angle BDC = 30° + 90° = 120°$。（等式性质）

，　$\angle C = 180° - \angle ADC = 180° - 120° = 60°$。

答　$\angle ABC$、$\angle ADC$、$\angle C$ **的度数分别为** 60°、120°、60°。

说明　几何的计算题要一边推理一边计算，解题中要注明理由，以便更好地熟悉概念、性质和判定。

［强化训练］

1. **选择题：**

（1）如果 $a \parallel b$，$b \parallel c$，**那么** $a \parallel c$，**这个推理的根据是**　　　（　　）

（A）等式性质　　　**（B）等量代换**

（C）平行线定义　　　**（D）平行公理的推论**

（2）下列的平分线中，不互相平行的是　　　（　　）

（A）对顶角的平分线　　　**（B）平行线的同位角的平分线**

（C）平行线的内错角的平分线　　　**（D）平行线中的两个相等的角的平分线**

（3）如图 45-5 **中，**$AB \parallel CD$，$EF \parallel GH$，**且** $\angle 1 = 55°$，**那么下列结论中错误的是**　　　（　　）

（A） $\angle 2 = 125°$

（B） $\angle 3 = 55°$

（C） $\angle 4 = 125°$

（D） $\angle 5 = 55°$

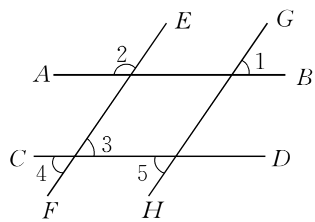


图 45-5

（4）如图 45-6 **中，若** $AB \parallel CD$，**则** $\angle 1 = \angle 2$，**正确表示这个问题的图形是**　　　（　　）

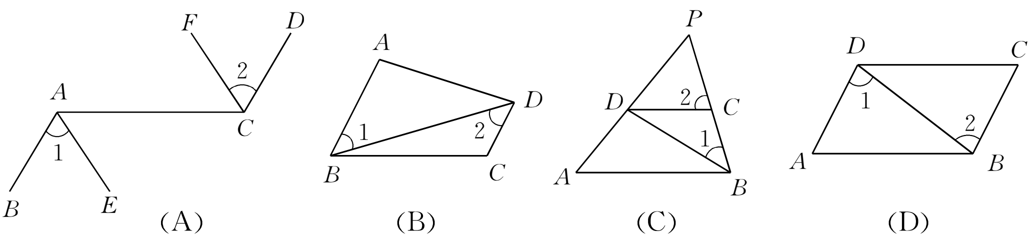


图 45-6

2. **填空题：**

（1）如图 45-7（1）**所示，请完成推理和填写理由：**

$AB \parallel CD$，**（已知）**　，　$\angle D = \angle$ ______，（　　　　）

$\angle DCE = \angle$ ______，（　　　）　$\angle DCB + \angle$ ______ $= 180°$。（　　　）

（2）如图 45-7（2）**所示，**BCD **是一直线，**$CE \parallel AB$，**填写理由：**

$CE \parallel AB$，**（已知）**　，　$\angle 1 = \angle B$。（　　　）

$CE \parallel AB$，**（已知）**　，　$\angle 2 = \angle A$。（　　　）

$\angle 1 = \angle B$，$\angle 2 = \angle A$，**（已求）**　，　$\angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle A$，（　　　）

即 $\angle ACD = \angle B + \angle A$。

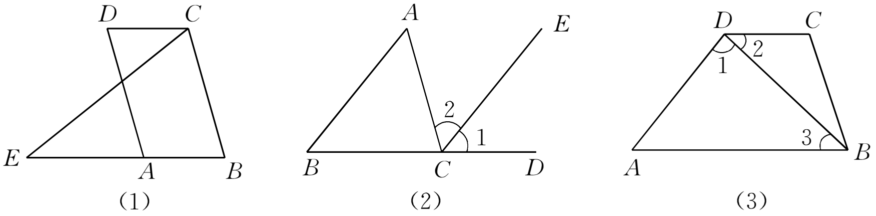


图 45-7

BCD 是一直线,(已知) , $\angle 1 + \angle 2 + \angle ACB = 180°$,( )

, $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180°$。( )

(3)如图 45-7(3)所示,AB // CD,$\angle 3 = 45°$,$\angle 1 = 75°$,求$\angle A$,并在括号内填写推理根据:

AB // DC,(已知) , $\angle 2 = \angle 3$。( )

$\angle 3 = 45°$,(已知) , $\angle 2 =$ ______。( )

又 AB // CD,(已知) , $\angle A + \angle ADC = 180°$,( )

即 $\angle A + \angle 1 + \angle 2 = 180°$。

, $\angle A = 180° - \angle 1 - \angle 2 = 180° - 75° - 45° = 60°$。( )

3. 如图 45-8,若 AB // CD,$\angle ABE = 50°$,$\angle CDE = 20°$,求$\angle BED$的度数。

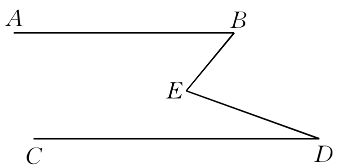


图 45-8

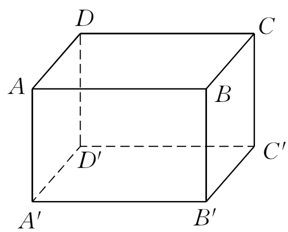


图 45-9

4. 如图 45-9 中,在长方体上,与面 AA'D'D 平行的面有______,与面 AA'D'D 平行的棱有______,与面 A'B'C'D' 平行的棱有______,与棱 AB 垂直的面有______

第 46 讲 命题、真命题、假命题

[学习要点]

1. 命题、真命题、假命题的概念。
2. 区分一个命题的条件和结论,并改写成'如果……,那么……'的形式。
3. 会判定假命题。

[家教点窍]

1. 命题是判断一件事情的句子,它是由已知事项和推出事项构成。已知事项就是题设(或已知条件),推出事项就叫结论。题设和结论之间是前因与后果的关系。命题是一个完整的句子,而且具有判断的特征。

2. 人们对客观事物所作出的判断不一定都是正确的，所以命题有“真命题”与“假命题”之分。要说明一个命题是真命题，必须通过推理的方法来论证；而要说明一个命题是假命题，只要举出一个反例即可。

［典型例题］

例1　判断下列语句是不是命题，对的打“√”，错的打“×”，并说明理由：

（1）线段的中点到线段两端点的距离相等。（　）

（2）相等的两个角是对顶角。（　）

（3）过已知直线外一点画已知直线的垂线。（　）

（4）大于90°的角是钝角。（　）

（5）不相等的两个角不是对顶角。（　）

（6）过直线上一点不能画出这条直线的平行线。（　）

解　（1）√。它是一个判断性的语句。

（2）√。它是一个判断性的语句，不过是假命题。

（3）×。是完整性的句子，但不具有判断的特征。

（4）√。是判断性的语句。

（5）√。是判断一件事情的语句。

（6）√。它表明画图是否可能的语句，是判断语句。

例2　说出下列命题的题设部分和结论部分，并改写成“如果……，那么……”的形式：

（1）互为邻补角的两个角的平分线互相垂直。

（2）直线外一点与直线上各点连接的所有线段中，垂线段最短。

（3）钝角大于它的补角。

（4）等角的余角相等。

（5）垂直于同一条直线的两条直线互相平行。

（6）平行线同旁内角的平分线互相垂直。

解　（1）题设：互为邻补角的两条平分线；结论：这两条角平分线互相垂直。

如果两条射线是邻补角的平分线，那么这两条射线互相垂直。

（2）题设：点P为直线a外一点，PO是垂线段，PM是斜线段。结论：$PO < PM$。

如果点P在直线a外，$PO \perp a$，垂足为O，PM是直线a的斜线，M为斜线足，那么线段$PO <$ 线段PM。

（3）题设：$\angle\alpha$与$\angle\beta$互为补角，且$\angle\beta$是钝角。结论：$\angle\beta > \angle\alpha$。

如果$\angle\alpha + \angle\beta = 180°$，且$90° < \angle\beta < 180°$，那么$\angle\beta > \angle\alpha$。

（4）题设：$\angle\alpha$是$\angle A$的余角，$\angle\beta$是$\angle B$的余角，并且$\angle A = \angle B$。结论：$\angle\alpha = \angle\beta$。

如果$\angle\alpha + \angle A = 90°$，$\angle\beta + \angle B = 90°$，且$\angle A = \angle B$，那么$\angle\alpha = \angle\beta$。

（5）题设：两条直线都和第三条直线垂直。结论：这两条直线互相平行。

如果两条直线都和第三条直线垂直，那么这两条直线互相平行。

（6）题设：两平行直线的同旁内角的平分线。结论：这两条平分线互相垂直。

如果两条射线是平行线的同旁内角的角平分线，那么这两条射线互相垂直。

说明　把一个命题改写成“如果……，那么……”的形式之前，首先要分清命题的题

设和结论，然后在"如果"这个词后填写题设部分，在"那么"这个词后填写结论部分。有的命题在改写时，不易用文字叙述，可用符号代替文字改写，但必须注明符号的意义和限制的条件。

例 3　举出反例说明下列命题是假命题：

（1）大于 90°的角是钝角；　　（2）一个有理数的绝对值总是正数；

（3）负数与负数的差是负数；　　（4）一个角的补角大于这个角。

解　（1）如 180°的角是大于 90°的角，但它不是钝角而是平角；

（2）如 0 的绝对值是 0，但它不是正数；

（3）如 $(-5)-(-7)=2$，它不是负数；

（4）如 120°的角的补角等于 60°，它小于这个角。

［强化训练］

1．下列各命题是真命题还是假命题，在括号内直接填写"真"或"假"。如果是假命题，要举反例说明。

（1）如果两条直线被第三条直线所截，那么同位角相等。　　（　　）

（2）如果 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是内错角，那么 $\angle 1=\angle 2$。　　（　　）

（3）一个角的余角一定小于这个角的补角。　　（　　）

（4）如果 $a+b=0$，那么 a、b 都是 0。　　（　　）

（5）如果一个数能被 2 整除，那么这个数也能被 4 整除。　　（　　）

（6）两个锐角的和一定是锐角。　　（　　）

2．填空题：

（1）命题"对顶角相等"的题设是______，结论是______

（2）命题"两条直线都和第三条直线平行，那么这两条直线平行"的题设是______，结论是______

（3）命题"经过直线外一点，有且只有一条直线平行于这条直线"的题设是______，结论是______

（4）命题"同旁内角互补，两条直线平行"的题设是______，结论是______

（5）命题"两条直线相交构成四个角中有一个是直角时，这两条直线互相垂直"的题设是______，结论是______

（6）命题"两条直线被第三条直线所截，同位角相等"的题设是______，结论是______

3．把下列命题改写成"如果……，那么……"的形式：

（1）两条直线被三条直线所截，内错角的平分线互相平行。

（2）同角的余角相等。

（3）异号两数的积为负数。

（4）相等的两个角是对顶角。

（5）两个锐角的和是直角。

第 47 讲　定理及证明

[学习要点]

1. 公理、定理、证明等概念；

2. 证明的必要性及证明的书写格式；

3. 根据命题正确地画出图形，写出已知、求证。

[家教点窍]

1. 所谓“证明”，就是利用已知的公理、定义、定理及已知的条件推导出所需的结论的过程。证明的基本要求是因果关系清楚、步骤完整、步步有根据，形成一个完整、严谨、简练的论文。

2. 几何证明题的一般步骤是：①根据题意画出图形，图形要基本准确，做到图形、字母与题意一致；②正确写出已知、求证，别丢、添条件和结论；③严格进行推理，直到得出结论。从已知开始，因果分明、步步有据、正确书写推理的先后顺序。

3. 证明的格式是用符号“　”、“，　”、“ // ”、“ ⊥ ”等把定义、性质与具体图形结合起来，写成规范的格式。其中“　”(因为)的后面是命题的题设、图形的特性，即推理的条件；“，　”(所以)的后面是可直接推出的结论，即推理的结果；“(　　)”内分别填写“因”或“果”的根据，即理由。所以，每步推理过程是由“因、果、理由”三部分组成的。

[典型例题]

例 1　已知 如图 47-1，$\angle 1 = \angle 2$，$\angle C = \angle D$。求证：$\angle A = \angle F$。

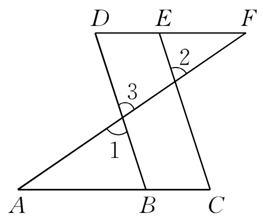


图 47-1

分析　要证明 $\angle A = \angle F$，必须证明出 AC // DF，要证出 AC // DF，又要证明 $\angle D = \angle ABD$。根据条件，知 $\angle C = \angle D$，所以就要求证 $\angle C = \angle ABD$，即证出 BD // CE。根据条件和图形，由 $\angle 1 = \angle 2$，而 $\angle 1 = \angle 3$(对顶角相等)，得 $\angle 2 = \angle 3$。根据同位角相等，两直线平行，易得 BD // CE。这样步步逆推，可得 $\angle A = \angle F$。这种从结论出发去探求它成立的原因，即“执果索因”，我们把它叫做“分析法”。

证明　　$\angle 1 = \angle 2$，(已知)　$\angle 3 = \angle 1$，(对顶角相等)

，　$\angle 2 = \angle 3$，(等量代换)

，　BD // CE，(同位角相等，两直线平行)

，　$\angle C = \angle ABD$。(两直线平行，同位角相等)

　　$\angle C = \angle D$，(已知)

，　$\angle D = \angle ABD$，(等量代换)

，　AC // DF，(内错角相等，两直线平行)

，　$\angle A = \angle F$。(两直线平行，内错角相等)

说明　这个证明过程，就是由所给的条件去推导出结果，即“由因导果”，我们把它叫做“综合法”。证题中一般应将分析法、综合法结合使用。本题证明中，“，　BD // CE(同位角相等，两直线平行)，，　$\angle C = \angle ABD$(两直线平行，同位角相等)”，这里省略了“　BD //

CE ”这一步,而是直接把上面的果当作因,写出 $\angle C = \angle ABD$。以后证明过程中可以直接把果当作因,得到新的果,使书写简便些。

例 2　已知 如图 47-2,直线 AB、CD 分别与直线 EF、MN 相交,$\angle 1 = \angle 2$。求证:$\angle 3 = \angle 4$。

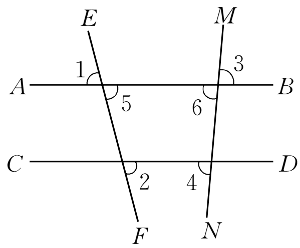


图 47-2

证明　　$\angle 1 = \angle 2$,(已知)

$\angle 1 = \angle 5$,(对顶角相等)

,　$\angle 2 = \angle 5$,(等量代换)

,　AB // CD,(同位角相等,两直线平行)

,　$\angle 6 = \angle 4$。(两直线平行,同位角相等)

$\angle 3 = \angle 6$,(对顶角相等)

,　$\angle 3 = \angle 4$。(等量代换)

例 3　已知 如图 47-3,$BC \perp AC$,$DE \perp AC$,垂足为 E,$FG \perp AB$,垂足为 G,$\angle 1 = \angle 2$。求证:$CD \perp AB$。

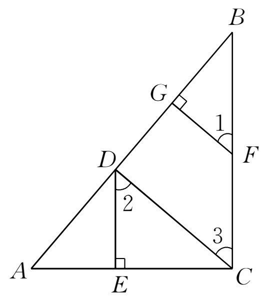


图 47-3

证明　　$BC \perp AC$,$DE \perp AC$,(已知)

,　DE // BC,(垂直于同一直线的两条直线平行)

,　$\angle 2 = \angle 3$。(两直线平行,内错角相等)

$\angle 1 = \angle 2$,(已知)

,　$\angle 1 = \angle 3$,(等量代换)

,　FG // CD,(同位角相等,两直线平行)

,　$\angle CDB = \angle FGB$。(两直线平行,同位角相等)

$FG \perp AB$,垂足为 G,(已知)

,　$\angle FGB = 90°$,(垂直定义)

,　$\angle CDB = 90°$,(等量代换)

,　$CD \perp AB$。(垂直定义)

说明　把角用数字表示,不仅能使证题的书写简便,且能使证明过程与图形清楚地对应。

[强化训练]

1. 选择题:

(1) 给出下列四个命题:①对顶角相等;②相等的角是对顶角;③垂直于同一条直线的两条直线平行;④两条直线被第三条直线所截,同位角相等。其中真命题有　　(　　)

(A) 1 个　　(B) 2 个　　(C) 3 个　　(D) 4 个

(2) 给出下列四个命题:

① 如果两个角有一条公共边,并且它们的角平分线互相垂直,那么这两个角是互为邻补角。

② 如果两条直线相交构成两组对顶角,那么这两组对顶角的平分线互相垂直。

③ 两个相等或互补的角的两边分别相互平行。

④ 一个角的余角不大于这个角的补角。

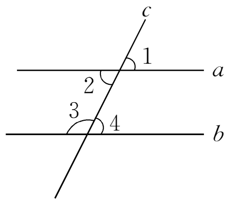
其中假命题有　　(　　)

(A) 1 个　　　(B) 2 个　　　(C) 3 个　　　(D) 4 个

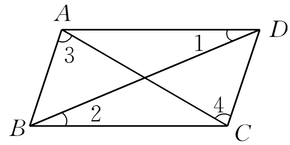
(3) 如图 47-4(1),直线 a、b 都与 c 相交,下列条件中能判定直线 a // b 的是 (　　)

(A) $\angle 1 = \angle 2$　　　(B) $\angle 3 + \angle 4 = 180°$

(C) $\angle 2 = \angle 3$　　　(D) $\angle 1 + \angle 3 = 180°$



(1)



(2)

图 47-4

(4) 如图 47-4(2)中,下列推理正确的是 (　　)

(A)　$\angle 1 = \angle 2$，,　AB // CD

(B)　$\angle ABC + \angle BCD = 180°$，,　AD // BC

(C)　AD // BC，,　$\angle 3 = \angle 4$

(D)　$\angle ABC = \angle ADC$，$\angle 1 = \angle 2$，,　AB // CD

2. 完成下列证明过程：

(1) 已知 如图 47-5，BE // CF，BE、CF 分别平分$\angle ABC$和$\angle BCD$。求证：AB // CD。

证明　　BE 平分$\angle ABC$，(已知)

,　$\angle 1 = \frac{1}{2}\angle ABC$。(　　　)

同理，$\angle 2 = \frac{1}{2}\angle BCD$。(　　　)

BE // CF，(已知)　,　$\angle 1 = \angle 2$，(　　　)

,　$\frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2}\angle BCD$，(　　　)

即 $\angle ABC = \angle BCD$。

,　AB // CD。(　　　)

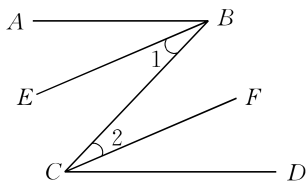


图 47-5

(2) 已知 如图 47-6，$\angle COF + \angle C = 180°$，$\angle C = \angle B$。求证：AB // EF。

证明　　$\angle COF + \angle C = 180°$，(已知)

,　______ // ______。(　　　)

$\angle C = \angle B$，(已知)

,　______ // ______，(　　　)

,　AB // EF。(　　　)

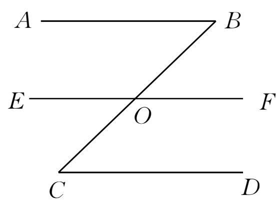


图 47-6

(3) 已知 如图 47-7，$AC \perp BC$，$\angle BCD$是$\angle B$的余角。求证：$\angle ACD = \angle B$。

证明　　$AC \perp BC$，(已知)

,　$\angle ACB = 90°$，(　　　)

即 $\angle ACD + \angle BCD = 90°$。

∠BCD 是∠B 的余角，（已知）

即 ∠BCD + ∠B = 90°，， ∠ACD = ∠B。（   ）

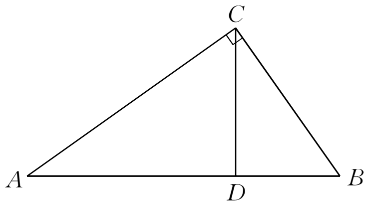


图 47-7

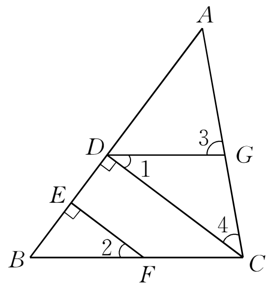


图 47-8

3. 计算题：

已知 如图 47-8，CD ⊥ AB，垂足为 D，点 F 是 BC 上的任意一点，FE ⊥ AB，垂足为 E，且 ∠1 = ∠2 = 30°，∠3 = 80°。求：∠4 的度数。

4. 证明题：

（1）已知 如图 47-9，BE 平分 ∠ABC，∠CBF = ∠CFB = 65°，∠EDF = 50°。求证：BC // AE。

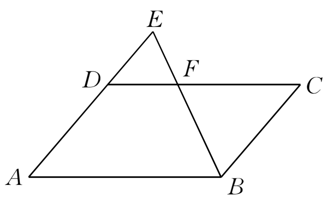


图 47-9

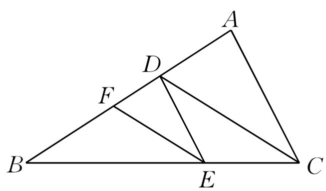


图 47-10

（2）已知 如图 47-10，AC // DE，DC // FE，CD 平分 ∠BCA。求证：EF 平分∠BED。

第 48 讲　阶段测试（七）

一、判断题（对的打“ √ ”，错的打“ × ”）（每题 2 分，共 12 分）

1. 连接两点间的线段叫两点间的距离。（　　）
2. 一条直线可看作一个平角。（　　）
3. 小于平角的角不是锐角，就是钝角。（　　）
4. 同一个角的邻补角是对顶角。（　　）
5. 两直线被第三条直线所截，若内错角不等，则两条直线必相交。（　　）
6. “两平行直线被第三条直线所截，内错角的平分线互相平行”是假命题。（　　）

二、填空题（本大题共 50 分）

1. 已知线段 AB = 10cm，在直线 AB 上画线段 BC，且 BC = 4cm，则线段 AC 的长是__________cm。

2. 已知一个锐角为 34°12′49″，它的余角是____°____′____″，这个余角的补角是____°____′____″。

3. “同角的补角相等”可改写为“如果________________，那么______________________________”

4. 如图 48-1，(1) 由 AD // BC，得到相等的角有____________________，理由是____________________

(2) 由 AB // CD，得到互补的角有________________，理由是________________________

(3) $\angle 4 = \angle$________(已知)，, AB // CD (______________________)

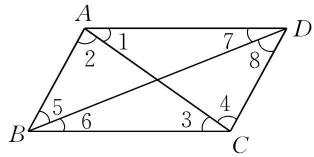


图 48-1

(4) 若 AD // BC，AB // CD，$\angle 1 = 32°$，$\angle DCB = 120°$，则 $\angle 3 =$______°，$\angle 4 =$______°，$\angle ADC =$______°。

5. 将命题“邻补角的平分线互相垂直”，画出图形，并写出已知、求证。

已知：__________________________________，图形：

____

求证：__________________________________

____

6. 已知：如图 48-2，CD 平分 $\angle ACB$，$\angle ADE = 42°$，$\angle AED = 70°$，$\angle B = 42°$。求：$\angle 1$ 的度数。

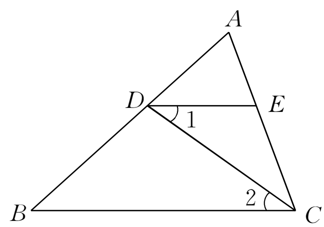


图 48-2

解 $\angle ADE = 42°$，$\angle B = 42°$，(已知)

, $\angle ADE = \angle B$，(　　　　)

, DE // ______，(　　　　　　　　)

, $\angle ACB = \angle$______。(　　　　　　　　)

$\angle AED = 70°$，(已知)

, $\angle$______ $= 70°$。(　　　　)

CD 平分 $\angle ACB$，(已知)

, $\angle 2 = \frac{1}{2}\angle ACB$，(　　　　　　)

, $\angle 2 = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$。

又 DE // BC，(已知)

, $\angle 1 = \angle 2$，(　　　　　　)

, $\angle 1 = 35°$。(　　　　)

7. 已知 如图 48-3，AB // CD，$\angle B = \angle D$。求证：$\angle 1 = \angle 2$。

证明 AB // CD，(已知)

, $\angle B + \angle$______ $= 180°$。(　　　　　　　　　　)

$\angle B = \angle D$，(已知)

, $\angle D + \angle$______ $= 180°$，(　　　　　　　　　　)

, ______ // ______，(　　　　　　　　　　)

，$\angle 1 = \angle 2$。(　　　　　　　　)

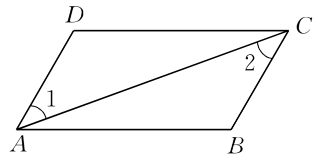


图 48-3

三、选择题(每题 3 分,共 18 分)

1. 下列说法正确的是 (　　)

(A) 点到直线的距离是这点到这直线所作的垂线段
(B) 两直线被第三条直线所截,内错角相等
(C) 一个角的邻补角大于直角
(D) 垂线段最短

2. 用一副三角板(含 30°、45°、60°)能作出大于 0°而小于 180°的角有 (　　)
(A) 4 个 (B) 6 个 (C) 10 个 (D) 11 个

3. $\angle 1 = 3x° + 15°$，$\angle 2 = 7x° - 5°$，且$\angle 1$与$\angle 2$互为补角,则 x 的值为 (　　)
(A) 8 (B) 10 (C) 17 (D) 19

4. 若 $\angle 1 = \angle 2$,且 $\angle 1 + \angle 3 = 180°$，$\angle 2 + \angle 4 = 180°$,则 $\angle 3 = \angle 4$。其理由是 (　　)

(A)(B) 等式性质……的补角相等
(C)(D) 同角……补角的定义

5. 一个人从 A 点出发向北偏东 60°方向走到 B 点,再从 B 点出发向南偏西 15°方向走到 C 点,那么$\angle ABC$等于 (　　)
(A) 75° (B) 105° (C) 45° (D) 135°

6. 下列命题中的真命题是 (　　)
(A)(B) 互补的两个角……的两条直线相交
(C)(D) 邻补角……是对顶角

四、证明题(每题 10 分,共 20 分)

1. 已知:如图 48-4,ADB 是一直线，DE // BC，$\angle 1 = \angle 2$。求证:DG // BF。

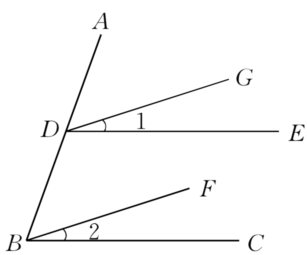


图 48-4

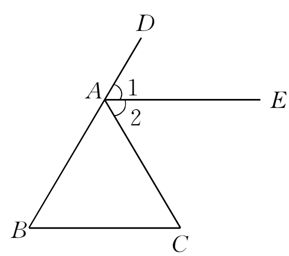


图 48-5

2. 已知:如图 48-5，$\angle 1 = \angle B = \angle C$。求证:AE 平分$\angle DAC$。

第 十 阶 段

第49讲　综合训练(三)

一、填空题(每格1分,共30分)

1. **已知二元一次方程**$3x+2y=5$,**用含**x**的代数式表示**$y=$__________

2. **关于**x、y**的方程组**$\begin{cases}3x+y=a\\bx-y=2\end{cases}$**的解是**$\begin{cases}x=2,\\y=-3,\end{cases}$**则**$a=$______,$b=$______

3. **二元一次方程**$5x+3y=8$,**且**x、y**互为相反数,则**$y=$______

4. **不等式**$-\frac{2}{3}x>1$**的解集是**________,**不等式组**$\begin{cases}x+5>0\\4-x<0\end{cases}$**的解集是**________

5. **用科学记数法表示**$0.00038=$________;**用小数表示**$2.15\times10^{-5}=$__________

6. **计算:**

(1) $a\cdot a^2\cdot a^3+(-2a^2)^3=$______　　(2) $(-3ab^2)\cdot(-5a^2b)=$______

(3) $(-4x)\cdot(2x^2-x+3)=$________　　(4) $3^{-2}-(-2)^3+(-3)^0=$________

7. **一个多项式除以**$3x-2$**得商**$2x+5$,**则这个多项式为**__________________

8. **当**x**满足**$\begin{cases}2-x<0\\x-3<0\end{cases}$**时,化简**$||x-3|-1|=$________

9. **在线段**AB**上,点**D**是**AB**上一点,点**C、E**分别是**AD、DB**的中点,如果**$AB=12cm$,$DB=7cm$,**那么**$AC=$________cm,$CE=$________cm。

10. **已知**$\angle\alpha=28°32'$,**则**$\angle\alpha$**的余角等于**________,$\angle\alpha$**的补角的一半等于**_________

11. **一个角比它的补角的**2**倍小**15°,**设这个角为**x°,**根据题意可得方程**____________,**解得**$x=$______

12. **如图**49-1,$CO\perp AB$,O**是垂足,**OD**平分**$\angle AOC$,OE**平分**$\angle BOC$,**则图中等于**90°**的角有**__________________

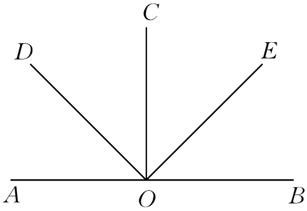


图49-1

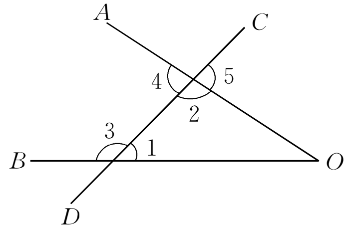


图49-2

13. **如图**49-2,OA、OB、CD**两两相交。**

(1) $\angle1$**与**$\angle5$**是**________　　(2) $\angle2$**与**$\angle3$**是**________

(3) $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是________　　　　(4) $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是________

14. 如图 49-3,三角形 ABC 中,延长 AB 到 D,延长 BC 到 F,AC ∥ BE,BE 平分 $\angle$CBD,$\angle ABC = 36°$,则 $\angle A =$ ________°,$\angle ACF =$ ________°。

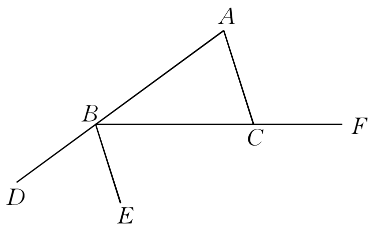


图 49-3

15. 把命题'同角的补角相等'改写成:

如果________________________________,

那么________________

二、选择题(每题 2 分,共 16 分)

1. 下列计算正确的是　　(　　)

(A) $x^3 + x^3 = 2x^6$　　(B) $(6a^6)^2 = 12a^{12}$

(C) $(-a)^6 \div (-a)^3 = -a^3$　　(D) $2a^2 \cdot 5a^5 = 10a^{10}$

2. 下列计算正确的是　　(　　)

(A) $(2x+5)(x-5) = 2x^2 - 25$　　(B) $(a^2+2b)^2 = a^4 + 4b^2$

(C) $(2a+b)(2a-b) = 2a^2 - b^2$　　(D) $(-a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

3. 已知有理数 a、b 在数轴上的位置如图 49-4 所示,那么下列不等式成立的是　　(　　)

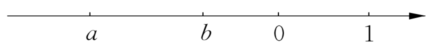


图 49-4

(A) $-b > -a$　　(B) $a - 5 < b - 5$

(C) $b - a < 0$　　(D) $10a > 10b$

4. 计算结果等于 $-x^4$ 的是　　(　　)

(A) $(-x)^2 \cdot (-x^2)$　　(B) $(-x^2) \cdot (-x^2)$

(C) $(-x)^2 \cdot (-x)^2$　　(D) $-x^2 \cdot (-x^2)$

5. 下列语句正确的是　　(　　)

(A) 不相交的两条直线叫做平行线

(B) 连接两点的线段叫做这两点的距离

(C) 如果一个命题的题设成立时不能保证结论总是正确,这样的命题叫做假命题

(D) 有公共顶点、没有公共边的两个角叫做对顶角

6. 下列命题中,是真命题的是　　(　　)

(A) 同位角相等

(B) 过一点有且只有一条直线平行于已知直线

(C) 如果两个角互补,那么它们是邻补角

(D) 在同一平面内,垂直于同一条直线的两条直线平行

7. 如图 49-5,若 $\angle A = 118°$,$\angle B = 62°$,$\angle C$ 比 $\angle D$ 大 30°,则 $\angle C$、$\angle D$ 的度数分别为　　(　　)

(A) 105°,75°　　(B) 118°,62°

(C) 115°,85°　　(D) 以上都不对

8. 如图 49-6,下列推理正确的是　　(　　)

(A)　$\angle ABE = \angle DAB$, ,　AB ∥ DC

(B)　AB ∥ DC, ,　$\angle DCB + \angle ABC = 180°$

(C)　AD // BC，，　∠1 = ∠2

(D)　∠3 = ∠4，，　AD // BC

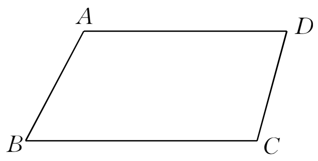


图 49-5

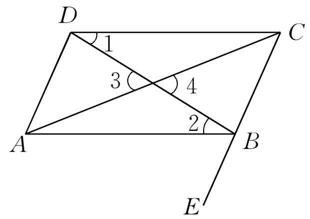


图 49-6

三、解方程组与不等式(组)(每题 3 分,共 12 分)

1. $\begin{cases} 2x - 3y = 1, \\ x + 2y = 4; \end{cases}$

2. $\begin{cases} x + y = 5, \\ y + z = 8, \\ z + x = -3; \end{cases}$

3. 求 $\frac{x}{3} - \frac{x-1}{2} < 1$ 的负整数解；

4. $\begin{cases} 3x - 7 < 5 - x, \\ \frac{2x+5}{3} \geqslant 0。 \end{cases}$

四、运用乘法公式计算(每题 3 分,共 12 分)

1. $(a+b-1)(a-b+1)$；

2. $[(x+y)^2 - 4xy](x+y)^2$；

3. $(3a-2b)^2 - (3a+2b)(3a-2b)$；

4. 98^2。

五、先化简,再求值(5 分)

$\left[\frac{1}{2}a(-2ab)^3 \div \frac{1}{3}b + (-3a)^2 \cdot 2b^3\right] \div 3a^2b^2$，其中 $a = -1$，$b = \frac{1}{2}$。

六、列方程解应用题(5 分)

甲、乙两人分别在相距 15 千米的两地,若同时相向而行,经过 1 小时 15 分相遇;若同时同向而行,经过 2 小时 30 分乙追上甲。求甲、乙两人的速度。

七、解答题(每题 2 分,共 4 分)

1. 已知:$x + y = \frac{7}{6}$，$xy = \frac{1}{3}$。求:$12x^2 + 12y^2$ 的值。

2. 已知:$b^4 = \left(\frac{1}{9}\right)^a = 3^{12}$。求:$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}$ 的值。

八、画图并填空(不写画法)(每小题 1 分,共 5 分)

1. 已知直线 AB、CD 相交于点 O，点 P 为直线 AB、CD 外一点。

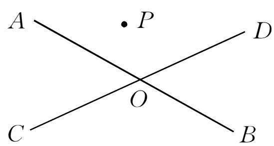


图 49-7

(1) 经过点 P 画 EF // AB 交 CD 于点 E。

（2）量出点 P 与 E 的距离等于______mm（保留 2 个有效数字）。

2. 已知 :三角形 ABC。

（1）延长 BC 到点 D,使 CD = BC。

（2）经过点 D,画直线 AC 的垂线 DE,垂足为 E。

（3）量出点 D 到直线 AC 的距离等于______mm（精确到 mm）。

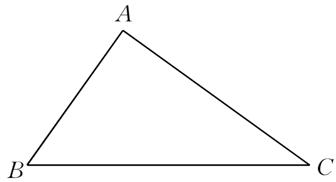


图 49-8

九、填空,完成下列推理（每格 1 分,共 11 分）

1. 如图 49-9，

$\angle 1 = \angle 2$,（已知）

, DE // ______,（　　　　　　　　　）

, $\angle 3 = \angle C$。（　　　　　　　）

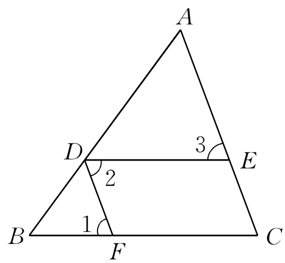


图 49-9

2. 如图 49-10，

AD // BC,（已知）

, $\angle 1 = \angle$ ______。（　　　　　　　　　）

BD 平分 $\angle ABC$,（已知）

, $\angle 2 = \angle 3$,（　　　　　　　）

, $\angle 1 = \angle 3$。（等量代换）

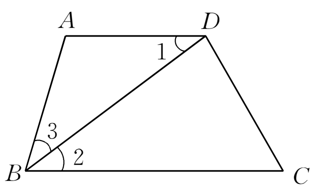


图 49-10

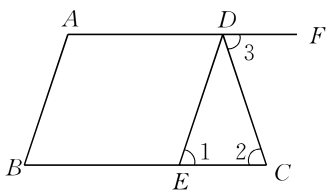


图 49-11

3. 已知 如图 49-11，AB // DE，$\angle A + \angle B = 180°$，$\angle 1 = \angle 2$。求证 :$\angle 3 = \angle B$。

证明 ____

第 50 讲　综 合 训 练（四）

一、填空（每空格 1 分,共 25 分）

1. 已知二元一次方程 $5x - y = 12$，当 x、y 互为相反数时，x = ________，y = ________

2. 如果 $|7x - 3y - 6| + (3x + y + 2)^2 = 0$，那么 x = ______，y = ______

3. 若 $a \neq 1$，$(1 - a)^0 =$ ______ ;a 是正整数,则 $a^{n+5} \div a^{n+1} \div a^4 =$ ______

4. -0.00000234 用科学计数法表示是__________

5. 计算 $(-10)^{-2} \times (-10)^0 \times (-10)^2 =$ ________

6. $[(x + y)^2 - 4xy] \div (x - y) =$ ________

7. 一个多项式除以 $3x + 2$，得商 $2x - 1$，这个多项式是__________________

8. 线段有______个端点，射线有______个端点，直线______端点。

9. 如图 50-1，已知 $AM = BM = 2MN$，那么 M 是线段______的中点，线段 BM 的中点是______，$\frac{AB}{MN} =$ ______

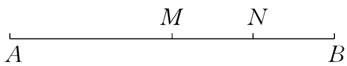


图 50-1

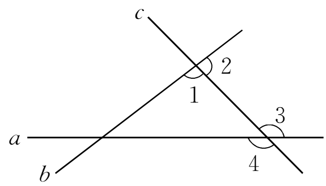


图 50-2

10. 如图 50-2，直线 a、b 被直线 c 所截，写出下列各对角的名称：

$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是________，　　$\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是________，

$\angle 1$ 与 $\angle 4$ 是________，　　$\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是________，

$\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是________

11. 把命题“互为余角的两个角都是锐角”改写成“如果______________________，那么________________________”的形式。

12. 命题“如果 $AB \perp CD$，垂足是点 O，那么 $\angle AOC = 90°$”中，题设是____________，结论是____________

二、选择题（每题 2 分，共 16 分）

1. 下列说法中正确的是　（　　）

（A）幂的乘法法则是底数不变，指数相加

（B）同底数幂相乘，指数相加

（C）幂的乘方：底数不变，指数相加

（D）同底数幂相乘，底数不变，指数相加

2. 不等式 $\frac{1}{2} + \frac{x}{9} > 0$ 的负整数解是　（　　）

（A）0，-1，-2，-3，-4　　（B）-1，-2，-3，-4

（C）0，-1，-2，-3　　（D）-1，-2，-3

3. $\begin{cases} x = 11 \\ y = 12 \end{cases}$ 是方程组（　　）的解。

（A）$\begin{cases} 10x + 9y = 2 \\ 5x + 4y = 103 \end{cases}$　　（B）$\begin{cases} 10x - 9y = 2 \\ 5x - 4y = 103 \end{cases}$

（C）$\begin{cases} 10x + 9y = 2 \\ 5x - 4y = 103 \end{cases}$　　（D）$\begin{cases} 10x - 9y = 2 \\ 5x + 4y = 103 \end{cases}$

4. 下列式子中不正确的是　（　　）

（A）$(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

（B）$x(x - a) = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4}$

(C) $(a-b-c)^2=a^2+b^2+c^2-2ab-2ac-2bc$

(D) $(a-b)^2-(a+b)^2=-4ab$

5. 下列命题中的真命题是 ( )

(A) 互为补角的两个角必不相等

(B) 如果 $\angle 1$、$\angle 2$ 是两条直线被第三条直线所截得的同旁内角,则 $\angle 1+\angle 2=180°$

(C) 一个角的补角是锐角

(D) 钝角的角平分线把这个钝角分成的两个相等的角是锐角

6. 如图 50-3, $AB \parallel CD$, 下列结论中错误的是 ( )

(A) $\angle 1=\angle 4$

(B) $\angle 2=\angle 3$

(C) $\angle 1+\angle 4=180°$

(D) $\angle 2+\angle 5=180°$

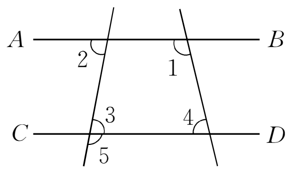


图 50-3

7. 如图 50-4, $AB \parallel CD$, 那么 $\angle B+\angle BED+\angle D$ 等于 ( )

(A) 180° (B) 270° (C) 360° (D) 540°

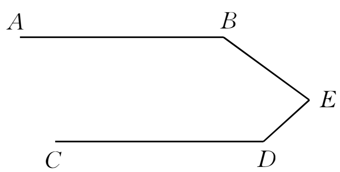


图 50-4

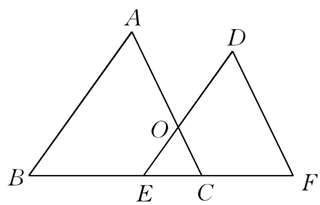


图 50-5

8. 如图 50-5,下列推理中正确的是 ( )

(A) $\because \angle A=\angle D$,(已知) $\therefore AB \parallel DE$。(同位角相等,两直线平行)

(B) $\because \angle B=\angle DEF$,(已知) $\therefore AB \parallel DE$。(两直线平行,同位角相等)

(C) $\because \angle A+\angle AOE=180°$,(已知) $\therefore AC \parallel DF$。(同旁内角互补,两直线平行)

(D) $\because AC \parallel DF$,(已知) $\therefore \angle F+\angle ACF=180°$。(两直线平行,同旁内角互补)

三、解答下列各题(每题 4 分,共 40 分)

1. 计算 $1999\times 2000\times 2001-2000^3$。

2. 计算 $(x+1)^2\cdot(x-1)^2\cdot(x^2+1)^2$。

3. 解方程 $(x-2)(x^2+2x+4)-x(x-3)(x+3)=1$。

4. 解方程组 $\begin{cases}2x+y=8,\\3x+4y=7。\end{cases}$

5. 解不等式 $\frac{x-9}{3}-2(x-1)\leqslant 1-\frac{x-3}{2}$,并把解集在数轴上表示出来。

6. 解不等式组 $\begin{cases}5x-2>3(x+1),\\\frac{1}{2}x-1\leqslant 7-\frac{3}{2}x。\end{cases}$

7. 先化简,再求值:$(2ab)^2 \cdot (a^2 - b^2) - (2a^2b^2)^2 \div 4b^2 + 4a^2b^4$,其中 $a = 2$, $b = 2^{-1}$。

8. 若 $(x - 2)(ax^2 + bx + 2)$ 的乘积中不含 x^2 和 x 的项,求 a、b 的值。

9. 计算 $[(y - x)(x + y) - (x + y)^2 - 2x(x - y)] \div 5x$。

10. 已知 $\angle A$ 与 $\angle B$ 互为补角,且 $\angle A$ 比 $\angle B$ 的一半还小 $30°$,求 $\angle A$ 的度数。

四、读句、画图并填空(每步 1 分,共 7 分)

1. 如图 50-6,(1)画直线 AC;(2)过点 D,画 BC 的垂线,垂足是 G,交 AC 于点 N;(3)点 D 到直线 BC 的距离是线段______

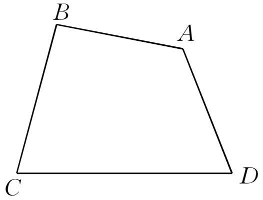


图 50-6

图 50-7

2. 如图 50-7,已知线段 a、b $(a > b)$,画一条线段使它等于 $2a - b$。

画法:(1)画射线 AM;(2)在 AM 上顺次截取 $AB = BC = a$;(3)在线段 AC 上截取 $CD = b$;(4)则线段______就是所要画的线段。

五、列方程组解应用题(本题 4 分)

甲、乙、丙三人加工同一种零件,三人共加工 18 个,已知甲、乙两人加工的零件数是丙加工零件数的 2 倍,甲比乙多加工的零件数是丙加工零件数的 $\frac{1}{3}$,求三人各加工了多少个零件?

六、完成下列证明(第 1 题 3 分,第 2 题 5 分,共 8 分)

1. 已知 如图 50-8,点 D、E、F 分别在 AB、AC、BC 上,$\angle 1 = \angle B$。求证:$\angle 2 = \angle 3$。

证明 $\angle 1 = \angle B$,(已知)

, DE // ______,(   )

, $\angle 2 = \angle 3$。(   )

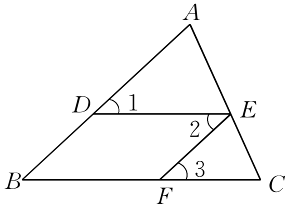


图 50-8

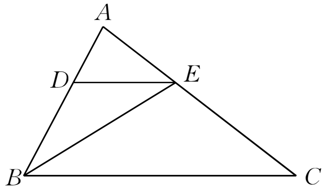


图 50-9

2．**已知**：**如图** 50-9，BE **平分**∠ABC，∠DBE = ∠DEB。**求证**：DE ∥ BC。

证明：________________________________

习题答案与提示

第 1 讲

1.（1）$\frac{400}{v}$，$\frac{600v}{600-v}$ （2）① $\frac{s}{72+60}$ ② $\frac{s-2\times72}{72+60}$ ③ $\frac{s-2}{72+60}$ （3）$\frac{600}{x+2}$，$\frac{600}{x-2}$ 2.（1）m 与 n 的和的 4 倍 （2）m 的 4 倍与 n 的和 （3）m 与 n 差的一半的平方 （4）m 与 n 差的平方的一半 （5）m 与 n 积的 2 倍除以 m 与 n 的差的商 （6）m、n 的差与 m、n 的和的积 3.（1）$10a+6$ （2）$10(2a-3)+a$ （3）$10x+4$ （4）$(2x+y^2)\left(7x^2-\frac{1}{y}\right)$ （5）$b-\frac{b-a}{3}$，$a+\frac{b-a}{3}$

第 2 讲

1.（1）$\frac{10}{27}$ （2）$2\frac{2}{3}$ （3）$1\frac{3}{4}$ （4）$\frac{3}{4}$ 2.（1）$s=vt$ （2）20 千米 3.（1）$s=10+vt$ （2）130 千米 4. $y=(8+0.3)x$

第 3 讲

1.（1）$x=7$ （2）$x=12$ （3）$y=\frac{63}{16}$ （4）$y=24$ 2.（1）4 （2）3 （3）0.36 （4）12 3.（1）$\frac{1}{3}x+\frac{5}{6}=1$ （2）$x-\frac{1}{3}x=2.5$ （3）$(8-6)x=100$ （4）5，(0，4)、(4，0)、(1，3)、(3，1)、(2，2) 4.（1）设下山要用 x 分钟，得$\left(1+\frac{2}{5}\right)x=35$，，$x=25$（分钟） （2）设 x 秒钟甲可超乙一圈，得$(6-4)x=400$，，$x=200$，$200\times4\div400=2$（圈）。答：乙跑 2 圈后，甲可超乙一圈。

第 4 讲

1.（1）-500 米 （2）$+200$ 元 （3）-400 元 （4）-10 米 （5）比 A 地低 3.5 米 2. $\{121，-11，0\}$，$\left\{21.4，-\frac{22}{7}，\frac{3}{4}，3.5，13\frac{4}{5}，-0.01\right\}$，$\left\{121，21.4，\frac{3}{4}，3.5，13\frac{4}{5}\right\}$，$\left\{-\frac{22}{7}，-11，-0.01\right\}$，$\left\{121，21.4，\frac{3}{4}，0，3.5，13\frac{4}{5}\right\}$ 3.（C） 4.（A） 5.（D） 6.（D）

第 5 讲

1.（1）3.2，0.01，$-\frac{1}{5}$，0 （2）正数，负数，零 （3）非正数 2. $<$，$>$，$>$，$<$，$>$，$=$，$>$，$<$，$>$ 3. 数轴图形略，$-7<-3<-2<-1<0<2\frac{1}{2}<6$ 4. $-\frac{4}{5}$，$2\frac{2}{3}$，4，π，$-3\frac{1}{3}$ 5.（1）2，3，5 （2）8 （3）1 （4）2.7

第 6 讲

1.（1）$2\frac{1}{3}$，$2\frac{1}{3}$ （2）-5，-5 （3）π，$-π$ （4）a，a 2. 每列从左到右依次是：4，4；$1\frac{1}{3}$，$1\frac{1}{3}$；-0.125，0.125；0，0；$-2\frac{3}{4}$，$2\frac{3}{4}$ 3. -5，-4，-3，-2，-1，0，1，2，3，4，5 4.（1）$>$ （2）$<$ （3）$<$ 5. 通过画数轴标出各点，得 $b<-a<a<-b$ 6. 2 7. $3a+2b-2c$ 8. b

第 7 讲

1.（1）-18 （2）-7 （3）-1 （4）1.44 （5）$\frac{1}{2}$ （6）10 2.（1）-8 （2）0.8 （3）-1

$\frac{7}{60}$ （4）-2　3.（1）15 **或** -15　（2）5 **或** -5　4. 4　5. b　6. 0 **或** $-2(a+c)$　7. ① **当** a、b、c **都为正数时，则原式** =2。 ② **当** a、b、c **中有两个为负数，一个为正数时，则原式** =-2。

第 8 **讲**

1.（1）$-1\frac{1}{8}$　（2）$\frac{1}{5}$　（3）$40\frac{1}{2}$　（4）-1000000　（5）2　（6）-6　（7）$-\frac{76}{3}$　（8）$\frac{1}{4}$　（9）2　（10）$\frac{1}{2}$　2.（1）$-1\frac{41}{49}$　（2）$-\frac{25}{36}$　（3）$1\frac{5}{12}$　（4）-106　（5）$-8\frac{1}{3}$　（6）-1　（7）$3\frac{3}{4}$　（8）0　（9）100　（10）83　3.（A）

第 9 **讲**

1.（1）(-2) **的** 4 **次幂**，$(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$；2 **的** 4 **次幂的相反数**，$-2\times2\times2\times2$　（2）16，16，2，±4　（3）-8，8，1，2　（4）1，1，0，2，0，+1　（5）1，-1，0，3，-1，0，+1　2.（1）**不正确**，±4　（2）**不正确**，2^3　（3）**不正确**，$(-3)^{100}$　（4）**不正确**，0、1　3.（1）5.7×10^8　（2）1.03×10^6　（3）2.001×10^6　（4）-3.47×10^5　4.（1）-90　（2）2001　（3）1　（4）$-25\frac{1}{2}$　（5）$\frac{13}{36}$　（6）65　（7）-0.054　（8）$-\frac{1}{4}$　（9）$\frac{1}{6}$　（10）-10　5.（1）**原式** $\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}+\frac{1}{256}+\frac{1}{512}$，∴ **原式** - **原式** $\times\frac{1}{2}=1-\frac{1}{512}=\frac{511}{512}$，**即** $\frac{1}{2}\times$ **原式** $=\frac{511}{512}$，∴ **原式** $=\frac{511}{256}=1\frac{255}{256}$。（2）**原式** $=\frac{1}{2}(1+2+3+\cdots+2000)=\frac{1}{2}\times\frac{(1+2000)\times2000}{2}=1000500$　6. $\frac{1}{2^2}<1-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3^2}<\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4^2}<\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$，…　$\frac{1}{2001^2}<\frac{1}{2000}-\frac{1}{2001}$，∴ **把左右两边各相加，得原式** $<1-\frac{1}{2001}=\frac{2000}{2001}$。

第 10 **讲**

1.（1）7.53，7、5、3　（2）0.0510，5、1、0　（3）32.5，3、2、5　（4）311，3、1、1　（5）6.01，**百分位**　（6）**千位**，2、6、3　2.（1）2.006，2、0、0、6　（2）0.0891，8、9、1　（3）1.765×10^5，1、7、6、5　（4）3.14，3、1、4　（5）4.0×10^5，4、0　（6）5×10^2，5　3.（1）**精确到万位**，1、2、5　（2）**精确到百万位**，3、7　（3）**精确到百位**，2、3　（4）**精确到个位**，4、5　（5）**精确到千位**，1、6、0　（6）**精确到十位**，3、4、0、8

第 11 **讲**

一、1.（√）　2.（√）　3.（×）　4.（×）　5.（√）　6.（×）　7.（√）　8.（×）　9.（×）　10.（×）

二、1. **低于正常水位** 0.2 **米**　2. **正方向、原点、单位长度**　3. -9，-2，0，±2.5，±6　4. -2，-1，0，1，2，3，**数轴略**　5. a，-a　6. >，>　7. **十万分**，7、0、2、0，1.4×10^5　8. 6.023×10^{11}

三、1.（C）　2.（D）　3.（C）　4.（B）　5.（A）　6.（C）　7.（C）　8.（D）

四、1. -16　2. 0　3. -2　4. $39\frac{25}{27}$　5. -9　6. $-\frac{94}{35}$　7. -12　8. -2

五、a+b<0，a+c<0，c-b>0，**原式** =0

第 12 **讲**

1.（1）-3.15，3　（2）≠-1，=4　（3）x，0，$|-4|^2-1$，$-\frac{3xy^2}{4}$；$\frac{x-y}{2}$，x^5-1，$\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{5}$　（4）=3，=1，-10　（5）$x^2-\frac{3}{4}x+1$　（6）4，$-\frac{5}{6}$，-1，$-\frac{5}{6}xy^3+\frac{1}{5}xy^2+4y-1$　（7）2，1，-1　（8）

$-x^2y+2xy^2$　2. (1) $2ab$　(2) $-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}xy-y^2$　(3) $-3.5a^3b-0.5ab^2+0.5ab^3$　(4) $\frac{1}{4}(a-b)+\frac{1}{2}(a+b)$　3. $a=1,b=1,3-a+b=3,2a+b=3$,是同类项　4. $a=\pm3,b=2$,代数式的值为 $-\frac{1}{3}$

第 13 讲

1. (1)(D)　(2)(B)　(3)(A)　(4)(C)　2. (1) $b-d$、$b-d$　(2) $1-5xy$、$1-5xy$　(3) 2、10　3. (1) $4a-2c$　(2) $6x^2-x-\frac{3}{2}$　(3) $-5b$　(4) $z-5x$　(5) $x-1$　(6) $41ab-10a-15b+2$　4. (1) $12a^2b-6ab^2$,值为 $-1\frac{1}{3}$　(2) $x^2y+xyz+3x^2z$,值为 6　5. $a=9,b=7,m=5,n=8$,值为 -48

第 14 讲

1. (1) $3a^2-a+1$,$\frac{37}{4}$　(2) $4a^2-5a-2$　(3) $-x^2-xy+3y^2$　(4) $6n+9$,51　(5) 5,2　(6) 0　2. (1)(D)　(2)(C)　(3)(B)　(4)(A)　(5)(D)　(6)(C)　3. (1) $-x^3-2x^2-2x+7$　(2) $-8x^2-8x-23$　4. $-\frac{55}{12}$　5. $3-5a-10b$,-21　6. x

第 15 讲

一、1. (×)　2. (×)　3. (×)　4. (√)　5. (×)　6. (×)　7. (√)　8. (×)

二、1. 三,三,$-\frac{2}{3}$,0,-1　2. $\neq -3$,$=3$　3. -49　4. $3x^4y-\frac{1}{3}x^3y^2+\frac{1}{2}x^2y^4-xy^3$　5. $-(2a-3a-1)$,$a+1$　6. $3x-2y+3$　7. $4xy-y^2+1$　8. 0　9. $4m-2n$　10. $-3a-6$　11. $2(a+b)$　12. $-\frac{1}{2}a^2b^2+\frac{1}{12}a^2b^3$　13. $2x^2y^2-2xy+3$　14. $3ab-b^2$

三、1. $-2a^2+2a+1$　2. $10a^2bc+10abc^2$　3. $-\frac{1}{6}a^2b-\frac{5}{6}ab$　4. $-a^2+\frac{1}{4}c^2$

四、1. $-3x^2-2x+4$　2. $19a-8b$

五、$20a^2-3a$,值为 $6\frac{1}{2}$

六、$-a^4+2a^3b+\frac{3}{2}ab^3-5b^2$,值为 -2

第 16 讲

1. (1) 等式性质 1,都减去 5　(2) 等式性质 2,都乘以 $-\frac{3}{4}$　(3) $\frac{1}{2}$,-3.6,x,$x=-7.2$　(4) $3x+2$,$\pi-3.14$;$x+y=3$,$\frac{1}{4}y-3=1$,$a+(b-c)=a+b-c$;$x+y=3$,$\frac{1}{4}y-3=1$　2. (1) $x=2$　(2) $y=-4$　(3) $x=\frac{5}{2}$　(4) $y=-6$　3. (1) 把 $x=1$ 代入原方程,得 $m+n=0$　(2) $m=n=0$　4. 把 $x=2$ 代入原方程得 $14-2m=0$,, $m=7$

第 17 讲

1. (1) $3x$,等式性质 1,在等式两边同时减去同一个整式,结果仍为等式　(2) $\frac{65}{49}$　(3) 2　(4) $x=1$　2. (1)(A)　(2)(D)　(3)(D)　(4)(C)　3. (1) $x=\frac{17}{12}$　(2) $x=-1$　(3) $x=1$　(4) $x=\frac{50}{7}$　(5) $y=42$　(6) $y=\frac{1}{5}$　4. (1) $-\frac{10}{3}$　(2) $m=-\frac{7}{6}$,解分别为 $\frac{19}{3}$、$\frac{19}{33}$

第 18 讲

1．$13.5x$　2．$\frac{2}{x}+\frac{2}{y}$　3．（B）　4．（C）　5．**甲的速度为** $4\frac{1}{2}$ **千米/时，乙的速度为** $5\frac{1}{2}$ **千米/时**
6．1000 **本**　7．6 **小时**　8．300 **台**　9．342　10．**甲的速度为** 19 **千米/时，乙的速度为** 17 **千米/时，距离** 108 **千米**

第 19 讲

一、 1．（B）　2．（C）　3．（D）　4．（D）　5．（C）

二、 1．**变号，移项，等式性质** 1　2．0，1000　3．$\frac{2}{3}$　4．-6　5．2　6．$-\frac{4}{3}$　7．2　8．$\frac{1}{3}x=-2x-5$，$-\frac{15}{7}$　9．$-\frac{7}{2}$　10．± 2

三、 1．$x=-9$　2．$x=\frac{31}{13}$　3．$x=3$　4．$x=8$　5．$x=-\frac{56}{69}$　6．$x=4$ **或** $x=-3$

四、 $n=5$

五、设甲工作了 x **天，得** $\frac{x}{12}+\frac{x+6}{15}=1$，，　$x=4$**（天）。答：甲工作了** 4 **天。**

六、（1）$a=1$　（2）$x=-3$

第 20 讲

一、 1．-4　2．5.40×10^{5}，5、4、0　3．$2a^{2}+3ab-2b^{2}$　4．$a^{2}-2ab+b^{2}$　5．-9，-6　6．-7
7．4，-1　8．-4　9．3　10．$2b-a+2$

二、 1．（A）　2．（A）　3．（C）　4．（D）　5．（C）　6．（B）

三、 1．-36　2．-2　3．$-ab$，**值为** 1

四、 1．$x=1$　2．$x=7$　3．$x=6$　4．$x=\frac{4}{5}$

五、 1．**设汽车有** x **辆，得** $3.5x+2=4x-1$，，　$x=6$。**答：汽车有** 6 **辆，货物有** 23 **吨。**　2．**设轿车从甲地到乙地用** x **小时，得** $20\times\left[3+\left(x-\frac{1}{3}\right)\right]=60x$，，　$x=\frac{4}{3}$，$60x=60\times\frac{4}{3}=80$**（千米）。答：甲、乙两地相距** 80 **千米。**　3．**设甲原生产** x **个零件，乙原生产**（$500-x$）**个零件，得** $x(1+15\%)+(500-x)(1+25\%)=595$，，　$x=300$。**答：甲实际生产** 345 **个零件，乙实际生产** 250 **个零件。**

第 21 讲

一、 1．（√）　2．（√）　3．（×）　4．（×）　5．（√）　6．（√）　7．（×）　8．（√）

二、 1．（A）　2．（B）　3．（B）　4．（D）　5．（C）　6．（D）　7．（A）　8．（C）

三、 1．0，1，-1　2．$\frac{1}{6}x+\frac{5}{2}$　3．**互为相反数，互为倒数**　4．$y^{2}-2y+1$，$-b$　5．-27　6．15，$-\frac{1}{25}$　7．（$2x-y$）**千米/时**　8．$\begin{cases}x=-2y+7,\\5y=3x+1,\end{cases}$ 3，2

四、 1．$-18\frac{1}{4}$　2．4

五、 1．$-\frac{22}{21}$　2．$-\frac{5}{16}$

六、 1．$x=0$　2．$x=21$　3．$x=-5$

七、 1．**设甲工作了** x **天，得** $\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{15}\right)x+\frac{6}{15}=1$，，　$x=4$。**答：甲工作了** 4 **天。**　2．**设货车每小时行** x **千米，则客车每小时行**（$x-5$）**千米，得** $15x=\left(15+1\frac{1}{2}\right)(x-5)+21$，，　$x=41$。**答：货车每小时行** 41 **千米。**

第 22 讲

1.（1）1，- 3　（2）$\frac{2x-6}{3}$，$\frac{3y+6}{2}$，6　（3）2　（4）$\frac{3}{2}$，4　（5）$\begin{cases}x=1,\\y=3,\end{cases}$ $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$　2.（1）（D）　（2）（B）　（3）（B）　（4）（C）　（5）（C）　3.（1）$\begin{cases}x=-2\\y=4\end{cases}$　（2）$\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$　（3）$\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$　（4）$\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$　4. **当** $m\neq 6$ **时,解为** $\begin{cases}x=\frac{m-3n}{2(m-6)},\\y=\frac{2-n}{m-6};\end{cases}$ **当** $m=6$ **且** $n\neq 2$ **时,无解；当** $m=6$ **且** $n=2$ **时,无数个解。**

第 23 讲

1.（1）$\begin{cases}x=-4\\y=\frac{13}{2}\end{cases}$　（2）$\begin{cases}x=\frac{1}{17}\\y=-\frac{12}{17}\end{cases}$　（3）$\begin{cases}x=\frac{3}{10}\\y=-\frac{1}{5}\end{cases}$　（4）$\begin{cases}x=17\\y=-\frac{44}{5}\end{cases}$　（5）$\begin{cases}x=3\\y=-1\end{cases}$　（6）$\begin{cases}x=-1\\y=-1\end{cases}$　2. **由题意得** $\begin{cases}3a-2b=2,\\3c+14=8,\\-2a+2b=2,\end{cases}$, $\begin{cases}a=4,\\b=5,\\c=-2,\end{cases}$ **所以** $a+b+c=7$

第 24 讲

1.（1）$\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=4\\z=-3\end{cases}$　（2）$\begin{cases}x=1\\y=0\\z=-1\end{cases}$　（3）$\begin{cases}x=2\\y=-\frac{1}{2}\\z=-\frac{1}{3}\end{cases}$　（4）$\begin{cases}x=7\\y=5\\z=-3\end{cases}$　（5）$\begin{cases}x=9\\y=2\\z=-13\end{cases}$　（6）$\begin{cases}x=32\\y=8\\z=20\end{cases}$

2. $a=2$，$b=-6$，$c=4$

第 25 讲

1.（1）**每件衬衫** x **元,每条裤子为** y **元,** $\begin{cases}7x+4y=560\\9x+6y=680\end{cases}$　（2）$\begin{cases}y=2[y-(x-y)]\\x+[x+(x-y)]=63\end{cases}$　2.（1）（A）　（2）（A）　3.（1）**设 A、B 两城的距离为** x **千米,原规定时间为** y **小时,** $\begin{cases}50(y+2)=x,\\80(y-1)=x,\end{cases}$, $\begin{cases}x=400,\\y=6。\end{cases}$ **答 :A、B 两城的距离为** 400 **千米,规定时间为** 6 **小时。**（2）**设甲每分钟行** x **米,乙每分钟行** y **米,** $\begin{cases}3\frac{3}{4}(x+y)=600,\\18\frac{3}{4}(y-x)=600,\end{cases}$, $\begin{cases}x=64,\\y=96。\end{cases}$ **答 :甲的速度为** 64 **米 / 分,乙的速度为** 96 **米 / 分。**（3）**设甲每小时加工** x **个零件,乙每小时加工** y **个零件,** $\begin{cases}x=y+2,\\9x+4y=200,\end{cases}$, $\begin{cases}x=16,\\y=14。\end{cases}$ **答 :甲每小时加工** 16 **个零件,乙每小时加工** 14 **个零件。**（4）**设安排生产甲种零件** x **人,生产乙种零件** y **人,生产丙种零件** z **人,** $\begin{cases}x+y+z=30,\\5\times 30x=3\times 25y,\\4\times 25y=5\times 20z,\end{cases}$, $\begin{cases}x=6,\\y=12,\\z=12。\end{cases}$ **答 :生产甲、乙、丙种零件的人数分别是** 6 **人、**12 **人、**12 **人。**（5）**设这个三位数的百位数字为** x**,十位数字为** y**,个位数字为** z**,** $\begin{cases}100x+10y+z=61(x+y)+11,\\100x+10y+z=66(x+z)+7,\\100x+10y+z=78(y+z)+7,\end{cases}$, $\begin{cases}x=8,\\y=6,\\z=5。\end{cases}$ **答 这**

个三位数是865。

第26讲

一、1. $\frac{x+12}{6}$，$\frac{21}{12}$　2. 4，0　3. 2，$-\left(1+\frac{2}{3}m\right)$，$-3$　4. $\begin{cases}x=1,\\y=10\end{cases}$；$\begin{cases}x=2,\\y=7\end{cases}$；$\begin{cases}x=3,\\y=4\end{cases}$；$\begin{cases}x=4\\y=1\end{cases}$　5. 0　6. -5，1，6；-16

二、1.（B）　2.（A）　3.（A）　4.（D）　5.（B）

三、1. $\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}$　2. $\begin{cases}x=6\\y=12\end{cases}$　3. $\begin{cases}x=12\\y=15\\z=18\end{cases}$　4. $\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$　$\begin{cases}a=\frac{11}{2}\\b=-1\end{cases}$

四、1. **设这批零件为**x**个，规定时间为**y**小时，**$\begin{cases}10y=x+3,\\11y=x+11,\end{cases}$，$\begin{cases}x=77,\\y=8。\end{cases}$**答：这批零件为**77**个，规定时间为**8**小时。**　2. **设**A、B**两城的距离为**x**千米，从**A**城到**B**城要用**y**小时，**$\begin{cases}x=80y,\\\frac{\frac{2}{5}x}{80}+\frac{\frac{3}{5}x}{80+10}=y-\frac{10}{60},\end{cases}$，$\begin{cases}x=200,\\y=2.5。\end{cases}$**答：**A、B**两城相距**200**千米，列车到达**B**城是**9**点**45**分。**　3. **设甲、乙、丙三个容器各盛水分别为**x、y、z**升，**$\begin{cases}x+y+z=270,\\x-y=\frac{2}{7}x,\\x-(y+z)=10,\end{cases}$，$\begin{cases}x=140,\\y=100,\\z=30。\end{cases}$**答：甲、乙、丙三个容器各盛水**140**升、**100**升、**30**升。**

第27讲

1.（1）$<$　（2）$<$　（3）$>$　（4）$<$　（5）$>$　（6）$>$　（7）$>$　（8）$>$　2.（C）　3.（B）　4.（B）　5.（1）$\frac{1}{2}x-1<0$，$x<2$　（2）$x-(-3)\geqslant 0$，$x\geqslant -3$　（3）$-4x>4-2x$，$x<-2$　（4）$\frac{1}{3}x\leqslant 1$，$x\leqslant 3$，**图略**

第28讲

1.（1）$x\geqslant 2$　（2）$x<\frac{4}{7}$　（3）$x\leqslant 1$　（4）$x\leqslant 10$　2.（1）-1，0　（2）7　3.（1）$x<5$　（2）$x>5$　（3）$x\leqslant 5$　（4）$x\geqslant 5$　4. x**为**5、4、3、2、1、0

第29讲

1.（1）$\frac{5}{2}<x\leqslant 4$　（2）$-\frac{9}{2}<x<2$　（3）$-1<x\leqslant 5$　（4）$\frac{3}{2}\leqslant x<3$　2.（1）1，2，3　（2）1，2，3　3.（1）$-\frac{5}{4}<a<4$　（2）$5a+1$

第30讲

一、（1）$x<-5$　（2）$x>-5$　（3）$x<-2$　（4）$x<\frac{5}{2}$　（5）$x>0$　（6）$x\leqslant\frac{9}{5}$

二、（1）$2<x\leqslant 3\frac{1}{2}$　（2）$x\geqslant 5$　（3）$x<-1\frac{1}{2}$　（4）**无解**　（5）$-2<x\leqslant 5$　（6）$-3<x<-2$

三、1.（D）　2.（D）　3.（A）　4.（C）　5.（D）

四、1. $x\leqslant -5$　2. $x<5$　3. $x>32$　4. $-\frac{31}{7}\leqslant x\leqslant 2$　5. $-\frac{5}{2}\leqslant x<0$

五、1. 解不等式得 $x \geqslant 1$。(1) 当 $1 \leqslant x \leqslant 3$ 时,化简得 $1-2x$。若 $x=1$,值为 -1 若 $x=3$,值为 -5。(2) 当 $x>3$ 时,化简得 -5。 取 $m=-1$,$n=-5$,$m+n=-6$。 2. 不等式组的解为 $\begin{cases} x<2a-b, \\ x>\dfrac{-3a+5b}{2}。\end{cases}$, $\dfrac{-3a+5b}{2}<x<2a-b$,得 $\begin{cases} \dfrac{-3a+5b}{2}=-1, \\ 2a-b=6。\end{cases}$ 解得 $a=4$,$b=2$。

第 31 讲

1. (1) 错。同底数幂相乘,底数不变,指数相加,结果应是 a^7。 (2) 对 (3) 错。同类项合并,字母及指数不变,系数相加,结果应是 $2a^3$。 (4) 对 (5) 错。先做乘方,再做乘法,结果应是 a^8。 (6) 错。积的各因式应分别乘方,字母 a 未乘方,结果应是 a^2b^6。 (7) 错。系数 2 也应乘方,即 2^3,不是 2×3,结果应是 $8x^3y^9$。 (8) 错。幂的乘方,底数不变,指数相乘,结果应是 $a^{3(m-2)}=a^{3m-6}$。 (9) 错。先乘方,即 $(a^2)^3=a^6$,写成了 $(a^2)^3=a^{2^3}=a^8$,结果应是 a^7。 (10) 错。同底数幂相乘,底数不变,指数相加,结果应是 a^{5-n}。 2. (1) (A) (2) (D) (3) (D) (4) (B) 3. (1) $200a^9b^6$ (2) a^2b^{n+2} (3) $-a^{n+2}$ (4) $(a+b)^{4n}$ (5) $\frac{1}{2}a^{12}$ 4. 原式 $=4(a^{2n})^3-3(a^{2n})^2$,值为 $4\times 2^3-3\times 2^2=20$。

第 32 讲

1. (1) (A) (2) (D) (3) (C) 2. (1) $-12a^4(a-b)^5$ (2) $-\frac{1}{216}x^9y^{12}$ (3) $-\frac{1}{2}$ (4) 3^{2m+n+4} 3. (1) -7.2×10^{14} (2) $216x^{17}y^{12}$ (3) $6a^{4n+6}$ (4) $-2.56x^2y^6(x-2y)^5(4x+5y)^6$ (5) $6x^3-3x^2-\frac{1}{2}x$ (6) $-\frac{5}{3}a^2b^3+\frac{5}{8}a^3b^2-\frac{25}{6}a^2b^2+\frac{5}{6}ab$ (7) $\frac{5}{2}x^3y^3-\frac{7}{2}x^2y^2$ (8) $-7x^3+6x^2-5x$ 4. (1) 2 (2) 4 (3) -2 (4) 27 (5) -0.2

第 33 讲

1. (1) $6a^4-a^2b-2b^2$ (2) ① $(a+b)$ ② $(ab+c)$ (3) $-(x^2-x+1)^{3n+1}$ (4) 4,互为相反数 2. (1) (B) (2) (C) (3) (C) (4) (C) 3. (1) x^4-10x^2+9 (2) $4a^2-9b^2+6b-1$ (3) $3x-11$ (4) $2x+4y-2$ (5) $2x^4-x^3-6x^2+7x-2$ (6) $-4x^6+2x^5+6x^4-15x^3+8x^2-x$ 4. $m=2$,$n=5$

第 34 讲

1. (1) $4x^2-\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{16}a^2-9b^2$ (3) $49y^2-1.44x^2$ (4) 2496 2. (1) (C) (2) (A) (3) (D) (4) (C) 3. (1) x^4-625 (2) $x^8-\frac{1}{256}$ (3) $3x^2+3y^2+8z^2$ (4) $16a^4-81b^4$ 4. (1) $(2m-3n)^2-5^2$ (2) $(x+3z)^2-(2y)^2$ (3) $(x+4z)^2-(3y-2z)^2$ (4) $(2a+3b)^2-(6bc-5)^2$

第 35 讲

1. (1) $4a^2-4a+1$ (2) $a^2+2ab+b^2$ (3) $\frac{x^2}{9}-x+\frac{9}{4}$ (4) $210\frac{1}{4}$ (5) $24a$ (6) 9,$5a+3$ 2. (1) (A) (2) (D) (3) (D) (4) (C) 3. (1) 3612.01 (2) $15\frac{1}{2}$ (3) $-3x^2+8xy+3y^2$ (4) $10a^2+10ab+5b^2$ (5) $x^2+y^2+4z^2+2xy-4xz-4yz$ (6) $x^4+\frac{15}{4}x^2y^2-y^4$ (7) $x^{16}-2x^8y^8+y^{16}$ (8) $x^{12}-2x^6+1$ (9) $2a^2+2c^2-10ab-10bc$ (10) $x^4-10x^3+35x^2-50x+24$

第 36 讲

1. (1) 4^3,$-a^6$,$2y^{2n-2}$,a^4b^4,$\frac{8}{27}$,x^{2n+2} (2) 1,101.001 (3) -0.00003025,-3.15×10^{-7} 2. (1) (B) (2) (D) (3) (B) (4) (C) 3. (1) $5^{3x-2y}=5^{3x}\div 5^{2y}=(5^x)^3\div(5^y)^2=\left(\frac{1}{25}\right)^3\div(125)^2$

$=\left(\frac{1}{5}\right)^{12}$ （2）$25^{x-y}=5^{2x-2y}=5^{2x}\div5^{2y}=18^2\div3^2=36$ （3）1024 （4）1 （5）a = 2，b = 1，c = 81，, c > a > b

第 37 讲

1.（1）（C） （2）（D） （3）（C） （4）（C） 2.（1）$2y^{2n-2}$ （2）$-4xy+5z-1$ （3）$\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{2}y^2$ （4）4，3，2 3.（1）$-1-\frac{8}{9}a^2+\frac{2}{3}a^4$ （2）$\frac{4}{9}x^2y^2-\frac{4}{27}x^{n+5}y+\frac{2}{3}x^3y^2$ （3）$-\frac{9}{8}a^2b^2-\frac{3}{4}ab+\frac{9}{20}$ （4）1 （5） $a^4+a^3=-(a^2+a+1)$， $a\neq1$，, $(a-1)(a^4+a^3)=-(a-1)(a^2+a+1)$，即 $a^5+a^4-a^4-a^3=1-a^3$，得 $a^5=1$。, **原式** $=(a^5)^{-398}+(a^5)^{-400}+a^5=3$。

第 38 讲

一、1. （1） 1 （2） $-\frac{1}{16}x^7$ （3） $-7a^3+a^2+7a$ （4） $4a^2b^2+4a^2b^4$ （5） $a-2b$ （6） $2^{3m+2n-1}$ 2.（1）$a^2+2ab+b^2$ （2）$4a^2-1$ （3）$a^2+b^2+4c^2+2ab-4ac-4bc$ （4）$a^4-2a^2b^2+b^4$ （5）$a^2-2ab+b^2-1$ （6）2 3.（1）15，-100 （2）±4 （3）15，9 （4）11 **或** -5 （5）±7，±1 （6）1 4.（1）-2.91×10^{-6} （2）0.000051

二、1.（D） 2.（A） 3.（B） 4.（B） 5.（D） 6.（C）

三、1. $25a^2+40ab$ 2. x^8-2x^4+1 3. $224\frac{8}{9}$ 4. 4004001 5. **原式** $=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)=2^8-1=255$

四、1. $-\frac{1}{9}a^8b^{11}c^8$ 2. $-9a^2b^3c$ 3. $-25a^2+5b^2$ 4. $7y^2+2xy$ 5. **逆用平方差公式得** $140ab-160ac$ 6. **应用平方差公式得** $x^2+4xz+4z^2-9y^2$

五、1. $x^4+2x^2y^2+y^4$，**值为** 25 2. $-5x^4+12x^3+\frac{11}{2}x^2-2$，**值为** 36

六、原式 $=(2^{32}-1)(2^{32}+1)+1=2^{64}-1+1=2^{64}=(2^4)^{16}$， $2^4=16$，, **原式表示的数的个位数是** 6。

第 39 讲

1.（1）3，AB、AC、BC，AB、AC，AB、BC、AC （2）1，3，**图略** （3）**直线** a，**点** P ;**直线** a ;**点** M，**直线** a，**点** P （4）AB、CD，O ;O，**两**，AB、CD （5）8，AD、AB、DB、AE、AC、EC、DE、BC （6）AB，C ;BA，C 2.（1）（√） （2）（√） （3）（√） （4）（×） （5）（×） （6）（×） 3.（1）、（2）、（3）**图略** （4）AB、AC、BC **射线** AC、BC、CA、BA （5）、（6）**图略**

第 40 讲

1.（1）（×） （2）（×） （3）（√） （4）（×） （5）（√） （6）（√） 2.（1）$\frac{1}{2}$，6 （2）12，9 （3）BC，AC （4）5 （5）AB，BD （6）3 3. BC，3，8 ;-，BD，$\frac{6}{5}$，6，6 4. **图略**，5 ;2.5 ;$\frac{1}{2}$;3 5. **线段** a、b、c（c > b）**线段** AD，**使** AD = a + 2c - 2b。（1）**画射线** AM；（2）**在射线** AM **上截取** AB = a，**在** BM **上截取** BC = 2c；（3）**在线段** CA **上截取** CD = 2b，, **线段** AD **为所求线段。**

第 41 讲

1.（1）8，∠1，∠2，∠3，∠4，∠A，∠C，∠ABC，∠ADC （2）90，∠AOE，∠BOE，∠DOE （3）$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{2}$ （4）17°45'，155°30' （5）57°30'，12°42'30" （6）$\frac{1}{3}$，45 （7）60 （8）22.5 2.（1）（C） （2）（C） （3）（B） （4）（B） （5）（C） （6）（D） 3. **图略。**（4）∠COD，**同角的余角相等**

4. 设这个角的度数为 x,其余角的度数为 $90-x$,补角的度数为 $180-x$,得 $5(90-x)=2(180-x)$, $x=30$。答 这个角是 $30°$。 5. $\angle AOE=\frac{1}{2}(\angle AOB+\angle BOC+\angle COD)=53°44'$,$\angle BOE=\angle AOE-\angle AOB=18°4'$ 6. 图略

第 42 讲

1.(1)(×) (2)(×) (3)(×) (4)(√) (5)(×) (6)(√) 2.(1)74°5' (2)$\angle 1=\angle 2=\angle 6=\angle 8$,$\angle 3=\angle 4=\angle 5=\angle 7$;$\angle 1$ 与 $\angle 5$,$\angle 1$ 与 $\angle 7$,$\angle 1$ 与 $\angle 3$,$\angle 1$ 与 $\angle 4$,$\angle 2$ 与 $\angle 5$,$\angle 2$ 与 $\angle 7$,$\angle 2$ 与 $\angle 3$,$\angle 2$ 与 $\angle 4$ (3)$\angle 1=\angle 2$,$\angle 3=\angle 4$,$\angle 5=\angle 6$,$\angle AOD=\angle COB=\angle EOF$,$\angle AOE=\angle COF=\angle DOF=\angle BOE$,$\angle BOF=\angle DOE$ (4)30,75 3. 解略 4.(1)由 $\angle 1+\angle 3=90°$,$\angle 3=\angle 2$,, $\angle 1+\angle 2=90°$,由 $\angle 2+\angle 4=90°$,, $\angle COF=90°$,得 $\angle 1+\angle 2+\angle COF=180°$,, OE、OF 在同一直线上。(2)由 $\angle COF=90°$,, $CD\perp EF$。

第 43 讲

1.(1)$\angle 4$ 和 $\angle 5$ (2)$\angle 2$ 和 $\angle 3$ (3)$\angle 1$ 和 $\angle 2$,$\angle 2$ 和 $\angle ABF$ 2.(1)内错,AB、DE、EF (2)同位,FE、BC、AB (3)同位,DE、BA、BC (4)同旁内,AC、BC、AB 3. $\angle 1$ 的同位角有:$\angle 4$ 和 $\angle 5$;$\angle 1$ 的内错角有:$\angle 6$ 和 $\angle 7$;$\angle 1$ 的同旁内角有:$\angle 2$ 和 $\angle 3$

第 44 讲

1.(1)错误 同位角相等,正确 等量代换 (2)错误 内错角相等,正确 等量代换 错误 两直线平行,正确 内错角相等,两直线平行 2.(1)DE、AB,同位角相等,两直线平行 (2)$\angle D$,内错角相等,两直线平行 (3)$\angle ACB$、$\angle DFE$ 3. 已知,$\angle DBA$,角平分线定义,已知,$\angle DBA$,等量代换,内错角相等,两直线平行 4. 直线 AB、CD 被直线 MN 所截(已知),, $\angle AEM=\angle BEG$、$\angle DGN=\angle CGE$(对顶角相等)。 $\angle AEM=\angle DGN$(已知),, $\angle BEG=\angle CGE$(等量代换)。又 $\angle 1=\angle 2$(已知), , $\angle BEG-\angle 1=\angle CGE-\angle 2$(等式性质),即 $\angle FEG=\angle HGE$,, $EF\parallel HG$(内错角相等,两直线平行)。

第 45 讲

1.(1)(D) (2)(A) (3)(C) (4)(B) 2.(1)$\angle DAE$(两直线平行,内错角相等),$\angle E$(两直线平行,内错角相等),$\angle B$(两直线平行,同旁内角互补) (2)两直线平行,同位角相等 两直线平行,内错角相等 等式性质 平角定义,等量代换 (3)两直线平行,内错角相等 45°,等量代换 两直线平行,同旁内角互补 等式性质 3. 过点 E 画 $EF\parallel AB$。 $AB\parallel CD$(已知),, $EF\parallel CD$(平行于同一直线的两条直线平行)。, $\angle ABE=\angle BEF$,$\angle CDE=\angle DEF$(两直线平行,内错角相等),, $\angle BED=\angle BEF+\angle DEF=50°+20°=70°$。 4. BB'C'C;BC,B'C',BB',CC';AB,DC,AD,BC;AA'D'D,BB'C'C

第 46 讲

1.(1)假,这两直线不平行 (2)假,内错角不一定相等 (3)真 (4)假,如 a、b 互为相反数 (5)假,如 6 能被 2 整除,但不能被 4 整除 (6)假,如一个锐角是 45°,另一个锐角是 60°,和是 105°,是钝角而不是锐角。 2.(1)如果两个角是对顶角,这两个角相等。(2)两条直线都和第三条直线平行,这两条直线互相平行。(3)经过直线外一点画和已知直线平行的直线,可以画一条,并且只能画一条。(4)两条直线被第三条直线所截,同旁内角互补,这两条直线互相平行。(5)两条直线相交构成四个角中,有一个角是直角,这两条直线互相垂直。(6)两条直线被第三条直线所截,同位角相等。 3.(1)如果两条直线被第三条直线所截,那么内错角的平分线互相平行。(2)如果两个角都是同一个角的余角,那么这两个角相等。(3)如果两个数异号,那么这两个数的积是负数。(4)如果两个角相等,那么这两个角是对顶角。(5)如果两个角都是锐角,那么这两个角的和是直角。

第 47 讲

1.(1)(B) (2)(C) (3)(D) (4)(D) 2.(1)角平分线定义,两直线平行,内错角相等,等量代换,内错角相等,两直线平行。(2)$EF\parallel CD$,同旁内角互补,两直线平行,$AB\parallel CD$,内错角相等,两直线平行,平行于同一直线的两直线平行。(3)垂直定义,同角的余角相等。 3. 先证 $EF\parallel DC$,得 $\angle DCB$

$= \angle 2 = 30°$,再证 $DG \parallel BC$,得 $\angle BCA = 80°$,最后求得 $\angle 4 = 50°$。 4.(1)先求出 $\angle ABF = 65°$,得 $\angle ABF = \angle CFB$,, $AB \parallel CD$,再求出 $\angle C = 50°$,得 $\angle C = \angle EDF$,, $BC \parallel AE$。(2)由 $AC \parallel DE$,CD 平分 $\angle BCA$,易得 $\angle ACD = \angle BCD = \angle CDE$。再由 $DC \parallel FE$,得 $\angle CDE = \angle DEF$,$\angle BEF = \angle BCD$。, $\angle DEF = \angle BEF$,即 EF 平分 $\angle BED$。

第 48 讲

一、1.(×) 2.(×) 3.(×) 4.(√) 5.(√) 6.(×)

二、1. 14 或 6 2. 55°47'11",124°12'49" 3. 两个角都是同一个角的补角,这两个角相等。 4.(1)$\angle 1 = \angle 3$,$\angle 6 = \angle 7$,两直线平行,内错角相等。(2)$\angle ABC + \angle BCD = 180°$,$\angle BAD + \angle ADC = 180°$。两直线平行,同旁内角互补。(3)$\angle 2$,内错角相等,两直线平行。(4)32°,88°,60° 5. $\angle AOB + \angle BOC = 180°$,OE、OF 分别平分 $\angle AOB$、$\angle BOC$,$OE \perp OF$。(图略) 6. 等量代换,BC,同位角相等,两直线平行,$\angle AED$,两直线平行,同位角相等,$\angle ACB$,等量代换,角平分线定义,两直线平行,内错角相等,等量代换 7. $\angle BCD$,两直线平行,同旁内角互补,$\angle BCD$,等量代换,AD,BC,同旁内角互补,两直线平行,两直线平行,内错角相等

三、1.(D) 2.(D) 3.(C) 4.(B) 5.(C) 6.(C)

四、1. $DE \parallel BC$(已知),, $\angle ADE = \angle ABC$(两直线平行,同位角相等)。 $\angle 1 = \angle 2$(已知),, $\angle ADE - \angle 1 = \angle ABC - \angle 2$(等式性质),即 $\angle ADG = \angle ABF$,, $DG \parallel BF$(同位角相等,两直线平行)。2. $\angle 1 = \angle B$(已知),, $AE \parallel BC$(同位角相等,两直线平行),, $\angle C = \angle 2$(两直线平行,内错角相等),, $\angle 1 = \angle 2$(等量代换),, AE 平分 $\angle DAC$(角平分线定义)。

第 49 讲

一、1. $\frac{5-3x}{2}$ 2. 3,$-\frac{1}{2}$ 3. -4 4. $x < -\frac{3}{2}$,$x > 4$ 5. 3.8×10^{-4},0.0000215 6.(1)$-7a^6$ (2)$15a^3b^3$ (3)$-8x^3 + 4x^2 - 12x$ (4)$\frac{82}{9}$ 7. $6x^2 + 11x - 10$ 8. $x - 2$ 9. 2.5,6 10. 61°28',75°44' 11. $2(180 - x) = x + 15$ 115 12. $\angle AOC$,$\angle COB$,$\angle DOE$ 13.(1)同位角 (2)内错角 (3)邻补角 (4)同旁内角 14. 72°,108° 15. 两个角是同一个角的补角,这两个角相等

二、1.(C) 2.(D) 3.(B) 4.(A) 5.(C) 6.(D) 7.(A) 8.(B)

三、1. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} x = -3 \\ y = 8 \\ z = 0 \end{cases}$ 3. -2,-1 4. $-\frac{5}{2} \leqslant x < 3$

四、1. $a^2 - b^2 + 2b - 1$ 2. $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$ 3. $8b^2 - 12ab$ 4. 9604

五、$-4a^2 + 6b$,值为 -1

六、设甲速为 x 千米/时,乙速为 y 千米/时,得 $\begin{cases} 1\frac{1}{4}(x + y) = 15, \\ 2\frac{1}{2}(y - x) = 15, \end{cases}$, $x = 3$,$y = 9$。答:甲速为 3 千米/时,乙速为 9 千米/时。

七、1. $12x^2 + 12y^2 = 12[(x + y)^2 - 2xy]$,值为 $\frac{25}{3}$ 2. $a = -6$,$b = \pm 27$,值为 $\pm\frac{9}{2}$

八、1. 略 2. 略

九、1. BC,内错角相等,两直线平行;两直线平行,同位角相等 2. $\angle 2$,两直线平行,内错角相等,角平分线定义 3. $AB \parallel DE$(已知),, $\angle 1 = \angle B$(两直线平行,同位角相等)。 $\angle 1 = \angle 2$(已知),, $\angle 2 = \angle B$(等量代换)。 $\angle A + \angle B = 180°$(已知),, $AD \parallel BC$(同旁内角互补,两直线平行),, $\angle 3 = \angle 2$(两直线平行,内错角相等),, $\angle 3 = \angle B$(等量代换)。

第 50 讲

一、1. 2，- 2　2. 0，- 2　3. 1，1　4. -2.34×10^{-6}　5. 1　6. x - y　7. $6x^2+x-2$　8. 2，1，无　9. AB，N，4　10. **邻补角，内错角，同位角，对顶角，同旁内角**　11. **两个角互为余角，这两个角都是锐角**　12. $AB\perp CD$，**垂足是点** O，$\angle AOC=90°$

二、1.（D）　2.（B）　3.（D）　4.（C）　5.（D）　6.（A）　7.（C）　8.（D）

三、1. - 2000　2. x^8-2x^4+1　3. x = 1　4. $\begin{cases}x=5\\y=-2\end{cases}$　5. $x\geqslant-3$，**图略**　6. $2.5<x\leqslant4$　7. $3a^4b^2$，**值为** 12　8. $a=\frac{1}{2}$，$b=1$　9. $-\frac{4}{5}x$　10. 40°

四、1.（3）DG **的长度**　2.（4）AD，**图略**

五、设甲、乙、丙各加工零件数为 x、y、z **个，则** $\begin{cases}x+y+z=18,\\x+y=2z,\\x-y=\frac{1}{3}z,\end{cases}$，$\begin{cases}x=7,\\y=5,\\z=6。\end{cases}$**答：甲、乙、丙三人各加工零件为** 7 **个、**5 **个、**6 **个。**

六、1. BC，**同位角相等，两直线平行；两直线平行，内错角相等**　2. BE **平分** $\angle ABC$（**已知**），, $\angle DBE=\angle EBC$（**角平分线定义**）。$\angle DBE=\angle DEB$（**已知**），, $\angle EBC=\angle DEB$（**等量代换**），, $DE\parallel BC$（**内错角相等，两直线平行**）。