

义务教育新课程 (五四学制)

资源与评价

数学

八年级(上) 配人教版

义务教育新课程资源与评价课题组
哈尔滨市教育研究院 编

黑龙江教育出版社

黑龙江省中小学教材审定委员会审定

义务教育新课程《资源与评价》编委会

时传朴 韩云飞 邹兰春 郭岗田 王 芳

本册主编：郭岗田 郝惠新

编写人员：赵秀荣 丑红梅 西秋坤

藏 悦 翟恒文

义务教育新课程（五四学制）

资源与评价 数学 八年级(上) 配人教版

义务教育新课程资源与评价课题组、哈尔滨市教育研究院 编

责任编辑：杨雪松

责任校对：李 强

封面设计：张 骏

出版发行：黑龙江教育出版社

地 址：哈尔滨市南岗区花园街158号 邮编：150001

电 话：0451-82523707 0451-82520344

传 真：0451-82529612

网 址：www.hljep.com.cn

E - mail：zyzyzx@sina.com

法律顾问：黑龙江朗信律师事务所 刘宝庆

印 刷：黑龙江新华印刷厂

开 本：787×1092 1/16 版 次：2008年8月第1版

印 张：9.25 印 次：2008年8月第1次印刷

字 数：200千 书 号：ISBN 978-7-5316-5124-6/G·3996

定 价：10.20元

目 录

CONTENTS

CONTENTS

第十六章	分式	(1)
16.1	分式	(1)
16.2	分式的运算	(7)
16.3	分式方程	(19)
	阶段评价(一)	(24)
	阶段评价(二)	(28)
	资源驿站	(31)
第十七章	反比例函数	(33)
17.1	反比例函数	(33)
17.2	实际问题与反比例函数	(43)
	阶段评价(一)	(49)
	阶段评价(二)	(53)
	资源驿站	(58)
第十八章	数据的分析	(59)
18.1	数据的代表	(59)
18.2	数据的波动	(69)
18.3	课题学习	(69)
	阶段评价(一)	(73)
	阶段评价(二)	(78)
	资源驿站	(85)
第十九章	勾股定理	(87)
19.1	勾股定理	(87)
19.2	勾股定理的逆定理	(92)
	阶段评价(一)	(96)
	阶段评价(二)	(99)
	资源驿站	(103)
	期中测试卷(一)	(105)
	期中测试卷(二)	(110)
	期末测试卷(一)	(115)
	期末测试卷(二)	(120)
	参 考 答 案	(124)

第十六章 分 式

16.1 分 式

16.1.1 从分数到分式



基础过关

一、选择题

- 有理式① $\frac{2}{x}$, ② $\frac{x+y}{5}$, ③ $\frac{1}{2-a}$, ④ $\frac{x}{\pi-1}$ 中, 是分式的有().
A. ①② B. ③④ C. ①③ D. ①②③④
- 下列各式中, 无论 x 取何值, 分式都有意义的是().
A. $\frac{1}{2x+1}$ B. $\frac{x}{2x+1}$ C. $\frac{3x+1}{x^2}$ D. $\frac{x^2}{2x^2+1}$
- 如果分式 $\frac{x}{x+2}$ 的值是零, 那么 x 的值是().
A. $x=2$ B. $x=-2$ C. $x=0$ D. x 的值不存在
- 下列各式中, 可能取值为零的是().
A. $\frac{m^2+1}{m^2-1}$ B. $\frac{m^2-1}{m+1}$ C. $\frac{m+1}{m^2-1}$ D. $\frac{m^2+1}{m+1}$
- 使分式 $\frac{x}{|x|-1}$ 无意义, x 的取值是().
A. 0 B. 1 C. -1 D. ± 1
- 若 a, b 为有理数, 要使分式 $\frac{a}{b}$ 的值是非负数, 则 a, b 的取值是().
A. $a \geq 0, b \neq 0$ B. $a \geq 0, b > 0$ C. $a \leq 0, b < 0$ D. $a \geq 0, b > 0$ 或 $a \leq 0, b < 0$
- 分式 $\frac{x+a}{3x-1}$ 中, 当 $x=-a$ 时, 下列结论正确的是().
A. 分式的值为零 B. 分式无意义
C. 若 $a \neq -\frac{1}{3}$ 时, 分式的值为零 D. 若 $a \neq \frac{1}{3}$ 时, 分式的值为零
- 甲种水果每千克价格 a 元, 乙种水果每千克价格 b 元, 取甲种水果 m 千克, 乙种水果 n 千克, 混合后, 平均每千克价格是().
A. $\frac{a+b}{m+n}$ B. $\frac{1}{2}(\frac{a}{m} + \frac{b}{n})$ C. $\frac{am+bn}{m+n}$ D. $\frac{1}{2}(am+bn)$

二、填空题

- _____ 统称为整式.
- $\frac{2}{3}$ 表示 _____ $\div$ _____ 的商, 那么 $(2a+b) \div (m+n)$ 可以表示为 _____.

11. 下列各式 $\frac{a}{\pi}$, $\frac{1}{x+1}$, $\frac{1}{5}x+y$, $\frac{a^2-b^2}{a-b}$, $-3x^2$, 0 中, 是分式的有 _____, 是整式的有 _____.

12. 当 $x =$ _____ 时, 分式 $\frac{2x+1}{3x-4}$ 无意义; 当 $x =$ _____ 时, 分式 $\frac{x^2-1}{x^2+x-2}$ 的值为零.

13. 当 $x =$ _____ 时, 分式 $\frac{4x+3}{x-5}$ 的值为 1; 当 $x =$ _____ 时, 分式 $\frac{4x+3}{x-5}$ 的值为 -1.

14. 分式 $\frac{x}{x^2-4}$, 当 x _____ 时, 分式有意义; 当 x _____ 时, 分式的值为零.

15. 当 $x =$ _____ 时, 分式 $\frac{x+1}{3-2x}$ 没意义; 当 x _____ 时, 分式 $\frac{3x}{|x|+1}$ 有意义.

三、解答题

16. 当 x 取何值时下列分式有意义?

(1) $\frac{2x+1}{3x+2}$

(2) $\frac{3+x^2}{2x-3}$

(3) $\frac{x^2+1}{x+1}$

(4) $\frac{x}{x^2+16}$

17. 当 x 取何值时下列分式没有意义?

(1) $\frac{x+2}{x^2-4}$

(2) $\frac{x^2+3}{x-2}$

18. 在什么条件下, 下列分式的值为 0?

(1) $\frac{x-2}{x}$

(2) $\frac{3a-b}{a-b}$

(3) $\frac{x^2-9}{x+3}$

(4) $\frac{(x+1)(x-5)}{2x}$

19. 当 x 取何值时, 分式 $\frac{1}{-x+5}$ 的值为正? 当 x 取何值时, 分式 $\frac{-4}{x^2+1}$ 的值为负?

20. 已知 $y = \frac{x-1}{2-3x}$, x 取哪些值时, (1) y 的值是正数; (2) y 的值是负数; (3) y 的值是零; (4) 分式无意义?

21. 填表, 求分式的值.

x	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$
-----	----	----	---	---------------



能力提升

$\frac{20}{x}$				
$\frac{x}{2x-1}$				

22. 当 x _____ 时, 分式 $-\frac{5x}{2-x}$ 的值为负数.

23. 永信瓶盖厂加工一批瓶盖, 甲组与乙组合作需要 a 天完成, 若甲组单独完成需要 b 天, 乙组单独完成需 _____ 天.

24. 李丽从家到学校的路程为 s 米, 无风时她以平均 a 米/秒的速度骑车, 便能按时到达, 当风速为 b 米/秒时, 她若顶风按时到校, 请用代数式表示她必须提前 _____ 秒出发.

25. 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$, 求 $\frac{5x+3xy-5y}{x-2xy-y}$ 的值.

26. 当 m 为何值时, 分式 $\frac{(m-1)(m-3)}{m^2-3m+2}$ 的值为零?

中考视窗

1. (重庆) 使分式 $\frac{x}{2x-4}$ 有意义的 x 的取值范围是().

A. $x=2$ B. $x \neq 2$ C. $x = -2$ D. $x \neq -2$

2. (济宁) 若 $\frac{|x|-1}{x^2+2x-3}$ 的值为零, 则 x 的值是().

A. ± 1 B. 1 C. -1 D. 不存在

3. (河南) 使分式 $\frac{x}{x+2}$ 有意义的 x 的取值范围是().

A. $x \neq 2$ B. $x \neq -2$ C. $x > -2$ D. $x < 2$

4. (四川) 在函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{3x}$ 中, 自变量 x 的取值范围是().

A. $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$ B. $x \leq 2$ 且 $x \neq 0$ C. $x \neq 0$ D. $x \leq -2$

5. (天津) 若分式 $\frac{|x|-1}{x-1}$ 的值为 0, 则 x 的值为 _____.

6. (哈尔滨) 函数 $y = \frac{x-3}{x-4}$ 的自变量 x 的取值范围是 _____.

7. (北京) 若分式 $\frac{2x-4}{x+1}$ 的值为 0, 则 x 的值为 _____.

8. (广西) 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{3}{2x-1}$ 无意义.

16.1.2 分式的基本性质



基础过关

一、选择题

1. 对于分式 $\frac{1}{x-1}$, 永远成立的是().

- A. $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x+1}$ B. $\frac{1}{x-1} = \frac{x+1}{x^2-1}$ C. $\frac{1}{x-1} = \frac{x-1}{(x-1)^2}$ D. $\frac{1}{x-1} = \frac{-1}{x-3}$

2. 下列各分式正确的是().

- A. $\frac{b}{a} = \frac{b^2}{a^2}$ B. $\frac{a^2+b^2}{a+b} = a+b$ C. $\frac{a^2-2a+1}{1-a} = 1-a$ D. $\frac{3x-4y}{8xy-6x^2} = \frac{1}{2x}$

3. 下列各题中, 所求的最简公分母, 错误的是().

A. $\frac{1}{3x}$ 与 $\frac{a}{6x^2}$ 最简公分母是 $6x^2$

B. $\frac{1}{3a^2b^3}$ 与 $\frac{1}{3a^2b^3c}$ 最简公分母是 $3a^2b^3c$

C. $\frac{1}{m+n}$ 与 $\frac{1}{m-n}$ 的最简公分母是 m^2-n^2

D. $\frac{1}{a(x-y)}$ 与 $\frac{1}{b(y-x)}$ 的最简公分母是 $ab(x-y)(y-x)$

4. $\frac{1}{a^2-2a+1}$, $\frac{1}{a^2-1}$, $\frac{1}{a^2+2a+1}$ 的最简公分母是().

- A. a^4+2a^2+1 B. $(a^2-1)(a+1)^2$ C. a^4-2a^2+1 D. $(a-1)^4$

5. 不改变分式的值, 使分式 $\frac{\frac{1}{5}x - \frac{1}{10}y}{\frac{1}{3}x + \frac{1}{9}y}$ 的各项系数化为整数, 分子、分母应乘以().

- A. 10 B. 9 C. 45 D. 90

6. 下列等式: ① $\frac{-(a-b)}{c} = -\frac{a-b}{c}$; ② $\frac{-x+y}{-x} = \frac{x-y}{x}$; ③ $\frac{-a+b}{c} = -\frac{a+b}{c}$; ④ $\frac{-m-n}{m} = -\frac{m-n}{m}$

中成立的是().

- A. ①② B. ③④ C. ①③ D. ②④

7. 不改变分式 $\frac{2-3x^2+x}{-5x^3+2x-3}$ 的值, 使分子、分母最高次项的系数为正数, 正确的是().

- A. $\frac{3x^2+x+2}{5x^3+2x-3}$ B. $\frac{3x^2-x+2}{5x^3+2x-3}$ C. $\frac{3x^2+x-2}{5x^3-2x+3}$ D. $\frac{3x^2-x-2}{5x^3-2x+3}$

8. 分式 $\frac{4y+3x}{4a}$, $\frac{x^2-1}{x^4-1}$, $\frac{x^2-xy+y^2}{x+y}$, $\frac{a^2+2ab}{ab-2b^2}$ 中最简分式的有().

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

9. 根据分式的基本性质, 分式 $\frac{-a}{a-b}$ 可变形为().



A. $\frac{a}{-a-b}$ B. $\frac{a}{a+b}$ C. $-\frac{a}{a-b}$ D. $\frac{a}{a+b}$

10. 下列各式中,正确的是().

A. $\frac{-x+y}{-x-y} = \frac{x-y}{x+y}$ B. $\frac{-x+y}{x-y} = \frac{-x-y}{x-y}$ C. $\frac{-x+y}{-x-y} = \frac{x+y}{x-y}$ D. $\frac{-x+y}{x-y} = \frac{x-y}{x+y}$

二、填空题

11. $\frac{2y}{2xy^2} = \frac{1}{(\quad)}$, $\frac{x-2}{(x-2)(x+5)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 化简 $\frac{m^2-3m}{9-m^2}$ 的结果是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 若 $4x=5y(y \neq 0)$, 则 $\frac{x^2-y^2}{y^2}$ 的值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 化简分式 $-\frac{x^2-1}{1-x}$ 的结果是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 将分式的分子与分母中各项系数化为整数, 则 $\frac{a+\frac{1}{3}b}{\frac{2}{3}a+\frac{1}{2}b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 将 $\frac{1}{3}, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}$ 通分后, 它们分别是 $\underline{\hspace{2cm}}$, $\underline{\hspace{2cm}}$, $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

17. 不改变分式的值, 使下列分式的分子与分母都不含有“-”号.

(1) $-\frac{2a}{-3b}$ (2) $\frac{-3x}{-2y}$ (3) $\frac{-5ab}{2m}$

18. 约分.

(1) $\frac{4a^2b^3}{30ab^4}$ (2) $\frac{-12ab^2c}{-8a^2b}$ (3) $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^4}$ (4) $\frac{m^2-2m+1}{1-m^2}$

(5) $\frac{x^2-9}{x^2+6x+9}$ (6) $\frac{-35a^4b^3c}{21a^2b^4d}$ (7) $\frac{2x(x-y)^3}{4y(y-x)^2}$ (8) $\frac{x^2-(y-z)^2}{(x+y)^2-z^2}$

19. 通分.

(1) $\frac{1}{3xy^3}, \frac{1}{2x^2y}, \frac{1}{9x^3y}$ (2) $\frac{1}{(a+b)^2}, \frac{2}{-a+b}, \frac{3}{a^2-b^2}$ (3) $\frac{2}{3a^2}, \frac{1}{-6ab^2}$

(4) $\frac{x}{x^2-4}, \frac{x-1}{(x+2)^2}$

(5) $\frac{1}{2x+3}, \frac{2}{3-2x}, \frac{2x+5}{4x^2-9}$

(6) $a-b, \frac{b}{a-b}, \frac{1}{a^2-b^2}$

20. 已知 $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 5$, 求分式 $\frac{-x+xy+y}{2x+7xy-2y}$ 的值.

21. 已知 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$, 求 $\frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$ 的值.

22. 甲工程队完成一项工程需要 n 天, 乙工程队要比甲队多 3 天才能完成这项工程, 写出甲、乙出两队每天完成的工作量的式子, 如果两式的分母不同, 进行通分.



能力提升

23. 下列各式中, 正确的是().

A. $\frac{a+m}{b+m} = \frac{a}{b}$

B. $\frac{a+b}{a+b} = 0$

C. $\frac{ab-1}{ac-1} = \frac{b-1}{c-1}$

D. $\frac{x-y}{x^2-y^2} = \frac{1}{x+y}$

24. 分式 $\frac{x-2}{(x-1)^2}, \frac{2x-3}{(1-x)^3}, \frac{5}{x-1}$ 的最简公分母为().

A. $(x-1)^2$

B. $(x-1)^3$

C. $(x-1)$

D. $(x-1)^2(1-x)^3$

25. 分式 $\frac{4a}{5b^2c}, \frac{3c}{2a^2b}, \frac{7b}{10ac}$ 的最简公分母是 _____, 通分时, 这三个分式的分子分母依次乘以 _____, _____, _____.

26. 有四块小场地, 一块边长为 a 米的正方形, 一块边长为 b 米的正方形, 两块长 a 为米、宽为 b 米的长方形. 另有一块大长方形场地, 它的面积等于上面四块场地面积的和, 它的长为 $2(a+b)$ 米, 试用最简单的式子表示大长方形场地的周长.



27. 已知 $x^2 + 3x + 1 = 0$, 求 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值.

28. 已知 $x + \frac{1}{x} = 3$, 求 $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$ 的值.



中考视窗



1. (青岛) 化简 $\frac{a^2 - 4}{a^2 + 4a + 4} =$ _____.

2. (湖州) 下列各式从左到右的变形正确的是().

A. $\frac{x - \frac{1}{2}y}{\frac{1}{2}x + y} = \frac{2x - y}{x + 2y}$ B. $\frac{0.2a + b}{a + 0.2b} = \frac{2a + b}{a + 2b}$ C. $-\frac{x + 1}{x - y} = \frac{x - 1}{x - y}$ D. $\frac{a + b}{a - b} = \frac{a - b}{a + b}$

16.2 分式的运算

16.2.1 分式的乘除



基础过关



一、选择题

1. 下列等式中正确的是().

A. $\frac{2a - b}{(a - b)^2} = \frac{b - 2a}{(b - a)^2}$

B. $-\frac{(a - 1)^4}{(b - a)^3} = \frac{(1 - a)^4}{-(a - b)^3}$

C. $\frac{a - b}{m - n} = \frac{a + b}{m + n}$

D. $\frac{a - b}{a + b} = \frac{b - a}{-a - b}$

2. 下列计算结果正确的是().

A. $\frac{-b}{2a^2} \cdot \frac{a}{-b^2} = -\frac{1}{2ab}$

B. $\frac{a - b}{a} \div (a^2 - ab) = \frac{1}{a^2}$

C. $\frac{m}{x} \div \frac{n}{x} = \frac{n}{m}$

D. $(\frac{3xy}{5a})^2 \div 9xy = \frac{xy}{5a^2}$

3. 下列计算正确的是().

A. $a \div b \cdot \frac{1}{b} = a$

B. $a \cdot b \div a \cdot b = 1$

C. $\frac{1}{a} \div a \cdot a \div \frac{1}{a} = 1$

D. $a^3 \div \frac{1}{a} \div a^2 = 1$

4. $(\frac{3x}{x+y})^2$ 的值是().

A. $\frac{6x^2}{x^2+y^2}$

B. $\frac{9x^2}{x^2+y^2}$

C. $\frac{6x^2}{(x+y)^2}$

D. $\frac{9x^2}{(x+y)^2}$

5. 下列式子错误的是().

A. $(\frac{bc^3}{-2a^2})^2 = \frac{b^2c^6}{4a^4}$

B. $(\frac{b^3}{a})^n = \frac{b^{n+3}}{a^n}$

C. $(\frac{a^2+b^2}{2a})^2 = \frac{(a^2+b^2)^2}{4a^2}$

D. $(\frac{yz^2}{2x^n})^3 = \frac{y^3z^6}{8x^{3n}}$

6. 下列各式中计算错误的是().

A. $\frac{a^2-b^2}{b-a} = a+b$

B. $\frac{y(a+b)^3}{x(a+b)^4} = \frac{y}{x(a+b)}$

C. $\frac{(x+y)(a-b)^2}{(b-a)(y+x)^2} = \frac{b-a}{x+y}$

D. $\frac{x^2-1}{x^2+2x+1} = \frac{x-1}{x+1}$

7. 在下列各式中: ① $(\frac{-2mn}{a^2b})^2$; ② $-\frac{8m^4n^2}{a^5b} \cdot \frac{an}{bm^2}$; ③ $(\frac{2m}{-ab^2})^2 \cdot (\frac{nb}{a})^2$; ④ $\frac{2mn^2}{ab^2} \div \frac{a^3}{m}$ 中, 相等

的两个式子是().

A. ①②

B. ①③

C. ②③

D. ③④

8. 下列各式中, 正确的是().

A. $\frac{x-y}{3(x-y)} = \frac{1}{2(x-y)}$

B. $\frac{x+1}{x+3} = \frac{1}{3}$

C. $\frac{x+y}{x-y} \div \frac{x-y}{x+y} = 1$

D. $\frac{1}{4(x-y)} \div \frac{1}{x-y} = \frac{1}{4}$

二、填空题

9. 写出下列运算结果: (1) $\frac{m}{n} \cdot \frac{n}{p} =$ _____; (2) $\frac{m}{n} \div \frac{n}{m} =$ _____;

(3) $\frac{5x}{8y} \cdot \frac{4y^2}{10x^3} =$ _____; (4) $\frac{m-n}{p-q} \cdot \frac{p-q}{n-m} =$ _____.

10. $\frac{-a^2b}{3c} \cdot (\frac{-6cd}{5ab^2}) =$ _____, $\frac{x}{x^2y-y} \div \frac{x^2y}{x^2+x} =$ _____.

11. $a^2 \div b \cdot \frac{1}{b} \div c \cdot \frac{1}{c} \div d \cdot \frac{1}{d} =$ _____.

12. 化简 $\frac{a^4-a^2b^2}{(a-b)^2} \div \frac{a(a+b)}{b^2} \cdot \frac{b^2}{a}$, 结果是 _____.

13. 计算: $x \cdot \frac{1}{y} \div \frac{1}{y} \cdot y =$ _____.

14. 计算 $\frac{a^2+ab}{a^2-ab} \div (a+b) \div \frac{ab}{b^2-ab}$ 的结果为 _____.

15. 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, 那么分式 $\frac{a+b}{a^2+b^2} - cd =$ _____.

16. 若 $x:y=1:2$, 则 $\frac{x-y}{x+y} =$ _____.



三、解答题

17. 计算.

$$(1) -3xy \div \frac{2y^2}{3x} \quad (2) \frac{12xy^2}{5a} \div 8x^2y \quad (3) \frac{3a-3b}{10ab} \cdot \frac{25a^2b^3}{a^2-b^2} \quad (4) \frac{m^2xy}{3n^2z^2} \div \frac{5m^2yz}{3n^2x}$$

$$(5) \frac{x}{x^2-3x} \cdot (x^2-9) \quad (6) \frac{a^2-1}{a^2+2a+1} \div \frac{a^2-a}{a+1}$$

$$(7) \frac{x^2-4y^2}{x^2+y^2+2xy} \div \frac{2y+x}{x^2+xy} \quad (8) \frac{32(a-2b)^2(-a+b)}{24(2b-a)^2(a-b)}$$

$$(9) 3x^2y \cdot \frac{5}{12xy^2} \div (-\frac{5x}{4y}) \quad (10) (\frac{-a^3}{2b})^2 \div (-\frac{a^2}{2b}) \times (\frac{b}{2})^2$$

$$(11) (\frac{m}{-n})^2 \cdot (-\frac{n}{m})^3 \div (-mn^3)$$

18. 先化简,后求值.

$$(1) \frac{x^2-9y^2}{x^2+6xy+9y^2} \div \frac{x+3y}{3x^2+9xy}, \text{其中 } x=3, y=1.$$

$$(2) (\frac{x^2-4}{x^2+x+1})^2 \div (\frac{x^3-4x^2+4x}{x^2+x+1})^2 \cdot (\frac{x}{x+2})^3 \div (\frac{1}{x-2})^2, \text{其中 } x=-\frac{2}{3}.$$

19. 已知 $\sqrt{a-2} + (b+3)^2 = 0$, 求代数式 $\frac{a^2-b^2}{a-b}$ 的值.

20. 先化简,再求 $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \div \frac{x-1}{x^2+x} - x$ 的值,其中 $x=2004$,甲把 $x=2004$ 抄成 $x=2040$,但他的计算结果仍然是正确的,你说是怎么回事?

21. 已知 $x = \frac{1}{x}$,求 $\frac{x^2-6x+9}{x-3} \div \frac{x+3}{x^2+6x+9}$ 的值.

22. 已知 x, y 满足 $x^2+y^2-4x-6y+13=0$,化简求 $(-\frac{y}{x^3})^3 \div (-\frac{1}{xy})^4 \cdot (\frac{x}{y^2})^2$ 的值.



能力提升

23. 化简 $(\frac{x-y}{a})^4 \cdot (\frac{a}{x-y})^5$, 结果是().

- A. -1 B. $\frac{a}{x-y}$ C. $\frac{1}{a}$ D. $\frac{1}{x-y}$

24. 化简 $(\frac{x^3y}{z})^2 \cdot (\frac{xz}{y}) \cdot (\frac{yz}{x^2})^3$, 结果是().

- A. xy^4z^2 B. $\frac{y^2z^2}{x^2}$ C. xy^4z^4 D. y^5z

25. 若 $\frac{4}{m+1}$ 表示一个整数,则整数 m 可取的值有().

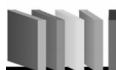
- A. 6 个 B. 5 个 C. 4 个 D. 3 个

26. 同学们进行一项爱国卫生活动,由甲班的 m 人完成预计需 n 分钟,现又有乙班加入,人数为甲班的 2 倍,那么预计 _____ 分钟可以完成.

27. 观察下列各式: $\frac{2}{1} \times 2 = \frac{2}{1} + 2$; $\frac{3}{2} \times 3 = \frac{3}{2} + 3$; $\frac{4}{3} \times 4 = \frac{4}{3} + 4$; $\frac{5}{4} \times 5 = \frac{5}{4} + 5$; ...

想一想,什么样的两数之积等于这两数之和? 设 n 表示正整数,用关于 n 的等式表示这个规律为 _____.

28. 已知 a, b, x, y 是有理数,且 $|x-a| + (y+b)^2 = 0$,求式子 $\frac{a^2+ay-bx+b^2}{x+y} \div \frac{a^2+ax+by-b^2}{a+b}$ 的值.



29. “丰收1号”小麦的试验田是边长为 a 米的正方形减去一个边长为 1 米的正方形后余下的部分,“丰收2号”小麦的试验田的边长为 $(a-1)$ 米的正方形,两块试验田的小麦都收获了 m 千克.

(1)哪种小麦的单位面积产量高?

(2)高的单位面积产量是低的单位面积产量的多少倍?

30. 甲、乙两人分别从相距 s (km)的两地同时出发,若同向而行,经过 m_1 (h)甲追上乙;若相向而行,经过 m_2 (h)甲、乙两人相遇,设甲的速度为 v_1 ,乙的速度为 v_2 (其中 v_1, v_2 单位是 km/h),那么 $\frac{v_1}{v_2}$ 等于多少?(用含有 m_1, m_2 的式子表示,并说明理由)



中考视窗

1. (安徽) 化简 $(-\frac{1}{x}) \div \frac{1}{x^2+x}$ 的结果是().

- A. $-x-1$ B. $-x+1$ C. $-\frac{1}{x+1}$ D. $\frac{1}{x+1}$

2. (长沙) 先化简再求值: $\frac{a-1}{a+2} \cdot \frac{a^2-4}{a^2-2a+1} \div \frac{1}{a^2-1}$, 其中 a 满足 $a^2-a=0$.

3. (山西) 课堂上,李老师给大家出了这样一道题,当 $x=3, 5-2\sqrt{2}, 7+\sqrt{3}$ 时,求代数式 $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \div \frac{2x-2}{x+1}$ 的值. 小明一看,太复杂了,怎么算呢?你能帮小明解决这个问题吗?请你写出具体过程.

4. (杭州) 给定下面一系列分式: $\frac{x^3}{y}, -\frac{x^5}{y^2}, \frac{x^7}{y^3}, -\frac{x^9}{y^4}, \dots$ (其中 $x \neq 0$)

(1) 用任意一个分式除以它前面一个分式, 你发现了什么规律?

(2) 根据你发现的规律, 试写出给定的那列分式中的第 7 个分式.

16.2.2 分式的加减



基础过关

一、选择题

1. 下列计算正确的是().

A. $\frac{2}{m} + \frac{1}{-m} = \frac{3}{m}$

B. $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{b-a} = 1$

C. $\frac{2}{y+2} - \frac{1+y}{2+y} = \frac{1+y}{y+2}$

D. $\frac{a}{(a-b)^2} - \frac{b}{(b-a)^2} = \frac{a}{a-b}$

2. 计算 $\frac{6m}{m^2-4} - \frac{3}{m+2}$ 的结果等于().

A. $\frac{3m+6}{m^2-4}$

B. $\frac{3m-6}{m^2-4}$

C. $\frac{3}{m-2}$

D. $\frac{3}{m+2}$

3. 已知 $x \neq 0$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 等于().

A. $\frac{1}{2x}$

B. $\frac{1}{6x}$

C. $\frac{5}{6x}$

D. $\frac{11}{6x}$

4. 化简 $\frac{|x-2|}{x-2} - \frac{|2-x|}{2-x}$ 的结果是().

A. 0

B. 2

C. -2

D. 2 或 -2

5. 计算 $1 - \frac{3x}{2y} \div \frac{3x}{2y} \cdot \frac{2y}{3x}$ 的结果是().

A. $\frac{2y-6xy}{9x^2}$

B. $\frac{2y-3x}{2y}$

C. $\frac{3x-2y}{3x}$

D. $\frac{3x}{2y}$

6. 下列四个题中, 计算正确的是().

A. $\frac{1}{3a} + \frac{1}{3b} = \frac{1}{3(a+b)}$

B. $\frac{b}{a} - \frac{b+1}{a} = \frac{1}{a}$

C. $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-a} = 0$

D. $\frac{m}{a} + \frac{m}{b} = \frac{2m}{ab}$

7. 已知 $m = \frac{y}{x} - \frac{x}{y}$, $n = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$, 那么 $m^2 - n^2$ 等于().

A. 4

B. -4

C. 0

D. $\frac{2y^2}{x^2}$



二、填空题

8. 计算: $2 - \frac{4}{x+2} =$ _____; $\frac{2a}{5a^2b} + \frac{3b}{10ab^2} =$ _____.

9. 计算: $\frac{x-1}{x-2} + \frac{1}{2-x} =$ _____; $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{y-x} =$ _____.

10. 计算: $\frac{x}{x^2-y^2} - \frac{y}{x^2-y^2} =$ _____; $(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2}) \div \frac{4x}{2-x} =$ _____.

11. 一件工作,甲单独做 x 天完成,乙单独做 y 天完成,甲、乙合做完成全部工作所需要的天数是_____.

12. 锅炉房储存了 t 天用的煤 m 吨,要使储存的煤比预定的多用 d 天,每天应该节约用煤_____吨.

三、解答题

13. 计算下列各题.

(1) $\frac{1}{a+3} - \frac{6}{9-a^2}$

(2) $\frac{2xy}{x^2-y^2} + \frac{x}{x+y} - \frac{y}{y-x}$

(3) $a-b + \frac{2b^2}{a+b}$

(4) $\frac{3}{2x+6} - \frac{1}{6-2x} + \frac{3}{9-x^2}$

14. 甲、乙两人两次到某粮店去买大米,两次的大米价格分别为每斤 a 元和 b 元,甲每次买 100 斤大米,乙每次买 100 元的大米,那么谁两次买的大米的平均价格更低些?说明理由.

15. 计算.

(1) $(\frac{a}{a+b} - \frac{b}{b-a} - \frac{2ab}{a^2-b^2}) \div (\frac{1}{a} - \frac{1}{b})$

(2) $1 - \frac{8}{a^2-4} \cdot [(\frac{a^2+4}{4a} - 1) \div (\frac{1}{2} - \frac{1}{a})]$

(3) $[\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+y}(\frac{x+y}{3x} - x - y)] \div \frac{x-y}{x}$

16. 若 $|a-5|$ 和 $(b+4)^2$ 互为相反数,求 $[\frac{4ab}{a-b} + (\frac{a}{b} - \frac{b}{a}) \div (\frac{1}{a} + \frac{1}{b})] \div (a^2 + 2ab + b^2)$ 的值.



能力提升

17. 已知 $x=1-\frac{1}{y}$, 且 $y=1-\frac{1}{z}$, 则用 z 表示 x 的代数式应为().

A. $x=\frac{1}{1-z}$

B. $z=\frac{x-1}{x}$

C. $x=\frac{1}{z-1}$

D. $z=\frac{1-x}{x}$

18. 已知 $n>1$, $M=\frac{n}{n-1}$, $N=\frac{n-1}{n}$, $P=\frac{n}{n+1}$, 则 M 、 N 、 P 的大小关系为().

A. $M>N>P$

B. $M>P>N$

C. $P>N>M$

D. $P>M>N$

19. A 地在河的上游, B 地在河的下游, 若船从 A 地开往 B 地的速度为 a 千米/时, 从 B 地返回 A 地的速度为 b 千米/时, 则在 A 、 B 两地间往返一次的平均速度为 _____ 千米/时. (用含有 a 、 b 的式子表示)

20. 计算.

(1) $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4}$

(2) $\frac{2}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}$

21. 已知 x 为整数, 且 $\frac{2}{x+3} + \frac{2}{3-x} + \frac{2x+18}{x^2-9}$ 为整数, 求所有的符合条件的 x 的值的和.

22. 计算 $\frac{a^2}{a+1} - a + 1$.

23. 已知 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{m+n}$, 求 $\frac{n}{m} + \frac{m}{n}$ 的值.

24. 已知 $ab=1$, 求 $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1}$ 的值.



25. 从火车上下来的两个旅客,他们沿着同一方向到同一地点去,第一个旅客一半路程以速度 a 行走,另一半路程以速度 b 行走;第二个旅客一半的时间以速度 a 行走,另一半时间以速度 b 行走,问哪个旅客先到达目的地?(速度单位都相同,且 $a \neq b$)

26. 已知 $a^2 - 4a + 9b^2 + 6b + 5 = 0$, 求 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ 的值.



中考视窗

1. (衡阳)化简 $\frac{x}{x-3} + \frac{3}{3-x}$ 的结果是_____.

2. (聊城)化简 $(1 + \frac{1}{m-1}) \div \frac{m}{m^2-1}$ 的结果是_____.

3. (绵阳)化简: $(\frac{x-1}{x+1} - \frac{x+1}{x+2}) \div \frac{x+3}{x^2+4x+4}$.

4. (淮安)已知 $x = \sqrt{2} + 1$, 求 $(\frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x}{x^2-2x+1}) \div \frac{1}{x}$ 的值.

5. (泰州)化简并求值: $\frac{1}{2a} - \frac{1}{a-b} (\frac{a-b}{2a} - a^2 + b^2)$, 其中, $a = 3 - 2\sqrt{2}$, $b = 3\sqrt{2} - 3$.

6. (襄樊)化简并求值: $(\frac{x+2}{x^2-4} - \frac{2x-5}{x^2-4x+4}) \div \frac{x-3}{x-2}$, 其中 $x = \sqrt{3} + 2$.

7. (绵阳)化简 $\frac{x}{x-1} - \frac{3}{(x-1)(x+2)} - 1$, 并指出 x 的取值范围.

16.2.3 整数指数幂



基础过关

一、选择题

1. 下列计算正确的是().

A. $(-2)^{-3} = 2^3 = 8$

B. $(-2)^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

C. $(-2)^{-3} = -2^3 = -8$

D. $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$

2. 下列各式中正确的是().

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $(a^3)^2 = a^5$

C. $a^8 \div a^2 = a^4$

D. $(a^2b)^3 = a^6b^3$

3. 下列说法错误的是().

A. 1 纳米 = 10^{-3} 微米

B. 近似数 1.4 与 1.40 的精确度不同

C. -0.000010095 精确到 0.000001 是 1.1×10^{-5}

D. 0.000108 用科学记数法表示是 1.08×10^{-4}

4. 下列记数符合科学记数法的是().

A. 35.1×10^{-23}

B. 3.51×10^{-22}

C. 351×10^{-24}

D. 0.351×10^{-21}

5. 用科学记数法表示正确的是().

A. $0.006 = 6 \times 10^{-2}$

B. $0.00813 = 81.3 \times 10^{-4}$

C. $0.00813 = 8.13 \times 10^{-3}$

D. $0.00813 = 81.3 \times 10^{-4}$

6. 生物学家发现一种病毒的长度约为 0.000043mm, 用科学记数法表示这个数是().

A. 4.3×10^{-4} mm

B. 4.3×10^{-5} mm

C. 4.3×10^{-6} mm

D. 43×10^{-5} mm

二、填空题

7. 任何不等于零的数的零次幂都等于_____.



8. _____ 的数的 $-n$ (n 为正整数) 次幂, 等于这个数的 n 次幂的倒数.

9. (1) $2^0 =$ _____; (2) $(-2)^0 =$ _____; (3) $0.5^0 =$ _____; (4) $(-\frac{1}{2})^2 =$ _____.

10. (1) $2^{-3} =$ _____; (2) $(-2)^{-3} =$ _____; (3) $(\frac{1}{2})^{-3} =$ _____; (4) $(-\frac{1}{2})^{-3} =$ _____.

11. 用小数表示 (1) $10^{-2} =$ _____; (2) $3.2 \times 10^{-3} =$ _____.

12. 科学记数法就是利用 10 的整数次幂, 把一个数表示成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 n 为整数, $|a|$ 的取值范围是 _____.

13. 用科学记数法表示: 1nm 是 10 亿分之一米, 表示为 $1\text{nm} =$ _____ m.

14. 用科学记数法表示: (1) $-0.000\ 000\ 341 =$ _____; (2) $201200000000 =$ _____.

15. 一粒纽扣式电池能够污染 60L 水, 哈尔滨市每天报废的电池有近 10000000 粒, 如果废旧电池不回收, 一年报废的电池所污染的水大约是 _____ L. (用科学记数法表示)

16. 中国的国土面积约为 9596960km^2 , 把我国国土面积用四舍五入法保留两个有效数字, 并用科学记数法表示为 _____.

三、解答题

17. 用科学记数法表示.

(1) 30000000

(2) 0.0000000906

(3) -21800000

(4) -0.000000000333

18. 计算.

(1) $3^2 - 3^{-2} + (-3)^{-2}$

(2) $2^2 - 2^{-2} - (-2)^0 + (-2)^{-2}$

(3) $(\frac{1}{10})^0 + (\frac{1}{10})^{-3} + (\frac{1}{10})^3$

(4) $(-\frac{1}{2})^{-3} \div (-\frac{1}{2})^0 \div (-\frac{1}{2})^3$

19. 写出下列各数的原数.

(1) 2.05×10^5

(2) -2.7×10^{-2}

(3) -1.001×10^3

(4) 1.001×10^{-3}

20. 计算: $\frac{2+2^0+2^{-1}}{2^{-2}+2^{-3}+2^{-4}}$.

21. 化简:

(1) $(3x^3y^2z^{-1})(5xy^{-2}z^3)^2$

(2) $\frac{a^{-2}-b^{-2}}{a^{-1}-b^{-1}} + \frac{3b-4a}{ab}$

$$(3) \left(\frac{2a^{-3}y^{-2}}{-x^2} \right)^3$$

$$(4) \left(\frac{a^2b}{-c} \right)^3 \div \left(\frac{c^2}{-ab} \right)^{-2} \div \left(\frac{bc}{a} \right)^4$$

能力提升

22. 天文上常用太阳和地球之间的平均距离作为 1 个天文单位, 1 个天文单位约为 149600000km, 用科学记数法把这个数表示出来.

23. 在比例尺是 1 : 8000000 的中国《中国政区》地图上, 量得福州与上海之间的距离为 7.5cm, 那么福州与上海两地的实际距离是多少千米? (用科学记数法表示)

24. 已知 $x^2 + x^{-2} = 5$, 求 $x^4 + x^{-4}$ 的值.

中考视窗

1. (呼和浩特) 某种生物孢子的直径为 0.00063m, 用科学记数法表示为().

A. $0.63 \times 10^{-3} \text{m}$ B. $6.3 \times 10^{-4} \text{m}$ C. $6.3 \times 10^{-3} \text{m}$ D. $63 \times 10^{-5} \text{m}$

2. (成都) 下列运算正确的是().

A. $3x - 2x = 1$ B. $-2x^{-2} = -\frac{1}{2x^2}$ C. $(-a)^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $(-a^2)^3 = -a^6$

3. (沈阳) 计算: $(\pi - 3)^0 - |\sqrt{5} - 3| + \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} - \sqrt{5}$.



16.3 分式方程



基础过关

一、选择题

1. 满足方程 $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x-2}$ 的 x 值是().

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 没有

2. 分式方程 $\frac{5}{x-2} = \frac{3}{x}$ 的解是().

- A. -3 B. 3 C. 2 D. 0

3. 已知 $e = \frac{m-a}{n-a}$ ($e \neq 1$), 则 a 等于().

- A. $\frac{m-n}{1-e}$ B. $\frac{n-me}{1-e}$ C. $\frac{m-ne}{1-e}$ D. 以上答案都不对

4. 分式方程 $\frac{4}{x-2} - \frac{16}{x^2-4} = -\frac{3}{x+2}$ 的解为().

- A. $x=0$ B. $x=-2$ C. $x=2$ D. 无解

5. 某校用 420 元钱到商场去购买“84”消毒液, 经过还价, 每瓶便宜 0.5 元, 结果比用原价多买了 20 瓶, 求原价每瓶多少元? 设原价每瓶 x 元, 则可列出方程为().

- A. $\frac{420}{x} - \frac{420}{x-0.5} = 20$ B. $\frac{420}{x-0.5} - \frac{420}{x} = 20$
C. $\frac{420}{x} - \frac{420}{x-20} = 0.5$ D. $\frac{420}{x-20} - \frac{420}{x} = 0.5$

6. 甲、乙两人同时从 A 地出发, 骑自行车行 30 千米到 B 地, 甲比乙每小时少走 3 千米, 结果乙先到 40 分钟. 若设乙每小时走 x 千米, 则可列方程().

- A. $\frac{30}{x} - \frac{30}{x-3} = \frac{2}{3}$ B. $\frac{30}{x} - \frac{30}{x+3} = \frac{2}{3}$ C. $\frac{30}{x+3} - \frac{30}{x} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{30}{x-3} - \frac{30}{x} = \frac{2}{3}$

7. 为了适应国民经济持续快速协调的发展, 自 2004 年 4 月 18 日起, 全国铁路实施第五次提速, 提速后, 火车由天津到上海的时间缩短了 7.42 小时. 若天津到上海的路程为 1326 千米, 提速前火车的平均速度为 x 千米/时, 提速后火车的平均速度为 y 千米/时, 则 x 、 y 应满足的关系式().

- A. $x-y = \frac{1326}{7.42}$ B. $y-x = \frac{1326}{7.42}$
C. $\frac{1326}{x} - \frac{1326}{y} = 7.42$ D. $\frac{1326}{y} - \frac{1326}{x} = 7.42$

8. 若分式方程 $\frac{4mx+3}{m+2x} = 3$ 的解为 $x=1$, 则 m 的值是().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

9. 下列说法中错误的是().

- A. $\frac{5}{x} = \frac{7}{x-2}$ 的解为 $x=-5$ B. $\frac{5}{x} - 3 = \frac{9-x}{4x}$ 的解为 $x=1$

C. $\frac{x}{x-5} = \frac{x-2}{x-6}$ 的解为 $x=10$

D. $\frac{1}{x-2} + 3 = \frac{1-x}{2-x}$ 的解为 $x=2$

二、填空题

10. 如果 $\frac{1}{x-1}$ 与 $\frac{1}{x+1}$ 互为相反数, 则 $x=$ _____.

11. 方程 $\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x} = \frac{x+5}{x^2-x}$ 的根是 _____.

12. 由 $\frac{Q}{t_1-t_2} = cm$, 求得 $t_2 =$ _____.

13. 方程 $\frac{x}{2x-5} + \frac{5}{5-2x} = 1$ 的解是 _____.

14. 甲、乙两人分别从两地同时出发, 若相向而行, 则 a 小时相遇; 若同向而行, 则 b 小时甲追上乙. 那么甲的速度是乙的速度的 _____ 倍.

15. 两个工程队共同参与一项筑路工程, 甲队单独施工 1 个月完成总工程的三分之一, 这时增加了乙队, 两队又共同工作了半个月, 总工程全部完成. 甲队单独完成需 _____ 个月, 乙队单独完成需 _____ 个月.

16. 已知 $\frac{a}{x+2}$ 与 $\frac{b}{x-2}$ 的和等于 $\frac{4x}{x^2-4}$, 则 $a=$ _____, $b=$ _____.

三、解答题

17. 解下列分式方程.

(1) $\frac{5}{x-1} = \frac{1}{x+3}$

(2) $\frac{7}{x^2+x} + \frac{3}{x^2-x} = \frac{6}{x^2-1}$

(3) $\frac{1}{3x-6} = \frac{3}{4x-8}$

(4) $\frac{2}{x+3} + \frac{3}{2} = \frac{7}{2x+6}$

(5) $\frac{9x-7}{3x-2} - \frac{4x-5}{2x-3} = 1$

(6) $3 + \frac{2-x}{2+x} = \frac{4}{x+2}$

(7) $\frac{12}{1-9x^2} - \frac{3x+1}{3x-1} = \frac{1-3x}{1+3x}$

(8) $5 + \frac{96}{x^2-16} = \frac{2x-1}{x+4} + \frac{3x-1}{4-x}$

18. 一个分数的分母比它的分子大 5, 如果这个分数的分子加上 14, 分母减去 1, 所得到的分数为原分数的倒数, 求这个分数.



19. 甲、乙两人在相同时间内各加工 168 个零件和 144 个零件, 已知每小时甲比乙多加工 8 个零件, 那么甲、乙两人每小时各加工多少个零件?

20. A 、 B 两地相距 20 km, 甲骑车自 A 地出发向 B 地方向行进 30 分钟后, 乙骑车自 B 地出发, 以每小时比甲快 2 倍的速度向 A 地驶去, 两车在距 B 地 12 km 的 C 地相遇, 求甲、乙两人的车速.

21. 近几年我省高速公路建设有了较大的发展, 有力地促进了我省的经济建设, 正在修建中的某段高速公路要招标, 现有甲、乙两个工程队合做 24 天可以完成, 需费用 120 万元; 若甲单独做 20 天后, 剩下的工程由乙做, 还需 40 天才能完成, 这样需要费用 110 万元. 问:

- (1) 甲、乙两队单独完成此项工程各需多少天?
- (2) 甲、乙两队单独完成此项工程各需多少万元?



能力提升



22. 解方程: $\frac{1}{x-7} - \frac{1}{x-5} = \frac{1}{x-6} - \frac{1}{x-4}$.

23. 已知关于 x 的方程 $\frac{x}{x-3} - 2 = \frac{m}{x-3}$ 解为正数, 求 m 的取值范围.

24. 某开发区向外招标完成一项工程. 现有甲、乙两个工程队竞标, 甲工程队有 20 人, 乙工程队有 15 人. 经调查, 甲单独完成此工程将比乙单独完成快 6 天, 如果甲、乙合作 5 天后由乙单独做, 那么完成全部工程所用的天数与甲单独完成全部的天数相同. 已知甲队日工资为 50 元/人, 乙队日工资为 55 元/人.

- (1) 甲、乙单独完成此项工程各需要多少天?



(2)在质量相同、时间不限的情况下,选择哪个工程队合算?

25. 某工程队在招标时,接到甲、乙工程队的招标书,每施工一天,需付甲工程队工程款 1.5 万元,付乙工程队工程款 1.1 万元. 工程领导小组根据甲、乙的投标书测算,可有以下三种施工方案.

- ①甲队单独施工,刚好如期完工;
- ②乙队单独施工,要比规定工期多 5 天;
- ③若甲、乙两队合作 4 天,剩下的工程由乙队独做也正好如期完工.

(1)甲、乙两队单独完成这项工程各需多少天?

(2)哪种施工方案所需工程款最少?



中考视窗

1. (黑龙江)若关于 x 的分式方程 $\frac{m+x}{x-1} = \frac{m}{2}$ 的解是 2, 则 m 的值为().

- A. -2 B. -4 C. 2 D. 4

2. (眉山)解方程: $\frac{1}{x-2} + 3 = \frac{1-x}{2-x}$.

3. (陕西)设 $A = \frac{x}{x-1}$, $B = \frac{3}{x^2-1} + 1$, 当 x 为何值时, A 与 B 的值相等?



4. (辽宁)进入防汛期后,某地对河堤进行了加固.该地驻军在河堤加固的工程中出色完成了任务.这是记者与驻军工程指挥官的一段对话:

记者:“你们是怎样用 9 天时间完成 4800 米长的大坝加固任务的?”

指挥官:“我们加固 600 米后,采用新的加固模式,这样每天加固长度是原来的 2 倍.”

通过这段对话,请你求出该地驻军原来每天加固的米数.

5. (乌鲁木齐)在新华南北路改造过程中,某路段工程招标时,工程指挥部接到甲、乙两个工程队的投标书.根据甲、乙两个工程队的投标书测算:若让甲队单独完成这项工程需要 40 天;若由乙队先做 10 天,剩下的工程再由甲、乙两队合作 20 天完成.

(1)若安排乙队单独完成这项工程,需要多少天?

(2)为了缩短工期方便行人,若安排甲、乙两队共同完成这项工程,需要多少天?

6. (柳州、北海)某市从今年 1 月 1 日起调整水价,每立方米水费上涨 $\frac{1}{3}$. 据了解,该市某学校去年 11 月份的水费是 1800 元,而今年 3 月份的水费是 3600 元.如果该校今年 3 月份的用水量比去年 11 月份的用水量多 600m^3 .

(1)该市今年的水价是多少?

(2)学校开展了“节约每一滴水”的主题活动,采取了有效的节约用水措施,今年 5 月份的用水量较 3 月份降低 20%,那么,该校今年 5 月份应交水费多少元?



阶段评价(一)

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)

1. 下列各式: $\frac{a-b}{2}$, $\frac{x+3}{x}$, $\frac{5+y}{\pi}$, $\frac{\sqrt{3}}{4}(x^2+1)$, $\frac{a+b}{a-b}$, $\frac{1}{m}(x-y)$ 中,是分式的共有().

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 下列运算正确的是().

- A. $x^{10} \div x^5 = x^2$ B. $x^{-4} \cdot x = x^{-3}$ C. $x^3 \cdot x^2 = x^6$ D. $(2x^{-2})^{-3} = -8x^6$

3. 化简 $\frac{m^2-3m}{9-m^2}$ 的结果是().

- A. $\frac{m}{m+3}$ B. $-\frac{m}{m+3}$ C. $\frac{m}{m-3}$ D. $\frac{m}{3-m}$

4. 若 x 、 y 的值均扩大为原来的 2 倍,则下列分式的值保持不变的是().

- A. $\frac{3x}{2y}$ B. $\frac{3x}{2y^2}$ C. $\frac{3x^2}{2y}$ D. $\frac{3x^3}{2y^2}$

5. 化简 $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}$ 等于().

- A. $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ B. $\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$ C. $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$ D. $\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$

6. 若分式 $\frac{x^2-4}{x^2-x-2}$ 的值为零,则 x 的值是().

- A. 2 或 -2 B. 2 C. -2 D. 4

7. 不改变分式 $\frac{2x-\frac{5}{2}y}{\frac{2}{3}x+y}$ 的值,把分子、分母中各项系数化为整数,结果是().

- A. $\frac{2x-15y}{4x+y}$ B. $\frac{4x-5y}{2x+3y}$ C. $\frac{6x-15y}{4x+2y}$ D. $\frac{12x-15y}{4x+6y}$

8. 分式:① $\frac{a+2}{a^2+3}$, ② $\frac{a-b}{a^2-b^2}$, ③ $\frac{4a}{12(a-b)}$, ④ $\frac{1}{x-2}$ 中,最简分式有().

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

9. 若关于 x 的方程 $ax=3x-5$ 有负数解,则 a 的取值范围是().

- A. $a < 3$ B. $a > 3$ C. $a \geq 3$ D. $a \leq 3$

10. 赵强同学借了一本书,共 280 页,要在两周借期内读完,当他读了一半时,发现平时每天要多读 21 页才能在借期内读完.他读了前一半时,平均每天读多少页?如果设读前一半时,平均每天读 x 页,则下列方程中,正确的是().

- A. $\frac{140}{x} + \frac{140}{x-21} = 14$ B. $\frac{280}{x} + \frac{280}{x+21} = 14$ C. $\frac{10}{x} + \frac{10}{x+21} = 1$ D. $\frac{140}{x} + \frac{140}{x+21} = 14$

二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

11. 使分式 $\frac{2x+a}{3x-4}$ 的值等于零的条件是_____.

12. 某农场原计划用 m 天完成 A 公顷的播种任务,如果要提前 a 天结束,那么平均每天比原计



划要多播种_____公顷.

13. 函数 $y = \frac{\sqrt{2x+1}}{1-2x} + (x-3)^{-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

14. 计算 $(-1)^2 + (\frac{1}{2})^{-1} - 5 \div (2008 - \pi)^0$ 的结果是_____.

15. 已知 $u = \frac{s_1 - s_2}{t-1}$ ($u \neq 0$), 则 $t =$ _____.

16. 用科学记数法表示: 12.5 毫克 = _____ 吨.

17. 计算: $(x+y) \cdot \frac{x^2}{x^2-y^2} + \frac{y^2}{y-x} =$ _____.

18. 一个工人生产零件, 计划 30 天完成, 若每天多生产 5 个, 则在 26 天完成且多生产 15 个. 求这个工人原计划每天生产多少个零件? 若设原计划每天生产 x 个, 由题意可列方程为_____.

三、解答题(共 66 分)

19. (1) 计算: $2008^0 - 2^2 + (\frac{1}{3})^{-1}$.

(2) 计算并使结果只含正整数指数幂: $(a^{-3}b^{-2})^{-2} \cdot (ab^3)^{-3}$.

20. 计算.

(1) $(\frac{y}{6x^2})^2 \div (-\frac{y^2}{4x})^2$

(2) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \div \frac{x-1}{x^2+x}$.

21. 化简.

(1) $\frac{3}{x} - \frac{6}{1-x} - \frac{x+5}{x^2-x}$;

(2) $\frac{x}{x-y} \cdot \frac{y^2}{x+y} - \frac{x^4y}{x^4-y^4} \div \frac{x^2}{x^2+y^2}$.

22. 先化简, 再求值. $(1 + \frac{1}{x-1}) \div \frac{x}{x^2-1}$, 其中 $x = -2$.

23. 解分式方程.

$$(1) \frac{1-x}{2-x} - 3 = \frac{1}{x-2}$$

$$(2) \frac{7}{x^2+x} + \frac{1}{x^2-x} = \frac{6}{x^2-1}$$

24. 阅读下列材料:

$$\begin{aligned} \because \frac{1}{1 \times 3} &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right), \frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right), \frac{1}{5 \times 7} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right), \dots, \frac{1}{17 \times 19} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{19}\right), \\ \therefore \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{17 \times 19} \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{17} - \frac{1}{19}\right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{17} - \frac{1}{19}\right) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{19}\right) = \frac{9}{19}. \end{aligned}$$

解答下列问题:

(1) 在和式 $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots$ 中, 第 6 项为 _____, 第 n 项是 _____.

(2) 上述求和的想法是通过逆用 _____ 法则, 将和式中的各分数转化为两个数之差, 使得除首末两项外的中间各项可以 _____, 从而达到求和的目的.

(3) 受此启发, 请你解下面的方程.

$$\frac{1}{x(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+9)} = \frac{3}{2x+18}$$

25. 甲打字员打 9000 个字所用的时间与乙打字员打 7200 个字所用的时间相同, 已知甲、乙两人每小时共打 5400 个字, 问甲、乙两个打字员每小时各打多少个字?

26. 一名同学计划步行 30 千米参观博物馆, 因情况变化改骑自行车, 且骑车的速度是步行速度的 1.5 倍, 才能按要求提前 2 小时到达, 求这位同学骑自行车的速度.



27. 甲、乙两个工程队共同完成一项工程,乙队先单独做 1 天,再由两队合作 2 天就完成全部工程,已知甲队与乙队的工作效率之比是 3:2,那么甲、乙两队单独完成此项工程各需多少天?

28. 如图,小刚家、王老师家、学校在同一条路上,小刚家到王老师家的路程为 3 千米,王老师家到学校的路程为 0.5 千米.由于小刚的父母战斗在抗击“非典”第一线,为了使他能按时到校,王老师每天骑自行车接小刚上学.已知王老师骑自行车的速度是步行的 3 倍,每天比平时步行上班多用了 20 分钟,那么王老师的步行速度及骑自行车的速度各是多少?





阶段评价(二)

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)

- 在式子 $\frac{1}{a}, \frac{2xy}{\pi}, \frac{3a^2b^3c}{4}, \frac{5}{6+x}, \frac{x}{7} + \frac{y}{8}, 9x + \frac{10}{y}$ 中,分式的个数是().
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- 如果把分式 $\frac{10x}{x+y}$ 中的 x, y 都扩大 10 倍,则分式的值().
A. 扩大 100 倍 B. 扩大 10 倍
C. 不变 D. 缩小到原来的 $\frac{1}{10}$
- 下列等式成立的是().
A. $(-3)^2 = -9$ B. $(-3)^{-2} = \frac{1}{9}$
C. $(a^{12})^2 = a^{14}$ D. $0.000000618 = 6.18 \times 10^{-7}$
- 某厂去年的产值是 m 万元,今年的产值是 n 万元($m < n$),则今年的产值比去年的产值增加的百分比是().
A. $\frac{m-n}{n} \times 100\%$ B. $\frac{n-m}{m} \times 100\%$
C. $(\frac{n}{m} + 1) \times 100\%$ D. $\frac{n-m}{10m} \times 100\%$
- 已知总电阻 R 与 R_1, R_2 的关系式是 $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$,若 $R = 6\Omega, R_1 = 3R_2$,则 R_1, R_2 的值分别是().
A. $R_1 = 45\Omega, R_2 = 15\Omega$ B. $R_1 = 24\Omega, R_2 = 8\Omega$
C. $R_1 = \frac{9}{2}\Omega, R_2 = \frac{3}{2}\Omega$ D. $R_1 = \frac{3}{2}\Omega, R_2 = \frac{2}{9}\Omega$
- 若分式 $\frac{x^2-9}{x^2+x-6}$ 的值为 0,则 x 的值为().
A. ± 3 B. -3 或 2 C. 3 D. -3
- 若关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-4} = 3 + \frac{m}{4-x}$ 有增根,则 m 的值是().
A. -2 B. 2 C. 4 D. -4
- 计算 $a-b + \frac{2b^2}{a+b}$,结果为().
A. $\frac{a-b+2b^2}{a+b}$ B. $a+b$ C. $\frac{a^2+b^2}{a+b}$ D. $a-b$
- 下列变形错误的是().
A. $-\frac{a}{-a} = \frac{a}{b}$ B. $\frac{x^2-y^2}{y-x} = -x-y$
C. $\frac{x}{y} = \frac{x^2}{y^2}$ D. $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}{x-y}$



10. 分式 $\frac{1}{x+y}$, $\frac{2x}{x^2-y^2}$, $\frac{y}{2(y-x)}$ 的最简公分母是().

- A. $(x^2-y^2)(x-y)$ B. $(x^2-y^2)(x+y)(x-y)$
C. $2(x+y)(x-y)$ D. x^2-y^2

二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

11. x, y 满足关系 _____ 时,分式 $\frac{x-y}{x+y}$ 无意义.

12. $\frac{m^2n+mn^2}{2m^2n^2} = \frac{(\quad)}{2mn}$.

13. $\frac{1}{36-a^2} \times \frac{1}{a^2-6a}$ 的结果是 _____.

14. 方程 $\frac{3-x}{x-4} + \frac{1}{4-x} = 1$ 的解为 _____.

15. 已知 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 5$, 则 $\frac{2a+3ab-2b}{a-2ab-b}$ 的值是 _____.

16. 我国是一个水资源贫乏的国家,每一个公民都应自觉养成节约用水的习惯. 为提高水资源的利用效率,某住宅小区安装了循环用水装置. 经测算,原来 a 天需用水 m 吨,现在这些水可多用 5 天. 现在每天比原来少用水 _____ 吨.

17. 若 $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$, 则 $x + \frac{1}{x} =$ _____.

18. 某商店购进一批服装,每件售价为 120 元,可获利 20%,则这种服装每件的进价为 _____ 元.

三、解答题(共 66 分)

19. $\frac{2a}{a^2-4} + \frac{1}{2-a}$.

20. $(\frac{x}{x-y} - \frac{2y}{x-y}) \cdot \frac{xy}{x-2y} \times (\frac{1}{x} + \frac{1}{y})$.

21. 先化简,再求值. $\frac{x-4}{x^2-1} \div \frac{x^2-3x-4}{x^2+2x+1} + \frac{1}{x-1}$, 其中 $x = 2\sqrt{3} + 1$.

22. 解方程: $\frac{3}{2x-2} + \frac{1}{1-x} = 3$.

23. 解方程: $\frac{1-x}{x-2} = \frac{1}{2-x} - 2$.

24. 比邻而居的蜗牛神和蚂蚁王相约,第二天上午 8 时结伴而行,到相距 16 米的银树下参加探讨环境保护的微型动物首脑会议. 蜗牛神想到“笨鸟先飞”的古训,于是给蚂蚁王留下一纸便条后,提前 2 小时独自先行. 蚂蚁王按既定时间出发,结果它们同时到达. 已知蚂蚁王的速度是蜗牛神的 4 倍,求它们各自的速度.

25. 联系实际编一道关于分式方程 $\frac{10}{x} = \frac{30}{x+6}$ 的应用题,要求表叙完整、条件充分,并写出解答过程.

26. 已知分式方程 $\frac{2x+a}{x-1} = 1$ 的解为非负数,求 a 的范围.

27. 在松花江某处一座桥的维修工程中,拟由甲、乙两个工程队共同完成项目. 从两个工程队的资料可以知道:若两个工程队合作 24 天恰好完成;若两个工程队合作 18 天后,甲工程队再单独做 10 天,也恰好完成. 请问:

(1) 甲、乙两个工程队单独完成该项目各需多少天?

(2) 又已知甲工程队每天的施工费用为 0.6 万元,乙工程队每天的施工费用为 0.35 万元. 要使



该项目总的施工费用不超过 22 万元,则乙工程队最少施工多少天?

28. 已知 $|a-4| + \sqrt{b-9} = 0$, 计算 $\frac{a^2+ab}{b^2} \cdot \frac{a^2-ab}{a^2-b^2}$ 的值.



资源驿站

发现是创新的前提,用归纳方法从具体、特殊的事实中探究其存在的规律,把潜在表面现象中的本质挖掘出来,当规律被找出并给与证明后,即是完成了一个创新的过程. 请同学们在下列习题中大胆地进行探索吧!

1. 由 $\frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, $\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{12} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$, ... 你能总结出 $\frac{1}{n(n+1)}$ 等于多少吗(n 为正整数)? 然后化简 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \dots + \frac{1}{(x+8)(x+9)}$.

分析:可利用已知条件找出式子中的规律,即 $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$. 然后利用这一规律化简、计算即可.

$$\begin{aligned} \text{解: } & \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \dots + \frac{1}{(x+8)(x+9)} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \dots + \frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+9} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+9} \\ &= \frac{9}{x^2+9x}. \end{aligned}$$

2. 我们把分子为 1 的分数叫做单位分数, 如 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$, 任何一个单位分数都可以拆分成两个不同的单位分数的和, 如 $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}, \frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}, \frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20}, \dots$

(1) 根据对上述式子的观察, 你会发现 $\frac{1}{5} = \frac{1}{\square} + \frac{1}{\bigcirc}$. 请写出 $\square, \bigcirc$ 所表示的数;

(2) 进一步思考, 单位分数 $\frac{1}{n}$ (n 是不小于 2 的正整数) $= \frac{1}{\triangle} + \frac{1}{\nabla}$, 请写出 $\triangle, \nabla$ 所表示, 并加以验证.

分析: 认真分析试题的变化规律, 发现等式左边的分母为 n 时, 则等式右边的两个分母分别为 $n+1, n(n+1)$, 于是(1)中的 $\square, \bigcirc$ 所表示的数不难求出, (2)通过分式的通分不难验证发现的规律是正确的.

解: (1) $\square$ 表示的数为 6, $\bigcirc$ 表示的数为 30.

(2) $\triangle$ 表示的式为 $n+1$, ∇ 表示的式为 $n(n+1)$.

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n(n+1)} + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1}{n(n+1)} = \frac{1}{n}, \text{ 即 } \frac{1}{n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}.$$



第十七章 反比例函数

17.1 反比例函数

17.1.1 反比例函数的意义



基础过关

一、选择题

1. 下列关系式中,是反比例函数的是().

A. $y = \frac{k}{x}$

B. $y = \frac{x}{\sqrt{2}}$

C. $y = -\frac{\sqrt{2}}{3x}$

D. $y = \frac{5}{x} - 1$

2. 下列说法中,正确的是().

A. 在 $x+y=4$ 中, y 与 x 成反比例

B. 在 $xy=0$ 中, y 与 x 成反比例

C. 在 $y = \frac{1}{x} + 2$ 中, y 与 x 成反比例

D. 在 $y = -\frac{1}{2x}$ 中, y 与 x 成反比例

3. 已知变量 y 与 x 成反比例,并且当 $x=3$ 时, $y=-6$. 那么当 $y=3$ 时, x 的值是().

A. 6

B. -6

C. 9

D. -9

4. 已知 y 与 $x-1$ 成反比例,当 $x=\frac{1}{2}$ 时, $y=-\frac{1}{3}$,当 $x=2$ 时, y 的值是().

A. 6

B. -6

C. $\frac{1}{6}$

D. $-\frac{1}{6}$

5. 若函数 $y = (m+4)x^{m^2-17}$ 是反比例函数,则().

A. $m=4$

B. $m=-4$

C. $m=\pm 4$

D. $m=\pm 2$

6. 一定质量的干松木,当它的体积 $V=2\text{m}^3$ 时,它的密度 $\rho=0.5\times 10^3\text{kg/m}^3$,则 ρ 与 V 的函数关系式是().

A. $\rho=1000V$

B. $\rho=V+1000$

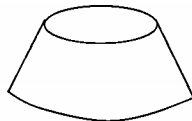
C. $\rho=\frac{500}{V}$

D. $\rho=\frac{1000}{V}$

二、填空题

7. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 经过点 $(-1, 2)$, 则 y 与 x 的函数关系式为_____.

8. 一个圆台形物体的上底面积是下底面积的 $\frac{1}{3}$, 如果如图放在桌上, 对桌面的压强是 200 帕, 翻过来放, 对桌面的压强应是_____帕. (压强 P 、压力 F 与受力面积 S 之间的关系式为 $P = \frac{F}{S}$)



9. 近视眼镜的度数 y (度) 与镜片焦距 x (米) 成反比例, 已知 400 度近视眼镜镜片的焦距为 0.25 米, 则眼镜度数 y 与镜片焦距 x 之间的函数关系式是_____. (不必写出自变量 x 的取值范

围)

10. 若函数 $y=0.5x^{m-3}+2n-1$ 是反比例函数, 则 $y=x^{2n}+2m$ 是_____函数.

11. 已知函数 $y=(m^2-1)x^{m^2-m-1}$, 当 $m=_____$, y 是 x 的反比例函数.

12. 已知反比例函数 $y=\frac{k-2}{x}$, 其中 y 与 x 的符号相同, 则 k 的值可为_____. (写出满足条件的一个 k 值即可)

三、解答题

13. 写出下列各题中的函数关系式, 并指出哪些是反比例函数.

(1) 一个三角形的面积为 18 cm^2 , 它的底 $y(\text{cm})$ 及相应的高 $x(\text{cm})$ 之间的关系;

(2) 当路程 s 是常数(不为零)时, 时间 t 与速度 v 之间的关系;

(3) 学校食堂有大米 2000kg , 这些大米能用的天数 $y(\text{天})$ 与每天平均用大米的质量 $x(\text{kg})$ 之间的关系;

(4) 每个同学购买一本数学书, 书的单价为 12 元, 总金额 $y(\text{元})$ 与学生人数 x 之间的关系;

(5) 设地面的气温是 20°C , 每升高 1 km , 气温下降 6°C , 气温 $t(^\circ\text{C})$ 与高度 $h(\text{km})$ 之间的关系.

14. 已知变量 y 与 x 成反比例, 并且当 $x=3$ 时, $y=7$, 求:

(1) y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 当 $x=2\frac{1}{3}$ 时 y 的值;

(3) 当 $y=3$ 时 y 的值.

15. 已知函数解析式为 $y=(m^2-1)x^{m^2-m-1}$, 当 m 为何值时, y 是 x 的反比例函数?

16. 已知 y 与 x^2 成反比例, 且当 $x=1$ 时, $y=2$, 求 y 与 x 之间的函数解析式.



17. 某工人打算利用一块不锈钢条加工一个面积为 0.8m^2 的矩形模具,假设模具的长和宽分别为 y 与 x .

(1) 你能写出 y 与 x 之间的函数表达式吗? 变量 y 与 x 之间是什么函数关系?

(2) 若想使模具的长比宽多 1.6 米,已知每米这种不锈钢条 6 元钱,则加工这个模具共花了多少钱?

18. 已知 $y = y_1 + y_2$, y_1 与 $x+1$ 成正比例, y_2 与 x 成反比例,且当 $x=1$ 时, $y=0$, 当 $x=4$ 时, $y=9$, 求 y 与 x 之间的函数关系式.



能力提升

19. 舞台灯光可以在很短时间内将阳光灿烂的晴日变成浓云密布的阴天,或由黑夜变成白昼,这样的效果是通过改变电阻来控制电流的变化实现的,因为当电流 I 较小时,灯泡较暗,反之,当电流 I 较大时,灯光较亮,在某一电路中,保持电压不变,电流 $I(\text{A})$ 与电阻 $R(\Omega)$ 成反比例,当电阻 $R=20\Omega$ 时,电流 $I=11\text{A}$.

(1) 求 I 与 R 之间的函数关系式;

(2) 当电流 $I=8\text{A}$ 时,求电阻 R 的值.

20. 已知二氧化碳的密度 $\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$ 与体积 $V(\text{m}^3)$ 的函数关系式是 $\rho = \frac{9.9}{V}$.

(1) 求当 $V=5\text{m}^3$ 时二氧化碳的密度 ρ .

(2) 请写出二氧化碳的密度 ρ 随 V 的增大(或减小)而变化的情况.

21. 已知 $y = y_1 + y_2$, 其中 y_1 与 $\frac{1}{x}$ 成反比例且比例系数为 k_1 , y_2 与 x^2 成正比例且比例系数为 k_2 , 若 $x = -1$ 时, $y = 0$, 试确定 k_1 与 k_2 的关系.

22. 把一张 100 元的新版人民币换成 50 元的人民币, 可得几张? 换成 10 元的人民币可得几张? 依次换成 5 元、2 元、1 元的人民币, 各可得几张? 换得的张数 y 与面值 x 之间有怎样的关系呢?

(1) 填表:

换成的元数 x (元)	50	20	10	5	2	1
换成的张数 y (张)						

(2) 用含有 x 的代数式表示 y ;

(3) 当换成的元数 x 变化时, 换成的张数 y 会怎样变化呢? 变量 x 是 y 的函数吗? 为什么?

23. 某蓄水池的排水管每时排水 8 m^3 , 6 h 可将满池水全部排空.

(1) 蓄水池的容积是多少?

(2) 如果增加排水管, 使每时的排水量达到 $q(\text{m}^3)$, 那么将满池水排空所需的时间 $t(\text{h})$ 将如何变化?

(3) 写出 t 与 q 之间的关系式.

(4) 如果准备在 5 h 内将满池水排空, 那么每时的排水量至少为多少?

(5) 已知排水管的最大排水量为每时 12 m^3 , 那么最少多长时间可将满池水全部排空?

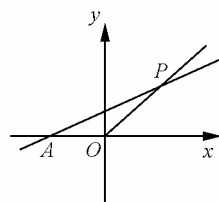




中考视窗



1. (云南) 已知反比例函数的图象经过点 $(2, 3)$, 则这个反比例函数的表达式为_____.
2. (南充) 已知反比例函数的图象经过点 $(3, 2)$ 和 $(m, -2)$, 则 m 的值是_____.
3. (福州) 反比例函数 $y = \frac{n+5}{x}$ 的图象经过点 $(2, 3)$, 则 n 的值是().
A. -2 B. -1 C. 0 D. 1
4. (柳州、北海) 如图所示, 一次函数 $y = x$, $y = \frac{1}{2}x + 1$ 的图象上都经过点 P .



- (1) 求图象经过点 P 的反比例函数的表达式.
- (2) 试判断点 $(-3, -1)$ 是否在所求得的反比例函数的图象上.

17.1.2 反比例函数的图象和性质

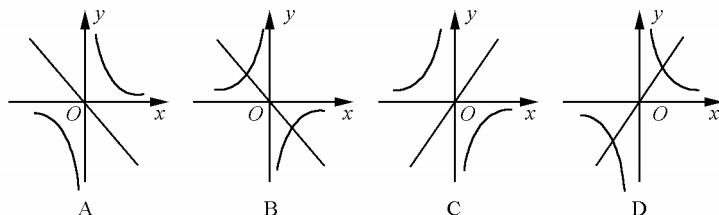


基础过关



一、选择题

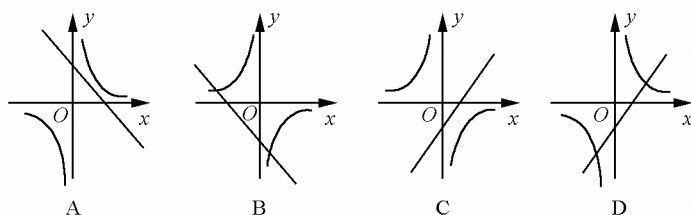
1. 如图, $y = kx$ 与 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 在同一坐标系中的图象为().



2. 函数 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象与 x 轴的交点的个数为().
A. 无数个 B. 1 个 C. 2 个 D. 0 个
3. 若已知点 $(-2, y_1)$, $(-1, y_2)$, $(1, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上, 则下列结论正确的是().
A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_2 > y_1 > y_3$ C. $y_3 > y_1 > y_2$ D. $y_3 > y_2 > y_1$



4. 已知一次函数 $y=kx-2$, y 随 x 增大而减小, 那么反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ().
- A. 当 $x>0$ 时, $y>0$ B. 在每个象限内, y 随 x 增大而减小
- C. 图象在第一、三象限 D. 图象在第二、四象限
5. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象在第一、二、四象限, 则函数 $y=\frac{kb}{x}$ 的图象在 ().
- A. 第一、三象限 B. 第二、四象限 C. 第一、二象限 D. 第三、四象限
6. 已知 $y=(n-1)x^n$ 是反比例函数, 则它的图象在 ().
- A. 第一、三象限 B. 第二、四象限 C. 第一、二象限 D. 第三、四象限
7. 如图, $y=k(x+1)$ 与 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$) 在同一坐标系中的图象为 ().



二、填空题

8. 函数 $y=-\frac{-5}{x}$ 的图象是 _____, 当 $x<0$ 时, 这部分图象在第 _____ 象限.
9. 反比例函数 $y=-\frac{3}{x}$ 中, 如果自变量 x 逐渐增大, y 的值随着逐渐 _____, 反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 中, 如果自变量 x 逐渐增大, y 的值随着逐渐 _____.
10. 已知反比例函数 $y=\frac{3-k}{x}$ 中, 如果自变量 x 逐渐增大时, y 的值随着逐渐减小, 那么 k 的取值范围是 _____.
11. 若反比例函数 $y=\frac{1+b}{x}$ 的图象在第一、三象限, 则 b 的取值范围是 _____.
12. 已知点 $A(-2, y_1)$ 、 $B(1, y_2)$ 、 $C(2, y_3)$ 在反比例函数 $y=\frac{-a^2-1}{x}$ (a 为常数) 的图象上, 则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系为 _____.
13. 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象在第二、四象限, 则一次函数 $y=kx-5$ 的图象不经过第 _____ 象限.

三、解答题

14. 已知点 $(1, -1)$ 、 $(a, 2)$ 、 $(-\frac{1}{2}, b)$ 都在同一个反比例函数的图象上, 求 a 、 b 的值.
15. (1) 如果反比例函数 $y=\frac{1-2m}{x}$ 的图象在第二、四象限, 求 m 的取值范围.



(2) 已知 $y = (m-1)x^{m^2-5}$ 为反比例函数, 且在每个象限内 y 随 x 的增大而增大, 求 m 的值.

16. 已知 $y = (k + \frac{1}{2})x^{k^2-2}$ 为反比例函数, 且它的图象在第二、四象限, 求 k 的值.

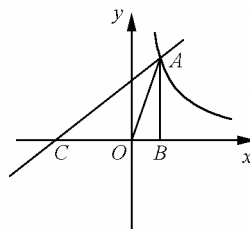
17. 已知一次函数 $y = 3x - 2k$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k-3}{x}$ 的图象相交, 其中一个交点的纵坐标为 6, 求一次函数的图象与 x 轴、 y 轴的交点坐标.

18. 已知一次函数 $y = 3x + k$ 与反比例函数 $y = \frac{k-3}{x}$ 当 $x = \frac{1}{3}$ 时的函数值相等.

(1) 求这两个函数的解析式;

(2) 在坐标系中画出它们的图象(可不列表).

19. 如图所示, $\text{Rt}\triangle AOB$ 的顶点 $A(a, b)$ 是直线 $y = x + m$ 与双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 在第一象限内的交点, 已知 $\triangle AOB$ 的面积为 3, 试求一次函数与反比例函数的解析式.





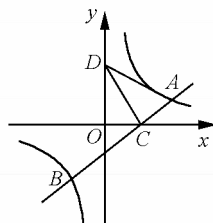
能力提升



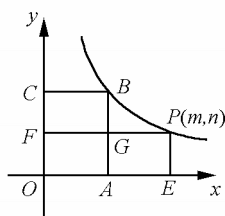
20. 在平面直角坐标系中,横、纵坐标均为整数的点,称为整点,已知双曲线 $y = \frac{2}{x}$.

- (1) 求该双曲线上的整点;
- (2) 顺次连接这些整点,可得到何种特殊的四边形?

21. 如图所示,已知点 $A(4, m)$ 、 $B(-1, n)$ 在反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ 的图象上,直线 AB 与 x 轴交于点 C ,如果点 D 在 y 轴上,且 $DA = DC$,求点 D 的坐标.



22. 如图所示,已知正方形 $OABC$ 的面积为 9,点 O 为坐标原点,点 A 在 x 轴上,点 C 在 y 轴上,点 B 在函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 的图象上,点 $P(m, n)$ 是函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 的图象上的任意一点,过点 P 作 x 轴、 y 轴的垂线,垂足分别为 E 、 F ,并设矩形 $OEPF$ 和正方形 $OABC$ 不重合部分的面积和为 S .



- (1) 求 B 点坐标及 k 的值;
- (2) 当 $S = \frac{9}{2}$ 时,求 P 点坐标;
- (3) 写出 S 关于 m 的函数关系式.

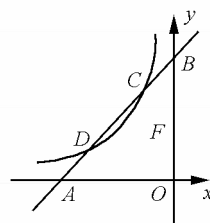


23. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{2x}$ 和一次函数 $y = 2x - 1$, 一次函数的图象经过 (a, b) 、 $(a+1, b+k)$ 两点.

- (1) 求反比例函数的解析式;
- (2) 已知点 A 在第一象限, 且同时在上述两个函数图象上, 求 A 点的坐标.

24. 如图所示, 已知直线 $y_1 = x + m$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B , 与双曲线 $y_2 = \frac{k}{x} (x < 0)$ 分别交于点 C 、 D , 且点 C 的坐标为 $(-1, 2)$.

- (1) 分别求出直线 AB 及双曲线的解析式;
- (2) 求出点 D 的坐标;
- (3) 利用图象直接写出当 x 在什么范围内取值时 $y_1 > y_2$.



25. 设函数 $y = (m+1)x^{3m-10}$.

- (1) m 为何值时, 它是反比例函数?
- (2) 它的图象在第几象限内? y 随 x 的增大而增大还是减小?
- (3) 作出当 $1 \leq x \leq 4$ 时函数的图象.
- (4) 当 $1 \leq x \leq 4$ 时, 求 y 的最大值和最小值.

26. 已知点 $A(0, 2)$ 、点 $B(0, -2)$ 、点 P 在函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上, 如果 $\triangle PAB$ 的面积是 6, 求 P 点的坐标.



中考视窗

1. (旅顺口) 如图是一次函数 $y_1 = kx + b$ 和反比例函数 $y_2 = \frac{m}{x}$ 的图象, 观察图象写出 $y_1 > y_2$ 时, x 的取值范围是_____.

2. (聊城) 已知点 $A(-3, a)$ 、 $B(-1, b)$ 、 $C(3, c)$ 都在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上, 则 a, b, c 的大小关系为().

A. $a > b > c$

B. $c > b > a$

C. $b > c > a$

D. $c > a > b$

3. (淮安) 正比例函数与反比例函数的图象都经过点 $(1, 4)$, 在第一象限内正比例函数的图象在反比例函数图象上方的自变量 x 的取值范围是().

A. $x > 1$

B. $0 < x < 1$

C. $x > 4$

D. $0 < x < 4$

4. (临沂) 如图点 A 是反比例函数图象上的一点, 自点 A 向 y 轴作垂线, 垂足为 T , 已知 $\triangle AOT$ 的面积为 4, 则此函数的表达式为().

A. $y = -\frac{4}{x}$

B. $y = \frac{8}{x}$

C. $y = -\frac{16}{x}$

D. $y = -\frac{8}{x}$

5. (威海) 如图, 直线 $y = mx$ 与 x 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于点 A, B . 过点 A 作 $\perp x$ 轴, 垂足为点 M , 连接 BM . 若 $\triangle ABM$ 的面积为 1, 则 k 的值是().

A. 1

B. $m - 1$

C. 2

D. m

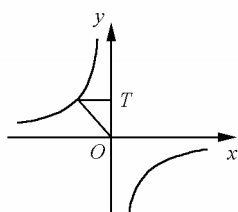
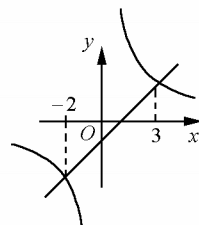
6. (潍坊) 如图, 设 P 是函数 $y = \frac{4}{x}$ 在第一象限的图象上任意一点, 点 P 关于原点的对称点为 P' , 过 P 作 PA 平行于 y 轴, 过 P' 作 $P'A$ 平行于 x 轴, PA 与 $P'A$ 交于 A 点, 则 $\triangle PAP'$ 的面积().

A. 等于 2

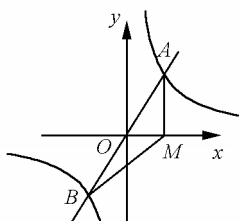
B. 等于 4

C. 等于 8

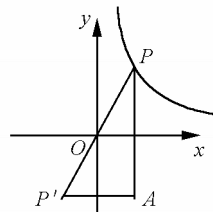
D. 随 P 点的变化而变化.



4 题图



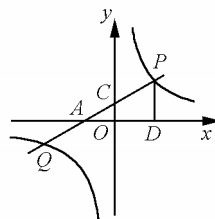
5 题图



6 题图



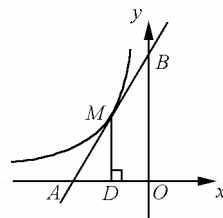
7. (咸宁) 如右图, 直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 分别交 x 轴、 y 轴于点 A 、 C , 点 P 是直线 AC 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内的交点, $PB \perp x$ 轴, 垂足为点 B , $\triangle APB$ 的面积为 4.



(1) 求点 P 的坐标;

(2) 求双曲线的解析式及直线与双曲线另一交点 Q 的坐标.

8. (达州) 如右图, 直线 $y = k_1x + b$ 与双曲线 $y = \frac{k_2}{x}$ 只有一个交点 $M(-2, 4)$, 且直线与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, MD 垂直平分线段 OA , 垂足为 D , 试分别求出直线、双曲线所对应的函数关系式.



9. (北京) 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象与 $y = \frac{3}{x}$ 的图象关于 x 轴对称, 又与直线 $y = ax + 2$ 交于点 $A(m, 3)$, 试确定 a 的值.

17.2 实际问题与反比例函数



基础过关

一、选择题

1. 下列关系中是反比例关系的是().

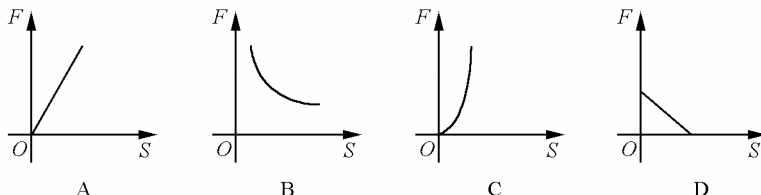
- A. 长方形周长固定, 宽与长的函数关系
C. 正方形的体积与棱长

- B. 速度固定, 路程与时间的关系
D. 平行四边形面积固定, 底与高的关系

2. 某工厂现有材料 100 吨, 平均每天用去 x 吨, 这批原材料可以用 y 天, 则 y 与 x 之间的函数关系式为().

- A. $y=100x$ B. $y=\frac{100}{x}$ C. $y=100-\frac{100}{x}$ D. $y=100-x$

3. 已知力 F 所做的功是 15 焦, 则力 F 与物体在力的方向上通过的距离 S 的图象大致是().



4. 某闭合电路中, 电源的电压为定值, 电流 $I(\text{A})$ 与电阻 $R(\Omega)$ 成反比例, 如图所示表示的是该电路中电流 I 与电阻 R 之间关系的图象, 利用电阻 R 表示电流 I 的函数关系式为().

- A. $I=\frac{2}{R}$ B. $I=\frac{3}{R}$ C. $I=\frac{6}{R}$ D. $I=-\frac{6}{R}$

5. 某气球内充满了一定质量的气体, 当温度不变时, 气球内气体的气压 $P(\text{kPa})$ 是气体体积 $V(\text{m}^3)$ 的反比例函数, 图象如图所示, 当气球内的气压大于 140kPa 时, 气球将发生爆炸, 为了安全起见, 气体体积应().

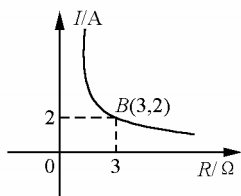
- A. 不大于 $\frac{24}{35} \text{m}^3$ B. 不小于 $\frac{24}{35} \text{m}^3$
C. 不大于 $\frac{24}{37} \text{m}^3$ D. 不小于 $\frac{24}{37} \text{m}^3$

6. 如图, A, B 是函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上关于原点 O 的任意一对对称点, AC 平行于 y 轴, BC 平行于 x 轴, $\triangle ABC$ 的面积是 S , 则().

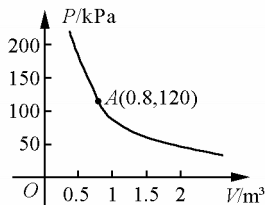
- A. $S=1$ B. $S=2$
C. $1<S<2$ D. $S>2$

7. 如图, 一次函数与反比例函数的图象相交于 A, B 两点, 则图中使反比例函数的值小于一次函数的值的 x 的取值范围是().

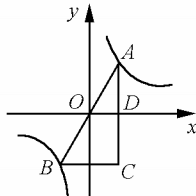
- A. $x<-1$ B. $-1< x < 0$, 或 $x>2$
C. $x>2$ D. $x<-1$, 或 $0< x < 2$



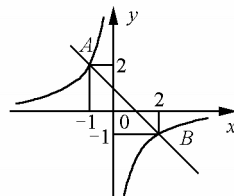
4 题图



5 题图



6 题图



7 题图

二、填空题

8. A, B 两地路程为 100 千米, 写出行驶速度 v (千米/时) 与时间 t (小时) 的函数关系式

9. 圆柱体积为 5 米^3 , 那么底面积 $s(\text{米}^2)$ 与高 $h(\text{米})$ 的函数关系式是_____.

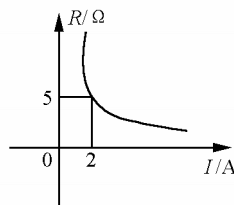
10. 如图, 在某一电路中, 保持电压不变, 电流 $I(\text{A})$ 与电阻 $R(\Omega)$ 成反比例函数关系, 则这一电路的电压为_____伏.

11. 某商场开展分期付款买电脑活动, 一台电脑的售价是 1.2 万元, 前期付款 4 千元, 以后每月付一定数目的钱, 则每个月应付的钱数 $y(\text{元})$ 与付款月份 x 的函数关系式是_____.

12. 梯形的面积是 60, 上底与下底的比是 1:3, 若下底长为 x , 梯形的高为 y , 则 y 与 x 的关系式是_____.

13. 圆锥的底面半径为 30 厘米时, 它的体积 $V(\text{cm}^3)$ 与高 $h(\text{cm})$ 的函数关系式是_____.

14. 某小区共划去 136 米^2 的土地修建四个完全相同的长方形花池, 如果每个花池的一组邻边长分别是 x 米, y 米, 则 y 与 x 的关系式是_____.



10 题图

三、解答题

15. 水池内装有 12 m^3 的水, 如果从排水管中每小时流出 $x \text{ m}^3$ 的水, 则经过 y 小时就可以把水放完.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 画出函数的图象;

(3) 当 $x=6$ 时, 求 y 的值.

16. 某食堂存煤 120 吨.

(1) 可以使用的天数 t 与平均每天用煤量 $Q(\text{千克})$ 有怎样的函数关系?

(2) 每天用煤 300 千克, 预计可以使用多少天?

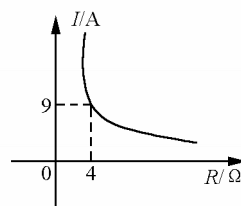
(3) 在(2)中使用了 20 天后, 由于用餐人数增加, 每天的用煤量增加 100 千克, 这些煤总共可使用多少天?

17. 蓄电池的电压为定值,使用此电源时,电流 $I(\text{A})$ 与电阻 $R(\Omega)$ 之间的函数关系式如图所示,

(1)通过图象你能得到什么信息?

(2)蓄电池的电压是多少?你能写出这一函数的表达式吗?电流是电阻的反比例函数吗?

(3)完成下表,如果以此蓄电池为电源,用电器电流不得超过 18A ,那么用电器的可变电阻应控制在什么范围内?



R/Ω	3	4	5	6	7	8	9	10
I/A								

18. 一定质量的氧气,它的密度 $\rho(\text{kg}/\text{m}^3)$ 是它的体积 $V(\text{m}^3)$ 的反比例函数,当 $y=10\text{ m}^3$ 时, $\rho=1.43\text{ kg}/\text{m}^3$.

(1)求 ρ 与 V 之间的函数关系式;

(2)求当 $V=2\text{ m}^3$ 时氧气的密度 ρ .

19. 某煤气公司要在地下修建一个容积为 10^4 m^3 的圆柱形煤气储存室.

(1)储存室的底面积 $S(\text{m}^2)$ 与其深度 $d(\text{m})$ 有怎样的函数关系?

(2)公司决定把储存室的底面积 S 定为 500 m^2 ,施工队施工时应该向下挖多深?

(3)当施工队按(2)中的计划挖到地下 15 m 时,碰到了坚硬的岩石,为了节约资金,公司临时改变计划,把储存室的深度改为 15 m ,相应地储存室的底面积应改为多少才能满足需要?(结果保留两位小数,圆柱体体积=圆柱的底面积 $\times$ 圆柱的高,容积即体积)





能力提升



20. 某地上年度电价为 0.8 元/度, 年用电量为 1 亿度. 某年度计划将电价调至 0.55~0.75 元之间, 经过测算, 若电价调至 x 元, 则该年度的新增用电量 y (亿度) 与 $(x-0.4)$ 元成反比例; 又当 $x=0.65$ 时, $y=0.8$, 求 y 与 x 的关系式.

21. 某工程需要土石总量为 10^6 米³.

(1) 某运输公司平均每天的工作量 v (米³/天) 与完成任务所需时间 x (天) 的关系式是什么函数?

(2) 该公司共有 100 辆卡车, 每天一共可以运送土石方 10^4 立方米, 则该公司完成全部的运输任务需要多长时间?

(3) 当公司以(2)问中的速度工作了 40 天, 由于工作需要, 剩下的运输任务必须在 50 天内完成, 则公司至少要在增加多少量卡车才能按时完成任务? (结果精确到个位)

22. 一个长方体的体积为 100 cm^3 , 它的长是 $y \text{ cm}$, 宽为 5 cm , 高为 $x \text{ cm}$.

(1) 写出用高表示长的函数关系式;

(2) 出自变量的取值范围;

(3) 当 $x=3$ 时, 求 y 的值;

(4) 画出该函数的图象.

23. 我校科技小组进行野外考察, 途中遇到一片十几米宽的烂泥湿地, 为了安全迅速地通过这片湿地, 他们沿着前进路线铺垫了若干块木板, 构筑成一条临时通道, 从而顺利完成任务.

(1) 当人和木板对湿地的压力一定时, 随着木板面积 S (米²) 的变化, 人和木板对湿地地面的压强 P (Pa) 将如何变化?

(2) 如果人和木板对湿地地面的压力合计为 600 N, 那么①用含 S 的代数式表示 P (kPa), P 是



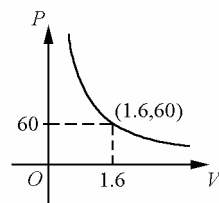
S 的反比例函数吗？为什么？②当木板面积为 0.2 m^2 时，压强是多少？③如果压强不超过 6000 Pa ，木板面积至少要多少？



中考视窗

1. (青岛)某气球内充满了一定质量的气体，当温度不变时，气球内气体的气压 $P(\text{kPa})$ 是气体体积 $V(\text{m}^3)$ 的反比例函数，其图象如图所示，当气球内的气压大于 120 kPa 时，气球将爆炸. 为了安全起见，气球的体积应 ().

- A. 不小于 $\frac{5}{4} \text{ m}^3$ B. 小于 $\frac{5}{4} \text{ m}^3$ C. 不小于 $\frac{4}{5} \text{ m}^3$ D. 小于 $\frac{4}{5} \text{ m}^3$



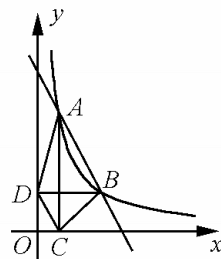
2. (辽宁十二市)某服装厂承揽一项产生夏凉小衫 1600 件的任务，计划用 $t(t > 4)$ 天完成.

(1) 写出每天生产夏凉小衫 w (件) 与生产时间 t (天) 之间的函数关系；

(2) 由于气温提前升高，商家与服装厂商议调整计划，决定提前 4 天交货，那么服装厂每天要多做多少件夏凉小衫才能完成任务？

3. (上海)如图，在直角坐标平面内，函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0, m \text{ 是常数})$ 的图象经过点 $(1, 4)$ 、 $B(a, b)$ ，其中 $a > 1$ ，过点 A 作 x 轴垂线，垂足为 C ，过点 B 作 y 轴垂线，垂足为 D ，连接 AD 、 DC 、 CB .

- (1) 若 $\triangle ABD$ 的面积为 4，求点 B 的坐标；
 (2) 连接 AC 、 BD 相交于点 E ，求证 $DC \parallel AB$ ；
 (3) 当 $AD = BC$ 时，求直线 AB 的函数解析式.





阶段评价(一)

一、选择题(每题3分,共30分)

1. 下列函数中,是反比例函数的是().

- A. $y = -2x$ B. $y = -\frac{k}{x}$ C. $y = -\frac{2}{x}$ D. $y = -\frac{x}{2}$

2. 下列各点在双曲线 $y = -\frac{2}{x}$ 上的是().

- A. $(-\frac{4}{3}, -\frac{3}{2})$ B. $(-\frac{4}{3}, \frac{3}{2})$ C. $(\frac{3}{4}, -\frac{4}{3})$ D. $(\frac{3}{4}, \frac{8}{5})$

3. 若点 (a, a) 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,则 k 的取值范围是().

- A. $k < 0$ B. $k = 0$ C. $k > 0$ D. 无法判断

4. 已知 $y = (a-1)x^a$ 是反比例函数,则它的图像在().

- A. 第一、三象限 B. 第二、四象限 C. 第一、二象限 D. 第三、四象限

5. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$,当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大,则一次函数 $y = kx + k$ 的图象不经过().

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

6. 已知点 $P(m, n)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象上,则在此函数图象上的点还有().

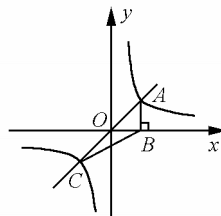
- A. $(-m, n)$ B. $(m, -n)$ C. $(-m, -n)$ D. $(0, 0)$

7. 对于函数 $y = \frac{2}{-3x}$,下列说法不正确的是().

- A. 这是一个 y 关于 x 的反比例函数 B. $x > 0$, y 随 x 的增大而增大
C. 函数图象所在的每一个象限内, y 随 x 的增大而增大
D. $x = 0$, y 随 x 的增大而减小

8. 如图所示,正比例函数 $y = kx (k > 0)$ 与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象交于 A、C 两点,过 A 作 $AB \perp x$ 轴于 B,连接 BC,则 $\triangle ABC$ 的面积 S 的值为().

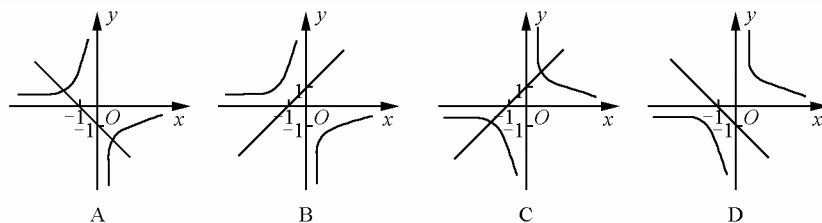
- A. 2 B. 4
C. 8 D. 不能确定



9. 若点 $(-2, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(1, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{a^2+1}{x}$ 的图象上,则下列结论正确的是().

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_3 > y_1 > y_2$ C. $y_2 > y_1 > y_3$ D. $y_3 > y_2 > y_1$

10. 如图所示,反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 与一次函数 $y = k(x+1) (k \neq 0, k \neq 1)$ 在同一坐标系中的图象只可能是().



二、填空题(每题 3 分,共 24 分)

11. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与正比例函数 $y = \frac{1}{3}x$ 的图象都经过点 $A(m, 1)$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$, $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 如果反比例函数的图象经过点 $(1, -2)$, 那么这个反比例函数的解析式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象经过点 $(a, -a)$, 那么 k $\underline{\hspace{2cm}}$ (填“ $>$ ”或“ $<$ ”)0.

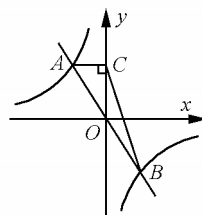
14. 若 $M(2, 2)$ 和 $N(b, -1 - n^2)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上的两点, 则一次函数 $y = kx + b$ 的图象不经过第 $\underline{\hspace{2cm}}$ 象限.

15. 当 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数 $y = (m+1)x^{m^2-2}$ 是反比例函数.

16. 如果一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过第一、三、四象限, 那么反比例函数 $y = \frac{kb}{x}$ 的图象位于第 $\underline{\hspace{2cm}}$ 象限内.

17. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y = 2x + k$ 的图象的一个交点的纵坐标是 -4 , 则 k 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 如图所示, 函数 $y = -kx$ ($k \neq 0$) 与 $y = \frac{-4}{x}$ 的图象交于 A, B 两点, 过点 A 作 AC 垂直于 y 轴, 垂足为点 C , 则 $\triangle BOC$ 的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题(共 66 分)

19. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $A(2, 3)$.

(1) 求这个函数的解析式.

(2) 请判断点 $B(-1, -6)$ 是否在这个反比例函数的图象上, 并说明理由.

20. 某物体的质量 m 一定, 若体积 $V = 40 \text{ m}^3$, 则密度 $\rho = 1.6 \text{ kg/m}^3$.

(1) 写出此物体的体积 V 与密度 ρ 之间的函数关系式, 并画出它的图象.

(2) 当物体密度为 $\rho = 3.2 \text{ kg/m}^3$ 时, 它的体积 V 是多少?



(3) 为了让该物体的体积控制在 $4 \sim 80 \text{ m}^3$ 之间, 该物体的密度是如何变化的?

21. 已知函数 $y = (m+3)x^{m^2-10}$.

(1) m 为何值时, 此函数是反比例函数.

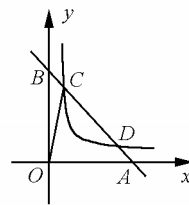
(2) 它的图象在哪几个象限内? y 随 x 的增大而增大还是增大而减小?

(3) 当 $-3 \leq x \leq -\frac{1}{2}$ 时, 求此函数的最大值和最小值.

22. 如图所示, 双曲线 $y = \frac{5}{x}$ 上有一点 $C(1, 5)$, 过点 C 的直线 $y = -kx + b$ 与 x 轴交于点 $A(a, 0)$.

(1) 求点 A 的横坐标 a 与 k 之间的函数关系式. (不写自变量的取值范围)

(2) 当该直线与双曲线在第一象限的另一个交点 D 的横坐标为 9 时, 求 $S_{\triangle AOC}$.



23. 已知反比例函数 $y = \frac{k+5}{x}$ 与一次函数 $y = 2x - k$ 的图象相交, 其中有一个交点的纵坐标为 -4 , 求这两个函数的表达式.

24. 某一电路中,保持电压不变,电流 $I(\text{A})$ 与电阻 $R(\Omega)$ 成反比例函数关系,当电阻 $R=5$ 时,电流 $I=2$.

- (1) 求 I 与 R 之间的函数关系式.
- (2) 当电流 $I=0.5$ 时,求电阻 R 的值.

25. 一辆汽车往返于甲、乙两地之间,如果汽车以 50 千米/时的平均速度从甲地出发,经过 6 小时可到达乙地.

- (1) 甲、乙两地相距多少千米?
- (2) 如果汽车把速度 v (千米/时) 提高,那么从甲地到乙地所用的时间 t (小时) 将怎样变化?
- (3) 写出 t 与 v 之间的函数关系式.
- (4) 由于某种原因,这辆汽车需在 5 小时内从甲地到达乙地,则此时汽车的平均速度至少应是多少?
- (5) 已知汽车的平均速度最大可以达到 80 千米/时,那么它从甲地到乙地最快需要多长时间?

26. 码头工人以每天 30 吨的速度往一艘船上装载货物,装载完毕恰好用了 8 天时间.

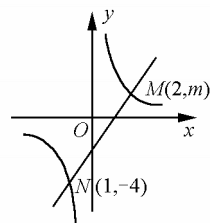
- (1) 轮船到达目的地后开始卸货,卸货速度 v (单位:吨/天) 与卸货时间 t (单位:天) 之间有怎样的函数关系?
- (2) 由于遇到紧急情况,船上的货物必须在不超过 5 天内卸载完毕,那么平均每天至少要卸多少吨货物?

27. 如图,一次函数 $y=ax+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象交于 M 、 N 两点.

- (1) 求一次函数与反比例函数的解析式.



(2) 根据图象写出使反比例函数的值大于一次函数的值的 x 的取值范围.



28. 某厂从 2005 年起开始投入技术改进资金, 经技术改进后, 其产品的生产成本不断降低, 具体数据如下表:

年度	2005	2006	2007	2008
投入技改资金 x (万元)	2.5	3	4	4.5
产品成本 y (万元/件)	7.2	6	4.5	4

(1) 请你认真分析表中数据, 从你学习过的函数中确定哪种函数能表明其变化规律, 说明确定是这种函数而不是其他函数的理由, 并求出它的解析式.

(2) 按照这种变化规律, 若 2009 年已投入技术改进资金 5 万元. ① 预计生产成本每件比 2008 年降低多少万元? ② 如果打算在 2005 年把每件产品成本降低到 3.2 万元, 则还需要投入技术改进资金多少万元? (结果精确到 0.01 万元)



一、选择题(每小题 3 分, 共 30 分)

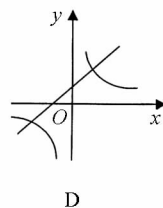
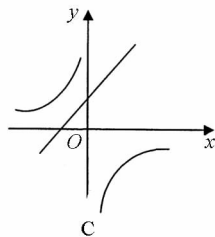
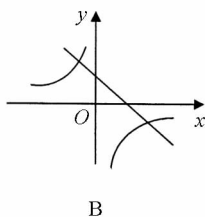
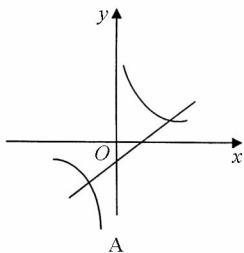
1. 下列函数中, y 是 x 的反比例函数的是().

- A. $y = -\frac{1}{2x}$ B. $y = -\frac{1}{x^2}$ C. $y = \frac{1}{x+1}$ D. $y = 1 - \frac{1}{x}$

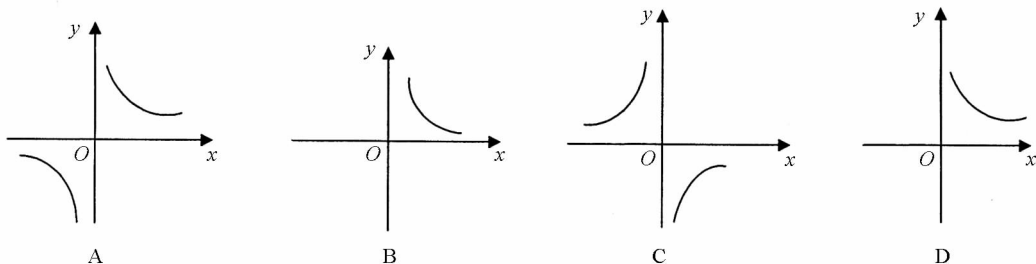
2. 已知 y 与 x 成正比例, z 与 y 成反比例, 那么 z 与 x 之间的关系是().

- A. 成正比例 B. 成反比例
C. 有可能成正比例, 也有可能成反比例 D. 无法确定

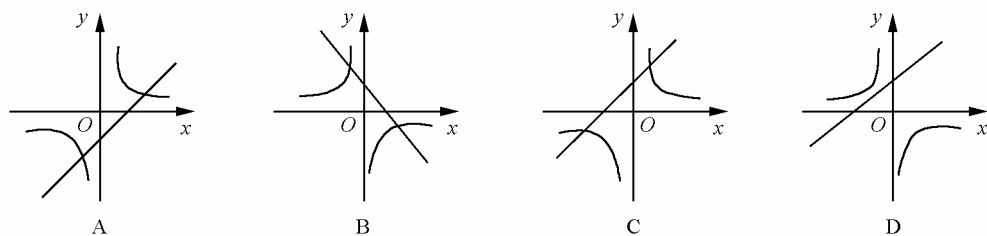
3. 如图, 函数 $y = k(x+1)$ 与 $y = \frac{1}{x}$ 在同一坐标系中, 图象只能是下图中的().



4. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 的图像上有两点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$, 且 $x_1 < x_2$, 则 $y_1 - y_2$ 的值是().
- A. 正数 B. 负数 C. 非正数 D. 不能确定
5. 三角形的面积为 4cm^2 , 底边上的高 $y(\text{m})$ 与底边 $x(\text{cm})$ 之间的函数关系图象大致应为().



6. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(1, 2)$, 则函数 $y = kx$ 可为().
- A. $y = -2x$ B. $y = -\frac{1}{2}x$ C. $y = \frac{1}{2}x$ D. $y = 2x$
7. 对于反比例函数 $y = \frac{2}{x}$, 下列说法不正确的是().
- A. 点 $(-2, -1)$ 在它的图象上 B. 它的图象在第一、三象限
- C. 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大 D. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减少
8. 已知 $(-2, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(1, y_3)$ 在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上, 则下列结论正确的是().
- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_3 < y_1 < y_2$ C. $y_1 > y_2 > y_3$ D. $y_1 < y_3 < y_2$
9. 函数 $y = kx + k$ 与 $y = \frac{k}{x}$ 在同一坐标系中的图象大致是().



10. 已知函数 $y = -\frac{5}{x}$ 经过点 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$, 如果 $y_1 < y_2 < 0$, 那么().
- A. $x_2 < x_1 < 0$ B. $x_1 < x_2 < 0$ C. $x_1 > x_2 > 0$ D. $x_2 > x_1 > 0$

二、填空题(每小题 3 分, 共 24 分)

11. 某奶粉生产厂要制造一种容积为 2 升(1 升 = 1 立方分米)的圆柱形桶, 桶的底面积 S 与桶高 h 有怎样的函数关系式_____.
12. 一水桶的下底面积是盖面积的 2 倍, 如果将其底朝下放在桌上, 它对桌面的压强是 600Pa, 翻过来放, 对桌面的压强是_____.



13. 设有反比例函数 $y = \frac{k+1}{x}$, (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 为其图象上两点, 若 $x_1 < 0 < x_2$, $y_1 > y_2$, 则 k 的取值范围_____.

14. 直线 $y = kx + b$ 过第一、三、四象限, 则函数 $y = \frac{b}{kx}$ 的图象在_____象限, 并且在每一象限内 y 随 x 的增大而_____.

15. 如图所示是三个反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$, $y = \frac{k_2}{x}$, $y = \frac{k_3}{x}$ 的图象, 由此观察 k_1 、 k_2 、 k_3 的大小关系是_____ (用“<”连接).

16. 若反比例函数的图象经过点 $(2, -2)$ 、 $(m, 1)$, 则 $m =$ _____.

17. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y = 2x + k$ 的图象的一个交点的纵坐标是 -4 , 则 k 的值是_____.

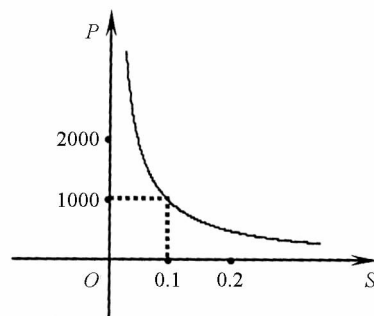
18. 函数 $y = -kx (k \neq 0)$ 与 $y = \frac{-4}{x}$ 的图象交于 A 、 B 两点, 过点 A 作 AC 垂直于 y 轴, 垂足为点 C , 则 $\triangle BOC$ 的面积为_____.

三、解答题

19. 已知变量 y 与 $(x+1)$ 成反比例, 且当 $x=2$ 时 $y=-1$, 求 y 和 x 之间的函数关系.

20. 在压力 F 不变的情况下, 某物体所承受的压强 P (Pa) 是它的受力面积 S (m^2) 的反比例函数, 其图象如图所示.

- (1) 求 P 与 S 之间的函数关系式;
- (2) 求当 $S=0.5 \text{ m}^2$ 时物体承受的压强 P .



21. 某空调厂的装备车间计划组装 9000 台空调.

(1) 从组装空调开始, 每天组装的台数 m (单位: 台/天) 与生产的时间 t (单位: 天) 之间有怎样的函数关系?

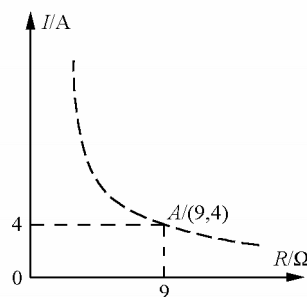
(2)原计划用 2 个月时间(每月以 30 天计算)完成,由于气温提前升高,厂家决定将这批空调提前 10 天上市,那么装备车间每天至少要组装多少台空调?

22. 蓄电池的电压为定值,使用此电源时,电流 $I(\text{A})$ 与电阻 $R(\Omega)$ 之间的函数关系如图所示.

(1)蓄电池的电压是多少?请写出这一函数的表达式.

(2)完成下表,并回答问题:如果以此蓄电池为电源的用电器限制电流不得超过 10A,那么用电器的可变电阻应控制在什么范围内?

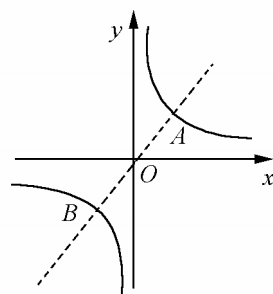
R/Ω	3	4	5	6	7	8	9	10
I/A								



23. 如图,正比例函数 $y=k_1x$ 的图像与反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图像相交于 A 、 B 两点,其中点 A 的坐标为 $(\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$,

(1)分别写出这两个函数的表达式;

(2)求出点 B 的坐标.



24. 已知 $A(m+3, 2)$ 和 $B(3, \frac{m}{3})$ 是同一个反比例图象上的两个点.

(1)求 m 的值;

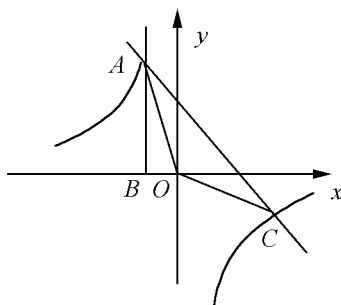
(2)作这个反比例函数的图象;

(3)将 A 、 B 两点标在函数图象上.



25. 如图 $\text{Rt} \triangle ABO$ 的顶点 A 是双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 与 $y = -x - (k+1)$ 在第二象限的交点, $AB \perp x$ 轴于 B 且 $S_{\triangle ABO} = \frac{3}{2}$.

- (1) 求这两个函数的关系式;
- (2) 求直线与双曲线的两个交点 A, C 的坐标和 $\triangle AOC$ 的面积.

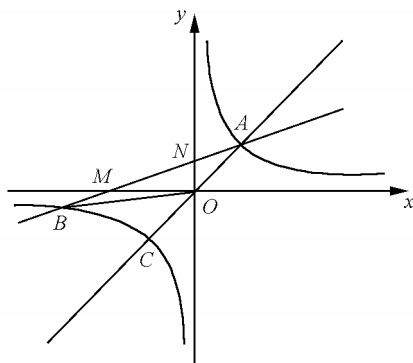


26. 已知函数 $y = (m+3)x^{m^2-10}$.

- (1) m 为何值时, 此函数是反比例函数?
- (2) 它的图象在哪几个象限内? y 随 x 的增大是增大还是减小?
- (3) 当 $-3 \leq x \leq -\frac{1}{2}$ 时, 求此函数的最大值和最小值.

27. 如图, 已知一次函数 $y = \frac{1}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 的图象与坐标轴分别交于点 M, N 两点, 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 $A(m, \sqrt{3}), B(-3\sqrt{3}, n)$ 两点.

- (1) 求反比例函数的解析式;
- (2) 求 $\triangle AOB$ 的面积;
- (3) 设直线 OA 与比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的另一交点 C , 在坐标轴上是否存在点 P 使 $\triangle COP \cong \triangle AON$? 如果存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.





资源驿站

“三等分角”是数学史上的一个著名问题,但仅用尺规不可能解决“三等分角”,下面是数学家帕普斯借助函数给出的一种“三等份锐角”的方法.将给定的锐角 $\angle AOB$ 置于直角坐标系中,边 OB 在 x 轴上,边 OA 与函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象交于点 P ,以 P 为圆心,以 $2OP$ 为半径作弧交图象于点 R ,分别过点 P 和点 R 点作 x 轴和 y 轴的平行线,两直线相交于点 M ,连接 OM 得到 $\angle MOB$,则 $\angle MOB = 1/3 \angle AOB$,要明白帕普斯的方法,请研究以下问题:

1. 设 $P[a, 1/a], R[b, 1/b]$,求直线 OM 对应的函数表达式[请用含 x 的代数式来表示].

2. 分别过点 P 和 R 做 y 轴和 x 轴的平行线,两直线相交于点 Q ,请说明 Q 点在直线 OM 上,并据此证明 $\angle MOB = 1/3 \angle AOB$.

3 用上述方法得到的结论,你如何三等分一个钝角?请用文字表明.

解:(1)设直线 OM 的函数关系式为 $y = kx$, $P(a, 1/a), R(b, 1/b)$,则 $M(b, 1/a)$, $\therefore k = (1/a)/b = 1/(ab)$, $\therefore$ 直线 OM 的函数关系式为 $y = x/(ab)$.

(2) $\because Q(a, 1/b)$ 满足 $y = x/(ab)$, $\therefore Q$ 在直线 OM 上. 设 OM 交 PR 于点 S , $\because$ 四边形 $PQRM$ 是矩形, $\therefore SP = SQ = SR = SM = 1/2 PR$. $\therefore \angle SQR = \angle SRQ$.

$\because PR = 2OP$, $\therefore PS = OP = 1/2 PR$, $\therefore \angle POS = \angle PSO$.

$\because \angle PSQ$ 是 $\triangle SQR$ 的一个外角, $\therefore \angle PSQ = 2\angle SQR$. $\therefore \angle POS = 2\angle SQR$.

$\because QR \parallel OB$, $\therefore \angle SOB = \angle SQR$, $\therefore \angle POS = 2\angle SOB$. $\therefore \angle SOB = 1/3 \angle AOB$.

(3)以下方法只要回答一种即可.

方法一:利用钝角的一半是锐角,然后利用上述结论把锐角三等分的方法即可.

方法二:也可把钝角减去一个直角得一个锐角,然后利用上述结论把锐角三等分后,再将直角利用等边三角形(或其他方法)将其三等分即可.

方法三:先将此钝角的补角(锐角)三等分,再作它的余角.



第十八章 数据的分析

18.1 数据的代表

18.1.1 平均数



基础过关

一、选择题

1. 已知样本 x_1, x_2, x_3, x_4 的平均数是 2, 则 $x_1+3, x_2+3, x_3+3, x_4+3$ 的平均数为().

- A. 2 B. 2.75 C. 3 D. 5

2. 10 名学生的平均成绩为 x , 如果另外 5 名学生每人得 84 分, 那么整个组的平均成绩().

- A. $\frac{x+84}{2}$ B. $\frac{10x+420}{15}$ C. $\frac{10x+84}{15}$ D. $\frac{10+420}{15}$

3. 某校篮球队 12 名队员年龄情况如表所示:

年龄(单位:岁)	18	19	20	21	22
人数	1	4	3	2	2

则这 12 名队员的平均年龄是()岁.

- A. 20 B. 19 C. 20.5 D. 19.5

4. 如果数据 2, 3, x , 4 的平均数是 3, 那么 x 等于那么().

- A. 2 B. 3 C. 3.5 D. 2.5

5. 一个水库成活了某种鱼 5000 条, 从中捕捞 10 条, 称得它们的重量(单位:千克)分别是 2.7, 2.6, 2.1, 2.4, 2.5, 2.2, 2.3, 2.5, 2.8, 2.3, 水库里共有这种鱼()千克.

- A. 1220 B. 12200 C. 122 D. 1210

6. 若两组数 $x_1, x_2, \dots, x_n; y_1, y_2, \dots, y_n$, 它们的平均数分别是 a 和 b , 那么数据 $3x_1+2y_1, 3x_2+2y_2, \dots, 3x_n+2y_n$ 的平均数是().

- A. $3a+2b$ B. $2a+3b$ C. $a+b+5$ D. $5(a+b)$

二、填空题

7. 某校学生在希望工程献爱心的活动中, 省下零用钱为贫困山区失学儿童捐款. 各班捐款数额如下(单位为元): 99, 101, 103, 97, 98, 102, 96, 104, 95, 105, 则该校平均每班捐款为_____元.

8. 某小组的一次测验成绩统计如下: 得 100 分的 3 人, 90 分的 3 人, 80 分的 2 人, 65 分的 2 人, 60 分的 1 人, 52 分的 1 人, 计算本次测验的小组平均成绩是_____分.

9. 已知 x_1, x_2, x_3 的平均数是 $\bar{x}$, 那么 $5x_1+3, 5x_2+3, 5x_3+3$ 的平均数是_____.

10. 某学校绿化小组 22 人参加一次治沙工程植树, 其中 4 人每人种树 6 棵, 8 人每人种树 3 棵, 10 人每人种树 4 棵, 那么这个小组平均每人种树的棵数为_____.

11. 已知四个数 3, 7, 4, a 的平均数是 5, 五个数 18, 9, 7, a , b 的平均数是 10, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

12. 某校九年级五个班的一次数学测验成绩如下: $\bar{x}_1 = 85$, $\bar{x}_2 = 91$, $\bar{x}_3 = 90$, $\bar{x}_4 = 85$, $\bar{x}_5 = 92$.

(1) 这五个班的全部学生的数学平均成绩按下列计算方法计算是否合理? 总平均成绩 $\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_4 + \bar{x}_5}{5}$.

答:_____.

(2) 在什么情况下, 上述计算方法正确?

答:_____.

三、解答题

13. 小林在八年级第一学期的数学书面测验成绩分别为: 平时考试第一单元得 84 分, 第二单元 76 分, 第三单元 92 分, 期中考试得 82 分, 期末考试得 90 分. 如果按平时、期中、期末的权重比分别为 10%、30%、60% 计算, 那么小林该学期数学书面测试总评成绩应为多少分?

14. 某商场经理为了了解两个不同产地的同一种水果的销售情况, 收集了 10 个省会城市的销售批发价格如下表(单位: 元/千克).

城市产地	长沙	武汉	广州	海口	福州	昆明	南宁	南昌	南京	郑州
甲	0.85	0.83	0.90	0.90	0.88	0.86	0.82	0.81	0.95	0.84
乙	0.80	0.82	0.95	0.91	0.86	0.82	0.83	0.79	0.84	0.80

(1) 哪种水果的平均批发价格较高?

(2) 如果你是商场经理, 你将作出怎样的经营决策?

15. 某次唱歌比赛, 最后三名选手的成绩统计如下:

测试项目	测试成绩		
	刘丽萍	谢芳	王亦阳
唱功	98	95	80
音乐赏识	80	90	100
综合常识	80	90	100

(1) 若按平均分排冠军、亚军、季军, 分别是谁?



(2)若唱功,音乐赏识与综合常识以 6:3:1 的加权平均分排出冠军、亚军、季军,分别是谁?

16. 某校八年级有四个班,在一次数学考试中,一班参考人数是 55 人,平均成绩 81 分;二班参考人数 40 人,平均成绩 90 分;三班参考人数是 45 人,平均成绩 85 分;四班参考人数 60 人,平均成绩 84 分. 求这次考试八年级的平均成绩.



能力提升

17. 下表中记录了今年 6 月 7 日三个高考考场的气温数据,在这组数据中甲、乙、丙三个考场的平均气温($^{\circ}\text{C}$)分别是().

学校	甲	乙	丙
时间	09:00	09:00	09:00
	11:00	11:00	11:00
	15:00	15:00	15:00
	17:30	17:30	17:30
温度($^{\circ}\text{C}$)	23	26.5	25
	24.2	28	28
	24.4	25.7	26.6
	22.8	24.2	24

A. 25.9, 26.1, 23.6

B. 23.6, 25.9, 26.1

C. 26.1, 25.9, 23.6

D. 23.6, 26.1, 25.9

18. 甲、乙两人 3 次都同时到某米店买米,甲每次买 m (m 为正整数) 千克米,乙每次买米用 $2m$ 元,由于市场方面的原因,虽然这 3 次米店出售的是一样的米,但单价分别为每千克 1.8 元, 2.2 元, 2 元,那么比较甲 3 次买米的平均单价,与乙 3 次买米的平均单价,结果是().

A. 甲比乙便宜

B. 乙比甲便宜

C. 甲与乙相同

D. 由 m 的值确定

19. 小王通过对某地区 2006 年至 2008 年快餐公司发展情况的调查,制成了该地区快餐公司个数的条形图(如图 1)和快餐公司盒饭年销售量的平均数情况的条形图(如图 2).

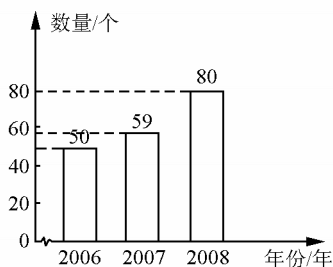


图1

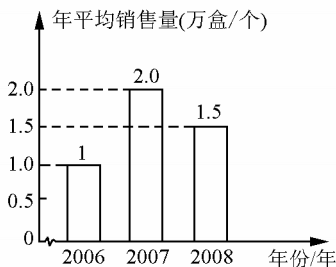


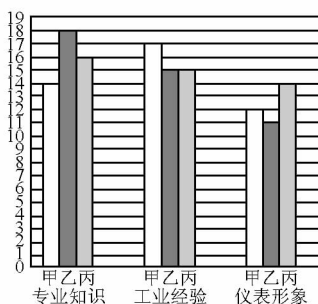
图2

(1)2007 年该地区共销售盒饭_____万盒;

- (2) 该地区盒饭销售量最大的年份是_____年, 年销售量是_____万盒;
 (3) 这三年中该地区平均每年销售盒饭多少万盒?

20. 春兰集团对应聘者甲、乙、丙进行面试, 并从专业知识、工作经验、仪表形象三方面给应聘者打分, 每一方面满分都是 20 分, 最后的打分情况制成条形统计图(如图).

- (1) 利用图中提供的信息, 在工作经验方面 3 人得分的众数是多少? 在仪表形象方面谁最有优势?



- (2) 如果专业知识、工作经验、仪表形象三个方面的重要性之比为 10 : 7 : 3, 那么作为人事主管, 你应该录用哪一位应聘者? 为什么?

- (3) 在(2)的条件下, 你对落聘者有何建议?

21. 某班为了从甲、乙两同学中选出班长, 进行了一次演讲答辩与民主测评, A, B, C, D, E 五位老师作为评委, 对“演讲答辩”情况进行评价, 全班 50 位同学参与了民主测评, 结果如表 1、表 2 所示.

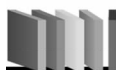
表 1 演讲答辩得分表(单位: 分)

	A	B	C	D	E
甲	90	92	94	95	88
乙	89	86	87	94	91

表 2 民主测评票数统计表(单位: 张)

	“好”票数	“较好”票数	“一般”票数
甲	40	7	3
乙	42	4	4

规定: 演讲答辩得分按“去掉一个最高分和一个最低分在算平均分”的方法确定; 民主测评分 = “好”票数 2 分 + “较好”票数 $\times 1$ 分 + “一般”票数 $\times 0$ 分; 综合得分 = 演讲答辩得分 $\times (1-a)$ + 民主测评分 $\times a$ ($0.5 \leq a \leq 0.8$).



(1)当 $a=0.6$ 时,甲的综合得分是多少?

(2) a 在什么范围内,甲的综合得分高? a 在什么范围内,乙的综合得分高?



中考视窗

1. (北京)北京市 2007 年 5 月份某一周的日最高气温(单位:℃)分别为 25,28,30,29,31,32,28,这周的日最高气温的平均值为().

- A. 28℃ B. 29℃ C. 30℃ D. 31℃

2. (重庆)甲、乙两名学生进行射击练习,两人在相同条件下各射靶 5 次,射击成绩统计如下:从射击成绩的平均数评价甲、乙两人的射击水平,则().

命中环数(单位:环)	7	8	9	10
甲命中相应环数的次数	2	2	0	1
乙命中相应环数的次数	1	3	1	0

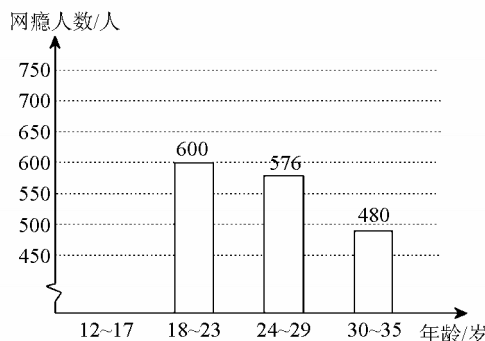
- A. 甲比乙高 B. 甲、乙一样 C. 乙比甲高 D. 不能确定

3. (长春)网瘾低龄化问题已引起社会各界的高度关注. 有关部门在全国范围内对 12~35 岁的网瘾人群进行了抽样调查,图中是用于表示在调查的样本中不同年龄段的网瘾人数的,其中 30~35 岁网瘾人群占样本总人数的 20%.

(1)被抽样调查的样本总人数为_____人.

(2)请把统计图中缺失的数据、图形补充完整.

(3)据报道,目前我国 12~35 岁的网瘾人数约为 200 万人,那么其中 12~17 岁的网瘾人数约有多少人?



18.1.2 中位数和众数



基础过关

一、选择题

- 数据 $-3, -2, 1, 3, 6, x$ 的中位数是 1, 那么这组数据的众数是().
A. 2 B. 1 C. 1.5 D. -2
- 数据 $1, 2, 4, 2, 3, 3, 2$ 的众数().
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 一鞋店试销一种新款女鞋, 试销期间卖出情况如下表:

型号	22	22.5	23	23.5	24	24.5	25
数量/双	3	5	10	15	8	3	2

对于这个鞋店的经理来说最关心哪种型号鞋畅销, 则下列统计量对鞋店经理来说最有意义的是().

- 平均数 B. 众数 C. 中位数 D. 以上都不正确
- 已知一组数据 $3, 7, 9, 10, x, 12$ 的众数是 9, 则这组数据的中位数是().
A. 9 B. 9.5 C. 3 D. 12
- 甲、乙、丙、丁四支足球队在 2006 德国世界杯预选赛中的进球个数分别为 $9, 9, x, 7$, 若这组数据的众数与平均数恰好相等, 则这组数据的中位数为().
A. 10 B. 9 C. 8 D. 7
- 下列说法中错误的是().
A. 如果一组数据的众数是 5, 那么这组数据中出现次数最多的数是 5
B. 一组数据的平均数一定大于其中的每一个数据
C. 一组数据的平均数、众数、中位数有可能相同
D. 一组数据的中位数有且只有一个
- 设数据 $25, 27, 24, 25, 26, 28, 28, 24, 25, 26$ 的平均数为 m , 中位数为 n , 众数为 p , 则 m, n, p 的大小关系是().
A. $p > n > m$ B. $m > p > n$ C. $n > m > p$ D. $m > n > p$

二、填空题

- 某中学为了了解某年级 1200 名学生每学期参加社会实践的时间, 随机对该年级 50 名学生进行调查, 结果如表所示:

时间/天	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
人数	1	2	4	5	7	11	8	6	4	2

在这个统计表中, 众数是_____, 中位数是_____.

- 某班一次数学测验的成绩如下: 得 100 分的 7 人, 90 分的 14 人, 80 分的 17 人, 70 分的 8 人, 60 分的 3 人, 50 分的 1 人, 那么这次测验全班的平均成绩是_____, 中位数是_____, 众数是_____.



10. 一家鞋店,在一段时间内销售了某种女鞋 38 双,各种尺码鞋的销售量如下表所示:

尺码/厘米	22	22.5	23	23.5	24	24.5	25
销售量/双	1	2	5	10	16	3	1

请你根据上面的数据为这家鞋店提供进货建议_____.

11. 一家服装厂经市场经济调查知,在一段时间内所生产的 A、B、C、D、E 五种品牌服装的销售量如下表:

服装品牌	A	B	C	D	E
销售量(套)	3	12	1	8	12

该服装厂应多生产_____种品牌的服装.

12. 某班在选举班干部时,有五位同学的得票数分别为:28,32,34,34,32,则这次选举中候选人得票数的众数是_____.

三、解答题

13. 为了普及环保知识,增强环保意识,某中学组织了环保知识竞赛活动,初中三个年级根据初赛成绩分别选出了 10 名同学参加决赛,这些选手的决赛成绩(满分为 100 分)如下表所示:

年级	决赛成绩(单位:分)									
初一年级	80	86	88	80	88	99	80	74	91	89
初二年级	85	85	87	97	85	76	88	77	87	88
初三年级	82	80	78	78	81	96	97	88	89	86

- (1)请你填写下表.

年级	平均数	众数	中位数
初一年级	85.5		87
初二年级	85.5	85	
初三年级			84

- (2)请从以下两个不同的角度对三个年级的决赛成绩进行分析:

- ①从平均数和众数相结合看(分析哪个年级成绩好些);
②从平均数和中位数相结合看(分析哪个年级成绩好些);

- (3)如果在每个年级参加决赛的选手中分别选出 3 人参加总决赛,你认为哪个年级的实力更强一些?说明理由.

14. 有 14 个数据,由小到大排列,其平均数为 34,现在有一位同学求得这组数据前 8 个数的平均数为 32,后 8 个数的平均数为 36,求这组数据的中位数.

15. 公园里有甲、乙两群游客正在做团体游戏,两群游客的年龄如下(单位:岁):

甲群:13,13,14,15,15,15,15,16,17,17;

乙群:3,4,4,5,5,6,6,6,54,57.

(1)甲群游客的平均年龄是多少?中位数、众数呢?其中能较好反映甲群游客年龄特征的是什么?

(2)乙群游客的平均年龄是多少?中位数、众数呢?其中能较好反映乙群游客年龄特征的是什么?

16. 为了调查九年级某班学生完成家庭作业所需的时间,在该班随机抽查了 8 名学生,他们完成作业所需要的时间(单位:分)分别为 75,70,90,70,70,58,80,55.

(1)求这组数据的众数.

(2)求这组数的中位数.

(3)求这 8 名学生完成家庭作业的平均时间,按照学校规定,学生完成家庭作业的时间不能超过 80 分钟,问该班是否符合学校的要求?

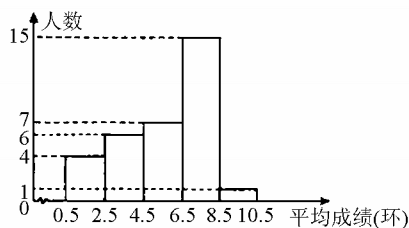
能力提升

17. 为了了解业余射击队队员的成绩,对某次射击比赛中每一名队员的平均成绩(单位:环,环数为整数)进行了统计,分别绘制了如下统计表和频数分布直方图,请你根据统计表和频数分布直方图(如图)回答下列问题.

平均成绩	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数	0	1		3	3		4		6	1	0

(1) 参加这次射击比赛的队员有多少名？

(2) 这次射击比赛所有队员平均成绩的中位数落在频数分布直方图的哪个小组内？



(3) 这次射击比赛所有队员平均成绩的众数落在频数分布直方图的哪个小组内？

18. 据报道,某公司的 33 名职工的月工资(单位:元)如下:

职务	董事长	副董事长	董事	总经理	经理	管理员	职员
人数	1	1	2	1	5	3	20
工资	5500	5000	3500	3000	2500	2000	1500

(1) 求该公司职工月工资的平均数、中位数、众数。(精确到个位)

(2) 假设副董事长的工资从 5000 元提升到 20000 元,董事长的工资从 5500 元提升到 30000 元,那么新的平均数、中位数、众数又是什么?(精确到个位)

(3) 你认为哪个统计量更能反映这个公司员工的工资水平? 结合此问题谈一谈你的看法.

19. 从甲地到乙地要先下坡再走平路,小明骑自行车下坡的速度为 20 千米/时,走平路的速度为 16 千米/时,问:

(1) 若小明下坡用了 1 小时,平路用了 1 小时,那么他的平均速度是多少?

(2) 若小明下坡用了 3.5 小时,平路用了 1.5 小时,那么他的平均速度是多少?

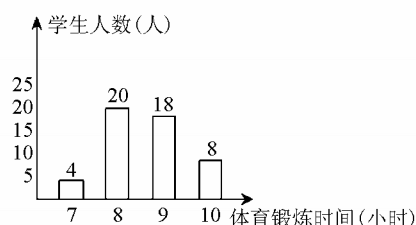


1. (连云港)东海县素有“水晶之乡”的美誉.某水晶商店一段时间内销售了各种不同价格的水晶项链 75 条,其价格和销售数量如下表:

价格(元)	20	25	30	35	40	50	70	80	100	150
销售数量(条)	1	3	9	6	7	31	6	6	4	2

下次进货时,你建议该商店应多进价格为_____元的水晶项链.

2. (重庆)为了了解贯彻执行国家提倡的“阳光体育运动”的实施情况,将某班 50 名同学一周的体育锻炼情况绘制成了如图所示的条形统计图,根据统计图提供的数据,该班 50 名同学一周参加体育锻炼时间的中位数与众数之和为_____



3. (黄冈)在 5 月 27 日结束的第 49 届世界乒乓球锦标赛中,男子单打决赛在我国选手马琳和王励勤之间展开,双方苦战七局,最终王励勤以 4 : 3 获得胜利,七局的比分分别如下表:

得分 / 局数	一	二	三	四	五	六	七
姓名							
马琳	11	11	5	11	8	9	6
王励勤	9	7	11	8	11	11	11

(1) 请将七局比分的相关数据的分析结果,直接填入下表中.(结果保留两个有效数字)

分析结果 / 项目	平均分	众数	中位数
姓名			
马琳	8.7		9.0
王励勤		11	

(2)中央电视台在此次现场直播时,开展了“短信互动,有奖竞猜”活动,凡是参与短信互动且预测结果正确的观众,都能参加“乒乓大礼包”的抽奖活动.据不完全统计,有 32320 名观众参与了此次短信互动活动,其中有 50% 的观众预测王励勤获胜,刘敏同学参加了本次“短信互动”活动并预测了王励勤获胜,如果从中抽取 20 名幸运观众,并赠送“乒乓大礼包”一份,那么刘敏同学中奖的概率有多大?



18.2 数据的波动

18.2.1 极 差

18.2.2 方 差

18.3 课题学习



基础过关

一、选择题

- 下列说法中不正确的是().
A. 一组数中的各个数据偏离平均数越大,说明这组数据的波动越大
B. 一组数中的各个数据越接近平均数,说明这组数据的波动越小
C. 甲组中的每个数据比乙组的每个数据都大,那么甲组数据的方差大于乙组数据的方差
D. 两组数据中方差小的一组波动较小
- 数据 9.9, 10.3, 10.1, 9.7 的方差为().
A. 0 B. 0.04 C. 0.2 D. 0.4
- 甲组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数 $\bar{x}_{\text{甲}} = 2$, 方差 $s_{\text{甲}}^2 = 0.3$, 则乙组数据 $kx_1 + a, kx_2 + a, \dots, kx_n + a$ 的平均数 $\bar{x}_{\text{乙}}$ 、方差 $s_{\text{乙}}^2$ 分别为().
A. 2, 0.3 B. $2+a, 0.3+a$ C. $2+a, 0.3k$ D. $2k+a, 0.3k^2$
- 甲、乙两个中学生在一年里学科平均分相等,但他们的方差不相等,正确评价他们的学习情况的是().
A. 因为他们的平均分相等,所以学习水平一样
B. 平均成绩虽然一样,方差较大,说明潜力大,学习态度踏实
C. 表面上看着两个学生平均成绩一样,但方差小的同学学习成绩稳定
D. 平均分相等,方差不等,说明学习水平不一样,方差较小的同学学习成绩不稳定,忽高忽低
- 已知甲、乙两组数据的平均数相同,若甲组数据的方差 $S_{\text{甲}}^2 = 0.055$, 乙组数据的方差 $S_{\text{乙}}^2 = 0.105$, 则().
A. 甲组数据比乙组数据波动大 B. 乙组数据比甲组数据波动大
C. 甲组数据与乙组数据波动一样大 D. 甲、乙两组数据波动大小不能确定
- 下列说法正确的个数是().
①样本的方差越小,波动性越小,说明样本稳定性越好; ②一组数据的众数只有一个; ③一组数据的中位数,一定是这组数据中的某一数据; ④数据 2, 2, 3, 2, 2, 5 的众数为 4; ⑤一组数据的方差一定是正数.
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 4 个

二、填空题

7. 已知数据 $1, 2, 3, 4, k$ 的方差为 m , 则(1)数据 $11, 12, 13, 14, (10+k)$ 的方差是_____;(2)数据 $10, 20, 30, 40, 10k$ 的方差是_____;(3)数据 $3, 5, 7, 9, 11$ 的方差是_____.

8. 有一组数据 $1, 3, 2, 5, x$, 它的平均数是 3, 则这个样本的方差是_____.

9. 数据 $-3, -1, 0, 4, 6, 7, 5$ 的极差为_____.

10. 如果一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的方差为 3, 那么新的一组数据 $2x_1, 2x_2, \dots, 2x_n$ 的方差是_____.

11. 某校初三年级甲、乙两班举行电脑汉字输入比赛, 两个班参加比赛的学生每分钟输入汉字的个数, 经统计和计算后结果如下表:

班级	参加人数	平均字数	中位数	方差
甲	55	135	149	191
乙	55	135	151	110

有一位同学根据上面表格得出如下结论:

①甲、乙两班学生的平均水平相同; ②乙班优秀人数比甲班优秀人数多(每分钟输入汉字达 150 个以上为优秀); ③甲班学生比赛成绩的波动比乙班学生比赛成绩的波动大.

上述结论正确的是_____. (填序号)

12. 为了判断甲、乙两个班学生英语口语测试成绩哪一个班比较整齐, 通常需要比较两个班学生英语口语成绩的_____.

三、解答题

13. 求数据 $3, 4, 5, 6, 7$ 的极差与方差.

14. 10 个人在戒烟前和戒烟后的体重记录如下(单位: kg):

人员	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
戒烟前	67	80	69	52	52	60	55	55	64	60
戒烟后	70	81	68	55	57	62	54	52	67	58

(1) 分别求出这 10 个人在戒烟前和戒烟后的体重的平均数和中位数.

(2) 分别求出这 10 个人在戒烟前和戒烟后的体重的方差.

15. 某校要从小王和小李两名同学中挑选一个参加全国数学竞赛, 在最近的五次选拔测试中, 他俩的成绩分别如下表:



次数 姓名	1	2	3	4	5
小王	60	75	100	90	75
小李	70	90	80	80	80

根据上表解答下列问题:

(1)完成下表:

姓名	极差(分)	平均成绩(分)	中位数(分)	众数(分)	方差(分 ²)
小王	40	80	75	75	190
小李					

(2)在这五次测试中,成绩比较稳定的同学是谁?若将 80 分以上(含 80 分)的成绩视为优秀,则小王、小李在这五次测试中的优秀率各是多少?

(3)历届比赛表明,成绩达到 80 分以上(含 80 分)就很可能获奖,成绩达到 90 分(含 90 分)就很可能获得一等奖,那么你认为应选谁参加比赛比较合适?说明你的理由.

16. 甲、乙两名学生练习射击,两人在相同的情况下,各射靶 10 次,将射击结果作统计分析如下:

命中环数	5	6	7	8	9	10	平均数	众数	方差
甲命中环数的次数	1	4	2	1	1	1	7	6	2.2
乙命中环数的次数	1	2	4	2	1	0			

(1)请填写上表中乙的相关数据.

(2)根据你所学的统计知识,利用上述某些数据评价甲、乙两人的射击水平.



17. 九年一班分甲、乙两组各 10 名学生进行抢答赛,共有 10 道选择题,答对 8 道题(含 8 道题)以上为优秀,各组选手答对题数统计如下:

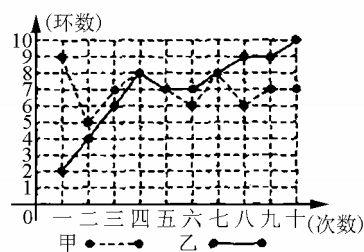
答对题数	5	6	7	8	9	10	平均数 $\bar{x}$	中位数	众数	方差(S^2)	优秀率
甲组选手	1	0	1	5	2	1	8	8	8	1.6	80%
乙组选手	0	0	4	3	2	1					

请你完成上表,再根据所学的统计知识,从不同方面评价甲、乙两组选手的成绩.

18. 甲、乙两人在相同条件下各射靶 10 次,每次射靶的成绩情况如图所示.

(1)请填写下表:

	平均数	方差	中位数	命中 8 环(不含 8 环)以上次数
甲	7	1.2		1
乙		5.4		



(2)请从下列四个不同的角度对这次测试结果进行分析:

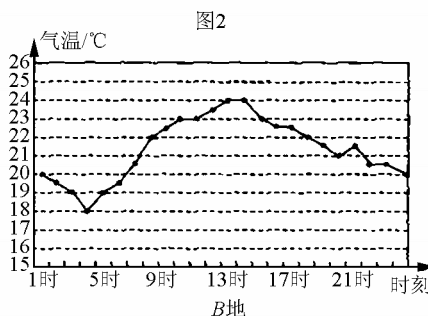
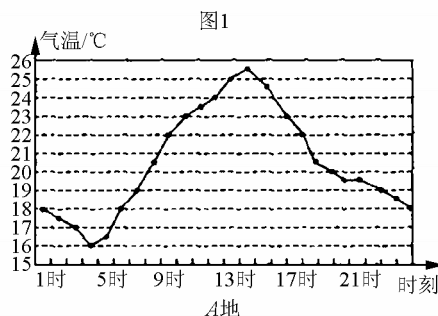
①从平均数和方差相结合看;

②从平均数和中位数相结合看(分析谁的成绩好些);

③从平均数和命中 8 环以上的次数相结合看(分析谁的成绩好些);

④从折线图上两个射击命中环数的走势看(分析谁更有潜力).

19. 2006 年 5 月 31 日, A、B 两地的气温变化如图 1 和图 2 所示:



(1)这一天 A、B 两地的平均气温分别是多少?

(2)A 地这一天气温的极差,方差分别是多少? B 地呢?

(3)A、B 两地的气温各有什么特点?



中考视窗

1. (沈阳)数据 1,6,3,9,8 的极差是().

A. 1

B. 5

C. 6

D. 8

2. (安徽)两个小组进行定点投篮对抗赛,每组 6 名组员,每人投 10 次,两组组员进球数的统计结果如下:

组别	6 名组员的进球数						平均数
甲组	8	5	3	1	1	0	3
乙组	5	4	3	3	2	1	3

则组员投篮水平较整齐的小组是_____组.

3. (山西)下列说法正确的是().

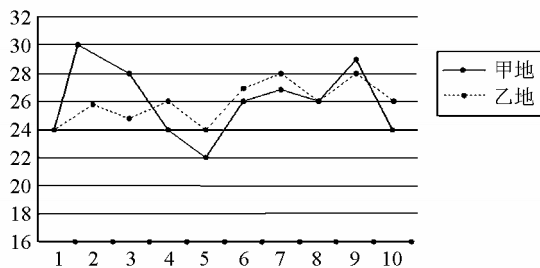
A. 一个游戏的中奖率是 1%,则做 100 次这样的游戏一定会中奖.

B. 为了解某品牌灯管的使用寿命中,可以采用普查的方式.

C. 一组数据 6、8、7、8、9、10 的众数和平均数都是 8.

D. 若甲组数据的方差 $S_{\text{甲}}^2 = 0.05$,乙组数据的方差 $S_{\text{乙}}^2 = 0.1$,则乙组数据比甲组数据稳定.

4. (贵阳)如图,是甲、乙两地 5 月下旬的日平均气温统计图,则甲、乙两地这 10 天日平均气温的方差大小关系为 $S_{\text{甲}}^2$ _____ $S_{\text{乙}}^2$. (选“>”、“<”或“=”)



阶段评价(一)

一、选择题(每题 3 分,共 30 分)

1. 已知一个样本含有 20 个数据:87,91,94,88,93,91,89,87,92,86,90,92,88,90,91,86,89,

92, 95, 87, 其样本的平均数为().

- A. 88.9 B. 90 C. 89.9 D. 87.9

2. 已知 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ 的平均数为 a , $x_{11}, x_{12}, x_{13}, \dots, x_{30}$ 的平均数为 b , 则 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{30}$ 的平均数为().

- A. $\frac{1}{2}(a+b)$ B. $\frac{1}{30}(a+b)$ C. $\frac{1}{30}(10a+20b)$ D. $\frac{1}{40}(10a+20b)$

3. 某同学使用计算器求 30 个数据的平均数时, 错将其中的一个数据 105 输入为 15, 那么由此求出的平均数与实计平均数的差为().

- A. 35 B. 3 C. 0.5 D. -3

4. 一组数据中的每个数据都减去 36 后, 算得新的这组数据的平均数为 4.6, 则原数据的平均数为().

- A. 36 B. 31.4 C. 40.6 D. 不能确定

5. 在一次射击比赛中, 参赛人员共分两组, 要判断哪一组成绩比较整齐, 通常要知道这两个组射击成绩的().

- A. 频数分布 B. 平均数 C. 方差 D. 众数

6. 某工厂对一个生产小组的零件进行抽样检查, 在 10 天中, 这个生产小组每天生产的次品数如下(单位: 个): 0, 2, 0, 2, 3, 0, 2, 3, 1, 2, 在这 10 天中, 该生产小组生产零件所产生的次品数的().

- A. 平均数为 2 B. 众数为 3 C. 中位数为 1.5 D. 方差是 1.25

7. 下列说法中: ① 2, 3, 4, 5, 5 这组数据的众数为 2; ② 6, 8, 6, 4, 10, 10, 这组数据的众数为 $\frac{1}{2}(6+10)$; ③ 存在这样一组数据: 众数、中位数与平均数是同一个数据. 其中真命题有().

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

8. 一个样本甲: $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, 方差为 S^2 , 那么样本乙: $2x_1+3, 2x_2+3, \dots, 2x_n+3$ 的方差为().

- A. $2S^2+3$ B. $4S^2+3$ C. $4S^2$ D. $2S^2$

9. 若样本 $x_1+1, x_2+1, \dots, x_n+1$ 的平均数为 10, 方差为 2, 则对于样本 $x_1+2, x_2+2, \dots, x_n+2$ 下列结论正确的是().

- A. 平均数为 10, 方差为 2 B. 平均数为 11, 方差为 4
C. 平均数为 11, 方差为 3 D. 平均数为 11, 方差为 2

10. 有一组数据: ①平均数; ②众数; ③中位数; ④方差. 其中与原数据单位不同的是().

- A. ②③ B. ③④ C. 只有③ D. 只有④

二、填空题(每题 3 分, 共 24 分)

11. 有四个数: 103, 97, 93, 105, 则它们的平均数等于_____.

12. 有 6 个数, 它们的平均数为 12, 再添加一个数 5, 则这 7 个数的平均数为_____.

13. 如果一组数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 和 $y_1, y_2, \dots, y_n$ 的平均数分别为 3, 4, 那么一组新数 $x_1+y_1, x_2+y_2, \dots, x_n+y_n$ 的平均数为_____.

14. 如果一组数据 6, m , 2, 4 的平均数是 5, 则中位数是_____.

15. 第一组数据 m 个, 平均数 a , 第二组数据 n 个, 平均数 b , 当满足_____时, 这两组数据的



平均数为 $\frac{a+b}{2}$.

16. 一家 5 口, 爷爷的年龄最大为 85 岁, 孙子的年龄最小为 23 岁, 则这一个家庭成员中年龄的极差为_____.

17. 一次测验共出 5 道题, 做对一题得 1 分, 已知 26 人的平均分不少于 4.8 分, 最低一人得 3 分, 至少有 3 人得 4 分, 其中 5 分是所得分数的众数, 那么得分为 5 分的有_____人.

18. 某服装超市有 15 位营业员, 销售部统计了这 15 人某月的销售量, 如下表:

每人销售件数	1800	510	250	210	150	120
人数	1	1	3	5	3	2

这 15 位营销人员该月销售的极差为_____.

三、解答题(共 66 分)

19. 从学校某次数学检测的成绩中任意抽出 10 名学生的成绩如下: 125, 120, 129, 107, 125, 107, 120, 125, 133, 129. 估计这次参加数学测验的学生的平均成绩.

20. 从甲、乙两块田中分别取 8 株西红柿, 来对它们的产量进行分析, 它们的产量(kg)分别为:

甲: 10.2, 9.5, 10, 10.5, 10.3, 9.8, 9.6, 10.1;

乙: 10.3, 9.9, 10.1, 9.8, 10, 10.4, 9.7, 9.8.

试说明哪块田的西红柿的产量较好.

21. A、B 农场各养奶牛 200 头, 为了了解两农场一天牛奶的产量, 随意抽取 10 头奶牛, 称得它们的牛奶产量(单位: kg)如下:

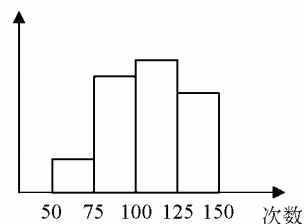
A 农场: 6.5, 6.0, 6.5, 7.9, 7.1, 7.8, 6.1, 8.0, 7.1, 7.1;

B 农场: 6.8, 7.3, 7.5, 6.6, 7.0, 6.6, 6.9, 6.9, 7.0, 7.0.

根据 10 头奶牛牛奶产量的平均数, 估计 A、B 农场中 200 头奶牛一天的牛奶产量各是多少.

22. 为了了解小学生的体能情况, 抽取了某小学同年级部分学生进行跳绳测试, 将所得数据整理后, 画出如图频数分布直方图(每组包含最小值, 不含最大值), 已知图中从左到右三个小组的频率分别是 0.1, 0.3, 0.4, 第四小组的频数是 5.

- (1) 求第四小组的频率.
- (2) 问参加这次测试的学生人数是多少?
- (3) 若次数在 75 次以上(含 75 次)为达标,试估计该年级学生跳绳测试的达标率为多少?
- (4) 在这次测试中,学生跳绳次数的中位数落在第几小组内?



23. 某公司要招聘一名市场部经理,要对应聘人员进行三项测试:语言表达、微机操作、商品知识,成绩的权重分别为 3、3、4. 现有 A、B、C 三人的测试成绩如下表:

姓名 成绩	语言表达	微机操作	商品知识
A	60	80	70
B	50	70	80
C	60	80	65

请你通过计算分析一下谁会被录取.

24. (8 分)某商店 3、4 月份出售统一品牌各种规格的空调,销售台数如下表,回答下列问题:

	1 匹	1.2 匹	1.5 匹	2 匹
3 月	12 台	20 台	8 台	4 台
4 月	16 台	30 台	14 台	8 台

- (1) 商店平均每月销售空调多少台?
- (2) 商店出售各种规格的空调中众数是多少?
- (3) 在研究 6 月份进货时,商店经理应决定哪种空调要多进,哪匹空调要少进?



25. (6分)有甲、乙两种新品种的水稻,在进行杂交配系时要比较出产量较高、稳定性较好的一种,种植后,各抽取五块田地获取数据,其亩产量(单位:kg)如下表:

	1	2	3	4	5
甲	52	50	51	49	53
乙	51	51	51	48	54

(1)哪一品种单产较好?

(2)哪一品种稳定性较好?

(3)据统计,应选哪一种品种做杂交配系?

26. 甲、乙两名同学的测试成绩统计如下:

甲	85	90	90	90	95
乙	95	85	95	85	90

(1)请分别计算两名同学的平均成绩.

(2)现要挑选一名同学参加竞赛,若你是老师,你认为挑选哪一位比较适宜?为什么?

27. 一次实习作业中,甲、乙两组同学分别对学校的旗杆进行了5次测量,所得数据如下表所示:

旗杆高度	11.90	11.95	12.00	12.05
甲组测得次数	1	0	2	2
乙组测得次数	0	2	1	2

现已算得乙组学生测得的旗杆高度的平均数为12.00,方差为0.002.

(1)求甲组学生测得的旗杆高度的中位数、平均数.

(2)哪一组学生所测得的旗杆高度比较一致?

28. (8分)某风景区对5个旅游景点的门票价格进行了调整,据统计,调价前后各景点的游客人数基本不变,有关数据如下表所示:

景点	A	B	C	D	E
原价(元)	10	10	15	20	25
现价(元)	5	5	15	25	30
平均日人数(千人)	1	1	2	3	2

(1)该风景区称调整前后这5个景点门票的平均收费不变,平均日总收入持平.请问风景区是怎样计算的?

(2)另一方面,游客认为调整收费后风景区的平均日总收入相对于调价前,实际上增加了约9.4%.请问游客是怎样计算的?

(3)你认为风景区和游客哪一个的说法较能反映整体实际?



一、选择题(每小题3分,共30分)

1. 10名学生的体重(单位:kg)分别是41,48,50,53,49,50,53,53,51,67.这组数据的极差是().

A. 27 B. 26 C. 25 D. 24

2. 某校五个绿化小组一天植树的棵数如下:10,10,12, x ,8.已知这组数据的众数与平均数相等,那么这组数据的中位数是().

A. 8 B. 9 C. 10 D. 12

3. 某班50名学生身高测量结果如下表:

身高	1.51	1.52	1.53	1.54	1.55	1.56	1.57	1.58	1.59	1.60	1.64
人数	1	1	3	4	3	4	4	6	8	10	6

该班学生身高的众数和中位数分别是().

A. 1.60,1.56 B. 1.59,1.58 C. 1.60,1.58 D. 1.60,1.60

4. 如果一组数据 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 的方差是2,那么一组新数据 $2a_1, 2a_2, \dots, 2a_n$ 的方差是().



- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

5. 甲、乙两班举行电脑输入比赛, 参赛学生每分钟输入汉字的个数统计结果如下表:

班级	参加人数	中位数	方差	平均数
甲	55	149	191	135
乙	55	151	110	135

某同学分析上表后得出如下结论:(1)甲、乙两班学生成绩平均水平相同;(2)乙班优秀的人数多于甲班优秀的人数(每分钟输入汉字不少于 150 个为优秀);(3)甲班成绩的波动比乙班大. 上述结论正确的是().

- A. (1)(2)(3) B. (1)(2) C. (1)(3) D. (2)(3)

6. 如果样本 $1, 2, 3, 5, x$ 的平均数是 3, 那么样本的方差为().

- A. 3 B. 9 C. 4 D. 2

7. 某校八年级有两个班, 在一次数学考试中, 一班参加考试人数为 52 人, 平均成绩为 75 分; 二班参加考试人数为 50 人, 平均成绩为 76.65 分, 则该次考试中两个班的平均成绩为()分.

- A. 78.58 B. 75.81 C. 75.76 D. 75.75

8. 一鞋店试销一种新款女鞋, 试销期间卖出情况如下表:

型号	22	22.5	23	23.5	24	24.5	25
数量/双	3	5	10	15	8	3	2

对于这个鞋店的经理来说最关心哪种型号的鞋畅销, 则下列统计量对鞋店经理来说最有意义的有().

- A. 平均数 B. 众数 C. 中位数 D. 方差

9. 为了了解某班学生每天的睡眠时间, 随机抽取该班 10 名学生, 在一段时间里, 每人每天的睡眠时间(单位: 小时)统计如下: 6, 8, 8, 7, 7, 9, 10, 7, 6, 9, 由此估计该班多数学生每天睡眠时间为()小时.

- A. 7 B. 7.5 C. 7.7 D. 8

10. 体育课上, 八年一班两个组各 10 人参加立定跳远, 要判断哪一组成绩比较整齐, 通常要知道这两个组立定跳远成绩的是().

- A. 平均数 B. 众数 C. 方差 D. 中位数

二、填空题(每小题 4 分, 共 24 分)

11. 一次知识竞赛中, 甲、乙两组学生成绩如下:

分数	50	60	70	80	90	100
甲	2	5	10	13	14	6
乙	4	4	16	2	12	12

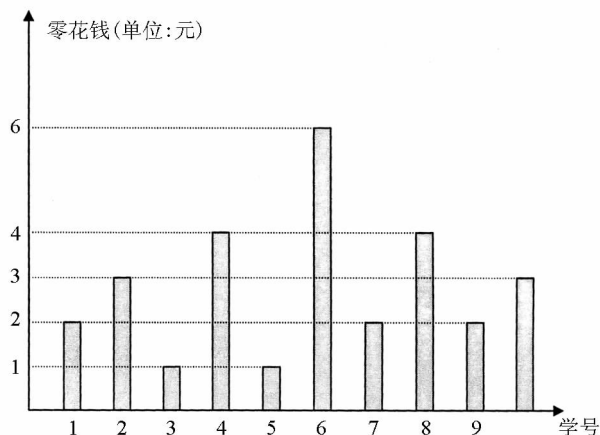
则 $\bar{x}_{\text{甲}} =$ _____, $S_{\text{乙}}^2 =$ _____.

12. 某次射击练习甲、乙二人各射靶 5 次, 命中的环数如下表:

甲射靶环数	7	8	6	8	6
乙射靶环数	9	5	6	7	8

那么射击成绩比较稳定的是_____.

13. 八年二班为了正确引导学生树立正确的消费观,随机调查了 10 名同学某日的零花钱情况,其统计图如下:



零花钱在 3 元以上(包括 3 元)的学生所占比例数为_____,该班学生每日零花钱平均大约是_____元.

14. 为了调查某一段的汽车流量,记录了 30 天中每天同一时段通过该路口的汽车辆数,其中有 4 天是 284 辆,4 天是 290 辆,12 天是 314 辆,10 天是 314 辆,那么这 30 天该路口同一时段通过的汽车平均数是_____.

15. 小芳测得连续五天日最低气温并整理后得出下表:

日期	一	二	三	四	五	方差	平均气温
最低气温	1	3	2	5			3

由于不小心被墨迹污染了两个数据,这两个数据分别是_____.

16. 某地两校联谊文艺晚会上甲、乙两个文艺节目均由 10 名演员表演,他们的年龄(单位:岁)分别如下:

甲节目:13,13,14,15,15,15,15,16,17,17;

乙节目:5,5,6,6,6,6,7,7,50,52.

甲的众数是_____,演员年龄波动较小的一个是_____.

17. 若数据 8,9,7,8, x ,3 的平均数是 7,则这组数据的众数是_____.

18. 已知样本 3,4,0,-2,6,1,那么这个样本的方差是_____.

三、解答题

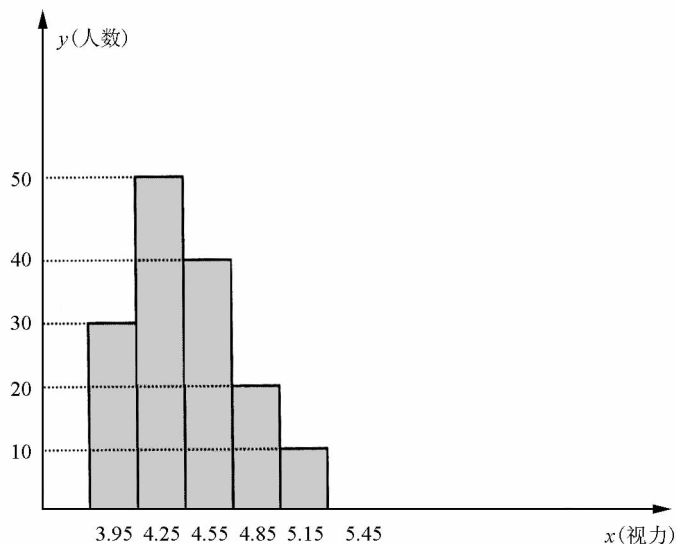
19. 当今,青少年视力水平下降已引起全社会的关注,为了了解某校 3000 名学生视力情况,从中抽取了一部分学生进行了一次抽样调查.利用所得的数据绘制的直方图(长方形的高表示该组人数)解答下列问题.

(1)本次抽样调查共抽测了多少名学生?

(2)参加抽测学生的视力众数在什么范围内?



(3)若视力为 4.9,5.0,5.1 及以上为正常,试估计该校学生视力正常的人数约为多少.



20. 一养鱼专业户为了估计池塘里有多少条鱼,先捕上 100 条鱼做上标记,然后放回湖里.过了一段时间,待带标记的鱼完全混合于鱼群后,再捕捞了五次,记录如下:第一次捕上来 90 条鱼,其中带标记的有 11 条;第二次捕上 100 条鱼,其中带标记的鱼有 9 条;第三次捕上 120 条鱼,其中带有标记的鱼有 12 条;第四次捕上 100 条鱼,其中带标记的鱼有 9 条;第五次捕上 80 条鱼,其中带标记的鱼有 8 条.那么池塘里大约有多少条鱼?

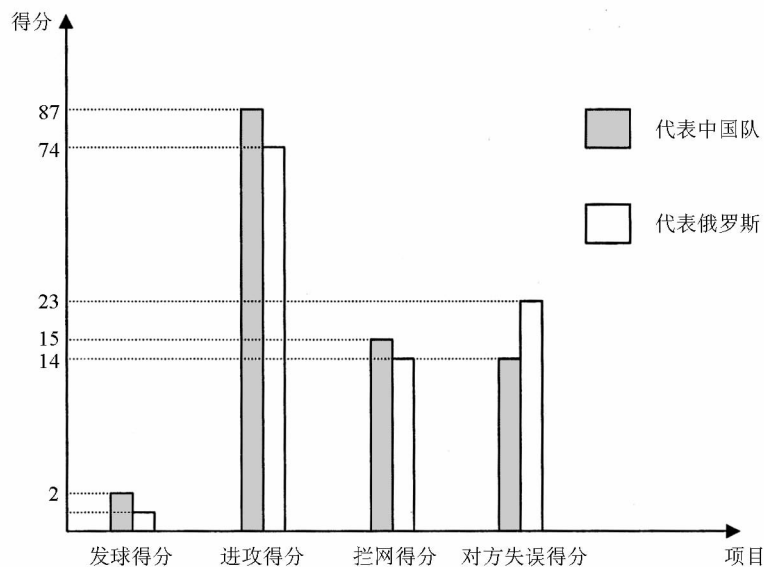
21. 2004 年 8 月 29 日凌晨,在奥运会女排决赛上,中国女排在先失两局的情况下上演大逆转,最终以 3:2 战胜俄罗斯女排勇夺冠军,这是自 1984 年女排时隔 20 年再次登上奥运之颠.下图是这一关键之战的技术统计.

数据统计:

(1)中国队和俄罗斯队的总得分分别是多少?已知第五局的比分为 15:12,请计算出中国队、俄罗斯队前四局的平均分.

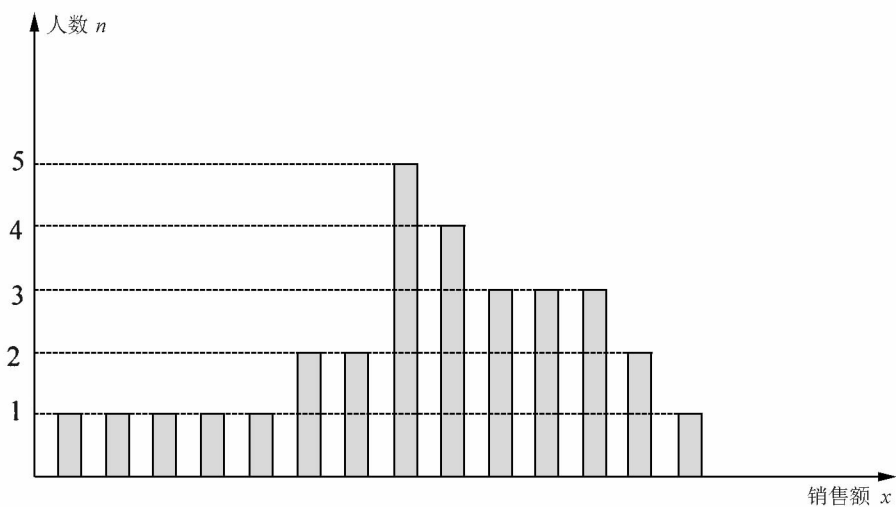
(2)中国队和俄罗斯队的得分项目的“众数”分别是什么项目?

(3) 从上图中你能获取哪些信息？(写出两条即可)



22. 某公司招聘职员,对甲、乙两位候选人进行了面试和笔试. 面试包括形体和口才,笔试包括专业水平和创新能力考查. 他们的成绩(百分制)如下表:

候选人	面试		笔试	
	形体	口才	专业水平	创新能力
甲	86	90	96	92
乙	92	88	95	93



(1)若公司根据经营性质和岗位要求认为:形体、口才、专业水平、创新能力按照 5:5:4:6 的比确定,请计算甲、乙两人各自的平均成绩,看看谁将被录取.

(2)若公司根据经营性质和岗位要求认为:面试成绩中形体占 5%,口才占 30%,笔试成绩中专业水平占 35%,创新能力占 30%,那么你认为该公司应该录取谁?

23. 设营业员的月销售额为 x (单位:万元): $x < 15$ 为不称职; $15 \leq x < 20$ 为基本称职; $20 \leq x < 25$ 为称职; $x \geq 25$ 为优秀. (1)求四个层次营业员所占的百分比,并用扇形图统计出来. (2)求所有称职和优秀的营业员月销售额的中位数、众数和平均数.

13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 28

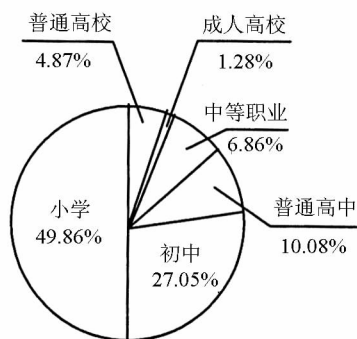
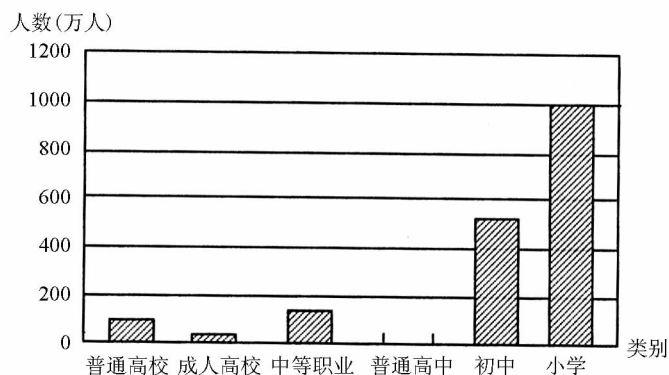
24. 某商店对一周内甲、乙两种计算器每天销售情况统计如下(单位:个):

品种/星期	一	二	三	四	五	六	日
甲	3	4	4	3	4	5	5
乙	4	3	3	4	3	5	6

(1)本周内甲、乙两种计算器平均每天各销售多少个?

(2)甲、乙两种计算器哪种销售更稳定一些? 请说明理由.

25. 下图是根据 2006 年某省各类学校在校生人数情况制作的扇形统计图和不完整的条形统计图.



已知 2006 年该省普通高校在校生为 97.41 万人,请根据统计图提供的信息解答下列问题:

- (1)2006 年该省各类学校在校生总人数约多少万人?(精确到 1 万人)
- (2)补全条形统计图;
- (3)请你写出一条合理化建议.

26. 2006 年,全国 30 个省、区、市在陕西有投资项目,投资金额如下表:

省、区、市	广东	福建	北京	浙江	其他
金额(亿元)	124	67	66	47	119

根据表格中的信息解答下列问题:

- (1)求 2006 年外省、区、市在陕投资总额;
- (2)补全图 1 中的条形统计图;
- (3)2006 年,外省、区、市投资中有 81 亿元用于西安高新技术产业开发区,54 亿元用于西安经济技术开发区,剩余资金用于其他地区.请在图 2 中画出外省、区、市在陕西投资金额使用情况的扇形统计图.(扇形统计图中的圆心角精确到 1° ,百分比精确到处 1%)

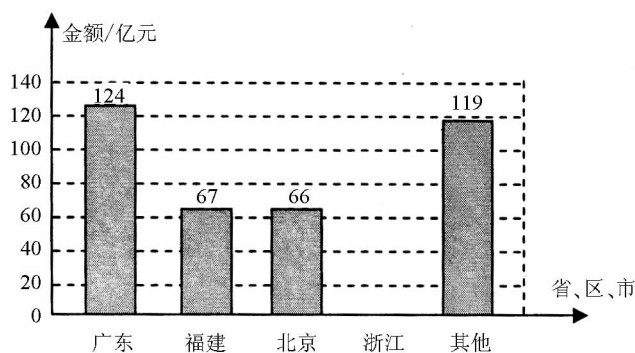


图1

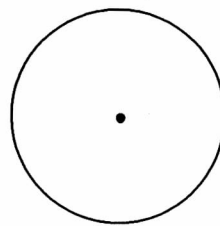


图2

27. 为调查某校九年级学生右眼的视力情况,从中随机抽取 50 名学生进行视力检查,检查结果如下表所示:

视力	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	1.0	1.2	1.5
人数	1	1	3	4	3	4	4	5	9	10	6

- (1)求这 50 名学生右眼视力的众数与中位数;
- (2)求这 50 名学生右眼视力的平均值,并据此估计该校九年级学生右眼视力的平均值.



28. 某商店按图 1 给出的比例从甲、乙、丙三个厂家共购回饮水机 150 台, 商店质检员对购进的这批饮水机进行检测, 并绘制了的统计图 2. 请根据图中提供的信息回答下列问题.

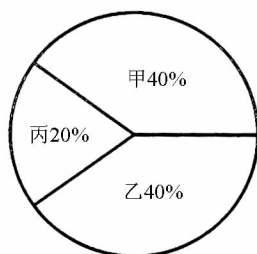


图1

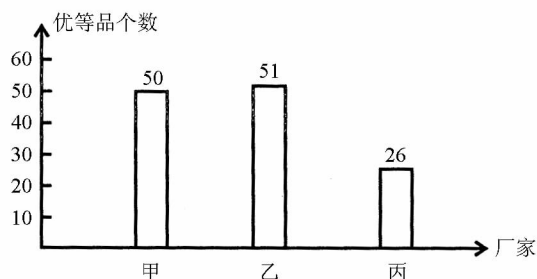


图2

- (1) 求该商店从乙厂购买的饮水机台数.
- (2) 求所购买的饮水机中非优等品的台数.
- (3) 从优等品的角度考虑, 哪个工厂的产品质量较好些? 为什么?



资源驿站

构造方差模型巧妙解题

设样本数据为 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 用 $\bar{x}$ 表示这组数据的平均数, 那么 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的方差为 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2] = \frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)^2]$.

显然 $s^2 \geq 0$, 其中当 $x_1 = x_2 = \dots = x_n = \bar{x}$ 时取等号. 由于方差是反映样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 波动大小的特征数, 而数学中的许多问题又都与变量取值的波动性有关. 因此, 对于这些问题, 若能从方差概念的本质属性的角度进行思考、分析, 通过构造方差模型来求解, 则会收到事半功倍的效果. 下面举例说明.

一、证明等式

例 1: 已知实数 a, b, c 满足 $a + b = 8, ab = c^2 + 16$, 求证: $a = b$.

证明: 由题意, 知 a, b 的方差是:

$$S^2 = \frac{1}{2}[a^2 + b^2 - \frac{1}{2}(a + b)^2]$$

$$= \frac{1}{2}[(a+b)^2 - 2ab - \frac{1}{2}(a+b)^2]$$

$$= \frac{1}{2}(8^2 - 2c^2 - 32 - \frac{1}{2} \times 8^2) = -c^2 \leq 0.$$

又 $S^2 \geq 0$, $\therefore S^2 = 0$. 于是由方差的意义, 得 $a = b$.

二、证明不等式

例 2: 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $x + y = 1$, 求证: $(x+2)^2 + (y+2)^2 \geq \frac{25}{2}$.

证明: 由题意, 知 $x+2, y+2$ 的方差是:

$$s^2 = \frac{1}{2}\{(x+2)^2 + (y+2)^2 - \frac{1}{2}[(x+2) + (y+2)]^2\}$$

$$= \frac{1}{2}[(x+2)^2 + (y+2)^2 - \frac{1}{2} \times 5^2] \geq 0,$$

$$\therefore (x+2)^2 + (y+2)^2 \geq \frac{25}{2}.$$

三、解方程组

例 3: 试求方程组 $\begin{cases} x+y+z=3, & \text{①} \\ x^2+y^2+z^2=3, & \text{②} \end{cases}$ 的所有实数解.

解: 由方程①、②考虑 x, y, z 的方差: $s^2 = \frac{1}{3}[x^2 + y^2 + z^2 - \frac{1}{3}(x+y+z)^2] = \frac{1}{3} \times (3 - \frac{1}{3} \times 3^2) = 0$,

并结合①可知 $x = y = z = 1$. 经检验知此解也适合方程③. 故 $x = y = z = 1$ 是原方程组的唯一实数解.

四、用于求最值

例 4: 已知 $x_1 + x_2 + \cdots + x_{2005} = 1$, 试求 $x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{2005}^2$ 的最小值.

解: 实数 $x_1, x_2, \dots, x_{2005}$ 的方差为 $S^2 = \frac{1}{2005}[(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{2005}^2) - \frac{1}{2005}(x_1 + x_2 + \cdots + x_{2005})^2] \geq 0$,

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{2005}^2 \geq \frac{1}{2005}(x_1 + x_2 + \cdots + x_{2005})^2 = \frac{1}{2005}. \therefore \text{当且仅当 } x_1 = x_2 = \cdots = x_{2005} \text{ 时, } x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_{2005}^2 \text{ 的最小值是 } \frac{1}{2005}.$$

五、求取值范围

例 5: 设实数 a, b, c 满足 $\begin{cases} a^2 - bc - 8a + 7 = 0, & \text{①} \\ b^2 + c^2 + bc - 6a = -6, & \text{②} \end{cases}$ 求 a 的取值范围.

解: ①+②, 得 $b^2 + c^2 = -a^2 + 14a - 13$; ②-①, 得 $(b+c)^2 = a^2 - 2a + 1$.

$$\text{由 } b, c \text{ 的方差 } S^2 = \frac{1}{2}[b^2 + c^2 - \frac{1}{2}(b+c)^2] = \frac{1}{2}[-a^2 + 14a - 13 - \frac{1}{2}(a^2 - 2a + 1)] = -\frac{3}{4}(a-9)(a-1) \geq 0. \therefore (a-9)(a-1) \leq 0, \text{解得 } 1 \leq a \leq 9.$$



第十九章 勾股定理

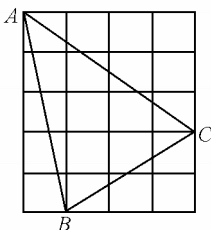
19.1 勾股定理



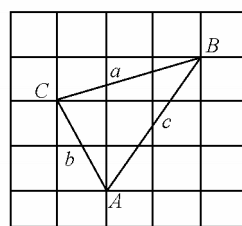
基础过关

一、选择题

- 下列说法正确的是().
A. 若 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边, 则 $a^2 + b^2 = c^2$
B. 若 a, b, c 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边, 则 $a^2 + b^2 = c^2$
C. 若 a, b, c 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边, $\angle A = 90^\circ$, 则 $a^2 + b^2 = c^2$
D. 若 a, b, c 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边, $\angle C = 90^\circ$, 则 $a^2 + b^2 = c^2$
- 一架 41 m 长的云梯的底端离建筑物 9 m, 则它可以达到建筑物的高度是().
A. 30 B. 40 C. 41 D. 36
- 某直角三角形周长为 30, 且一条直角边是 5, 那么另一条直角边是().
A. 6 B. 12 C. 14 D. 以上都错
- 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 斜边 $AB = 1$, 则 $AB^2 + AC^2 + BC^2$ 的值是().
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
- 直角三角形中, 一边是 5, 一边是 12, 则第三边是().
A. 13 B. $\sqrt{119}$ C. 13 或 $\sqrt{119}$ D. 无法计算
- $\triangle ABC$ 中, $AB = 15$, $AC = 13$, 高 $AD = 12$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为().
A. 42 B. 32 C. 42 或 32 D. 37 或 33
- 一架 25 分米长的梯子, 斜立在一竖直的墙上, 这时梯足距离墙底端 7 分米. 如果梯子的顶端沿墙下滑 4 分米, 那么梯足将滑动().
A. 9 分米 B. 15 分米 C. 5 分米 D. 8 分米
- 如图, 正方形网格中, 每个小正方形的边长为 1, 则网格上的三角形 ABC 中, 边长为无理数的边数是().
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, 三边 a, b, c 的大小关系是().
A. $a < b < c$ B. $c < a < b$
C. $c < b < a$ D. $b < a < c$
- 若直角三角形的三边长分别为 2, 4, x , 则 x 可能值有().



8 题图



9 题图

A. 3 个

B. 2 个

C. 1 个

D. 4 个

二、填空题

11. 如果直角三角形的斜边与一条直角边的长分别是 13cm 和 5cm, 那么这个直角三角形的面积是 _____ cm^2 .

12. 等腰直角三角形一条直角边长为 2cm, 那么它斜边上的高是 _____ cm.

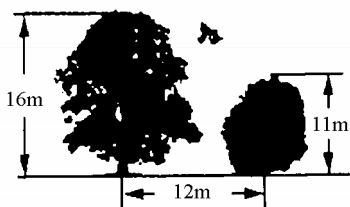
13. 某人由家里出发向西行 30m 到 A 处, 后又向南行至 B 处停下, 若 B 处离此人的家为 50m, 则此人向南行 _____ m.

14. 如图, 校园内有两棵树, 相距 12m, 一棵树高 16m, 另一棵树高 11m, 一只小鸟从一棵树的顶端飞到另一棵树的顶端, 小鸟至少要飞 _____ m.

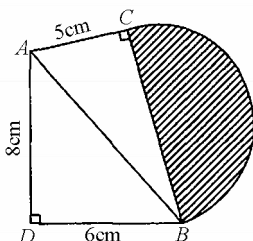
15. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\triangle ADB$ 中, $\angle ADB=90^\circ$, 图中阴影部分是以 BC 为直径的半圆, 则它的面积为 _____ cm^2 .

16. 已知直角三角形两直角边的长分别为 6cm、8cm, 那么斜边上的高为 _____ cm.

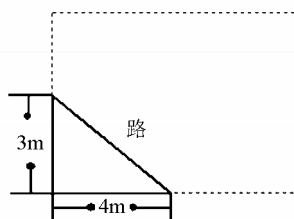
17. 如图, 学校有一块长方形花铺, 有极少数人为了避开拐角走“捷径”, 在花铺内走出了一条“路”. 他们仅仅少走了 _____ 步路(假设 2 步为 1 米), 就踩伤了花草.



14 题图



15 题图



17 题图

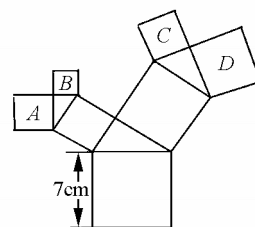
18. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$,

(1) 已知 $a=2.4$, $b=3.2$, 则 $c=$ _____;

(2) 已知 $c=17$, $b=15$, 则 $\triangle ABC$ 面积等于 _____;

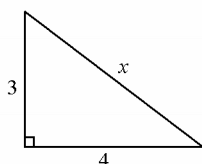
(3) 已知 $\angle A=45^\circ$, $c=18$, 则 $a=$ _____.

19. 如图, 所有的四边形都是正方形, 所有的三角形都是直角三角形, 其中最大的正方形的边长为 7cm, 则正方形 A、B、C、D 的面积之和为 _____ cm^2 .

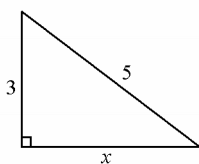


三、解答题

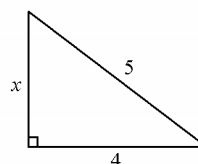
20. 如图, 你能计算出各直角三角形中未知边的长吗?



(1)



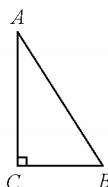
(2)



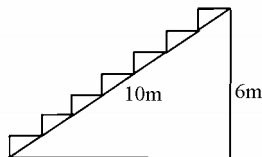
(3)



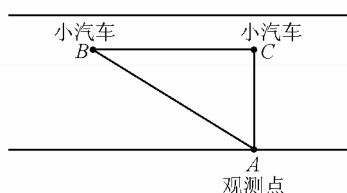
21. 如图,某机械零件上有 A 、 B 两个圆孔,它们之间的水平距离 BC 和铅直距离 AC 分别为 $20\sqrt{3}\text{mm}$ 和 60mm . 求两孔之间的距离 AB .



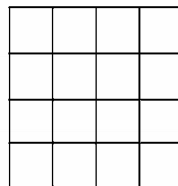
22. 如图,某会展中心在会展期间准备将高 6m 、长 10m 、宽 2m 的楼道上铺地毯,已知地毯每平方米 18 元,请你帮助计算一下,铺完这个楼道至少需要多少元钱?



23. 《中华人民共和国道路交通管理条例》规定:小汽车在城街路上行驶速度不得超过 70km/h . 如图,一辆小汽车在一条城市街路上直道行驶,某一时刻刚好行驶到路对面车速检测仪正前方 30m 的 C 处,过了 2s 后,测得在小汽车与车速检测仪间距离为 50m 的 B 处,这辆小汽车超速了吗?

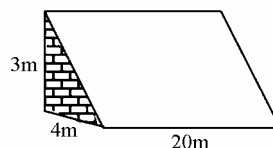


24. 如图,正方形网格中的每个小正方形边长都是 1 ,任意连接这些小正方形的顶点,可得到一些线段. 请在图中画出 $AB=\sqrt{2}$ 、 $CD=\sqrt{5}$ 、 $EF=\sqrt{13}$ 这样的线段,并选择其中的一个说明这样画的道理.



25. 甲、乙两位探险者到沙漠进行探险,没有了水,需要寻找水源. 为了不致于走散,他们用两部对话机联系,已知对话机的有效距离为 15 千米. 早晨 $8:00$ 甲先出发,他以 6 千米/时的速度向东行走, 1 小时后乙出发,他以 5 千米/时的速度向北行进,上午 $10:00$,甲、乙二人相距多远? 还能保持联系吗?

26. 如图, 小李准备建一个蔬菜大棚, 棚宽 4m, 高 3m, 长 20m, 棚的斜面用塑料薄膜遮盖, 不计墙的厚度, 请计算阳光透过的最大面积.



能力提升

27. 下面是数学课堂的一个学习片段, 阅读后回答问题.

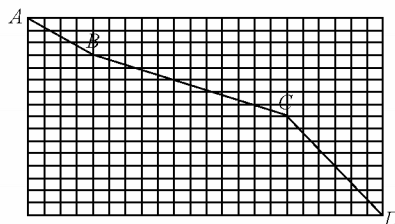
学习勾股定理有关内容后, 张老师请同学们交流讨论这样一个问题: “已知直角三角形 ABC 的两边长分别为 3 和 4, 请你求出第三边.”

同学们经片刻的思考与交流后, 李明同学举手说: “第三边长是 5.” 王华同学说: “第三边长是 $\sqrt{7}$.” 还有一些同学也提出了不同的看法……

(1) 假如你也在课堂上, 你的意见如何? 为什么?

(2) 通过上面数学问题的讨论, 你有什么感受? (用一句话表示)

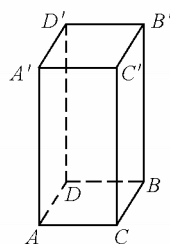
28. 蚂蚁沿图中的折线从 A 点爬到 D 点, 一共爬了多少厘米? (小方格的边长为 1 厘米)



29. 有一个小朋友拿着一根竹竿要通过一个长方形的门, 如果把竹竿竖放就比门高出 1 尺, 斜放就恰好等于门的对角线, 已知门宽 4 尺, 求竹竿高与门高.



30. 已知长方体的长为 2cm, 宽为 1cm, 高为 4cm, 一只蚂蚁如果沿长方体的表面从 A 点爬到 B' 点, 那么沿哪条路最近, 最短的路程是多少?



中考视窗

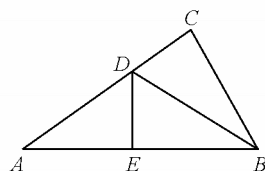
1. (恩施) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$, 交 AC 于 D , 沿 D 在的直线折叠, 使点 B 恰好与点 A 重合, 若 $CD = 2$, 则 AB 的值为().

A. $2\sqrt{3}$

B. 4

C. $4\sqrt{3}$

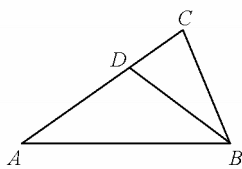
D. 8



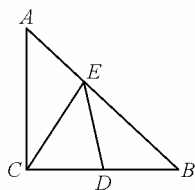
2. (天津) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$, 若 $AD = 6$, 则 $CD =$ _____.

3. (河南) 如图在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC = 2$, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 BC 的中点, E 是 AB 边上一动点, 则 $EC + ED$ 的最小值是 _____.

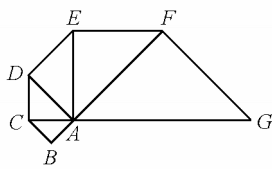
4. (辽宁十二市) 如图, 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 是直角边长为 1 的等腰直角三角形, 以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AC 为直角边, 画第二个等腰 $\text{Rt}\triangle ACD$, 再以 $\text{Rt}\triangle ACD$ 的斜边 AD 为直角边, 画第三个等腰 $\text{Rt}\triangle ADE$, 依此类推, 第 n 个等腰直角三角形的斜边长是 _____.



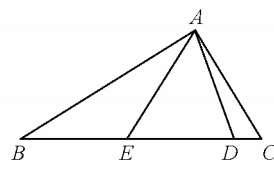
2 题图



3 题图



4 题图



5 题图

5. (呼和浩特) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 2\angle B$, D 是 BC 上一点, 且 $AD \perp AB$, 点 E 是 BD 的中点, 连接 AE .

(1) 求证: $\angle AEC = \angle C$.

(2) 求证: $BD = 2AC$.

(3) 若 $AE = 6.5$, $AD = 5$, 那么 $\triangle ABE$ 的周长是多少?

19.2 勾股定理的逆定理



基础过关

一、选择题

1. 分别以下列四组数为一个三角形的边长:(1)3,4,5;(2)5,12,13;(3)8,15,17;(4)4,5,6. 其中能构成直角三角形的有().

- A. 4 组 B. 3 组 C. 2 组 D. 1 组

2. 三角形的三边长分别为 a^2+b^2 、 $2ab$ 、 a^2-b^2 (a, b 都是正整数), 则这个三角形是().

- A. 直角三角形 B. 钝角三角形 C. 锐角三角形 D. 不能确定

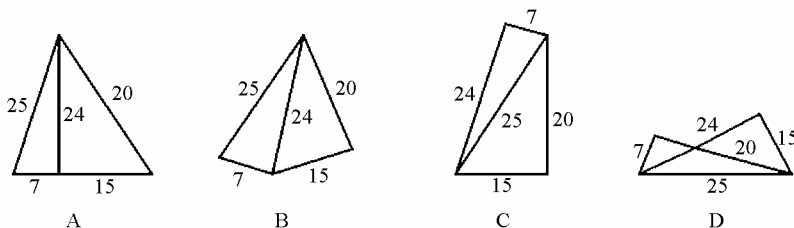
3. 如果把直角三角形的两条直角边同时扩大到原来的 2 倍, 那么斜边扩大到原来的().

- A. 1 倍 B. 2 倍 C. 3 倍 D. 4 倍

4. 下列各命题的逆命题不成立的是().

- A. 两直线平行, 同旁内角互补
B. 若两个数的绝对值相等, 则这两个数也相等
C. 直角三角形两条直角边的平方和等于斜边的平方
D. 如果 $a=b$, 那么 $a^2=b^2$

5. 五根小木棒, 其长度分别为 7, 15, 20, 24, 25, 现将它们摆成两个直角三角形, 其中正确的是().



6. 如果下列各组数是三角形的三边, 那么不能组成直角三角形的一组数是().

- A. 7, 24, 25 B. $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$ C. 3, 4, 5 D. $4, 7\frac{1}{2}, 8\frac{1}{2}$

7. 在下列说法中是错误的().

- A. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = \angle A - \angle B$, 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形
B. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A : \angle B : \angle C = 5 : 2 : 3$, 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形
C. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a = \frac{3}{5}c$, $b = \frac{4}{5}c$, 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形
D. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a : b : c = 2 : 2 : 4$, 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形

8. 有六根细木棒, 它们的长度分别为 2, 4, 6, 8, 10, 12 (单位: cm), 从中取出三根首尾顺次连接搭成一个直角三角形, 则这根木棒的长度分别为().

- A. 2, 4, 8 B. 4, 8, 10 C. 6, 8, 10 D. 8, 10, 12

二、填空题

9. 已知一个三角形的三边分别为 $3k, 4k, 5k$ (k 为自然数), 则这个三角形为 _____ 三角形.



10. 设 $a > b$, 如果 $a+b, a-b$ 是三角形较小的两条边, 当第三边等于 _____ 时, 这个三角形为直角三角形.

11. 三角形的三边长分别是 $\sqrt{5}, \sqrt{5}, \sqrt{10}$, 则它的三个内角分别是 _____.

12. 如果三角形三边 a, b, c 满足 $a^2 + b^2 + c^2 + 338 = 10a + 24b + 26c$, 则三角形为 _____.

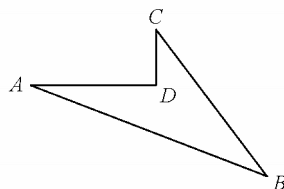
13. 在 $\triangle ABC$ 中, 其中两边 $a = m^2 - n^2, b = 2mn, c = m^2 + n^2$, 则 $\triangle ABC$ 是 _____ 三角形.

14. 将勾股数 3, 4, 5 扩大 2 倍, 3 倍, 4 倍, 可以得到勾股数 6, 8, 10; 9, 12, 15; 12, 16, 20, 则我们把 3, 4, 5 这样的勾股数称为基本勾股数, 请你也写出三组基本勾股数 _____, _____, _____.

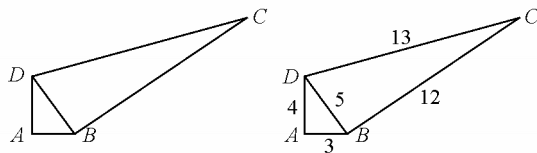
15. 若三角形的两边长为 4 和 5, 要使其成为直角三角形, 则第三边的长为 _____.

三、解答题

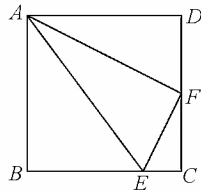
16. 如图所示的一块地, 已知 $AD = 4\text{m}, CD = 3\text{m}, AD \perp DC, AB = 13\text{m}, BC = 12\text{m}$, 求这块地的面积.



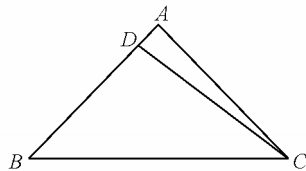
17. 一个零件的形状如左图所示, 按规定这个零件中 $\angle A$ 和 $\angle DBC$ 都应为直角. 工人师傅量得这个零件各边尺寸如右图所示, 这个零件符合要求吗?



18. 如图, E, F 分别是正方形 $ABCD$ 中 BC 和 CD 边上的点, 且 $AB = 4$, $CE = \frac{1}{4}BC$, F 为 CD 的中点, 连接 AF, AE , 问 $\triangle AEF$ 是什么三角形? 请说明理由.

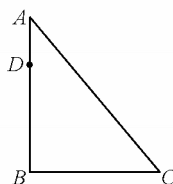


19. 如图, 等腰 $\triangle ABC$ 的底边 $BC = 20\text{cm}$, D 是腰 AB 上一点, 且 $CD = 16\text{cm}, BD = 12\text{cm}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

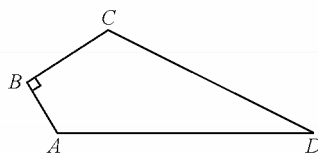


20. 三个村庄 A 、 B 、 C 之间的距离分别为 $AB=5\text{km}$, $BC=12\text{km}$, $AC=13\text{km}$. 要从 B 修一条公路 BD 直达 AC , 已知公路的造价为 26000 元/ km , 那么修这条公路的最低造价是多少?

21. 如图, AB 为一棵大树, 在树上距地面 10m 的 D 处有两只猴子, 它们同时发现地面上的 C 处有一筐水果, 一只猴子从 D 处上爬到树顶 A 处, 利用拉在 A 处的滑绳 AC , 滑到 C 处, 另一只猴子从 D 处滑到地面 B , 再由 B 跑到 C , 已知两猴子所经路程都是 15m , 求树高 AB .



22. 如图, 已知四边形 $ABCD$ 中, $\angle B=90^\circ$, $AB=3$, $BC=4$, $CD=12$, $AD=13$, 求四边形 $ABCD$ 的面积.



能力提升

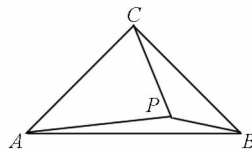
23. 若一个三角形的三边之比为 $5:12:13$, 且周长为 60cm , 则它的面积为_____.

24. 勾股数又称商高数, 它有无数组, 是有一定规律的. 比如有一组求勾股数的式子: $a=m^2-n^2$, $b=2mn$, $c=m^2+n^2$ (其中 m 、 n 为正整数, 且 $m>n$). 你能验证它吗? 利用这组式子完成下表, 通过表格, 你会发现勾股数有哪些规律. 请查阅有关资料, 相信你将有更多收获.

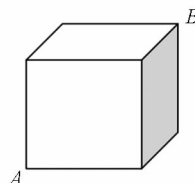
勾股数 $m \backslash n$	1	2	3	4	5	6	...
2							
3							
4							
5							
6							
...	...	...	...	...	...	...	...



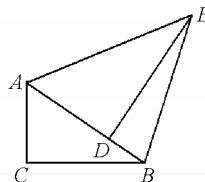
25. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$, P 是 $\triangle ABC$ 内的一点,且 $PB=1$, $PC=2$, $PA=3$,求 $\angle BPC$ 的度数.



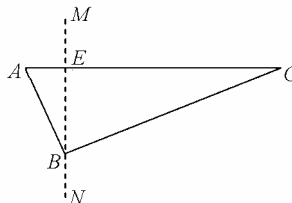
26. 如图,有一个小懒虫,想从 A 点沿棱长为1的正方体的表面爬到点 B ,求它所爬过的最短路程.



27. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AC=6\text{cm}$, $BC=8\text{cm}$,在 $\triangle ABE$ 中, DE 为 AB 边上的高, $DE=12\text{cm}$, $S_{\triangle ABE}=60\text{cm}^2$.求 AB 的长和 $\angle C$ 的度数.



28. 如图,南北向 MN 为我国领海,即 MN 以西为我国领海,以东为公海.上午9时50分,我反走私 A 艇发现正东方向有一走私艇 C 以13海里/时的速度偷偷向我领海开来,便立即通知正在 MN 线上巡逻的我国反走私艇 B .已知 A 、 C 两艇的距离是13海里, A 、 B 两艇的距离是5海里;反走私艇 B 测得离 C 艇的距离是12海里.若走私艇 C 的速度不变,最早会在什么时间进入我国领海?



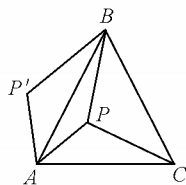
中考视窗

1. (绵阳)若 a 、 b 、 c 是直角三角形的三条边长,斜边 c 上的高的长是 h ,给出下列结论:

- (1) 以 a^2 、 b^2 、 c^2 的长为边的三条线段能组成一个三角形;
- (2) 以 $\sqrt{a}$ 、 $\sqrt{b}$ 、 $\sqrt{c}$ 的长为边的三条线段能组成一个三角形;
- (3) 以 $a+b$ 、 $c+h$ 、 h 的长为边的三条线段能组成直角三角形;
- (4) 以 $\frac{1}{a}$ 、 $\frac{1}{b}$ 、 $\frac{1}{h}$ 的长为边的三条线段能组成直角三角形.

其中所有正确结论的序号为_____.

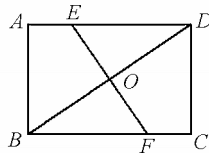
2. (青岛)如图, P 是正三角形 ABC 内的一点, 且 $PA=6, PB=8, PC=10$ 若将 $\triangle PAC$ 绕点 A 逆时针旋转后, 得到 $\triangle P'AB$, 则点 P 与点 P' 之间的距离为 _____, $\angle APB=$ _____.



阶段评价(一)

一、选择题(每小题 3 分, 共 30 分)

1. 三角形的三边长分别为 6、8、10, 它的最短边上的高为().
A. 6 B. 4.5 C. 2.4 D. 8
2. 下面几组数: ①7, 8, 9; ②12, 9, 15; ③ $m^2+n^2, m^2-n^2, 2mn$ (m, n 均为正整数, $m \neq n$); ④ a^2, a^2+1, a^2+2 . 其中能组成直角三角形的三边长的是().
A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ③④
3. 三角形的三边为 a, b, c , 由下列条件不能判断它是直角三角形的是().
A. $a:b:c=8:16:17$ B. $a^2-b^2=c^2$
C. $a^2=(b+c)(b-c)$ D. $a:b:c=13:5:12$
4. 三角形的三边长为 a, b, c 且满足 $(a+b)^2=c^2+2ab$, 则这个三角形是().
A. 等边三角形 B. 钝角三角形 C. 直角三角形 D. 锐角三角形
5. 在直角坐标系中, 点 $P(-2, 3)$ 到原点的距离是().
A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{13}$ C. $\sqrt{11}$ D. 2
6. 已知一个直角三角形的两边长分别为 3 和 4, 则第三边长是().
A. 5 B. 25 C. $\sqrt{7}$ D. 5 或 $\sqrt{7}$
7. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 若 $a+b=14\text{cm}, c=10\text{cm}$, 则 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的面积是().
A. 24cm^2 B. 36cm^2 C. 48cm^2 D. 60cm^2
8. 直角三角形中一直角边的长为 9, 另两边长为连续自然数, 则直角三角形的周长为().
A. 121 B. 120 C. 90 D. 不能确定
9. 放学以后, 小红和小颖从学校分手, 分别沿东南方向和西南方向回家, 若小红和小颖行走的速度都是 40 米/分, 小红用 15 分钟到家, 小颖 20 分钟到家, 小红和小颖家的直线距离为().
A. 600 米 B. 800 米 C. 1000 米 D. 不能确定
10. 如图, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB=6, BC=8$, 若将长方形沿 EF 折叠, 使点 B 与点 D 重合, 则折痕 EF 的长为().
A. $\frac{15}{2}$ B. $\frac{15}{4}$
C. 5 D. 6



二、填空题(每小题 3 分, 共 24 分)

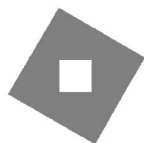
11. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ, AB=5$, 则 $AB^2+AC^2+BC^2=$ _____.
12. 如图, 是 2002 年 8 月北京第 24 届国际数学家大会会标, 由 4 个全等的直角三角形拼合而成. 如果图中大、小正方形的面积分别为 52 和 4, 那么一个直角三角形的两直角边的和等于 _____.



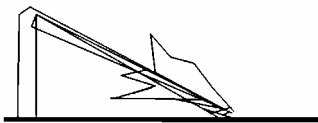
13. 直角三角形两直角边长分别为 5 和 12, 则它斜边上的高为_____.

14. 如图, 一根树在离地面 9 米处断裂, 树的顶部落在离底部 12 米处, 树折断之前有_____米.

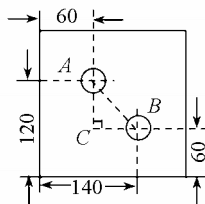
15. 如图所示, 是一个外轮廓为矩形的机器零件平面示意图, 根据图中标出尺寸(单位: mm) 计算两圆孔中心 A 和 B 的距离为_____.



12 题图



14 题图



15 题图

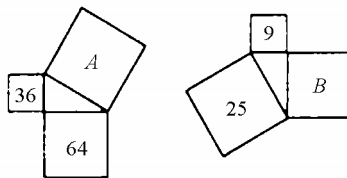
16. 小刚准备测量河水的深度, 他把一根竹竿插到离岸边 1.5m 远的水底, 竹竿高出水面 0.5m, 把竹竿的顶端拉向岸边, 竿顶和岸边的水面刚好相齐, 河水的深度为_____.

17. 飞机在空中水平飞行, 某一时刻刚好飞到一个男孩头顶正上方 4000 米处, 过了 20 秒, 飞机距离这个男孩 5000 米, 飞机每小时飞行_____千米.

18. 小明在学校运动会上负责联络, 他先从检录处走了 75 米到达起点, 又从起点向东走了 100 米到达终点, 最后从终点走了 125 米回到检录处, 则他开始是沿_____方向走的.

三、解答题(共 66 分)

19. 求图中字母所表示的正方形的面积.



20. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$.

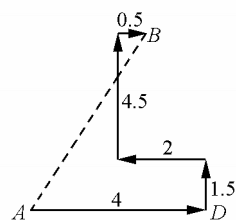
(1) 已知 $c=25, b=15$, 求 a ;

(2) 已知 $a=\sqrt{6}, \angle A=45^\circ$, 求 b, c .

21. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 形的三边长, $a=2n^2+2n, b=2n+1, c=2n^2+2n+1$ (n 为大于 1 的自然数), 试说明 $\triangle ABC$ 为直角三角形.

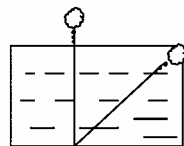
22. 小东拿着一根长竹竿进一个宽为 3 米的城门, 他先横着拿不进去, 又竖起来拿, 结果竿比城门高 1 米, 当他把竿斜着时, 两端刚好顶着城门的对角, 那么竿长为多少米?

23. 如图所示, 某人到岛上去探宝, 从 A 处登陆后先往东走 4km, 又往北走 1.5km, 遇到障碍后又往西走 2km, 再折回向北走到 4.5km 处往东一拐, 仅走 0.5km 就找到宝藏. 问登陆点 A 与宝藏埋藏点 B 之间的距离是多少?

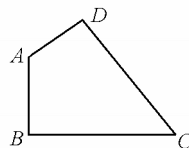


24. 印度数学家什迦逻(1141—1225 年)曾提出过“荷花问题”:

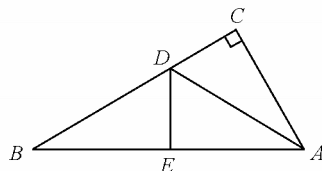
平平湖水清可鉴, 面上半尺生红莲;
出泥不染亭亭立, 忽被强风吹一边,
渔人观看忙向前, 花离原位二尺远;
能算诸君请解题, 湖水如何知深浅?
请用学过的数学知识回答这个问题.



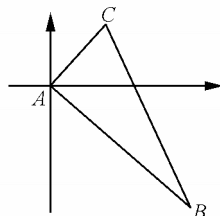
25. 如图, 在四边形 ABCD 中, $\angle B = \angle D = 90^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, $AD = 1$, $BC = 2$, 求 CD 的长.



26. 如图, 有一个直角三角形纸片, 两直角边 $AC = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, 现将直角边 AC 沿 $\angle CAB$ 的角平分线 AD 折叠, 使它落在斜边 AB 上, 且与 AE 重合, 你能求出 CD 的长吗?



27. 如图, 甲乙两船从港口 A 同时出发, 甲船以 16 海里/时速度向北偏东 40° 航行, 乙船向南偏东 50° 航行, 3 小时后, 甲船到达 C 岛, 乙船到达 B 岛. 若 C 、 B 两岛相距 60 海里, 问乙船的航速是多少?



阶段评价(二)

一、选择题(每小题 3 分, 共 30 分)

1. 在下列以线段 a 、 b 、 c 的长为三边的三角形中, 不能构成直角三角形的是().

A. $a=9, b=41, c=40$

B. $a=b=5, c=5\sqrt{2}$

C. $a:b:c=3:4:5$

D. $a=11, b=12, c=15$

2. 若 $\triangle ABC$ 中, $AB=13, AC=15$, 高 $AD=12$, 则 BC 的长是().

A. 14

B. 4

C. 14 或 4

D. 以上都不对

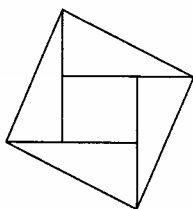
3. 2002 年 8 月在北京召开的国际数学家大会会徽取材于古代数学家赵爽的《勾股圆方图》, 它是由四个全等的直角三角形与中间的一个小正方形拼成的一个大正方形, 如图所示. 如果大正方形的面积是 13, 小正方形的面积是 1, 直角三角形的短直角边为 a , 较长直角边为 b , 那么 $(a+b)^2$ 的值为().

A. 13

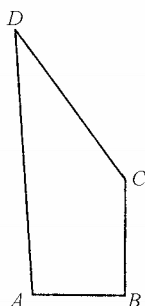
B. 19

C. 25

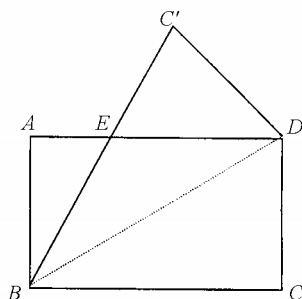
D. 169



3 题图



4 题图



5 题图

4. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AB=3, BC=4, CD=12, DA=14$, 且 $\angle ABC=90^\circ$, 则四边形 $ABCD$ 的面积是().

A. 84

B. 36

C. $\frac{51}{2}$

D. 无法确定

5. 如图, 已知矩形 $ABCD$ 沿着直线 BD 折叠, 使点 C 落在 C' 处, BC' 交 AD 于 E , $AD=8, AB=4$, 则 DE 的长为().

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

6. 如果 $\triangle ABC$ 中, $\angle A:\angle B:\angle C$ 为 $1:2:3$, 那么 $BC:AC:AB$ 的值是().

A. $1:2:3$

B. $3:2:1$

C. $1:\sqrt{3}:2$

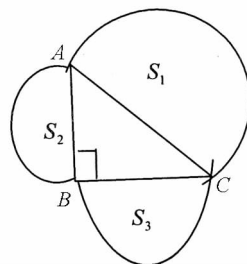
D. $1:2:\sqrt{3}$

7. 若三角形的三边长分别等于 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{6}$ 、2, 则此三角形的面积为().

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

8. 如图, 以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 各边为直径分别向外作半圆, 若 $S_1=10$, $S_3=8$, 则 $S_2=($).

- A. 2 B. 6
C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{6}$

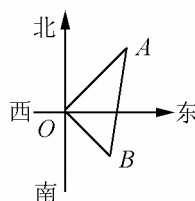


9. 小华想知道学校旗杆的高, 他发现旗杆顶上的绳子垂到地面还多 1m, 当他把绳子的下端拉开 5m 后, 发现下端刚好接触地面, 则旗杆的高为().

- A. 8cm B. 10cm
C. 12cm D. 14cm

10. 如图, 在水塔 O 的东北方向 32m 处有一抽水站 A , 在水塔的东南方向 24m 处有一建筑工地 B , 在 AB 间建一条直水管, 则水管的长为().

- A. 40m B. 45m
C. 50m D. 56m



二、填空题(每小题 3 分, 共 24 分)

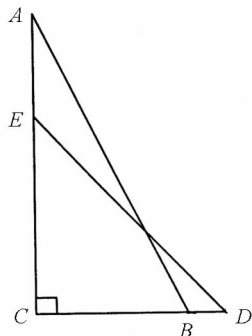
11. 已知一个直角三角形的两条直角边分别为 6cm、8cm, 那么这个直角三角形斜边上的高为_____.

12. 三角形的两边长分别为 3 和 5, 要使这个三角形是直角三角形, 则第三条边长是_____.

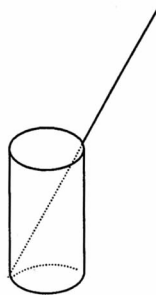
13. $\triangle ABC$ 中, $AB=10$, $BC=16$, BC 边上的中线 $AD=6$, 则 $AC=$ _____.

14. 如图所示, 一个梯子 AB 长 5 米, 顶端 A 靠在墙 AC 上, 这时梯子下端 B 与墙角 C 间的距离为 3 米, 梯子滑动后停在 DE 的位置上, 测得 DB 的长为 1 米, 则梯子顶端 A 下落了_____米.

15. 如图将一根长 24cm 的筷子置于底面直径为 5cm、高为 12cm 的圆柱形水杯中, 设筷子露在杯子外面的长度为 h cm, 则 h 的取值范围是_____.



14题图



15题图

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=12$ cm, $AC=5$ cm, $BC=13$ cm, 则 BC 边上的高 $AD=$ _____.

17. 能成为直角三角形三边长的一个正整数叫做勾股数(如 6、8、10), 请再写出两组不同的勾股数. _____.

18. 在等腰 $\triangle ABC$ 中, 若 $AB=AC=17$, $BC=16$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.



三、解答题(共计 66 分)

19. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$. (1) 已知 $c=25, b=15$, 求 a ; (2) 已知 $a=\sqrt{6}, \angle A=60^\circ$, 求 b, c .

20. 阅读下列解题过程:

已知 a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三边, 且满足 $a^2c^2 - b^2c^2 = a^4 - b^4$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

解: $\because a^2c^2 - b^2c^2 = a^4 - b^4$ ①, $\therefore c^2(a^2 - b^2) = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$ ②, $\therefore c^2 = a^2 + b^2$ ③, $\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形.

(1) 上述解题过程, 从哪一步开始出现了错误? 该步的代号为 _____; (2) 错误的原因是 _____; (3) 本题正确的结论是 _____.

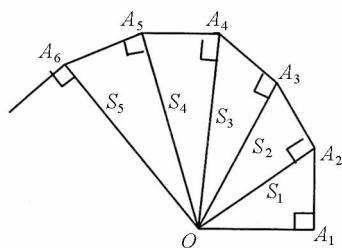
21. 已知直角三角形的周长是 $2+\sqrt{6}$, 斜边长为 2, 求它的面积.

22. 细心观察图, 认真分析各式, 然后解答问题.

$$(\sqrt{1})^2 + 1 = 2 \quad S_1 = \frac{\sqrt{1}}{2}$$

$$(\sqrt{2})^2 + 1 = 3 \quad S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(\sqrt{3})^2 + 1 = 4 \quad S_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



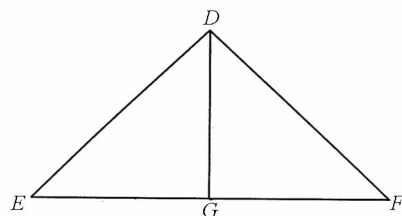
(1) 用含有 n (n 是正整数) 的等式表示上述变化的规律;

(2) 推算出 OA_{10} 的长;

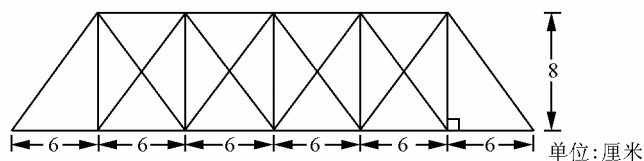
(3) 求出 $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + \dots + S_{10}^2$ 的值.

23. 小东拿一根长竿进一个宽为 3 米的城门. 他先横着, 拿不进去; 又竖起来拿, 结果竿比城门高 1 米; 当他把竿斜着时, 两端刚好顶着城门的对角, 问竿长多少米?

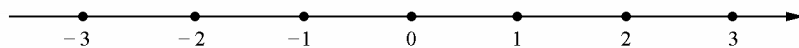
24. 如图, $\triangle DEF$ 中, $DE=17\text{cm}$, $EF=30\text{cm}$, EF 边上的中线 $DG=8\text{cm}$. 求证: $\triangle DEF$ 是等腰三角形.



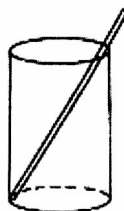
25. (1) 下图是哈尔滨铁路桥的模型, 请你计算出该模型的两个侧面使用铁条的总长度.



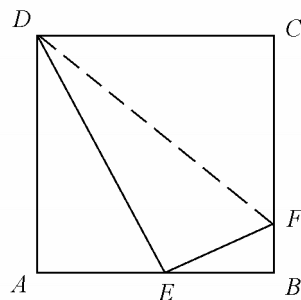
(2) 在数轴上作出表示 $-\sqrt{7}$ 的点.



26. 有一种盛饮料的圆柱形杯, 测得内部底面半径为 2.5cm , 高为 12cm . 吸管放进杯里, 杯口外面至少要露出 4.6cm , 吸管要做多长?



27. 如图所示, 正方形 $ABCD$ 中, E 为 AB 的中点, F 点在 BC 上, 且 $BF=\frac{1}{4}BC$. 求证: $DE \perp EF$.



28. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=17\text{cm}$, $BC=16\text{cm}$, BC 边上的中线 $AD=15\text{cm}$,证明: $\triangle ABC$ 是等腰三角形.



资源驿站

勾股定理

勾股定理又叫商高定理、毕氏定理,或称毕达哥拉斯定理(Pythagoras Theorem).

在一个直角三角形中,斜边边长的平方等于两条直角边边长平方之和.如果直角三角形两直角边分别为 a 、 b ,斜边为 c ,那么 $a^2+b^2=c^2$.

据考证,人类对这条定理的认识,少说也超过 4000 年了.中国最早的一部数学著作《周髀算经》的第一章,就有这条定理的相关内容.周公问:“窃闻乎大夫善数也,请问古者包牺立周天历度.夫天不可阶而升,地不可得尺寸而度,请问数安从出?”商高答:“数之法出于圆方,圆出于方,方出于矩,矩出九九八十一,故折矩以为勾广三,股修四,径隅五.既方其外,半之一矩,环而共盘.得成三、四、五,两矩共长二十有五,是谓积矩.故禹之所以治天下者,此数之所由生也.”就是说,矩形以其对角相折所称的直角三角形,如果勾(短直角边)为 3,股(长直角边)为 4,那么弦(斜边)必定是 5.从上面所引的这段对话中,我们可以清楚地看到,我国古代的人民早在几千年以前就已经发现并应用勾股定理这一重要的数学原理了.



在西方有文字记载的最早的证明是毕达哥拉斯给出的.据说当他证明了勾股定理以后,欣喜若狂,杀牛百头,以示庆贺,故西方亦称勾股定理为“百牛定理”.遗憾的是,毕达哥拉斯的证明方法早已失传,我们无从知道他的证法.

实际上,在更早期的人类活动中,人们就已经认识到这一定理的某些特例.除上述两个例子



外,据说古埃及人也曾利用“勾三股四弦五”的法则来确定直角.但是,这一传说引起过许多数学史家的怀疑.比如说,美国的数学史家 M. 克莱因教授曾经指出:“我们也不知道埃及人是否认识到毕达哥拉斯定理.我们知道他们有拉绳人(测量员),但所传他们在绳上打结,把全长分成长度为 3、4、5 的三段,然后用来形成直角三角形之说,则从未在任何文件上得证实.”不过,考古学家们发现了几块大约完成于公元前 2000 年左右的古巴比伦的泥板书.据专家们考证,其中一块上面刻有如下问题:“一根长度为 30 个单位的棍子直立在墙上,当其上端滑下 6 个单位时,请问其下端离开墙角有多远?”这是一个三边长比为 3:4:5 三角形的特殊例子.专家们还发现,在另一块泥板上刻着一个奇特的数表,表中共刻有 4 列 15 行数字,这是一个勾股数表:最右边一列为从 1 到 15 的序号,而左边三列则分别是股、勾、弦的数值,一共记载着 15 组勾股数.这说明,勾股定理实际上早已进入了人类知识的宝库.

勾股定理是几何学中的明珠,它充满魅力,千百年来,人们对它的证明趋之若鹜,其中有著名的数学家、画家,也有业余数学爱好者;有普通的老百姓,也有尊贵的政要权贵,甚至有国家总统.也许是因为勾股定理既重要又简单实用,更容易吸引人,才使它成百次地反复被人炒作,反复被人论证.1940 年出版过一本名为《毕达哥拉斯命题》的勾股定理的证明专辑,其中收集了 367 种不同的证明方法.实际上还不止于此,有资料表明,关于勾股定理的证明方法已有 500 余种,仅我国清末数学家华蘅芳就提供了二十多种精彩的证法.这是任何定理无法比拟的.

人们对勾股定理感兴趣的原因还在于它可以作推广.

欧几里得在他的《几何原本》中给出了勾股定理的推广定理:“直角三角形斜边上的一个直边形,其面积为两直角边上两个与之相似的直边形面积之和.”

从上面这一定理可以推出下面的定理:“以直角三角形的三边为直径作圆,则以斜边为直径所作圆的面积等于以两直角边为直径所作两圆的面积和.”

勾股定理还可以推广到空间:以直角三角形的三边为对应棱作相似多面体,则斜边上的多面体的表面积等于直角边上两个多面体表面积之和.若以直角三角形的三边为直径分别作球,则斜边上的球的表面积等于两直角边上所作二球表面积之和.如此等等.



期中测试卷(一)

(满分 120 分,时间 120 分钟)

一、选择题(每题 3 分,共 30 分)

1. 在式子 $\frac{1}{a}, \frac{2xy}{\pi}, \frac{3a^2b^3c}{4}, \frac{5}{6+x}, \frac{x}{7} + \frac{y}{8}, 9x + \frac{10}{y}, \frac{x^2}{x}$ 中,分式的个数是().

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

2. 下列计算正确的是().

- A. $(-0.1)^{-2} = 100$ B. $-10^{-3} = \frac{1}{1000}$
C. $\frac{1}{5^{-2}} = \frac{1}{25}$ D. $2a^{-3} = \frac{1}{2a^3}$

3. 当路程 s 一定时,速度 v 与时间 t 之间的函数关系是().

- A. 正比例函数 B. 反比例函数 C. 一次函数 D. 以上都不是

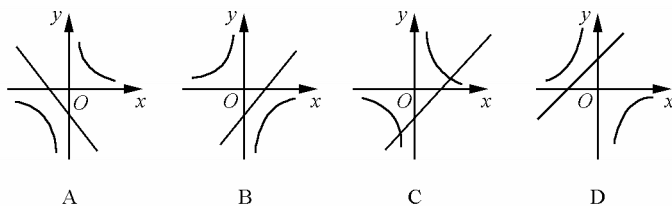
4. 下列关于分式的判断,正确的是().

- A. 当 $x=2$ 时, $\frac{x+1}{x-2}$ 的值为零 B. 无论 x 为何值, $\frac{3}{x^2+1}$ 的值总为正数
C. 无论 x 为何值, $\frac{3}{x+1}$ 不可能得整数值 D. 当 $x \neq 3$ 时, $\frac{x-3}{x}$ 有意义

5. 若点 $(-2, y_1), (-1, y_2), (1, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上,则下列结论中正确的是().

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_2 > y_1 > y_3$ C. $y_3 > y_1 > y_2$ D. $y_3 > y_2 > y_1$

6. 已知关于 x 的函数 $y = k(x-1)$ 和 $y = -\frac{k}{x} (k \neq 0)$, 它们在同一坐标系中的图象大致是().



7. 如果把分式 $\frac{x}{x+y}$ 中的 x 和 y 都扩大 3 倍,那么分式的值是().

- A. 扩大 3 倍 B. 不变 C. 缩小 3 倍 D. 缩小 6 倍

8. 若 m 人需 a 天完成某项工程,则这样 $(m+n)$ 个人完成这项工程需要的天数是().

- A. $(a+m)$ B. $\frac{ma}{m+n}$ C. $\frac{a}{m+n}$ D. $\frac{m+n}{am}$

9. 计算 $(x-y+\frac{4xy}{x-y})(x+y-\frac{4xy}{x+y})$ 的正确结果是().

- A. y^2-x^2 B. x^2-y^2 C. $\frac{(x-y)^2}{x^2-y^2} (x \neq y)$ D. $\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

10. 现要装配 30 台机器, 在装配好 6 台以后, 采用了新的技术, 每天的工作效率提高了 1 倍, 结果共用了 3 天完成任务, 设原来每天装配机器 x 台, 下列所列方程中正确的是().

- A. $\frac{6}{x} + \frac{24}{2x} = 3$ B. $\frac{6}{x} + \frac{24}{x+2} = 3$ C. $\frac{6}{x} + \frac{30}{2x} = 3$ D. $\frac{30}{x} + \frac{30}{2x} = 3$

二、填空题(每题 3 分, 共 24 分)

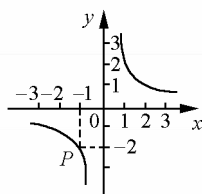
11. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{\sqrt{5-x}}{x-3}$ 的自变量的取值范围是_____.

12. 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{x}{x-1}$ 无意义; 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{x^2-9}{x+3}$ 的值为零.

13. 化简 $(ab-b^2) \div \frac{a-b}{ab}$ 的结果为_____.

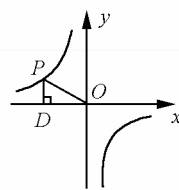
14. 科学家发现一种病毒的直径为 0.000043 米, 用科学记数法表示为_____米.

15. 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过 P , 如图所示, 根据图象可知, 反比例函数的解析式为_____.



15 题图

16. 如图, 点 P 是反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 上的一点, $PD \perp x$ 轴于点 D , 则 $\triangle POD$ 的面积为_____.



16 题图

17. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y = 2x + k$ 的图象的一个交点的纵坐标是 -4, 则 k 的值是_____.

18. 将 $x = \frac{2}{3}$ 代入反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 中, 所得函数值记为 y_1 , 又将 $x = y_1 + 1$ 代入函数中, 所得函数值记为 y_2 , 再将 $x = y_2 + 1$ 代入函数中, 所得函数值记为 y_3 , 如此继续下去, 则 $y_{2005} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题(共 66 分)

19. (12 分) 化简下列各式.

(1) $\frac{2a}{a^2-4} + \frac{1}{2-a}$

(2) $(-\frac{a^2}{b})^2 \cdot (-\frac{b^2}{a})^3 \div (-\frac{b}{a})$

(3) $\frac{3-x}{2x-4} \div (x+2-\frac{5}{x-2})$

(4) $(\frac{x}{x-y} - \frac{2y}{x-y}) \cdot \frac{xy}{x-2y} \div (\frac{1}{x} + \frac{1}{y})$



20. (4 分) 先化简, 后求值: $\frac{x+2}{x^2-1} \div \frac{x^2+4x+4}{x^2-2x+1} \div \frac{1}{x+1}$, 其中 $x=3$.

21. (6 分) 解下列方程.

(1) $\frac{3}{2x-2} + \frac{1}{1-x} = 3$

(2) $\frac{x}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$

22. (5 分) 先阅读下面的材料, 然后解答问题.

通过观察, 发现方程

$x + \frac{1}{x} = 2 + \frac{1}{2}$ 的解为 $x_1 = 2, x_2 = \frac{1}{2}$;

$x + \frac{1}{x} = 3 + \frac{1}{3}$ 的解为 $x_1 = 3, x_2 = \frac{1}{3}$;

$x + \frac{1}{x} = 4 + \frac{1}{4}$ 的解为 $x_1 = 4, x_2 = \frac{1}{4}$;

.....

(1) 观察上述方程的解, 猜想关于 x 的方程 $x + \frac{1}{x} = 5 + \frac{1}{5}$ 的解是_____;

(2) 根据上面的规律, 猜想关于 x 的方程 $x + \frac{1}{x} = c + \frac{1}{c}$ 的解是_____;

(3) 把关于 x 的方程 $\frac{x^2-x+1}{x-1} = a + \frac{1}{a-1}$ 变形为方程 $x + \frac{1}{x} = c + \frac{1}{c}$ 的形式是_____, 方程的解是_____, 解决这个问题的数学思想是_____.

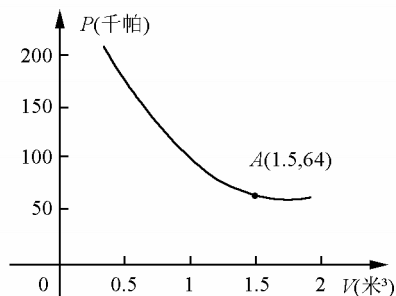
23. (6 分) 比邻而居的蜗牛神和蚂蚁王相约, 第二天上午 8 时结伴出发, 到相距 16 米的银杏树下参加探讨环境保护问题的微型动物首脑会议. 蜗牛神想到“笨鸟先飞”的古训, 于是给蚂蚁王留下一纸便条后提前 2 小时独自先行, 蚂蚁王按既定时间出发, 结果它们同时到达. 已知蚂蚁王的速度是蜗牛神的 4 倍, 求它们各自的速度.

24. (5 分) 某气球内充满了一定质量的气体, 当温度不变时, 气球内气体的压力 P (千帕) 是气球的体积 V (米³) 的反比例函数, 其图象如图所示 (千帕是一种压强单位).

(1) 写出这个函数的解析式.

(2) 当气球的体积为 0.8 立方米时, 气球内的气压是多少千帕?

(3) 当气球内的气压大于 144 千帕时, 气球将爆炸, 为了安全起见, 气球的体积应不小于多少立方米?



25. (8 分) 某空调厂的装配车间原计划用 2 个月时间 (每月以 30 天计算) 完成空调组装任务, 每天组装 150 台空调.

(1) 从组装空调开始, 每天组装的台数 m (单位: 台/天) 与生产的时间 t (单位: 天) 之间有怎样的函数关系?

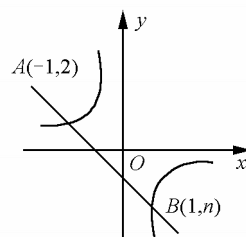
(2) 由于气温提前升高, 厂家决定这批空调提前 10 天上市, 那么装配车间每天至少要组装多少空调?

26. (6 分) 天天超市用 50000 元从外地购回一批 T 恤衫, 由于销路好, 商场又紧急调拨 18.6 万元采购回比第一次多 2 倍的 T 恤衫, 但第二次比第一次进价每件贵 12 元, 商场在出售时统一按每件 80 元的标价出售, 为了缩短库存时间, 最后的 400 件按 6.5 折处理并很快售完, 那么商场在这两次生意中共盈利多少元?



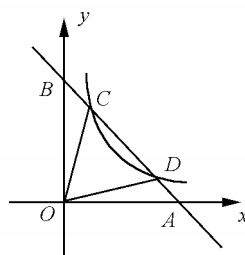
27. (6分) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象交于 A, B 两点.

- (1) 根据图中条件, 求反比例函数和一次函数的解析式;
- (2) 根据函数图象直接写出一一次函数的值大于反比例函数的值的 x 的取值范围.



28. (8分) 如图, 已知 C, D 是双曲线 $y=\frac{m}{x}$ 在第一象限内分支上的两点, 直线 CD 分别交 x 轴、 y 轴于 A, B 两点, 设 C, D 的坐标分别是 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$, 连接 OC, OD .

- (1) 求证: $y_1 < OC < y_1 + \frac{m}{y_1}$.
- (2) 若直线 CD 的关系式为 $y = -x + 4$, 双曲线的关系式为 $y = \frac{3}{x}$, 问: 双曲线上是否存在一点 P , 使得 $S_{\triangle POC} = S_{\triangle POD}$? 若存在, 请给予证明; 若不存在, 请说明理由.



期中测试卷(二)

(满分 120 分,时间 120 分钟)

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)

1. 下列函数中, y 是 x 的反比例函数的是().

A. $y = -\frac{x}{2}$

B. $y = 3x^2 + 1$

C. $y = -\frac{1}{2x}$

D. $y = \frac{1}{x^2}$

2. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象上有 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 两点,若 $y_1 > y_2 > 0$,则 x_1, x_2 的大小关系是().

A. $x_1 > x_2$

B. $x_1 < x_2$

C. $x_1 = x_2$

D. 不能确定

3. 下列命题中假命题是().

A. 三个角的度数之比为 1 : 3 : 4 的三角形是直角三角形

B. 三个角的度数之比为 1 : $\sqrt{3}$: 2 的三角形是直角三角形

C. 三边长度之比为 1 : $\sqrt{3}$: 2 的三角形是直角三角形

D. 三边长度之比为 $\sqrt{2}$: $\sqrt{2}$: 2 的三角形是直角三角形

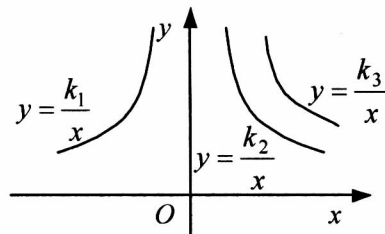
4. 如图是三个反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$, $y = \frac{k_2}{x}$, $y = \frac{k_3}{x}$ 在 x 轴上方的图象,由此观察得到 k_1, k_2, k_3 的大小关系为().

A. $k_1 > k_2 > k_3$

B. $k_3 > k_2 > k_1$

C. $k_2 > k_3 > k_1$

D. $k_3 > k_1 > k_2$



5. 一位卖“运动鞋”的经销商到一所学校对 200 名学生的鞋号进行了抽样调查,经销商最感兴趣的是这组鞋号的().

A. 中位数

B. 平均数

C. 众数

D. 方差

6. 下列计算正确的是().

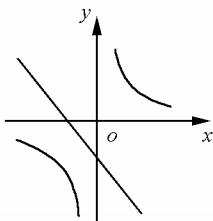
A. $(-0.1)^{-2} = 100$

B. $-10^{-3} = \frac{1}{1000}$

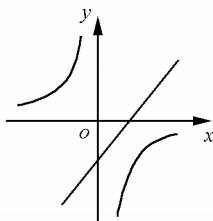
C. $\frac{1}{5^{-2}} = \frac{1}{25}$

D. $2a^{-3} = \frac{1}{2a^3}$

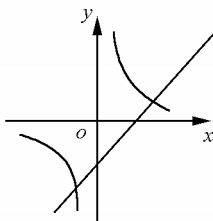
7. 已知关于 x 的函数 $y = k(x-1)$ 和 $y = -\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), 它们在同一坐标系中的图象大致是().



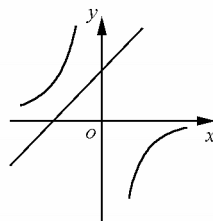
A



B



C



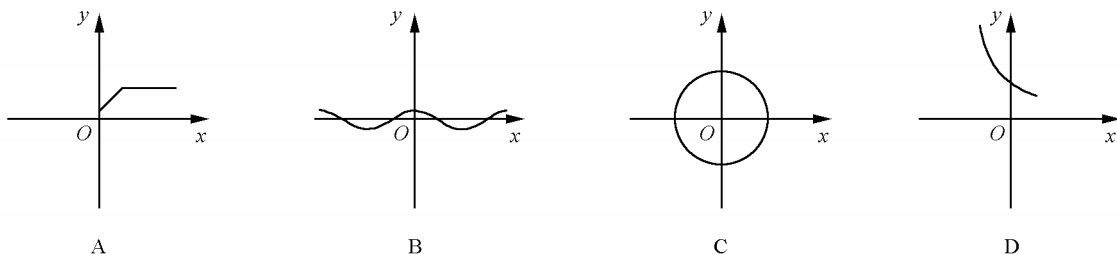
D



8. 计算 $8x^2y^4 \cdot \left(-\frac{3x}{4y^3}\right) \div \left(-\frac{x^2y}{2}\right)$ 的结果是().

- A. $-3x$ B. $3x$ C. $-12x$ D. $12x$

9. 下列图形中的曲线不表示 y 是 x 的函数的是().



10. 现要装配 30 台机器,在装配好 6 台以后,采用了新的技术,每天的工作效率提高了一倍,结果共用了 3 天完成任务,求原来每天装配机器的台数 x ,下列所列方程中正确的是().

- A. $\frac{6}{x} + \frac{24}{2x} = 3$ B. $\frac{6}{x} + \frac{24}{x+2} = 3$ C. $\frac{6}{x} + \frac{30}{2x} = 3$ D. $\frac{30}{x} + \frac{30}{2x} = 3$

二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

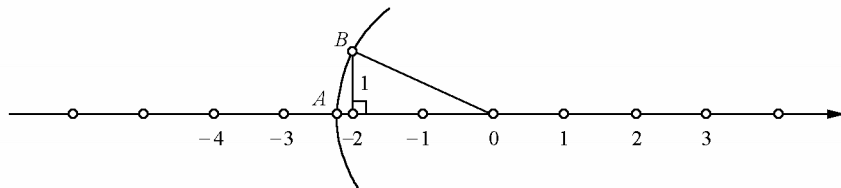
11. 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时,分式 $\frac{x}{x-1}$ 无意义;当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时,分式 $\frac{x^2-9}{x+3}$ 的值为零.

12. 科学家发现一种病毒的直径为 0.000043 米,用科学记数法表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米.

13. 分式 $\frac{y}{2x}, \frac{3}{4x^2y}, \frac{2}{3xy^2}$ 的最简公分母是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 若反比例函数 $y = (m-2)x^{m^2-10}$ 的图象在第一、三象限内,则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如下图,已知 $OA=OB$,那么数轴上点 A 所表示的数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



16. 已知一个直角三角形的两条直角边分别为 6cm、8cm,那么这个直角三角形斜边上的高为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 命题“如果两个实数相等,那么它们的绝对值相等”的逆命题为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 若分式 $\frac{3x+5}{x-1}$ 无意义,当 $\frac{5}{3m-2x} - \frac{1}{2m-x} = 0$ 时,则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题(共 66 分)

19. (6 分)求值: $\left(\frac{3x}{x-1} - \frac{x}{x+1}\right) \cdot \frac{x^2-1}{x}$, 其中 $x = -2$.

20. (6 分) 解方程: $\frac{2x}{2x-1} + \frac{x-1}{x-2} = 2$.

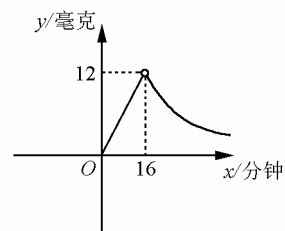
21. (6 分) 解方程: $\frac{1}{x+3} + \frac{1}{6-2x} = \frac{3x-15}{2x^2-18}$.

22. (6 分) “远洋”号、“海天”号轮船同时离开港口,“远航”号以每小时 15 海里的速度向东北方向航行,“海天”号以一定的速度向西北方向航行,2 小时后,两船相距 50 海里,求“海天”号的速度.

23. (8 分) 为了预防“非典”,学校对教室进行消毒,已知药物燃料时室内每立方米的含药量 y (毫克)与时间 x (分钟)成正比例;药物燃烧后 y 与 x 成反比例(如下图所示).

(1) 分别求出药物燃烧时和药物燃烧后 y 与 x 的函数关系式.

(2) 药物燃烧后,当空气中每立方米的含药量低于 1.6 时,学生方可进入教室,求经过多少分钟学生可进入教室?



24. (6分) 甲、乙两个工程队共同完成一项工程, 需要 16 天完成. 现在两队合做 9 天, 甲队因有其他任务调走, 乙队再做 21 天完成任务. 甲、乙两队独做各需几天才能完成任务?

25. (6分) 天天超市用 50000 元从外地购回一批 T 恤衫, 由于销路好, 商场又紧急调拨款 18.6 万元采购回的 T 恤衫是第一次的 3 倍, 但第二次比第一次进价每件贵 12 元, 商场在出售时统一按每件 80 元的标价出售, 为了缩短库存时间, 最后的 400 件按 6.5 折处理并很快售完. 那么商场在这两次生意中共盈利多少元?

26. (6分) 已知实数 a 满足 $a^2 + 2a - 8 = 0$, 求 $\frac{1}{a+1} - \frac{a+3}{a^2-1} \times \frac{a^2-2a+1}{a^2+4a+3}$ 的值.

27. (8分) 某林场购回 3000 棵树苗栽种, 每天植树的棵树为 x , 所需的时间为 y 天.

(1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式.

(2) 如果有 50 人参加植树, 且规定每人每天植树 12 棵, 多少天可以完成植树任务?

(3) 若当植树 2 天后, 林场发现现有的树苗不够, 又购回 1080 棵树苗, 为确保植树的时间不变, 从第三天起, 林场应派多少人参加植树?

28. (8分) 已知 $\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, $\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$, ...

(1) 根据你发现的规律, 第 4 个式子应是 _____;

(2) 根据你发现的规律, 第 n 个式子应是 _____;

(3) 利用这个规律解方程: $\frac{1}{(x+1)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+7)} = \frac{7}{x+7}$.



期末测试卷(一)

(满分 120 分,时间 120 分钟)

一、选择题(每小题 3 分,共 24 分)

1. 化简 $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}$ 等于().

A. $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$

B. $\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$

C. $\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}$

D. $\frac{(a+b)^2}{a^2-b^2}$

2. 下列判断中,正确的是().

A. 分式的分子中一定含有字母

B. 当 $B=0$ 时,分式 $\frac{A}{B}$ 无意义

C. 当 $A=0$ 时,分式 $\frac{A}{B}$ 值为 0 (A, B 为整式)

D. 分数一定是分式

3. 一件工作,甲独做 a 小时完成,乙独做 b 小时完成,则甲、乙两人合作完成需要()小时.

A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

B. $\frac{1}{ab}$

C. $\frac{1}{a+b}$

D. $\frac{ab}{a+b}$

4. 如图,点 A 是反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 图象上一点, $AB \perp y$ 轴于点 B , 则

$\triangle AOB$ 的面积是().

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

5. 在三边分别为下列长度的三角形中不是直角三角形的是().

A. 5, 13, 12

B. 2, 3, $\sqrt{5}$

C. 4, 7, 5

D. 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$

6. “五一”江北水城文化旅游节期间,几名同学包租一辆面包车前去旅游,面包车的租价为 180 元,出发时又增加了两名同学,结果每个同学比原来少摊了 3 元钱车费,设原来参加游览的同学共 x 人,则所列方程为().

A. $\frac{180}{x} - \frac{180}{x+2} = 3$

B. $\frac{180}{x+2} - \frac{180}{x} = 3$

C. $\frac{180}{x} - \frac{180}{x-2} = 3$

D. $\frac{180}{x-2} - \frac{180}{x} = 3$

7. $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 的平均数为 a , $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{50}$ 的平均数为 b , 则 $x_1, x_2, \dots, x_{50}$ 的平均数为().

A. $a+b$

B. $\frac{a+b}{2}$

C. $\frac{10a+50b}{60}$

D. $\frac{10a+40b}{50}$

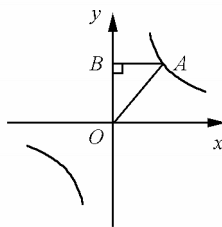
8. 当 5 个整数从小到大排列,则中位数是 4,如果这 5 个数的唯一众数是 6,则这 5 个整数可能的最大和是().

A. 21

B. 22

C. 23

D. 24



二、填空题(每小题 3 分,共 24 分)

9. 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时,分式 $\frac{4-x}{x-3}$ 无意义;当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时,分式 $\frac{|x|-9}{x+9}$ 的值等于零.

10. 科学家发现一种病毒的直径为 0.00004343 米,用科学记数法表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米(结果保留三个有效数字).

11. 若函数 $y = 0.5x^{m-3} + 2n - 1$ 是反比例函数,则 $y = x^{2n} + 2m$ 是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 函数.

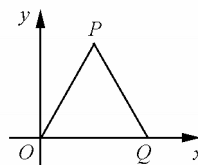
12. 若 $\frac{1}{x} + x = 3$, 则 $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 如图, $\triangle OPQ$ 是边长为 2 的等边三角形,若反比例函数的图象过点 P , 则它的解析式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 数据 1, 2, 8, 5, 3, 9, 5, 4, 5, 4 的众数是 $\underline{\hspace{2cm}}$; 中位数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知一个工人生产零件,计划 30 天完成,若每天多生产 5 个,则在 26 天完成且多生产 15 个. 求这个工人原计划每天生产多少个零件? 如果设原计划每天生产 x 个零件,根据题意可列出的方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 1$, $AC = \sqrt{2}$, $\angle B = 45^\circ$, 那么 $\triangle ABC$ 的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题(共 72 分)

17. (4 分) 先化简,再求值: $(1 - \frac{2}{x+1})^2 \div (\frac{x-1}{x+1})$, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

18. (8 分) 解分式方程.

(1) $\frac{2-x}{3+x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{x+3}$

(2) $\frac{x}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$

19. (6 分) 已知函数 $y = y_1 - y_2$, y_1 与 x 成反比例, y_2 与 $x - 2$ 成正比例, 且当 $x = 1$ 时, $y = -1$; 当 $x = 3$ 时, $y = 5$. 求当 $x = 5$ 时 y 的值.



20. (8分) 若反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 与一次函数 $y = mx$ 的图象都经过点 $A(a, 2)$.

(1) 求点 A 的坐标;

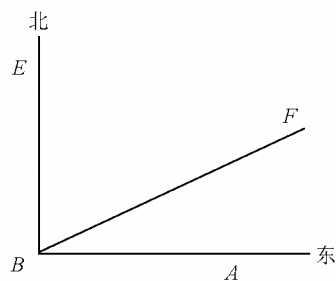
(2) 求一次函数 $y = mx$ 的解析式;

(3) 过点 A 作 $AC \perp y$ 轴于 C 点, 若两个函数图象的另一个交点为 B , 求 $\triangle ABC$ 的面积.

21. (8分) 如图, A 城气象台测得台风中心在 A 城正西方向 320 km 的 B 处, 以每小时 40 km 的速度向北偏东 60° 的 BF 方向移动, 距离台风中心 200 km 的范围内是受台风影响的区域.

(1) A 城是否受到这次台风的影响? 为什么?

(2) 若 A 城受到这次台风的影响, 那么 A 城遭受这次台风影响有多长时间?



22. (8分)小明家用瓷砖装修卫生间,还有一块墙角面未完工(如图1所示),他想在有的六块瓷砖余料中(如图2所示)挑选几块余料进行铺设,请你帮小明设计两种不同的铺设方案.(在下面图3、图4中画出铺设示意图,并标出所选用每块余料的编号.)

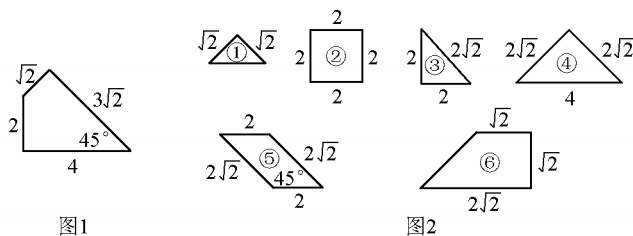


图1

图2

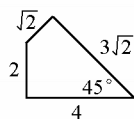


图3

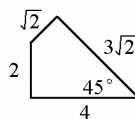


图4

23. (8分)张老师为了从平时在班级里数学比较优秀的王军、张成两位同学中选拔一人参加全国初中数学联赛,对两位同学进行了辅导,并在辅导期间进行了10次测验,两位同学测验成绩记录如下表:

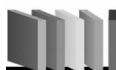
	第1次	第2次	第3次	第4次	第5次	第6次	第7次	第8次	第9次	第10次
王军	68	80	78	79	81	77	78	84	83	92
张成	86	80	75	83	85	77	79	80	80	75

利用表中提供的数据,解答下列问题.

(1)填写完成下表:

	平均成绩	中位数	众数
王军	80	79.5	
张成	80		80

(2)张老师从测验成绩记录表中,求得王军10次测验成绩的方差 $S_{\text{王}}^2 = 33.2$,请你帮助张老师计算张成10次测验成绩的方差 $S_{\text{张}}^2$.



(3)请你根据上面的信息,运用所学的统计知识,帮助张老师做出选择,并简要说明理由.

24. (6分)某校师生到距学校 20 千米的公路旁植树,甲班师生骑自行车先走,45 分钟后,乙班师生乘汽车出发,结果两班师生同时到达,已知汽车的速度是自行车速度的 2.5 倍,求两种车的速度各是多少?

25. (8分)在社会主义新农村建设中,某乡镇农村对一段公路进行改造. 已知这项工程由甲工程队单独做需要 40 天完成;如果由乙工程队单独作 10 天后,那么剩下的工程还需要两队合作 20 天完成.

(1)求乙工程队单独完成这项工程所需的天数.

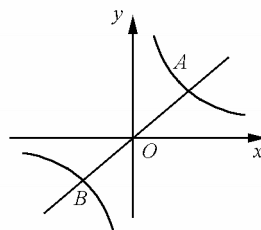
(2)若甲做一天可得 200 元,乙做一天可得 150 元,从节约开销的角度考虑,该乡是选甲工程队还是乙工程队,还是两队合作?

26. (8分)如图所示,正比例函数 $y=k_1x$ 的图与反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图象交于 A 、 B 两点,其中点 A 的坐标为 $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$.

(1)分别写出这两个函数的表达式;

(2)若点 B 的坐标横坐标为 $-\sqrt{3}$,点 C 坐标是 $(-4, 0)$,求 $\triangle BOC$ 的面积;

(3)在图(2)的条件下,试着在坐标轴上找点 D ,使 $\triangle AOD \cong \triangle BOC$.



期末测试卷(二)

(满分 120 分,时间 120 分钟)

一、选择题(每题 3 分,共 30 分)

1. 在 $\frac{1}{x}$ 、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{x^2+1}{2}$ 、 $\frac{3xy}{\pi}$ 、 $\frac{3}{x+y}$ 、 $a+\frac{1}{m}$ 中分式的个数有().

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

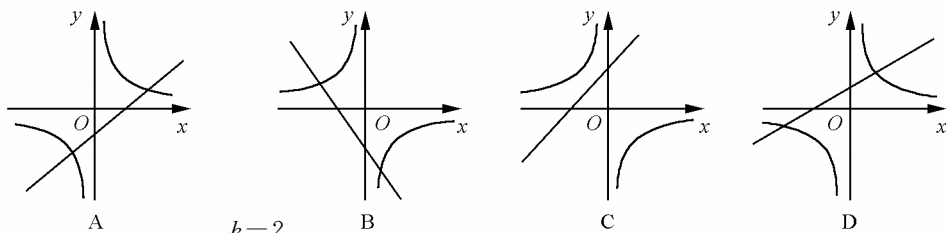
2. 下列约分正确的是().

- A. $\frac{x^6}{x^2} = x^3$ B. $\frac{x+y}{x+y} = 0$ C. $\frac{x+y}{x^2+xy} = \frac{1}{x}$ D. $\frac{2xy^2}{4x^2y} = \frac{1}{2}$

3. 一份工作,甲单独做需 a 天完成,乙单元做需 b 天完成,则甲、乙两人合作一天的工作量是().

- A. $a+b$ B. $\frac{1}{a+b}$ C. $\frac{a+b}{2}$ D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

4. 如图,函数 $y=k(x+1)$ 与 $y=\frac{k}{x}$ ($k<0$) 在同一坐标系中,图象只能是下图中的().



5. 已知反比例函数 $y=\frac{k-2}{x}$ 的图象位于第一、三象限,则 k 的取值范围是().

- A. $k>2$ B. $k\geq 2$ C. $k\leq 2$ D. $k<2$

6. 直角三角形有一条直角边为 6,另两条边长是连续偶数,则该三角形周长为().

- A. 20 B. 22 C. 24 D. 26

7. 数据 10,10, x ,8 的众数与平均数相同,那么这组数的中位数是().

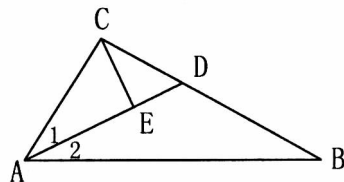
- A. 10 B. 8 C. 12 D. 4

8. 如图所示,已知 $\angle 1 = \angle 2$, $AD = BD = 4$, $CE \perp AD$, $2CE = AC$,那么 CD 的长是().

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 1.5

9. 如果梯子的底端离建筑物 9 米,那么 15 米长的梯子可以到达建筑物的高度是()米.

- A. 9 B. 10 C. 12 D. 15



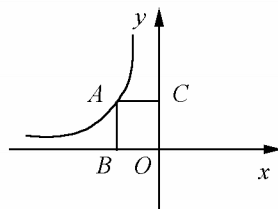
10. 如图所示, 设 A 为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上一点, 且矩形 $ABOC$ 的面积为 3, 则这个反比例函数解析式为().

A. $y = \frac{3}{x}$

B. $y = -\frac{3}{x}$

C. $y = \frac{6}{x}$

D. $y = -\frac{6}{x}$



二、填空题(每题 3 分, 共 24 分)

11. 当 $x =$ _____ 时, 分式 $\frac{1}{x-5}$ 无意义; 当 $m =$ _____ 时, 分式 $\frac{(m-1)(m-3)}{m^2-3m+2}$ 的值为零.

12. 分式 $\frac{1}{x^2-1}$, $\frac{x-2}{x^2-x}$ 的最简公分母是 _____.

13. 用科学记数法表示: 12.5 克 = _____ 吨.

14. 一个图象在第二、四象限的反比例函数的解析式为: _____.

15. 如果反比例函数的图象经过点 $(1, -2)$, 那么这个反比例函数的解析式为 _____.

16. 函数 $y = \frac{x}{x-1}$ 的自变量 x 的取值范围是 _____.

17. 2008 年 7 月 1 日是星期二, 那么 2008 年 7 月 16 日是星期 _____.

18. 数据处理, 2, 8, 5, 4, 9, 5, 4, 5, 4 的众数是 _____, 中位数是 _____.

三、解答题(共 66 分)

19. (8 分) 计算.

(1) $\frac{2a}{a+1} + \frac{2}{a+1}$

(2) $\frac{x-y}{x+y} \div (x-y)^2$

(3) $\frac{1}{49-m^2} \div \frac{1}{m^2-7m}$

(4) $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2 \cdot \frac{2a-2b}{3a+3b}$

20. (6 分) 先化简, 再求值: $\frac{x^3-x^2}{x^2-x} - \frac{1-x^2}{x+1}$, 其中 $x=2$.

21. (8 分) 解方程.

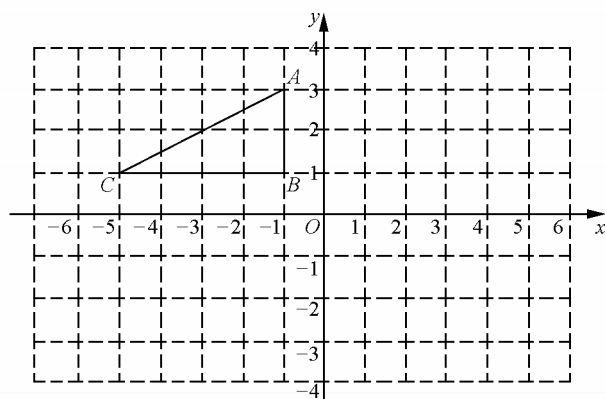
(1) $\frac{2}{x} = \frac{3}{x+1}$

(2) $\frac{4x}{x^2-4} + \frac{2}{2-x} = \frac{1}{x+2}$

22. (8分) $\triangle ABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示.

(1) 将 $\triangle ABC$ 向右平移 6 个单位得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 请画出 $\triangle A_1B_1C_1$, 并写出点 C_1 的坐标.

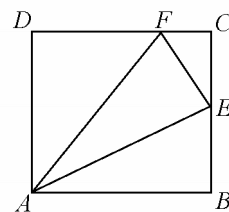
(2) 将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 旋转 180° 得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 请画出 $\triangle A_2B_2C_2$.



23. (8分) 已知函数 y 与 $x+1$ 成反比例, 且当 $x=-2$ 时 $y=-3$.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式; (2) 当 $x=\frac{1}{2}$ 时, 求 y 的值.

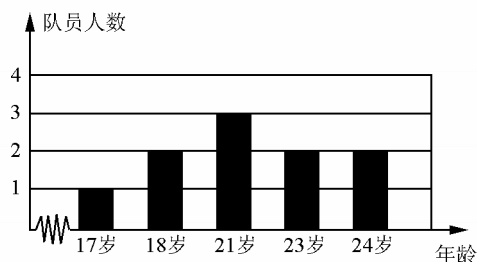
24. (6分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 是 BC 的中点, F 为 CD 上一点, 且 $CF=\frac{1}{4}CD$. 求证: $\triangle AEF$ 是直角三角形.



25. (8分) 如图是某篮球队队员年龄结构直方图, 根据图中信息解答下列问题:



- (1) 求该队队员年龄的平均数;
(2) 求该队队员年龄的众数和中位数.

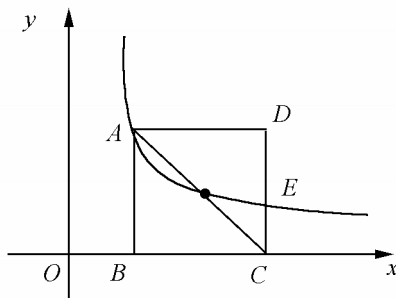


26. (6分) 甲、乙两人分别从相距目的地 6 千米和 10 千米的两地同时出发, 甲、乙的速度比是 3:4, 结果甲比乙提前 20 分钟到达目的地, 求甲、乙的速度.

27. (8分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $\triangle ABC$ 为直角三角形, 直角边 BC 在 x 轴上, 且有 点 $A(2, 4)$, 函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A .

- (1) 求 k 的值.
(2) 过点 A 作 BC 的平行线与过 C 点作 BC 的垂线相交于点 D , $BC = 4$. 当函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过线段 DC 的点 E 时, 求 E 坐标.

(3) 在(2)的条件下, 点 F 在 y 轴的正半轴上, 且 $OF = OB$, 在线段 BC 上是否存在点 P 使 $PD = PF$? 若存在, 求出符合条件的点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



参考答案

第十六章 分式

16.1 分式

16.1.1 从分数到分式

一、1. C 2. D 3. C 4. B 5. D 6. D 7. C 8. C

二、9. 单项式和多项式 10. $2; 3; \frac{2a+b}{m+n}$ 11. $\frac{1}{x+1}, \frac{a^2-b^2}{a-b}; \frac{a}{\pi}, \frac{1}{5}x+y, -3x^2, 0$ 12. $\frac{4}{3}; -1$ 13. $-\frac{8}{3}; 0.4$

14. $\neq \pm 2; = 0$ 15. $\frac{3}{2}$; 为全体实数

三、16. (1) $x \neq -\frac{3}{2}$ (2) $x \neq 1.5$ (3) $x \neq -1$ (4) x 取任意实数 17. (1) $x = \pm 2$ (2) $x = 2$ 18. (1) $x = 2$

(2) $b = 3a$ 且 $a \neq 0$ (3) $x = 3$ (4) $x = -1$ 或 $x = 5$ 19. $x < 5; x$ 为全体实数 20. (1) 当 $y > 0$ 时, $\frac{x-1}{2-3x} > 0, \therefore$

$\begin{cases} x-1 > 0 \\ 2-3x > 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-1 < 0 \\ 2-3x < 0 \end{cases}, \therefore \frac{2}{3} < x < 1$. (2) 当 $y < 0$ 时, $\frac{x-1}{2-3x} < 0, \therefore \begin{cases} x-1 > 0 \\ 2-3x < 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-1 < 0 \\ 2-3x > 0 \end{cases}, \therefore x < \frac{2}{3}$ 或 $x > 1$. (3)

当 $y = 0$ 时, $\frac{x-1}{2-3x} = 0, \therefore \begin{cases} x-1 = 0 \\ 2-3x \neq 0 \end{cases}, \therefore x = 1$. (4) 分式无意义, $2-3x = 0, x = \frac{2}{3}$.

21.

x	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$
$\frac{20}{x}$	-10	-20	无意义	40
$\frac{x}{2x-1}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$	0	无意义

22. $0 < x < 2$ 23. $\frac{ab}{b-a}$ 24. $\frac{sb}{a(a-b)}$ 25. $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3, \therefore y - x = 3xy, x - y = -3xy, \therefore \frac{5x+3xy-5y}{x-2xy-y} = \frac{5(x-y)+3xy}{-3xy-2xy} = \frac{5 \times (-3xy)+3xy}{-5xy} = \frac{-12xy}{-5xy} = \frac{12}{5}$. 26. $\frac{(m-1)(m-3)}{m^2-3m+2} = 0, \therefore (m-1)(m-3) = 0, \therefore m = 1$ 或 $m = 3$. 当 $m = 1$ 时分母为零, 舍去, $\therefore m = 3$ 时, 分式的值为零.

中考视窗

1. B 2. C 3. B 4. A 5. -1 6. $x \neq 4$ 7. 2 8. $\frac{1}{2}$

16.1.2 分式的基本性质

一、1. C 2. C 3. D 4. B 5. D 6. A 7. D 8. C 9. C 10. A

二、11. $xy; \frac{1}{x+5}$ 12. $-\frac{m}{m+3}$ 13. $\frac{9}{16}$ 14. $x+1$ 15. $\frac{6a+2b}{4a+3b}$ 16. $\frac{ab}{3ab}, \frac{3b}{3ab}, \frac{3a}{3ab}$

三、17. (1) $-\frac{2a}{-3b} = \frac{2a}{3b}$ (2) $\frac{-3x}{-2y} = \frac{3x}{2y}$ (3) $\frac{-5ab}{2m} = -\frac{5ab}{2m}$ 18. (1) $\frac{4a^2b^3}{30ab^4} = \frac{2ab^3 \cdot 2a}{2ab^3 \cdot 15b} = \frac{2a}{15b}$ (2) $\frac{-12ab^2c}{-8a^2b} = \frac{4ab \cdot 3bc}{4ab \cdot 2a} = \frac{3bc}{2a}$ (3) $\frac{(a-b)^2}{(b-a)^4} = \frac{(a-b)^2}{(a-b)^4} = \frac{1}{(a-b)^2}$ (4) $\frac{m^2-2m+1}{1-m^2} = \frac{(1-m)^2}{(1+m)(1-m)} = \frac{1-m}{1+m}$ (5) $\frac{x^2-9}{x^2+6x+9} = \frac{(x+3)(x-3)}{(x+3)^2} = \frac{x-3}{x+3}$ (6) $\frac{-35a^4b^3c}{21a^2b^4d} = \frac{-7a^2b^3 \cdot 5a^2c}{7a^2b^3 \cdot 3bd} = -\frac{5a^2c}{3bd}$ (7) $\frac{2x(x-y)^3}{4y(y-x)^2} = \frac{2x(x-y)^3}{4y(x-y)^2} = \frac{2(x-y)^2 \cdot x(x-y)}{2y(x-y)^2 \cdot 2y} = \frac{x(x-y)}{2y}$ (8) $\frac{x^2-(y-z)^2}{(x+y)^2-z^2} = \frac{(x+y-z)(x-y+z)}{(x+y+z)(x+y-z)} = \frac{x-y+z}{x+y+z}$ 19. (1) $\frac{6x^2}{18x^3y^3}, \frac{9xy^2}{18x^3y^3}$, $\frac{2y^2}{18x^3y^3}$ (2) $\frac{a-b}{(a+b)^2(a-b)}, -\frac{2(a+b)^2}{(a+b)^2(a-b)}, \frac{3(a+b)}{(a+b)^2(a-b)}$ (3) $\frac{4b^2}{6a^2b^2}, -\frac{a}{6a^2b^2}$ (4) $\frac{x^2+2x}{(x+2)^2(x-2)}$, $\frac{x^2-3x+2}{(x+2)^2(x-2)}$ (5) $\frac{2x-3}{4x^2-9}, \frac{4x+6}{4x^2-9}, \frac{2x+5}{4x^2-9}$ (6) $\frac{(a-b)^2(a+b)}{a^2-b^2}, \frac{ab+b^2}{a^2-b^2}, \frac{1}{a^2-b^2}$

20. $\because \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 5, \therefore y - x = 5xy, \therefore \frac{-x + xy + y}{2x + 7xy - xy} = \frac{(y-x) + xy}{2(x-y) + 7xy} = \frac{5xy + xy}{-10xy + 7xy} = \frac{6xy}{-3xy} = -2.$

21. 设 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = k, \therefore x = 2k, y = 3k, z = 4k, \therefore \frac{xy + yz + zx}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{6k^2 + 12k^2 + 8k^2}{4k^2 + 9k^2 + 16k^2} = \frac{26}{29}.$

22. 甲队每天的工作量是 $\frac{1}{n}$, 乙队每天的工作量是 $\frac{1}{n+3}$. 通分后为 $\frac{n+3}{n(n+3)}, \frac{n}{n(n+3)}.$

23. D 24. B 25. $10a^2b^2c; 2a^2c; 5bc; ab^2c$ 26. 大长方形场地的面积为 $a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2$, 长为 $2(a+b)$, $\therefore$ 宽为 $\frac{1}{2}(a+b)$, 周长为 $(5a+5b)$. 27. 7 28. $\frac{1}{8}$

中考视窗

1. $\frac{a-2}{a+2}$ 2. A

16.2 分式的运算

16.2.1 分式的乘除

一、1. D 2. B 3. C 4. D 5. B 6. A 7. B 8. D

二、9. (1) $\frac{m}{p}$ (2) $\frac{m^2}{n^2}$ (3) $\frac{y}{4x^2}$ (4) -1 10. $\frac{2ad}{5b}; \frac{1}{y^2(x-1)}$ 11. $\frac{a^2}{b^2c^2d^2}$ 12. $\frac{b^4}{a-b}$ 13. xy 14. $-\frac{1}{a}$

15. -1 16. $-\frac{1}{3}$

三、17. (1) $-\frac{9x^2}{2y}$ (2) $\frac{3y}{10ax}$ (3) $\frac{15ab^2}{2a+2b}$ (4) $\frac{x^2}{5z^3}$ (5) $x+3$ (6) $\frac{1}{a}$ (7) $\frac{x(x-2y)}{x+y}$ (8) $-\frac{4}{3}$ (9) -1

(10) $-\frac{1}{8}a^4b$ (11) n^4 18. (1) $\frac{3x(x-3y)}{x+3y}; 0$ (2) $x; -\frac{2}{3}$ 19. -1 20. 原式=0, 与 x 取值无关. 21. 由 $x = \frac{1}{x}$

知 $x^2 = 1, \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3} \div \frac{x + 3}{x^2 + 6x + 9} = x^2 - 9 = -8$ 22. $x = 2, y = 3$, 原式 $= -\frac{y^3}{x^3} = \frac{27}{8}$ 23. B 24. A 25. A 26. $\frac{n}{3}$

27. $\frac{n+1}{n} \times n = \frac{n+1}{n} + n$

28. $|x - a| + (y + b)^2 = 0, \therefore x = a, y = -b, \frac{a^2 + ay - bx + b^2}{x + y} \div \frac{a^2 + ax + by - b^2}{a + b} = \frac{a^2 - ab - ab + b^2}{a - b} \cdot \frac{a + b}{a^2 + a^2 - b^2 - b^2} = \frac{1}{2}.$

29. (1) “丰收1号”的单位面积产量为 $\frac{m}{a^2-1}$, “丰收2号”的单位面积产量为 $\frac{m}{(a-1)^2}, \frac{m}{a^2-1} \div \frac{m}{(a-1)^2} = \frac{a-1}{a+1} < 1, \therefore$ “丰收2号”的单位面积产量高. (2) 高的单位面积产量是低的单位面积产量的 $\frac{a+1}{a-1}$ 倍.

30. $\begin{cases} m_1(v_1 - v_2) = s \\ m_2(v_1 + v_2) = s \end{cases}, \therefore m_1(v_1 - v_2) = m_2(v_1 + v_2), \therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2}.$

中考视窗

1. A 2. 依据分式的乘除法法则, 得原式 $= \frac{a-1}{a+2} \cdot \frac{(a+2)(a-2)}{(a-1)^2} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{1} = (a-2)(a+1) = a^2 - a -$

2. 由 $a^2 - a = 0$, 得原式 $= -2$. 3. 原式 $= \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x+1}{2(x-1)} = \frac{1}{2}$, 所以当 $x = 3, 5 - 2\sqrt{2}, 7 + \sqrt{3}$ 时, 代数式

的值都是 $\frac{1}{2}$. 4. (1) 规律: 任意一个分式除以前面一个分式恒等于 $-\frac{x^2}{y}$ (2) 第7个分式为 $\frac{x^3}{y} \cdot (-\frac{x^2}{y})^6 = \frac{x^3}{y} \cdot$

$\frac{x^{12}}{y^6} = \frac{x^{15}}{y^7}.$

16.2.2 分式的加减

一、1. D 2. C 3. D 4. D 5. C 6. C 7. B

二、8. $\frac{2x}{x+2}; \frac{7}{10ab}$ 9. $1; \frac{x+y}{x-y}$ 10. $\frac{1}{x+y}; -\frac{1}{x+2}$ 11. $\frac{xy}{x+y}$ 12. $\frac{md}{t(t+d)}$

13. (1) $\frac{1}{a-3}$ (2) $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$ (3) $\frac{a^2+b^2}{a+b}$ (4) $\frac{4}{3x+9}$

14. 甲的平均价格是 $\frac{100a+100b}{200} = \frac{a+b}{2}$ (元/千克), 乙的平均价格是 $\frac{200}{\frac{100}{a} + \frac{100}{b}} = \frac{2ab}{a+b}$ (元/千克), $\frac{a+b}{2} - \frac{2ab}{a+b}$

$=\frac{(a-b)^2}{2(a+b)}$. 当 $a \neq b$ 时, $\frac{(a-b)^2}{2(a+b)} > 0$, 乙两次买的大米平均价格更低些; 当 $a = b$ 时, $\frac{(a-b)^2}{2(a+b)} = 0$, 两次买的大米平均价格相同.

$$15. (1) -\frac{ab}{a+b} \quad (2) \frac{a-2}{a+2} \quad (3) [\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+y} (\frac{x+y}{3x} - x - y)] \div \frac{x-y}{x} = [\frac{2}{3x} - \frac{2}{3x} + 2] \cdot \frac{x-y}{x} = \frac{2x-2y}{x}$$

$$16. \because |a-5| \text{ 和 } (b+4)^2 \text{ 互为相反数}, \therefore a=5, b=-4. [\frac{4ab}{a-b} + (\frac{a}{b} - \frac{b}{a}) \div (\frac{1}{a} + \frac{1}{b})] \div (a^2 + 2ab + b^2) =$$

$$[\frac{4ab}{a-b} + \frac{(a-b)(a+b)}{ab} \div \frac{a+b}{ab}] \div (a+b)^2 = [\frac{4ab}{a-b} + (a-b)] \cdot \frac{1}{(a+b)^2} = \frac{(a+b)^2}{a-b} \cdot \frac{1}{(a+b)^2} = \frac{1}{a-b} = \frac{1}{9}.$$

$$17. A \quad 18. B \quad 19. \frac{2ab}{a+b}$$

$$20. (1) \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} = \frac{2}{1-x^2} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} = \frac{4}{1-x^4} + \frac{4}{1+x^4} = \frac{8}{1-x^8} \quad (2) \frac{2}{x-1} - \frac{2}{x+1} -$$

$$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{2(x+1)-2(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{x-2+x+2}{(x+2)(x-2)} = \frac{4}{x^2-1} - \frac{4}{x^2-4} = \frac{4(x^2-4-x^2+1)}{(x^2-1)(x^2-4)} = -\frac{12}{(x^2-1)(x^2-4)}$$

$$21. \frac{2}{x+3} + \frac{2}{3-x} + \frac{2x+18}{x^2-9} = \frac{-12}{x^2-9} + \frac{2x+18}{x^2-9} = \frac{2x+6}{(x+3)(x-3)} = \frac{2}{x-3}.$$

$$\because x \text{ 为整数, 且 } \frac{2}{x+3} + \frac{2}{3-x} + \frac{2x+18}{x^2-9} \text{ 为整数}, \therefore x-3 = \pm 2 \text{ 或 } \pm 1, \therefore x=5, 1, 4, 2.$$

22. 将 $-a+1$ 看做一个整体与被减式通分, 可使运算简便.

$$\text{原式} = \frac{a^2}{a+1} - \frac{(a-1)(a+1)}{a+1} = \frac{a^2-a^2+1}{a+1} = \frac{1}{a+1}.$$

$$23. \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{m+n}, \frac{m+n}{mn} = \frac{1}{m+n}, \therefore (m+n)^2 = mn, m^2+n^2 = -mn, \frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2+n^2}{mn} = \frac{-mn}{mn} = -1.$$

$$24. \text{整体代入法. 原式} = \frac{a(b+1)+b(a+1)}{(a+1)(b+1)} = \frac{ab+a+ab+b}{ab+a+b+1} = \frac{a+b+2}{a+b+1} = 1.$$

$$25. \text{第二个旅客先到. 理由: 设总路程为 } 1, \text{ 第一个旅客用的时间为 } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{2ab}, \text{ 第二个旅客用的时间为}$$

$$\frac{2}{a+b} \cdot \frac{a+b}{2ab} - \frac{2}{a+b} = \frac{a^2+b^2+2ab-4ab}{2ab(a+b)} = \frac{(a-b)^2}{2ab(a+b)} > 0, \therefore \frac{a+b}{2ab} > \frac{2}{a+b}, \therefore \text{第二个旅客先到.}$$

$$26. 3\frac{1}{2}$$

中考视窗

$$1. 1 \quad 2. m+1 \quad 3. -\frac{x+2}{x+1} \quad 4. -\frac{1}{2} \quad 5. a+b, \sqrt{2} \quad 6. -\frac{1}{x-2}, -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad 7. \text{原式} = \frac{x(x+2)-3-(x-1)(x+2)}{(x-1)(x+2)}$$

$$= \frac{x^2+2x-3-(x^2+x-2)}{(x-1)(x+2)} = \frac{x-1}{(x-1)(x+2)} = \frac{1}{x+2}, \text{显然 } x-1 \neq 0, \text{ 且 } x+2 \neq 0, \text{ 即 } x \neq -2, \text{ 且 } x \neq 1, \text{ 所以 } x \text{ 的取值}$$

范围是 $x \neq -2$, 且 $x \neq 1$ 的实数.

16.2.3 整数指数幂

一、1. D 2. D 3. C 4. B 5. C 6. B

二、7. 1 8. 任何不等于零 9. (1) 1 (2) 1 (3) 1 (4) 1 10. (1) $\frac{1}{8}$ (2) $-\frac{1}{8}$ (3) 8 (4) -8 11. (1) 0.

01 (2) 0.0032 12. $1 \leq |a| < 10$ 13. 10^{-9} 14. (1) -3.41×10^{-7} (2) 2.012×10^{11} 15. 6×10^8

16. $9.6 \times 10^6 \text{ km}^2$

三、17. (1) 3×10^7 (2) 9.06×10^{-8} (3) -2.18×10^7 (4) -3.33×10^{-10}

18. (1) 9 (2) 3 (3) 1001 $\frac{1}{1000}$ (4) 64

19. (1) 205000 (2) -0.027 (3) -1001 (4) 0.001001

$$20. \frac{2+2^0+2^{-1}}{2^{-2}+2^{-3}+2^{-4}} = \frac{2+1+0.5}{\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}} = 8$$

$$21. (1) \frac{75x^5z^5}{y} \quad (2) \frac{4b-3a}{ab} \quad (3) -\frac{8}{a^9x^6y^6} \quad (4) -\frac{a^8}{b^3c^3}$$

22. $149600000 \text{ km} = 1.496 \times 10^8 \text{ km}$

23. $7.5 \times 8000000 = 6 \times 10^9 \text{ 千米}$

24. 由 $x^2 + x^{-2} = 5$ 两边平方, 可得 $x^4 + x^{-4} + 2x^2 \cdot x^{-2} = 25$. 因为 $x^2 \cdot x^{-2} = 1$, 所以 $x^4 + x^{-4} = 25 - 2 = 23$.

中考视窗

1. B 2. D 3. 7

16.3 分式方程

一、1. C 2. A 3. C 4. D 5. B 6. D 7. C 8. C 9. D

二、10. 0 11. $x = -\frac{1}{3}$ 12. $\frac{cmt_1 - Q}{cm}$ 13. $x = 0$ 14. $\frac{a+b}{b-a}$ 15. 3; 1 16. $a = 2; b = 2$

17. (1) $x = -4$ (2) $x = 1$, 检验原方程无解 (3) $x = 2$, 检验原方程无解 (4) $x = -2$ (5) $x = 5$ (6) $x = -2$, 检验原方程无解 (7) $x = -1$ (8) $x = 8$

18. 设分数的分母是 x , $\frac{x+14}{x+5-1} = \frac{x+5}{x}$, $x = 4$, 检验, 这个分数为 $\frac{4}{9}$.

19. 设乙每小时加工 x 个零件, $\frac{168}{x+8} = \frac{144}{x}$, $x = 48$, 检验, $\therefore$ 乙每小时加工 48 个零件, 甲每小时加工 56 个零件.

20. 设甲骑车的速度是 x 千米/时, 则乙骑车的速度是 $2x$ 千米/时, 可列方程为 $\frac{12}{2x} = \frac{20-12}{x} - \frac{1}{2}$, $\therefore x = 4$, 经检验 $x = 4$ 是原方程的解, $\therefore 2x = 8$. 答: 甲骑车的速度是 4 千米/时, 乙骑车的速度是 8 千米/时.

21. (1) 设甲队单独完成此项工程需 x 天, 乙队单独完成此项工程需 y 天.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{24} \\ \frac{20}{x} + \frac{40}{y} = 1 \end{cases}, \therefore \begin{cases} x = 30 \\ y = 120 \end{cases}, \text{经检验 } \begin{cases} x = 30 \\ y = 120 \end{cases} \text{ 是原方程组的解.}$$

答: 甲队单独完成此项工程需 30 天, 乙队单独完成此项工程需 120 天.

(2) 甲队单独施工一天需 m 万元, 乙队单独施工一天需 y 万元.

$$\begin{cases} 24(m+n) = 120 \\ 20m + 40n = 110 \end{cases}, \therefore \begin{cases} m = 4.5 \\ n = 0.5 \end{cases}, \therefore \text{甲队单独完成此项工程需 13.5 万元, 乙队单独完成此项工程需 60 万元.}$$

$$22. \therefore \frac{1}{x-7} - \frac{1}{x-5} = \frac{1}{x-6} - \frac{1}{x-4}, \therefore \frac{2}{(x-7)(x-5)} = \frac{2}{(x-6)(x-4)},$$

$$\therefore \frac{1}{(x-7)(x-5)} = \frac{1}{(x-6)(x-4)}, \therefore (x-6)(x-4) = (x-7)(x-5).$$

$\therefore x^2 - 10x + 24 = x^2 - 12x + 35, \therefore x = 5.5$. 经检验, $x = 5.5$ 是原方程的解.

23. 去分母, 得 $x - 2(x-3) = m, x = 6 - m > 0, \therefore m < 6$.

当 $x = 3$ 时, $3 = 6 - m, m = 3. \therefore m < 6$ 且 $m \neq 3$.

24. (1) 设甲单独完成此项工程需要 x 天, $\frac{5}{x} + \frac{x}{x+6} = 1$, 解得 $x = 30, x + 6 = 36$. 答: 甲单独完成此项工程需要 30 天, 乙单独完成此项工程需要 36 天.

(2) 甲工程队的总费用为 $50 \times 30 \times 20 = 30000$ (元), 乙工程队的总费用为 $55 \times 36 \times 15 = 29700$ (元). 答: 选择乙工程队合算.

25. (1) 设规定工期为 x 天, $\frac{4}{x} + \frac{x}{x+5} = 1, \therefore x = 20, x + 5 = 25$. 答: 甲队单独完成这项工程需 20 天, 乙队单独完成这项工程需 25 天.

(2) ① 的工程款为 $20 \times 1.5 = 30$ (万元); ② 的工程款为 $25 \times 1.1 = 27.5$ (万元); ③ 的工程款为 $4 \times 1.5 + 20 \times 1.1 = 28$ (万元). 答: 方案②所需工程款最少.

中考视窗

1. B 2. 无解 3. 当 $A = B$ 时, $\frac{x}{x-1} = \frac{3}{x^2-1} + 1$, 方程两边同时乘以 $(x+1)(x-1)$, 得 $x(x+1) = 3 + (x+1)(x-1)$, 解得 $x = 2$. 检验: 当 $x = 2$ 时, $(x+1)(x-1) = 3 \neq 0. \therefore x = 2$ 是分式方程的根. 因此, 当 $x = 2$ 时, $A = B$.

4. 解: 设原来每天加固 x 米, 根据题意, 得 $\frac{600}{x} + \frac{4800-600}{2x} = 9$, 解得 $x = 300$. 经检验 $x = 300$ 是原方程的解. 5.

(1) 设安排乙队单独完成这项工程需要 x 天. 根据题意, 得 $\frac{10}{x} + (\frac{1}{x} + \frac{1}{40}) \cdot 20 = 1$. 解得 $x = 60$. 经检验 $x = 60$ 是原方程的解. (2) 设甲、乙两队共同完成这项工程需要 y 天. 根据题意, 得 $(\frac{1}{60} + \frac{1}{40}) \cdot y = 1$. 解得 $y = 24$. 6. (1) 设该市去年水价为 x 元/ m^3 , 则今年水价为 $(1 + \frac{1}{3})$ 元/ m^3 . 依题意, 得 $\frac{3600}{4} - \frac{1800}{x} = 600$. 解得 $x = \frac{3}{2}$. 经检验 $x = \frac{3}{2}$ 是

所列方程的解. $\frac{4}{3}x = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = 2$. $\therefore$ 该市今年水价为 2 元/ m^3 . (2) $3600 \times (1 - 20\%) = 2880$.

阶段评价(一)

一、1. C 2. B 3. B 4. A 5. A 6. C 7. D 8. B 9. B 10. D

二、11. $x = -\frac{a}{2}$ 且 $a \neq -\frac{8}{3}$ 12. $\frac{aA}{m(m-a)}$ 13. $x \geq -\frac{1}{2}$ 且 $x \neq \frac{1}{2}, x \neq 3$ 14. -2 15. $\frac{u+s_1-s_2}{u}$

16. $1, 25 \times 10^{-8}$ 17. $x+y$ 18. $\frac{30x+15}{x+5} = 26$ 或 $26(x+5) - 30x = 15$

三、19. (1) $2005^0 - 2^2 + (\frac{1}{3})^{-1} = 1 - 4 + 3 = 0$ (2) $(a^{-3}b^{-2})^{-2} \cdot (ab^3)^{-3} = a^6b^4 \cdot a^{-3}b^{-9} = a^3b^{-5} = \frac{a^3}{b^5}$

20. (1) $\frac{4}{9x^2y^2}$ (2) x

21. (1) 原式 $= \frac{3}{x} + \frac{6}{x-1} - \frac{x+5}{x(x-1)} = \frac{3(x-1)}{x(x-1)} + \frac{6x}{x(x-1)} - \frac{x+5}{x(x-1)} = \frac{3x-3+6x-x-5}{x(x-1)} = \frac{8x-8}{x(x-1)} = \frac{8}{x}$

(2) 原式 $= \frac{xy^2}{(x-y)(x+y)} - \frac{x^4y}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} \times \frac{x^2+y^2}{x^2} = \frac{xy^2}{(x-y)(x+y)} - \frac{x^2y}{(x-y)(x+y)} = \frac{xy^2-x^2y}{(x-y)(x+y)} = \frac{xy(y-x)}{(x-y)(x+y)} = -\frac{xy}{x+y}$

22. $x+1 = -1$

23. (1) $x=2$, 原方程无实数解 (2) $x=3$

24. (1) $\frac{1}{11 \times 13}, \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ (2) 分式减法; 对消

(3) 解: 将分式方程变形为 $\frac{1}{3}(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+6}) = \frac{3}{2x+18}$, 整理得 $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+9} = \frac{9}{2(x+9)}$. 方程两边都乘以 $2x(x+9)$, 得 $2(x+9) - 2x = 9x$, 解得 $x=2$. 经检验, $x=2$ 是原分式方程的根.

25. 设甲打字员每小时打 x 个字.

$\frac{9000}{x} = \frac{7200}{5400-x}$, $\therefore x=3000$, 经检验, $x=3000$ 是原方程的解. $5400-x=2400$.

答: 甲打字员每小时打 3000 个字, 乙打字员每小时打 2400 个字.

26. 设步行的速度是 x 千米/时, $\frac{30}{x} = \frac{30}{1.5x} + 2$, $x=5$, 经检验, $x=5$ 是原方程的解, $\therefore 1.5x=7.5$, 答: 这位同学骑自行车的速度是 7.5 千米/时.

27. 解: 设甲队单独完成此项工程需 $2x$ 天, 则乙队需要 $3x$ 天, 由题意, 得 $\frac{1}{3x} + 2(\frac{1}{3x} + \frac{1}{2x}) = 1$, 解之得 $x=2$. 经检验, $x=2$ 是所列分式方程的根. $\therefore 2x=2 \times 2=4, 3x=3 \times 2=6$. 答: 甲队单独完成需 4 天, 乙队需 6 天.

28. 解: 设王老师步行的速度是 x 千米/时, 则骑自行车的速度是 $3x$ 千米/时, 20 分钟 $= \frac{1}{3}$ 小时, 由题意, 得 $\frac{6+0.5}{3x} - \frac{0.5}{x} = \frac{1}{3}$, 解得 $x=5$. 经检验 $x=5$ 是所列方程的根, $\therefore 3x=3 \times 5=15$ (千米/时). 答: 王老师步行的速度是 5 千米/时, 骑自行车的速度是 15 千米/时.

阶段评价(二)

一、1. B 2. C 3. B 4. B 5. B 6. C 7. A 8. C 9. C 10. C

二、11. 互为相反数 12. $m+n$ 13. $-\frac{a}{a+6}$ 14. $x=3$ 15. 1 16. $\frac{5m}{a^2+5a}$ 17. ± 3 18. 100

三、19. $\frac{1}{a+2}$ 20. $\frac{x^2y^2}{x^2-y^2}$ 21. $\frac{2}{x-1}, \frac{\sqrt{3}}{3}$ 22. $x = \frac{7}{6}$ 23. 无解

24. 解: 设蜗牛的速度为 $x \text{ m/h}$, $\frac{16}{x} - 2 = \frac{16}{4x}$, 得 $x=6, 4x=6 \times 4=24 \text{ (m/h)}$.

25. 略

26. 去分母得, $x = -a-1, -a-1 \geq 0, -a-1-1 \neq 0, \therefore a \leq -1$ 且 $a \neq -2$.

27. (1) 设甲工程队单独完成该项目需 x 天, 乙工程队单独完成该项目需 y 天.

$$\begin{cases} \frac{24}{x} + \frac{24}{y} = 1 \\ \frac{18}{x} + \frac{18}{y} + \frac{10}{x} = 1 \end{cases} \therefore \begin{cases} x=40 \\ y=60 \end{cases}$$

(2) 设甲工程队施工 a 天, 乙施工队施工 b 天.

$$\begin{cases} \frac{a}{40} + \frac{b}{60} = 1 \\ 0.6a + 0.36b \leq 22 \end{cases}, b \geq 40, \text{乙工程队至少施工 } 40 \text{ 天.}$$

28. $a=4, b=9$, 原式 $= \frac{a^2}{b^2}$, 它的代数式的值为 $\frac{16}{81}$.

第十七章 反比例函数

17.1 反比例函数

17.1.1 反比例函数的意义

一、1. C 2. D 3. B 4. C 5. A 6. D

二、7. $y = -\frac{2}{x}$ 8. 600 9. $y = \frac{100}{x}$ 10. 一次 11. $m=0$ 12. k 大于 2 即可

三、13. (1) $y = \frac{36}{x}$, y 是 x 的反比例函数. (2) $t = \frac{s}{v}$. $\because s$ 为常数且不为零, $\therefore t$ 是 v 的反比例函数.

(3) $y = \frac{2000}{x}$, y 是 x 的反比例函数. (4) $y = 12x$, y 不是 x 的反比例函数. (5) $t = 20 - 6h$, t 不是 h 的反比例函数.

14. (1) $\because y$ 与 x 成反比例, $\therefore$ 设 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$. 又 $\because$ 当 $x=3$ 时, $y=7$, $\therefore 7 = \frac{k}{3}$, $\therefore k=21$, $\therefore y = \frac{21}{x}$. (2) 当 $x=2$ 时, $y = \frac{21}{2}$. (3) 当 $y=3$ 时, $3 = \frac{21}{x}$, $\therefore x=7$.

15. $\because y$ 是 x 的反比例函数, $\therefore \begin{cases} m^2 - m - 1 = -1 \text{ ①} \\ m^2 - 1 \neq 0 \text{ ②} \end{cases}$. 由①得, $m_1=0, m_2=1$; 由②得 $m \neq \pm 1$. $\therefore$ 当 $m=0$ 时, y 是 x 的反比例函数.

16. 解: 设 $y = \frac{k}{x^2}$, $\because$ 当 $x=1$ 时, $y=2$, $\therefore k=2$, 即 $y = \frac{2}{x^2}$.

17. (1) $\because xy = S (S \neq 0)$, $\therefore y = \frac{S}{x}$, $\because S=0.8$, $\therefore y = \frac{0.8}{x}$, y 是 x 的反比例函数.

(2) $\because y$ 比 x 长 1.6 米, $\therefore y = 1.6 + x$, $\therefore 1.6 + x = \frac{0.8}{x}$, 解得 $x_1=0.4, x_2=-2$ (不合题意, 舍去), 检验知 $x=0.4$ 是方程的根, $\therefore$ 矩形的宽为 0.4 米, 长为 $0.4 + 1.6 = 2$ (米), $\therefore$ 矩形的周长为 $(0.4 + 2) \times 2 = 4.8$ (米), $\therefore$ 共需花费 $4.8 \times 6 = 28.8$ (元). 答: 加工这个模具共花 28.8 元.

18. $\because y_1$ 与 $x+1$ 成正比例, y_2 与 x 成反比例, 设 $y_1 = k_1(x+1) (k_1 \neq 0)$, $y_2 = \frac{k_2}{x} (k_2 \neq 0)$, $\therefore y = y_1 + y_2 = k_1(x+1) + \frac{k_2}{x} (k_1, k_2 \neq 0)$. 将 $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x=4 \\ y=9 \end{cases}$ 分别代入上式, 得 $\begin{cases} 2k_1 + k_2 = 0 \\ 5k_1 + \frac{k_2}{4} = 9 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k_1 = 2 \\ k_2 = -4 \end{cases}$. $\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为 $y = 2(x+1) - \frac{4}{x}$.

19. (1) 设 $I = \frac{k}{R}$, 当 $R=20$ 时, $I=11$. 由 $11 = \frac{k}{20}$ 可求得 $k=220$. 所以 I 与 R 之间的函数关系式为 $I = \frac{220}{R}$. (2) 当 $I=8A$ 时, 电阻 R 为 27.5Ω .

20. (1) $\because \rho = \frac{9.9}{V}, V=5 \text{ m}^3$, $\therefore \rho = \frac{9.9}{5} = 1.98 \text{ kg/m}^3$. (2) ρ 随 V 的增大而减小.

21. 由题意可得 $y_1 = \frac{k_1}{x}, y_2 = k_2 x^2$. $\therefore y = y_1 + y_2$, $\therefore y = \frac{k_1}{x} + k_2 x^2$. 将 $x=-1, y=0$ 代入整理得 $k_1 = k_2$.

22. (1) 2, 5, 10, 20, 50, 100 (2) $y = \frac{100}{x}$ (3) y 随着 x 的增大而减小, x 是 y 的反比例函数, 符合反比例函数的定义.

23. (1) 48 m^3 (2) t 随着 q 的增大而减小 (3) $t = \frac{48}{q}$ (4) $\because t = \frac{48}{q} \leq 5$, 解得 $q \geq \frac{48}{5}$, 即每小时的排水量至少为 $\frac{48}{5}$. (5) $\because t = \frac{48}{q}$, 当 $q=12$ 时, $t=4$. 当排水管的最大排水量为每小时 12 m^3 , 那么最少 4 小时可将满池水全部排空.

中考视窗

1. $y = \frac{6}{x}$ 2. -3 3. D

4. (1) 由题意得 $\begin{cases} y=x \\ y=\frac{1}{2}x+1 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$, $\therefore P(2,2)$. 设反比例函数表达式为 $y = \frac{k}{x}$, 将 $P(2,2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得

$k=4$. $\therefore$ 反比例函数表达式为 $y = \frac{4}{x}$. (2) 当 $x=-3$ 时, $y = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3} \neq -1$. $\therefore$ 点 $(-3, -1)$ 不在该反比例函数的图象上.

17. 1.2 反比例函数的图象和性质

一、1. B 2. D 3. C 4. D 5. B 6. B 7. B

二、8. 双曲线; 三 9. 增大; 减小 10. $k < 3$ 11. $b > -1$ 12. $y_1 > y_3 > y_2$ 13. -

三、14. 解: $\because$ 是反比例函数, $\therefore$ 设解析式为 $y = \frac{k}{x}$. 将 $(1, -1)$ 代入, 解得 $k = -1$. $\therefore$ 点 $(1, -1)$ 、 $(a, 2)$ 、 $(-\frac{1}{2}, b)$ 都在同一个反比例函数的图象上, $\therefore 2a = -1, -\frac{1}{2}b = -1, \therefore a = -\frac{1}{2}, b = 2$.

15. 解: (1) $\because$ 反比例函数 $y = \frac{1-2m}{x}$ 的图象在第二、四象限, $\therefore 1-2m < 0$, 解得 $m > \frac{1}{2}$.

(2) $\because y = (m-1)x^{m^2-5}$ 为反比例函数, $\therefore \begin{cases} m^2-5=-1 \\ m-1 \neq 0 \end{cases}$, 解得: $m = \pm 2$. 又 $\because$ 在每个象限内 y 随 x 的增大而增大, $\therefore m-1 < 0, \therefore m < 1$, 综上 $m = -2$.

16. 解: $\because y = (k + \frac{1}{2})x^{k^2-2}$ 为反比例函数, $\therefore \begin{cases} k^2-2=-1 \\ k + \frac{1}{2} \neq 0 \end{cases}$, 解得 $k = \pm 1$. 又 $\because$ 图象在第二、四象限, $\therefore k + \frac{1}{2} < 0$, 解得 $k < -\frac{1}{2}$, 综上 $k = -1$.

17. 解: $\because$ 一次函数 $y = 3x - 2k$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k-3}{x}$ 的图象相交,

$$\therefore \begin{cases} y=3x-2k \\ y=\frac{k-3}{x} \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x=\frac{y+2k}{3} \\ x=\frac{k-3}{y} \end{cases}, \therefore \frac{y+2k}{3} = \frac{k-3}{y}.$$

将 $y=6$ 代入, 解得 $k = -5$.

$\therefore y = 3x + 10$. 那么与 x 轴、 y 轴的交点坐标为 $(-\frac{10}{3}, 0)$ 、 $(0, 10)$.

18. 解: (1) $\because$ 一次函数 $y = 3x + k$ 与反比例函数 $y = \frac{k-3}{x}$ 当 $x = \frac{1}{3}$ 时的函数值相等,

$\therefore 3 \times \frac{1}{3} + k = \frac{k-3}{\frac{1}{3}}$, 解得 $k = 5$. $\therefore$ 一次函数的解析式为: $y = 3x + 5$, 反比例函数的解析式为 $y = \frac{2}{x}$. (2) 图略

19. $S_{\triangle ABC} = 3 = \frac{m}{2}$, $\therefore m = 6$, $\therefore y = \frac{6}{x}, y = x + 6$.

20. 解: (1) $\because y = \frac{2}{x}$, $\therefore xy = 2$. 又 $\because x, y$ 均为整数, $\therefore \begin{cases} x_1=1 \\ y_1=2 \end{cases}, \begin{cases} x_2=2 \\ y_2=1 \end{cases}, \begin{cases} x_3=-1 \\ y_3=-2 \end{cases}, \begin{cases} x_4=-2 \\ y_4=-1 \end{cases}$. $\therefore$ 该双曲线上的整点为 $(1, 2)$ 、 $(2, 1)$ 、 $(-1, -2)$ 、 $(-2, -1)$. (2) 矩形.

21. 解: 将 $A(4, m)$ 、 $B(-1, n)$ 代入 $y = \frac{8}{x}$, 得 $m = 2, n = -8$, $\therefore A(4, 2), B(-1, -8)$. 设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$, 将 $A(4, 2)$ 、 $B(-1, -8)$ 代入 $y = kx + b$, 得 $\begin{cases} 2=4k+b \\ -8=-k+b \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k=2 \\ b=-6 \end{cases}$, $\therefore y = 2x - 6$, 与 x 轴交点 $C(3, 0)$. $\because (x_D - 4)^2 + (y_D - 2)^2 = (x_D - 3)^2 + y_D^2$, 又 $\because x_D = 0, \therefore y_D = \frac{11}{4}, \therefore D(0, \frac{11}{4})$.

22. 解: (1) $\because$ 正方形 $OABC$ 的面积为 9, $\therefore$ 正方形 $OABC$ 的边长为 3, 即 $OA = 3, AB = 3$, $\therefore B$ 点坐标为 $(3, 3)$. 又点 B 在 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, $\therefore k = 9$.

(2) $\because P(m, n)$ 在双曲线 $y = \frac{9}{x}$ 上, $\therefore n = \frac{9}{m}$, 即 $mn = 9$. 又 $\because$ 矩形 $OEFG$ 与正方形 $OABC$ 不重合部分的面积和为 $\frac{9}{2}$, $\therefore S_{\text{矩形}FGBC} + S_{\text{矩形}AEPG} = \frac{9}{2}$, $\therefore 3(3-n) + n(m-3) = \frac{9}{2}$. $\therefore 9 - 3n + mn - 3n = \frac{9}{2}$, 即 $9 - 6n + 9 = \frac{9}{2}$. $\therefore n =$

$\frac{9}{4}$, $\therefore m = \frac{9}{n} = 4$, $\therefore P$ 点坐标为 $(4, \frac{9}{4})$. 同理当 P 点在 BA 的左边时, 可得 P 点坐标为 $(\frac{9}{4}, 4)$.

$$(3) S = \begin{cases} 18 - 6m & (0 < m \leq 3) \\ 18 - \frac{54}{m} & (m > 3) \end{cases}.$$

23. 解: (1) $\because$ 一次函数 $y = 2x - 1$ 的图象经过点 (a, b) 、 $(a+1, b+k)$, $\therefore \begin{cases} b = 2a - 1 \\ b + k = 2(a+1) - 1 \end{cases}$, $\therefore k = 2$, $\therefore$ 反比例函数的解析式是 $y = \frac{1}{x}$.

(2) $\because A$ 点是反比例函数与一次函数图象的交点, $\therefore \begin{cases} y = \frac{1}{x} \\ y = 2x - 1 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2} \\ y_1 = -2 \end{cases}$, $\begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 1 \end{cases}$. 又 $\because A$ 点在第一象限, $\therefore A(1, 1)$.

24. 解: (1) $\because$ 点 $C(-1, 2)$ 在直线 $y_1 = x + m$ 上, $\therefore 2 = -1 + m$, $\therefore m = 3$, $\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y_1 = x + 3$.

$\because$ 点 $C(-1, 2)$ 在双曲线 $y_2 = \frac{k}{x}$ 上, $\therefore 2 = \frac{k}{-1}$, $\therefore k = -2$, $\therefore$ 双曲线的解析式为 $y_2 = \frac{-2}{x}$.

(2) 由 $\begin{cases} y = x + 3 \\ y = -\frac{2}{x} \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 2 \end{cases}$, $\begin{cases} x_2 = -2 \\ y_2 = 1 \end{cases}$, $\therefore$ 点 D 的坐标为 $(-2, 1)$.

(3) 根据图象可得: 当 $-2 < x < -1$ 时, $y_1 > y_2$.

25. 解: (1) 由题意, 得 $\begin{cases} m+1 \neq 0 \\ 3m-10 = -1 \end{cases}$, $\therefore m = 3$. $\therefore$ 当 $m = 3$ 时, 函数 $y = (m+1)x^{3m-10}$ 是反比例函数.

(2) $\because m+1 = 3+1 = 4$, $\therefore$ 图象在第一、三象限, 在每个象限内, y 随着 x 的增大而减小.

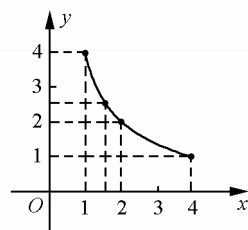
(3) 列表:

x	1	1.6	2	4
$y = \frac{4}{x}$	4	2.5	2	1

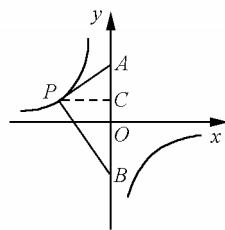
描点、连线, 图象如右图所示.

(4) $\because k = 4$, $\therefore$ 当 $1 \leq x \leq 4$ 时 y 随着 x 的增大而减小. $\therefore$ 当 $x = 4$ 时, $y_{\text{最小值}} = 1$; 当 $x = 1$ 时, $y_{\text{最大值}} = 4$.

26. 解: 如图所示, 不妨设 P 点的坐标为 (x_0, y_0) , 过 P 作 $PC \perp y$ 轴于 C . $\because A(0, 2)$, $B(0, -2)$, $\therefore AB = 4$. 又 $\because PC = |x_0|$, 且 $S_{\triangle PAB} = 6$, $\therefore \frac{1}{2} |x_0| \times 4 = 6$, $\therefore |x_0| = 3$, $\therefore x_0 = \pm 3$. 又 $\because P(x_0, y_0)$ 在 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上, $\therefore$ 当 $x_0 = 3$ 时, $y_0 = -\frac{1}{3}$; 当 $x_0 = -3$ 时, $y_0 = \frac{1}{3}$. $\therefore P$ 的坐标为 $P(3, -\frac{1}{3})$ 或 $P(-3, \frac{1}{3})$.



25 题图



26 题图

中考视窗

1. $-2 < x < 0$ 或 $x > 3$ 2. D 3. A 4. D 5. A 6. C

7. (1) $p(2, 2)$ (2) $y = \frac{4}{x}$; $Q(-4, -1)$

8. $\because$ 点 $M(-2, 4)$ 在双曲线 $y = \frac{k_2}{x}$ 上, $\therefore 4 = \frac{k_2}{-2}$, 即 $k_2 = -8$. $\therefore$ 双曲线 $y = \frac{k_2}{x}$ 对应的函数关系式为 $y = -\frac{8}{x}$.
又 $\because MD$ 垂直平分线段 OA , 垂足为 D , $\therefore OD = 2$, $\therefore OA = 2OD = 4$, $\therefore A$ 点的坐标为 $(-4, 0)$. 将 $(-4, 0)$ 、 $M(-2, 4)$ 代入 $y = k_1x + b$, 得 $k_1 = 2, b = 8$, $\therefore$ 直线 $y = k_1x + b$ 对应的函数关系式为 $y = 2x + 8$.

9. 依题意, 得反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式为 $y = -\frac{3}{x}$. $\because$ 点 $A(m, 3)$ 在反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象上, $\therefore m = -1$, 即点 A 的坐标为 $(-1, 3)$. 由点 $A(-1, 3)$ 在直线 $y = ax + 2$ 上, 可求得 $a = -1$.

17.2 实际问题与反比例函数

一、1. D 2. B 3. B 4. C 5. B 6. B 7. D

二、8. $v = \frac{100}{t}$ 9. $s = \frac{5}{h}$ 10. 10 11. $y = \frac{8000}{x}$ 12. $y = \frac{90}{x}$ 13. $V = 300\pi h$ 14. $y = \frac{34}{x}$

三、15. 解: (1) 由已知条件得 $y = \frac{12}{x} (x > 0)$

(2) 列表:

x	...	2	4	6	8	...
y	...	6	3	2	1.5	...

描点、连线, 图象如图所示.

(3) 当 $x = 6$ 时, $y = \frac{12}{x} = \frac{12}{6} = 2$.

16. 解: (1) $t = \frac{120}{Q}$ (2) $t = \frac{120000}{300} = 400$ (3) $\frac{120000 - 300 \times 20}{400} + 20 = 305$

17. 解: (1) 通过图象, I 与 R 成反比例关系. (2) $36; I = \frac{36}{R}$; 是 (3) $12, 9, \frac{36}{5}, 6, \frac{36}{7}, \frac{9}{2}, 4, 3, 6$; $\therefore I = \frac{36}{R}$, $\therefore R = \frac{36}{I}$. 将 $I = 18$ 代入式子, $R = 2$, $\therefore R$ 在 $0 \sim 2$ 之间.

18. 解: (1) 设 $\rho = \frac{k}{V}$, 当 $V = 10 \text{ m}^3$ 时, $\rho = 1.43 \text{ kg/m}^3$, $\therefore 1.43 = \frac{k}{10}$, $\therefore k = 14.3$, $\therefore \rho$ 与 V 之间的函数关系式是 $\rho = \frac{14.3}{V}$. (2) 当 $V = 2 \text{ m}^3$ 时, $\rho = 7.15 (\text{kg/m}^3)$, $\therefore$ 当 $V = 2 \text{ m}^3$ 时, 氧气的密度为 7.15 kg/m^3 .

19. 解: (1) 根据圆柱体的体积公式, 有 $S \cdot d = 10^4$, 所以 $S = \frac{10^4}{d}$, 即储存室的底面积 S 是其深度 d 的反比例函数.

(2) 把 $S = 500$ 代入 $S = \frac{10^4}{d}$ 中, 得 $500 = \frac{10^4}{d}$. 所以 $d = 20$, 即如果把储存室的底面积定为 500 m^2 , 那么施工时应向地下挖 20 m 深.

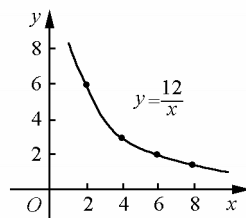
(3) 把 $d = 15$ 代入 $S = \frac{10^4}{d}$ 中, 得 $S = \frac{10^4}{15} \approx 666.67 (\text{m}^2)$, 所以当储存室的深度为 15 m 时, 储存室的底面积应改为 666.67 m^2 才能满足需要.

20. 解: $\because$ 新增用电量 y (亿度) 与 $(x - 0.4)$ 元成反比例, $\therefore$ 令 $y = \frac{k}{x - 0.4}$. 将 $x = 0.65, y = 0.8$ 代入, 得到: $0.8 = \frac{k}{0.65 - 0.4}$, 解得: $k = 0.2$, $\therefore y = \frac{0.2}{x - 0.4}$.

21. 解: (1) $V = \frac{10^6}{x}$; 反比例函数 (2) $\because V = \frac{10^6}{x}$, $\therefore x = \frac{10^6}{V}$, 当 $V = 10^4$ 时, $x = 100$, $\therefore$ 该公司完成全部的运输任务需要 100 天. (3) 每辆汽车每天可以运送石方 $10^4 \div 100 = 100$ 立方米, 工作 40 天后还剩下: $10^6 - 100 \times 40 = 996000$ 立方米, 后 50 天的工作量为: $996000 \div 50 = 19920$, 需要车数为: $19920 \div 100 = 199.2 \approx 200$ 辆.

22. 解: (1) $\because 100 = 5xy$, $\therefore y = \frac{20}{x}$ (2) $0 < x \leq 4$ (3) 当 $x = 3$ 时, $y = \frac{20}{3}$ (4) 图略

23. 解: (1) $P = \frac{F}{S}$ (2) ① $P = \frac{600}{S}$; 是 ② 当木板面积为 0.2 m^2 时, 压强是 $\frac{600}{0.2} = 3000$ ③ 如果压强不超过



15 题图



6000Pa,木板面积至少要 $\frac{600}{6000}=0.1\text{m}^2$

中考视窗

1. C 2. (1) $w = \frac{1600}{t}$ (2) $\frac{1600}{t-4} - \frac{1600}{t} = \frac{1600t - 1600(t-4)}{t(t-4)} = \frac{6400}{t(t-4)}$ 3. (1) 函数 $y = \frac{m}{x}$ ($x > 0$, 是常数) 图象经过 $A(1, 4)$, $\therefore m = 4$. 设 BD, AC 交于点 E , 据题意, 可得 B 点的坐标为 $(a, \frac{4}{a})$, D 点的坐标为 $(0, \frac{4}{a})$, E 点的坐标为 $(1, \frac{4}{a})$. $\therefore a > 1$, $\therefore DB = a, AE = 4 - \frac{4}{a}$. 由 $\triangle ABD$ 的面积为 4, 即得 $\frac{1}{2}a(4 - \frac{4}{a}) = 4$, 得 $a = 3$, $\therefore$ 点 B 的坐标为 $(3, \frac{4}{3})$. (2) 据题意, 点 C 的坐标为 $(1, 0)$, $DE = 1$, $\therefore a > 1$, 易得 $EC = \frac{4}{a}, BE = a - 1$, $\therefore \frac{AE}{CE} = a - 1, \frac{BE}{DE} = a - 1$. $\therefore \frac{AE}{CE} = \frac{BE}{DE}$, $\therefore DC \parallel AB$. (3) $\because DC \parallel AB$, $\therefore$ 当 $AD = BC$ 时, 有两种情况: 第一种情况: 当 $AD \parallel BC$ 时, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 由 (2) 得 $\frac{AE}{CE} = \frac{BE}{DE} = a - 1$. $\therefore a - 1 = 1$, 得 $a = 2$. $\therefore B$ 点的坐标为 $(2, 2)$. 设直线 AB 的函数解析式为 $y = kx + b$, 把点 A, B 的坐标代入, 得 $\begin{cases} 4 = k + b \\ 2 = 2k + b \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k = -2 \\ b = 6 \end{cases}$, $\therefore y = -2x + 6$. 第二种情况: 当 AD 与 BC 所在直线不平行时, 四边形 $ADCB$ 是等腰梯形, 则 $BD = AC$, $\therefore a = 4$, $\therefore B$ 点的坐标为 $(4, 1)$. 设 AB 直线的函数解析式为 $y = kx + b$, 把点 A, B 的坐标代入, 得 $\begin{cases} 4 = k + b \\ 1 = 4k + b \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k = -1 \\ b = 5 \end{cases}$, $\therefore y = -x + 5$.

阶段评价(一)

一、1. C 2. B 3. C 4. B 5. A 6. C 7. D 8. A 9. B 10. A

二、11. 3; 3 12. $y = -\frac{2}{x}$ 13. $<$ 14. 二 15. 1 16. 二、四 17. -8 18. 2

三、19. 解: (1) $\because$ 点 $A(2, 3)$ 在函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, $\therefore 3 = \frac{k}{2}$, $\therefore k = 6$, $\therefore$ 解析式为 $y = \frac{6}{x}$.

(2) 把 $x = -1$ 代入 $y = \frac{6}{x}$ 中, 得 $y = \frac{6}{-1} = -6$, $\therefore$ 点 $B(-1, -6)$ 在函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上.

20. 解: (1) 由题意知 V 与 ρ 成反比例, 所以设 $V = \frac{m}{\rho}$. 把 $V = 40, \rho = 1.6$ 代入上式, 得 $m = 64$, $\therefore V = \frac{64}{\rho}$. 图略.

(2) 把 $\rho = 3.2$ 代入 $V = \frac{64}{\rho}$, 得 $V = 20(\text{m}^3)$.

(3) 密度应控制在 $0.8 \sim 16 \text{ kg/m}^3$ 之间.

21. 解: (1) $m = 3$ (2) 第一、三象限, 在每个象限内 y 随 x 的增大而减小. (3) 最大值为 -2 , 最小值为 -12 .

22. 解: (1) 由点 $C(1, 5)$ 在直线 $y = -kx + b$ 上, 得 $b = k + 5$, 故 $y = -kx + k + 5$. 又点 $A(a, 0)$ 在该直线上, $\therefore -ka + k + 5 = 0$, $\therefore$ 所求函数关系式为 $a = \frac{5}{k} + 1$.

(2) 易知 $D(9, \frac{5}{9})$, 又点 D 在直线 $y = -kx + k + 5$ 上, 故 $k = \frac{5}{9}$, 从而 $a = 10, S_{\triangle OCA} = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25$.

23. 解: 不妨设两个图象的交点坐标为 $(x_0, -4)$, 依题意得方程组 $\begin{cases} -4 = 2x_0 - k \\ -4 = \frac{k+5}{x_0} \end{cases}$, 解得 $k = 1$, $\therefore$ 一次函数的表

达式为 $y = 2x - 1$, 反比例函数的表达式为 $y = \frac{6}{x}$.

24. 解: (1) 因为 I 与 R 成反比例函数关系, 所以设 $I = \frac{k}{R}$ ($k \neq 0$). 把 $R = 5, I = 2$ 代入 $I = \frac{k}{R}$ 中, 得 $2 = \frac{k}{5}$, 所以 $k = 10$. 所以 I 与 R 之间的函数关系式是 $I = \frac{10}{R}$. (2) 当 $I = 0.5$ 时, $0.5 = \frac{10}{R}, R = \frac{10}{0.5} = 20$.

25. 解: (1) $50 \times 6 = 300$ (千米) (2) t 将减小 (3) $t = \frac{300}{v}$ (4) 由题意可知 $\frac{300}{v} \leq 5$, $\therefore v \geq 60$ (千米/时).

(5) $t = \frac{300}{80} = 3.75$ (小时)

26. 解: (1) 设轮船上的货物总量为 k 吨, 由题意可知 $k = 30 \times 8 = 240$ (吨). 所以 v 与 t 之间的函数关系式是 $v = \frac{240}{t}$. (2) 把 $t = 5$ 代入 $v = \frac{240}{t}$ 中, 得 $v = \frac{240}{5} = 48$. 所以若全部货物恰好用 5 天卸完, 则平均每天卸货 48 吨; 若货物在不超过 5 天内卸完, 则平均每天至少要卸货 48 吨.

27. (1) $y = 2x - 2, y = \frac{4}{x}$ (2) $x < -1$ 或 $0 < x < 2$

28. (1) 反比例函数 $y = \frac{18}{x}$ (2) ① 当 $x = 5$ 时, $y = 3.6, 4.5 - 3.6 = 0.9$ (万元). ② 当 $y = 3.2$ 时, $x \approx 5.06, 5.06 - 5 = 0.06$.

阶段评价(二)

一、1. A 2. B 3. D 4. D 5. B 6. A 7. C 8. B 9. C 10. D

二、11. $S = \frac{2}{h}$ 12. 12000 Pa 13. $k < -1$ 14. 二、四 增大 15. $k_1 < k_3 < k_2$

16. -4 17. 略 18. 略

三、19. $y = -\frac{3}{x+1}$ 20. (1) $P = \frac{100}{S}$ (2) 200 21. (1) $m = \frac{900}{t}$ (2) 180

22. (1) $V = IR$ $I = \frac{U}{R}$ $4 = \frac{V}{9}$ $V = 36$ 电压为 36 V $I = \frac{36}{R}$ (2) 12 9 7.2 6 $\frac{36}{7}$ 4 3.6

23. (1) 把 $A(\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$ 分别代入, $2\sqrt{3} = k_1\sqrt{3}, k_1 = 2, 2\sqrt{3} = \frac{k_2}{\sqrt{3}}, k_2 = 6, y = 2x, y = \frac{6}{x}$

24. (1) 设反比例函数为 $y = \frac{k}{x}$, $\therefore A(m+3, 2), B(3, \frac{m}{2})$ 在同一反比例函数上, $\therefore \begin{cases} 2 = \frac{k}{m+3} \\ \frac{m}{3} = \frac{k}{3} \end{cases}, m = -6, k = -6.$

(2) 图略 (3) 标点略

25. 设点 $A(x, y)$, $\therefore S_{\triangle ABO} = \frac{3}{2}, \therefore \frac{1}{2}|x|y = \frac{3}{2}, \therefore x, y = -3. \therefore$ 点 A 在 $y = \frac{k}{x}$ 上, $\therefore k = |x|y = -3, \therefore y = -\frac{3}{x}, y = -x + 2.$

(2) $-\frac{3}{x} = -x + 2, x_1 = +3, x_2 = -1, \therefore \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}, \therefore$ 有 $A(-1, 3), C(3, -1), S_{\triangle AOC} = 4.$

26. (1) $m = 3, y = \frac{6}{x}$ (2) 一、三象限, y 随 x 增大而减小 (3) $x = -3$ 时, $y_{\text{大}} = -2, x = -\frac{1}{2}$ 时, $y_{\text{小}} = -12$

27. (1) 解: $\therefore y = \frac{1}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$, 过点 $(m, \sqrt{3}), (-3\sqrt{3}, n), \therefore \sqrt{3} = \frac{m}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3}, m = \sqrt{3}, n = \frac{-3\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore A(\sqrt{3}, \sqrt{3}), B(-3\sqrt{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}), \therefore \sqrt{3} = \frac{k}{\sqrt{3}}, \therefore k = 3, \therefore$ 反比例函数解析式为 $y = \frac{3}{x}.$

(2) 解: $\therefore y = \frac{1}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 与 x 轴交于点 M , 设 $M(a, 0), \therefore 0 = \frac{a}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3}, a = -2\sqrt{3}, \therefore M(-2\sqrt{3}, 0), \therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOM}, \therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 4.$

(3) 解: 设 P_1 在 x 轴上, $\triangle COP_1 \cong \triangle AOM$ (SAS). $\therefore A$ 点在 OA 上, $\therefore OA$ 解析式为 $y = x, \therefore \angle AOM = \angle COP_1 = 45^\circ. C$ 与 A 关于 O 中心对称, $\therefore C(-\sqrt{3}, -\sqrt{3}), \therefore AO = \sqrt{\sqrt{3}^2 + \sqrt{3}^2} = \sqrt{6}, CO = \sqrt{6}, \therefore AO = CO. \text{若 } \triangle ANO \cong \triangle CP_1O \text{ (SAS), } \therefore CN = OP_1. \text{同理当 } P \text{ 在 } y \text{ 轴时, } ON = OP_2, \therefore y = \frac{x}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ 与 } y \text{ 轴交于 } N. \text{设 } N(0, b), \therefore b = 0 + \frac{2}{3}\sqrt{3}, \therefore b = \frac{2}{3}\sqrt{3}, N(0, \frac{2}{3}\sqrt{3}), \therefore OP_1 = \frac{2\sqrt{3}}{3}, OP_2 = \frac{2}{3}\sqrt{3}, \therefore P_1(-\frac{2}{3}\sqrt{3}, 0), P_2(0, -\frac{2}{3}\sqrt{3}).$

第十八章 数据的分析

18.1 数据的代表

18.1.1 平均数

一、1. D 2. B 3. A 4. B 5. B 6. A

二、7. 100 8. 81 9. $5\bar{x} + 3$ 10. 4 棵 11. 6; 10 12. (1) 不合理 (2) 当五个班人数相等时

三、13. 解: 平时单元测验的平均成绩 $\bar{x} = \frac{84 + 76 + 92}{3} = 84$ (分), 从而可得总评成绩为 $\frac{84 \times 10\% + 82 \times 30\% + 90 \times 60\%}{10\% + 30\% + 60\%} = 87$ (分). 所以小林的数学书面测验总评成绩应为 87 分.

14. 解: (1) 甲地的水果的平均批发价格为 $\frac{1}{10} \times (0.85 + 0.83 + 0.90 + 0.90 + 0.88 + 0.86 + 0.82 + 0.81 + 0.95$



$+0.84)=0.864$,乙地水果的平均批发价格为 $\frac{1}{10} \times (0.80+0.82+0.95+0.91+0.86+0.82+0.83+0.79+0.84+0.80)=0.842$,因此甲种水果的平均批发价格较高.

(2)如果是进货,进乙地水果;如果是经营批发销售业务,选甲地水果效益较好.

15. 解:(1)刘丽萍: $\frac{98+80+80}{3}=86$;谢芳: $\frac{95+90+90}{3} \approx 91.7$;王亦阳: $\frac{80+100+100}{3} \approx 93.3$. 冠军:王亦阳,亚军:谢芳,季军:刘丽萍. (2)刘丽萍: $\frac{98 \times 6+80 \times 3+80 \times 1}{6+3+1}=90.8$;谢芳: $\frac{95 \times 6+90 \times 3+90 \times 1}{6+3+1}=93$;王亦阳: $\frac{80 \times 6+100 \times 3+100 \times 1}{6+3+1}=88$. 冠军:谢芳,亚军:刘丽萍,季军:王亦阳.

16. 根据平均数定义,八年级的平均成绩= $\frac{\text{八年级总成绩}}{\text{总人数}}$,可得平均成绩为 $\frac{55 \times 81+40 \times 90+45 \times 85+60 \times 84}{55+40+45+60}=84.6$.

17. D 18. B 19. (1)118 (2)2000;120 (3)这三年该地区平均每年销售盒饭: $\frac{50+118+120}{3}=96$ (万盒).

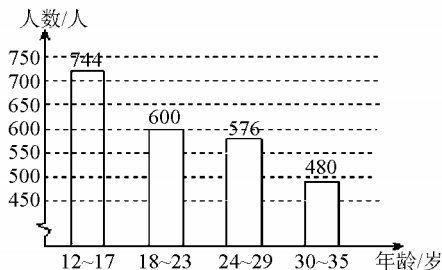
20. 解:(1)工作经验方面3人得分的众数是15分,在仪表形象方面丙最有优势. (2)甲得分: $14 \times \frac{10}{20}+17 \times \frac{7}{20}+12 \times \frac{3}{20}=\frac{295}{20}$ (分);乙得分: $18 \times \frac{10}{20}+15 \times \frac{7}{20}+11 \times \frac{3}{20}=\frac{318}{20}$ (分);丙得分: $16 \times \frac{10}{20}+15 \times \frac{7}{20}+14 \times \frac{3}{20}=\frac{307}{20}$ (分),所以应录用乙.

21. 解:(1)甲的演讲答辩得分= $\frac{90+92+94}{3}=92$ (分),甲的民主测评分= $40 \times 2+7 \times 1+3 \times 0=87$ (分),甲的综合得分= $92(1-a)+87a$. 当 $a=0.6$ 时,甲的综合得分为89分.

(2)乙的演讲答辩得分= $\frac{89+87+91}{3}=89$ (分),乙的民主测评分= $42 \times 2+4 \times 1+4 \times 0=88$ (分),乙的综合得分= $89(1-a)+88a$. 又甲的综合得分= $92(1-a)+87a$,当 $92(1-a)+87a > 89(1-a)+88a$ 时,即有 $a < 0.75$. 又 $0.5 \leq a \leq 0.8$,所以当 $0.5 \leq a < 0.75$ 时,甲的综合得分高. 当 $92(1-a)+87a < 89(1-a)+88a$ 时,即有 $a > 0.75$. 又 $0.5 \leq a \leq 0.8$,所以当 $0.75 < a \leq 0.8$ 时,乙的综合得分高.

中考视窗

1. B 2. B 3. (1)2400 (2)如图 (3) $200 \times \frac{744}{2400}=62$ (万人)



18.1.2 中位数和众数

一、1. B 2. B 3. B 4. A 5. B 6. B 7. D

二、8. 9,9 9. 82,2分;80分;80分 10. 多进尺码为24厘米的鞋. 11. B,E 12. 32和34

三、13. 解:(1)

年级	平均数	众数	中位数
初一年级	85.5	80	87
初二年级	85.5	85	86
初三年级	85.5	78	84

(2)①因为平均数都相同,初二级的众数最高,所以初二级的成绩好一些. ②因为平均数都相同,初一年级的中位数最高,所以初一年级的成绩好一些.

(3)因为初一、初二、初三各年级前三名学生决赛成绩的平均分分别为93分、91分、94分,所以从各年级参加决赛的选手中分别选出3人参加总决赛,初三级的实力更强一些.

14. 解: 设这组数据前 6 个数据的和为 x , 中间两数据的和为 y , 后 6 个数据的和为 z , 根据题意, 得

$$\begin{cases} x+y+z=34 \times 14, & \textcircled{1} \\ x+y=32 \times 8, & \textcircled{2} \\ y+z=36 \times 8, & \textcircled{3} \end{cases}$$

所以由 $\textcircled{2} + \textcircled{3} - \textcircled{1}$ 得 $y=68$. 所以最中间两个数据的平均数为 34, 故这 14 个数的中位数是 34.

15. 解: (1) 甲群平均年龄是 15 岁, 中位数是 15 岁, 众数是 15 岁, 其中能较好反映甲群游客年龄特征的是平均数或中位数或众数. (2) 乙群平均年龄是 15 岁, 中位数是 5.5 岁, 众数是 6 岁, 其中能较好反映乙群游客年龄特征的是中位数或众数.

16. 解: (1) 因为数据 70 出现 3 次, 且出现次数最多, 所以该组数据的众数为 70. (2) 将数据按由小到大的顺序排列为 55, 58, 70, 70, 70, 75, 80, 90, 所以中位数为 $\frac{1}{2} \times (70+70)=70$. (3) $\bar{x}=71 < 80$, 所以该班符合学校的规定.

17. 解: (1) 33(名) (2) 落在 4.5~6.5 这个小组内. (3) 落在 6.5~8.5 这个小组内.

18. 解: (1) 平均数 $\bar{x}=1500+\frac{1}{33} \times (4000+3500+2000 \times 2+1500+1000 \times 5+500 \times 3+0 \times 20) \approx 2091$, 中位数是 1500; 众数是 1500. (2) 平均数 $\bar{x}'=1500+\frac{1}{33} \times (28500+18500+2000 \times 2+1500+1000 \times 5+500 \times 3+0 \times 20) \approx 3288$, 中位数是 1500; 众数是 1500. (3) 这个问题中, 中位数或众数均能反映该公司职工的工资水平. 因为公司中少数人的工资额与大多数人的工资额差别较大, 这样导致平均数与中位数偏差较大, 所以平均数不能反映这个公司员工的工资水平.

19. 解: (1) $\frac{20 \times 1 + 16 \times 1}{2} = 18$ (千米/时) (2) $\frac{20 \times 3.5 + 16 \times 1.5}{3.5 + 1.5} = 18.8$ (千米/时).

中考视窗

1. 50 2. 17 3. (1) 王励勤的平均分为 9.7, 中位数为 11; 马琳的众数为 11. (2) $32320 \times 50\% = 16160$, $\therefore$ 刘敏同学中奖的概率为 $\frac{20}{16160} = \frac{1}{808}$.

18.2 数据的波动

一、1. C 2. B 3. D 4. C 5. B 6. B

二、7. ①m; ②100m; ③8 8. 2 9. 10 10. 12 11. ①②③ 12. 方差

三、13. 极差为 $7-3=4$. 又由 $\bar{x}=\frac{1}{5}(3+4+5+6+7)=5$, 可得 $S^2=\frac{1}{5}[(3-5)^2+(4-5)^2+\dots+(7-5)^2]=2$.

14. 解: (1) 因涉及中位数, 故需将数据按从小到大的顺序重排: 戒烟前: 52, 52, 55, 55, 60, 60, 64, 67, 69, 80; 戒烟后: 52, 54, 55, 57, 58, 62, 67, 68, 70, 81.

戒烟前: $\bar{x}=\frac{1}{10} \times (52+52+\dots+80)=61.4$;

戒烟后: $\bar{x}'=\frac{1}{10} \times (52+54+\dots+81)=62.4$.

戒烟前: 中位数 $=\frac{1}{2} \times (60+60)=60$;

戒烟后: 中位数 $=\frac{1}{2} \times (58+62)=60$.

(2) 方差分别为: 戒烟前: $S^2=\frac{1}{10} \times [(52-61.4)^2+\dots+(80-61.4)^2]=70.44$; 戒烟后: $S'^2=\frac{1}{10} \times [(52-62.4)^2+\dots+(81-62.4)^2]=73.84$.

15. 解: (1) 20; 80; 80; 80; 40 (2) 在这五次测试中, 成绩比较稳定的是小李, 小王的优秀率为 40%, 小李的优秀率为 80%. (3) 方案一: 选小李参加比赛. 因为小李的优秀率比小王高, 有 4 次得 80 分, 成绩较稳定, 获奖机会大. 方案二: 选小王参加比赛. 因为小王有两次 90 分以上, 小李只有一次, 所以获得一等奖的几率较高.

16. 解: (1) 7; 7; 1.2 (2) 从平均数角度看, 甲乙两同学的水平相当; 从众数看, 乙的水平较高一些; 从方差看, 乙发挥更稳定些.

17. 解: 乙组选手的各种数据依次是 8; 8; 7; 1; 60%. 以下从四个方面做出具体评价: (1) 从平均数、中位数看都是 8 道题, 成绩均等; (2) 从众数看, 甲组 8 道题, 乙组 7 道题, 甲组成绩比乙组成绩好; (3) 从方差看, 甲组成绩波动大, 乙组成绩波动小, 乙组相对稳定; (4) 从优秀率看, 甲组优秀生比乙组优秀生多, 甲组成绩比乙组成绩好.

18. 解: (1)



	平均数	方差	中位数	命中8环(不含8环)以上次数
甲	7	1.2	7	1
乙	7	5.4	7.5	3

(2)①因为平均数相同, $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$, 所以甲的成绩比乙稳定. ②因为平均数相同, 甲的中位数 $<$ 乙的中位数, 所以乙的成绩比甲好些. ③因为平均数相同, 命中8环以上的次数甲比乙少, 所以乙的成绩比甲好些. ④甲成绩在平均数上下波动, 而乙处于上升势头, 从第4次以后就没有比甲少的情况发生, 所以乙较有潜力.

19. 解: (1) A地一天的气温分别为 18, 17.5, 17, 16, 16.5, 18, 19, 20.5, 22, 23, 23.5, 24, 25, 25.5, 24.5, 23, 22, 20.5, 20, 19.5, 19.5, 19, 18.5, 18; B地一天的气温分别为 20, 19.5, 19, 18, 19, 19.5, 20.5, 22, 22.5, 23, 23, 23.5, 24, 24, 23, 22.5, 22.5, 22, 21.5, 21, 21.5, 20.5, 20.5, 20. 所以 $\bar{x}_A = (18 + 17.5 + \dots + 18) \times \frac{1}{24} \approx 20.42(^{\circ}\text{C})$, $\bar{x}_B = (20 + 19.5 + \dots + 20) \times \frac{1}{24} \approx 21.35(^{\circ}\text{C})$.

(2) A地: 极差 $= 25.5 - 16 = 9.5(^{\circ}\text{C})$, $S_A^2 = \frac{1}{24} [(20.42 - 18)^2 + (20.42 - 17.5)^2 + \dots + (20.42 - 18)^2] \approx 7.76$;

B地: 极差 $= 24 - 18 = 6(^{\circ}\text{C})$, $S_B^2 = \frac{1}{24} [(21.35 - 20)^2 + (21.35 - 19.5)^2 + \dots + (21.35 - 20)^2] \approx 2.78$.

(3) 说法不一, 只要合理即可. 如 A、B 两地平均气温相近, 但 A 地日温差较大, B 地日温差较小.

中考视窗

1. D 2. 乙 3. C 4. $>$

阶段评价(一)

一、1. C 2. C 3. D 4. C 5. C 6. D 7. B 8. C 9. D 10. D

二、11. 99.5 12. 11 13. 7 14. 5 15. $m = n$ 16. 62岁 17. 22人 18. 1680件

三、19. 解: $\bar{x} = \frac{125 + 120 + \dots + 129}{10} = 122(\text{分})$, 所以样本的平均值为 122 分, 由样本估计所有学生的平均分为 122 分.

20. 乙 21. A: 1402; B: 1392 22. (1) 0.2 (2) 25 (3) 90% (4) 第三小组

23. 解: $\bar{x}_{\text{甲}} = \frac{60 \times 3 + 80 \times 3 + 70 \times 4}{10} = 70(\text{分})$, $\bar{x}_{\text{乙}} = \frac{50 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 4}{10} = 68(\text{分})$

$\bar{x}_{\text{丙}} = \frac{60 \times 3 + 80 \times 3 + 65 \times 4}{10} = 66(\text{分})$, 所以录取甲.

24. 解: (1) $\bar{x} = \frac{12 + 20 + 8 + 4 + 16 + 30 + 14 + 8}{2} = 56(\text{台})$ (2) 一匹: 28 台, 1.2 匹 50 台, 1.5 匹: 32 台, 2 匹 12 台,

所以众数为 1.2 匹. (3) 1.2 匹的多进一些, 因为 1.2 匹的销售量最多; 2 匹的少进一些, 因为 2 匹的销售量最少.

25. 解: (1) $\bar{x}_{\text{甲}} = \frac{52 + 50 + 51 + 49 + 53}{5} = 51(\text{kg})$, $\bar{x}_{\text{乙}} = \frac{51 + 51 + 51 + 48 + 54}{5} = 51(\text{kg})$, 所以甲乙的平均产量相同

(2) $S_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{5} [(52 - 51)^2 + (50 - 51)^2 + \dots + (53 - 51)^2] = 2$, $S_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{5} [(51 - 51)^2 + (51 - 52)^2 + \dots + (54 - 51)^2] = 4.2$, 甲的方差小于乙的方差, 说明甲的稳定性好.

(3) 综合比较, 选择甲.

26. (1) 平均数都是 90 (2) 甲同学的方差为 50, 乙同学的方差为 100, 所以选甲同学比较合适.

27. (1) 中位数 12.00, 平均数 12.00 (2) 乙组的旗杆比较一致, 因为乙组的方差比甲组的小.

28. (1) 风景区是这样计算的: 调整前的平均价格 $(10 + 10 + 15 + 20 + 25) \div 5 = 16(\text{元})$; 调整后的平均价格 $(5 + 5 + 15 + 25 + 30) \div 5 = 16(\text{元})$. (2) 游客是这样计算的: 原平均日总收入: $10 \times 1 + 10 \times 1 + 15 \times 2 + 20 \times 3 + 25 \times 2 = 160(\text{千元})$, 现平均日总收入: $5 \times 1 + 5 \times 1 + 15 \times 2 + 25 \times 3 + 30 \times 2 = 175(\text{千元})$, 平均日总收入增加了 $(175 - 160) \div 160 \approx 9.4\%$. (3) 游客的说法较能反映客观实际.

阶段评价(二)

一、1. B 2. C 3. C 4. C 5. A 6. D 7. B 8. B 9. C 10. C

二、11. 80, 256 12. 甲 13. 50% 2.7 14. 306 15. 4 和 2 16. 15, 甲 17. 7 和 8 18. 7

三、19. (1) 150 (2) 4.25 ~ 4.55 (3) 600 20. 1000 条

21. (1) 118 122 25.75, 25 (2) 进攻得分 (3) 略

22. (1) 90.8 91.6 乙 (2) 92.5 92.15 甲

23. (1) 14.29% 35.71% 35.71% 14.29% (2) 26.5 万元 26.5 万元

24. (1) 甲 4 乙 4 (2) $\frac{4}{7}, \frac{8}{7}$ 甲更稳定

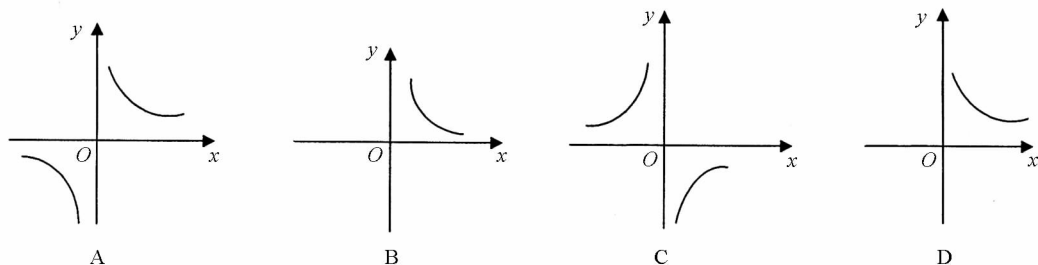
25. 解: (1) 2006 年该省各类学校在校生总数为 $97.41 \div 4.87\% \approx 2000$ (万人).

(2) 普通高中在校生人数约为 $2000 \times 10.08\% = 201.6$ (万人) (没有计算, 但图形正确者可给满分).

(3) (答案不唯一, 回答合理即可)

26. 解: (1) 2006 年外省区市在陕投资总额为: $124 + 67 + 66 + 47 + 119 = 423$ (亿元).

(2) 如图 1 所示.



(3) 如图 2 所示.

27. 解: (1) 在这 50 个数据中, 1.2 出现了 10 次, 出现的次数最多, 即这组数据的众数是 1.2. 将这 50 个数据按从小到大的顺序排列, 其中第 25 个数是 0.8, 第 26 个数是 1.0, $\therefore$ 这组数据的中位数是 0.9.

(2) $\because$ 这 50 个数据的平均数是 $\bar{x} = \frac{1}{50} (0.1 \times 1 + 0.2 \times 1 + 0.3 \times 3 + 0.4 \times 4 + 0.5 \times 3 + 0.6 \times 4 + 0.7 \times 4 + 0.8 \times 5 + 1.0 \times 9 + 1.2 \times 10 + 1.5 \times 6) = \frac{43.5}{50} = 0.87$, $\therefore$ 这 50 名学生右眼视力的平均值为 0.87. 据此可估计该年级学生右眼视力的平均值为 0.87.

28. 解: (1) $150 \times 40\% = 50$ (台), $\therefore$ 设商店从乙厂购买的饮水机台数为 60 台.

(2) 由图 2 知优等品的台数为 $50 + 51 + 26 = 127$ (台), $\therefore$ 非优等品的台数为 $150 - 127 = 23$ (台)

(3) 由题意知: 甲厂的优等品率为 $\frac{50}{150 \times 40\%} = \frac{50}{60}$; 乙厂的优等品率为 $\frac{51}{150 \times 40\%} = \frac{51}{60}$; 丙厂的优等品率为 $\frac{26}{150 \times 20\%} = \frac{26}{30}$. 又 $\frac{26}{30} > \frac{51}{60} > \frac{50}{60}$, $\therefore$ 丙厂的产品质量较好.

第十九章 勾股定理

19.1 勾股定理

一、1. D 2. B 3. B 4. A 5. C 6. C 7. D 8. C 9. D 10. B

二、11. 30 12. $\sqrt{2}$ 13. 40 14. 13 15. $\frac{75}{8}\pi$ 16. 4.8 17. 4 18. (1) $c=4$ (2) 60 (3) $9\sqrt{2}$ 19. 49

三、20. (1) $x = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ (2) $x = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ (3) $x = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

21. $AB = 40\sqrt{3}$ mm

22. 直角三角形中另一直角边为 8m, 地毯的长可以看成是 $8 + 6 = 14$ m, 所以需要 $18 \times 14 \times 2 = 504$ 元.

23. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\therefore AB = 50, AC = 30$, $\therefore BC = 40$ (米), 速度为 $40 \div 2 = 20$ m/s, $\therefore 20$ m/s = 72 km/h > 70 km/h, $\therefore$ 这辆小汽车超速了.

24. 边长为 1, 1 的等腰直角三角形的斜边为 $AB = \sqrt{2}$; 边长为 1, 2 的直角三角形的斜边为 $CD = \sqrt{5}$; 边长为 2, 3 的直角三角形的斜边为 $\sqrt{13}$. 根据的都是勾股定理.

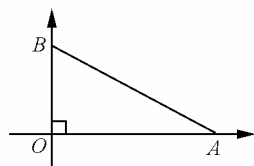
25. 解: 如图, 甲从上午 8:00 到上午 10:00 一共走了 2 小时, 走了 12 千米, 即 $OA = 12$. 乙从上午 9:00 到上午 10:00 一共走了 1 小时, 走了 5 千米, 即 $OB = 5$. 在 $\text{Rt}\triangle OAB$ 中, $AB^2 = 12^2 + 5^2 = 169$, $\therefore AB = 13$. 因此, 上午 10:00 时, 甲、乙两人相距 13 千米. $\because 15 > 13$, $\therefore$ 甲、乙两人还能保持联系.

26. $\sqrt{4^2 + 3^2} \cdot 20 = 100$ 平方米, $\therefore$ 阳光透过的最大面积 100 平方米.

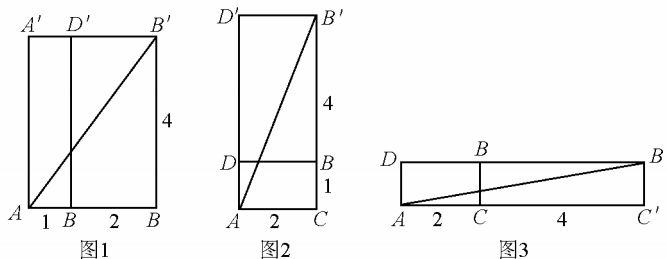
27. (1) 由于没有指明哪个角是直角, 所以有两种情况, 若 3 和 4 都为直角边, 则第三边长是 5, 若 4 为斜边, 则第三边长为 $\sqrt{7}$, 所以第三边长为 5 或 $\sqrt{7}$. (2) 考虑问题要全面.

28. $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, BC = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13, CD = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$. 所以一共爬了 28 厘米.

29. 解: 设门高为 x 尺, 则竹竿高为 $(x+1)$ 尺, $x^2 + 4^2 = (x+1)^2$, $\therefore x = 7.5, x+1 = 8.5$.



30. 本题有三种长方体展开形式,图1中 $AB'=5$,图2中 $AB'=\sqrt{29}$,图3中 $AB'=\sqrt{37}$,比较得出最短路程为图1, $AB'=5$.



中考视窗

1. C 2. 3 3. $\sqrt{5}$ 4. $(\sqrt{2})^n$ 5. (1) $\because AD \perp AB, \therefore \triangle ABD$ 是直角三角形,又 E 为 BD 中点, $\therefore BE=ED=AE, \therefore \angle B=\angle BAE, \therefore \angle AEC=2\angle B$,又 $\because \angle C=2\angle B, \therefore \angle AEC=\angle C$. (2) $\because BD=2AE, AC=AE, \therefore BD=2AC$. (3) 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $AD=5, BD=2AE=2 \times 6.5=13, \therefore AB^2=BD^2-AD^2, \therefore AB=\sqrt{13^2-5^2}=12, \therefore \triangle ABE$ 的周长是 25.

19.2 勾股定理的逆定理

一、1. B 2. A 3. B 4. D 5. C 6. B 7. D 8. C

二、9. 直角 10. $\sqrt{2a^2+2b^2}$ 11. $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 12. 直角三角形 13. 直角 14. 5, 12, 13; 9, 40, 41; 7, 24, 25

15. $\sqrt{41}$ 或 3

三、16. 连接 AC , 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, 求得 $AC=5, \therefore 5^2+12^2=13^2, \therefore \angle ACB=90^\circ, \therefore$ 地的面积为 $S_{\triangle ACB}-S_{\triangle ACD}=30-6=24(\text{m}^2)$.

17. 符合要求.

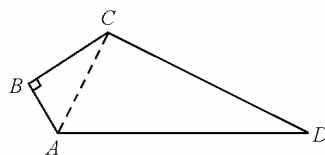
18. $\triangle AEF$ 是直角三角形. 理由如下: 可求 $AE^2=25, AF^2=20, EF^2=5, \therefore AF^2+EF^2=AE^2, \therefore \angle AFE=90^\circ, \therefore \triangle AEF$ 是直角三角形.

19. 在 $\triangle BDC$ 中, $\because DC^2+BD^2=BC^2, \therefore CD \perp AD$, 设 $AC=AB=x\text{cm}, \therefore AD=x-12$, 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $(x-12)^2+16^2=x^2, \therefore x=\frac{50}{3}, AB=AC=\frac{50}{3}$, 周长为 $\frac{160}{3}\text{cm}$.

20. 若造价最低, 则 $BD \perp AC$, 根据 $5^2+12^2=13^2$, 证得 $\angle ABC=90^\circ$, 由面积法求出 $BD=\frac{60}{13}, 26000 \times \frac{60}{13}=120000(\text{元})$.

21. $BD+BC=15, BD=10, \therefore BC=5$, 设 $AD=x$ 米, 则 $AC=15-x, \therefore 5^2+(10+x)^2=(15-x)^2, \therefore x=2, AB=12$ 米.

22. 解: 连接 AC , 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC^2=AB^2+BC^2=3^2+4^2=25, \therefore AC=5$. 在 $\triangle ACD$ 中, $\because AC^2+CD^2=25+12^2=169$, 而 $AD^2=13^2=169, \therefore AC^2+CD^2=AD^2, \therefore \angle ACD=90^\circ$. 故 $S_{\text{四边形}ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AB \cdot BC+\frac{1}{2}AC \cdot CD=\frac{1}{2} \times 3 \times 4+\frac{1}{2} \times 5 \times 12=6+30=36$.



23. 120cm^2 . 分析: 设一份为 x , 则 $5x+12x+13x=60, x=2$, 三边长为 10, 24, 26, 可判定为直角三角形, 面积为 120cm^2 .

24.		1	2	3	4	5	6	...
	2	3, 4, 5						
	3	8, 6, 10	5, 12, 13					

续表

勾股数 m	n	1	2	3	4	5	6	...
4		15, 8, 17	12, 16, 20	7, 24, 25				
5		24, 10, 26	21, 20, 29	16, 30, 35	7, 40, 41			
6		35, 12, 37	32, 24, 40	27, 36, 45	20, 48, 52	11, 60, 61		
...		...	...	...	...	...	...	...

25. 作在 $\angle ACB$ 的外部作 $\angle BCQ = \angle ACP$, 在 BQ 上截取 $CQ = CP$, 连接 BQ . $\therefore \triangle ACP \cong \triangle BCQ$, $\therefore AP = BQ = 3$, $\angle PCQ = 90^\circ$, $\therefore PQ^2 = 8$, $\therefore BQ^2 - BP^2 = 9 - 1 = 8$, $\therefore \angle QPB = 45^\circ$, $\therefore \angle CPQ = 45^\circ$, $\therefore \angle BPC = 135^\circ$.

26. 欲求正方体表面上点 A 与点 B 的最短路程, 直接求解有困难. 考虑到把以点 A 与点 B 为顶点的相邻的两个正方形展开, 能得到一个长方形, 由“两点之间, 线段最短”可知小懒虫在正方体表面上从点 A 爬到点 B 的最短路程是图中的线段 AB 的长. 根据题意, 由勾股定理得 $AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$, 所以小懒虫在正方体表面上从点 A 爬到点 B 的最短路程为 $\sqrt{5}$.

27. $\because S_{\triangle ABE} = 60 \text{ cm}^2$, $\therefore \frac{AB \cdot DE}{2} = 60$, $\therefore DE = 12$, $\therefore AB = 10$, 在 $\triangle ABC$ 中, $\because 6^2 + 8^2 = 10^2$, 即 $AC^2 + BC^2 = AB^2$, $\therefore \angle C = 90^\circ$. 所以 AB 的长为 10, $\angle C = 90^\circ$.

28. 解: 设 MN 交 AC 于 E , 则 $\angle BEC = 90^\circ$. 又 $AB^2 + BC^2 = 5^2 + 12^2 = 169 = 13^2 = AC^2$, $\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle ABC = 90^\circ$. 又 $\because MN \perp CE$, $\therefore$ 走私艇 C 进入我领海的最近距离是 CE , 则 $CE^2 + BE^2 = 144$, $(13 - CE)^2 + BE^2 = 25$, 得 $26CE = 288$, $\therefore CE = \frac{144}{13}$. $\frac{144}{13} \div 13 = \frac{144}{169} \approx 0.85$ (小时), $0.85 \times 60 = 51$ (分). 9 时 50 分 + 51 分 = 10 时 41 分.

中考视窗

1. (2)(3)(4) 2. 6, 150°

阶段评价(一)

一、1. D 2. B 3. A 4. C 5. B 6. D 7. A 8. C 9. C 10. A

二、11. 50 12. 10 13. $\frac{60}{13}$ 14. 24 15. 100mm 16. 2m 17. 540 18. 向南或向北.

三、19. 100, 16 20. $a = 20$, $b = \sqrt{6}$, $c = 2\sqrt{3}$

21. 证 $a^2 + b^2 = c^2$, 用勾股定理逆定理得 $\angle C = 90^\circ$.

22. 设城门高为 x 米, 则竿长为 $(x+1)$ 米, 依题意, 得 $3^2 + x^2 = (x+1)^2$, 解得 $x = 4$, 故竿长为 5 米.

23. 过点 B 作 $BC \perp AD$ 于 C , 则 $AC = 2.5$, $BC = 6$, 由勾股定理求得 $AB = 6.5$ (km).

24. 设湖水深 x 米, $2^2 + x^2 = (x+0.5)^2$, $\therefore x = 3.75$ 尺, 湖水深 3.75 尺.

25. 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中可求 $\angle E = 45^\circ$, $DE = AD = 1$. 在 $\text{Rt}\triangle CBE$ 中, $\because BC = 2$, $\angle B = 45^\circ$, $\therefore CE = 2\sqrt{2}$, $\therefore CD = 2\sqrt{2} - 1$.

26. 先由勾股定理求得 $AB = 10 \text{ cm}$, 设 $DC = x \text{ cm}$, 则 $DE = x \text{ cm}$, $BD = (8-x) \text{ cm}$, $BE = 4 \text{ cm}$, $(8-x)^2 = x^2 + 4^2$, 解得 $x = 3$ (cm), $\therefore CD$ 的长是 3 厘米.

27. $\angle CAB = 90^\circ$, $AB = 16 \times 3 = 48$, $BC = 60$, $\therefore AC = 36$, $\therefore$ 乙船的速度为 $36 \div 3 = 12$ 海里/时.

阶段评价(二)

一、1. D 2. C 3. C 4. B 5. C 6. C 7. B 8. A 9. C 10. A

二、11. 4.8cm 12. 4 或 $\sqrt{34}$ 13. 10 14. 1 15. $11 \text{ cm} \leq h \leq 12 \text{ cm}$ 16. $\frac{60}{13} \text{ cm}$

17. 3, 4, 5 或 5, 12, 13 18. 120

三、19. (1) $a = 20$ (2) $b = \sqrt{2}$, $c = 2\sqrt{2}$

20. (1) ③ (2) $a^2 - b^2$ 可以为 0 (3) $\triangle ABC$ 为等腰三角形或直角三角形

21. $\frac{1}{2}$ 22. (1) $(\sqrt{n})^2 + 1 = n + 1$ $S_n = \frac{\sqrt{n}}{2}$ (2) $OA_{10} = \sqrt{10}$ (3) $\frac{55}{4}$

23. 5 米 24. 由勾股定理逆定理得 $\angle DGE = 90^\circ$, 由勾股定理得 $DF = 17$, 从而得证.

25. (1) 400 厘米 (2) 略 26. 17.6cm

27. 设 $BF=a$, 则 $BE=2a, AE=2a, AD=4a$, 由勾股定理和逆定理可得.
28. 由勾股定理逆定理得 $\angle ADB=90^\circ$, 由勾股定理得 $AC=17$, 从而得证.

期中测试卷(一)

- 一、1. B 2. A 3. B 4. B 5. C 6. B 7. B 8. B 9. B 10. A
二、11. $2 < x \leq 5$ 且 $x \neq 3$ 12. 1; 3 13. ab^2 14. 4.3×10^{-5} 15. $y = \frac{2}{x}$ 16. 1 17. -8 18. $-\frac{3}{2}$
三、19. (1) $\frac{1}{a+2}$; (2) a^2b^3 ; (3) $-\frac{1}{2(x+3)}$; (4) $\frac{x^2y^2}{y^2-x^2}$
20. $\frac{x-1}{x+2}; \frac{2}{5}$
21. (1) $x = \frac{7}{6}$; (2) $x = -2$ 不是原方程的根, 原方程无解
22. (1) $x_1 = 5, x_2 = \frac{1}{5}$ (2) $x_1 = c, x_2 = \frac{1}{c}$ (3) $x-1 + \frac{1}{x-1} = a-1 + \frac{1}{a-1}, x_1 = a, x_2 = \frac{a}{a-1}$
23. 蜗牛神的速度是每小时 6 米, 蚂蚁王的速度是每小时 24 米.
24. (1) $P = \frac{96}{V}$ (2) 当 $V = 0.8$ 时, $P = 120$ (千帕) (3) $\because$ 当气球内的气压大于 144 千帕时, 气球将爆炸,
 $\therefore P \leq 144, \therefore \frac{96}{V} \leq 144, V \geq \frac{96}{144} = \frac{2}{3} (\text{m}^3)$.
25. (1) $m = \frac{9000}{t}$ (2) 180
26. 设第一次采购了 x 件, 根据题意得: $\frac{50000}{x} + 12 = \frac{186000}{3x}$, 解得 $x = 1000$ (件), 第二次为 3000 件, $\therefore$ 盈利为
 $1000 \times 80 - 5000 + 2600 \times 80 + 400 \times 80 \times 65\% - 186000 = 72800$ 元.

27. (1) $y = -\frac{2}{x}; y = -x-1$ (2) $x < -2$ 或 $0 < x < 1$.

28. (1) 过 C 作 $CG \perp x$ 轴于 G , 则 $CG = y_1, OG = x_1$. 因 $C(x_1, y_1)$ 在双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 上, 则 $x_1 = \frac{m}{y_1}$, 在 $\text{Rt}\triangle OCG$ 中
 $CG < OC < CG + DG$, 即 $y_1 < OC < y_1 + \frac{m}{y_1}$.

- (2) 双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上存在一点 P , 使得 $S_{\triangle POC} = S_{\triangle POD}$, 这个点是 $\angle COD$ 的平分线 ($y = x$) 与双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 的交点, 由一次函数关系式可以得出 $\text{Rt}\triangle AOB$ 是等腰直角三角形, 所以 A, B 两点及反比例函数的图象都关于 $y = x$ 对称, 所以交点 C, D 也关于直线 $y = x$ 对称, 即直线 $y = x$ 是线段 CD 的垂直平分线, 因此 $OC = OD$. 那么直线 $y = x$ 与双曲线的交点 P 到 OC, OD 的距离相等, 则有 $S_{\triangle POC} = S_{\triangle POD}$.

期中测试卷(二)

- 一、1. C 2. B 3. B 4. B 5. C 6. A 7. B 8. D 9. C 10. A
二、 $x=1, x=3$ 12. 4.3×10^{-5} 13. $12x^2y^2$ 14. $m=3$ 15. $-\sqrt{5}$
16. 4.8cm 17. 绝对值相等的两个实数相等 18. $m = \frac{3}{7}$
三、19. $2x+4=0$ 20. $x=1$ 21. 无解 22. 20 海里/时
23. (1) $y = 0.75x, y = \frac{192}{x}$ (2) 120 分钟 24. 甲 24 天, 乙 48 天 25. 72800 元 26. $\frac{2}{(a+1)^2} = \frac{2}{9}$
27. (1) $y = \frac{3000}{x}$ (2) 5 天 (3) 80 人
28. (1) $\frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ (2) $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ (3) $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+7} \right) = \frac{7}{x+7}, \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+7} \right) = \frac{1}{x+7}$, 解得 $x = \frac{1}{2}$, 检验.

期末测试卷(一)

- 一、1. A 2. B 3. D 4. B 5. C 6. A 7. D 8. A
二、9. 3, 9 10. 4.34×10^{-5} 11. 一次 12. $\frac{1}{8}$ 13. $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$ 14. 5; 4.5 15. $\frac{30x+15}{x+5} = 26$ 16. $\frac{1}{4}(1+\sqrt{3})$
三、17. $\frac{x-1}{x+1}, 1-\sqrt{2}$

18. (1) $x = -\frac{1}{3}$ (2) $x = -2$ 不是原方程的根, 原方程无解

19. 解: 设 $y_1 = \frac{k_1}{x}$, $y_2 = k_2(x-2)$, 则 $y = \frac{k_1}{x} - k_2(x-2)$. 根据题意有 $\begin{cases} k_1 + k_2 = -1 \\ \frac{k_1}{3} - k_2 = 5 \end{cases}$, 解得 $k_1 = 3, k_2 = -4$, $\therefore y =$

$\frac{3}{x} + 4x - 8$. 当 $x = 5$ 时, $y = \frac{3}{5} + 20 - 8 = 12\frac{3}{5}$.

20. (1) (3, 2) (2) $y = \frac{2}{3}x$ (3) 6

21. (1) 会受到影响. 如图, 作 $AC \perp BF$ 于 C , $AC = 160$ 米, $160 < 200$, 所以会受影响; (2) 以 A 为圆心, 200 米为半径作圆, 交 BF 于点 M, N , 可求 $MC = 120$ 米, $MN = 240$ 米, $240 \div 40 = 6$ (小时).

22. 略

23. (1) 78, 80 (2) 13 (3) 选择张成, 因为他的成绩较稳定, 中位数和众数都较高.

24. 设自行车速度为 x 千米/小时, 则汽车速度为 $2.5x$ 千米/小时, 由题意可列方程为 $\frac{20}{x} - \frac{45}{60} = \frac{20}{2.5x}$, 解得 $x = 16$, 经检验, $x = 16$ 适合题意, 故 $2.5x = 40$, 所以自行车速度为 16 千米/小时, 汽车速度为 40 千米/小时.

25. (1) 60 天 (2) 甲队独作省钱

26. (1) $y = k_1x$ 过点 A , $y = \frac{k_2}{x}$ 过点 A , $\therefore \sqrt{3} = \sqrt{3}k_1, \sqrt{3} = \frac{k_2}{\sqrt{3}}, \therefore k_1 = 1, k_2 = 3, \therefore y = x, y = \frac{3}{x}$.

(2) $B(-\sqrt{3}, -\sqrt{3}), S_{\triangle BOC} = 2\sqrt{3}$

(3) $\triangle AOD \cong \triangle BOC, OD = OC, C(-4, 0), D(4, 0)$ 或 $(0, 4)$

期末测试卷(二)

一、1. B 2. C 3. D 4. B 5. A 6. C 7. A 8. A 9. C 10. B

二、11. $x = 5, m = 3$ 12. $x(x+1)(x-1)$ 13. 1.25×10^{-5} 14. $y = -\frac{2}{x}$ 15. $y = -\frac{2}{x}$ 16. $x \neq 1$ 17. 三

18. 5, 4, 5

三、19. (1) 2 (2) $\frac{1}{x^2 - y^2}$ (3) $-\frac{m}{m+7}$ (4) $\frac{2(a+b)}{3(a-b)}$

20. $2x - 1 = 3$

21. (1) $x = 2$ (2) 无解

22. $C(1, 1)$

23. (1) $y = \frac{3}{x+1}$ (2) 2

24. 设正方形 $ABCD$ 的边长为 a 则, $BE = CE = \frac{1}{2}a, CF = \frac{1}{4}a, DF = \frac{3}{4}a$.

在 $Rt\triangle ABE$ 中, 由勾股定理得 $AE^2 = AB^2 + BE^2 = a^2 + (\frac{1}{2}a)^2 = \frac{5}{4}a^2$.

同理在 $Rt\triangle ADF$ 中, $AF^2 = AD^2 + DF^2 = a^2 + (\frac{3}{4}a)^2 = \frac{25}{16}a^2$.

在 $Rt\triangle CEF$ 中, $EF^2 = CE^2 + CF^2 = (\frac{1}{2}a)^2 + (\frac{1}{4}a)^2 = \frac{5}{16}a^2$.

$\therefore AF^2 = AE^2 + EF^2, \therefore \triangle AEF$ 是直角三角形.

25. (1) 21 岁 (2) 21 岁, 21 岁

26. 1.5 小时, 甲 4.5 km/h, 乙 6 km/h

27. (1) $k = 8$ (2) E 在 $y = \frac{x}{8}$ 上, E 的横坐标为 6 (3) 因 $OF = OB = 2, \therefore F(0, 2), D(6, 4)$. 设 $P(x, 0)$, 因 $PD = PF, x^2 + 2^2 = (6-x)^2 + 4^2$, 解得 $x = 4, \therefore P(4, 0)$.

