

基础教育新课程教师教育系列教材

数学新课程研究系列 ● 主编 刘兼 黄翔

新课程理念下的数学学习评价

主	编	马	复	綦春霞	
参加编写人员		朱	诚	刘 静	李雨竹
		陈	怡	赵恬恬	凌晓牧



高等教育出版社

内容提要

本书的主要依据是教育部颁布的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》和《2004 年国家基础教育课程改革实验区初中毕业生数学学业考试命题指导》两个指导性文件。主要研究了数学新课程意义下的数学学习评价问题。核心内容包括:基于“义务教育阶段数学课程理念”下的评价基本含义分析,有关数学学业考试命题的若干基本问题研究,命制符合数学新课程理念试卷的新思路,非书面考试型的评价研究,新技术在数学评价中的作用探究,等等。全书采用理论阐述和案例分析相结合的方式,对当前正在进行的有关数学学习评价的研究与实践做了理论层面和实践角度的论述。

本书可作为新课程数学教师的培训材料,也可以作为各类师范院校数学教育专业本专科学生的教材和研究生的教材。

图书在版编目(CIP)数据

新课程理念下的数学学习评价/马复,暴春霞主编.

北京:高等教育出版社,2004.8

ISBN 7 - 04 - 015081 - 6

I. 新... II. ①马... ②暴... III. 数学课 - 教学评议 - 小学 IV. G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 070091 号

策划编辑 张 华 责任编辑 文小西 封面设计 刘晓翔 责任绘图 吴文信
版式设计 张 岚 责任校对 俞声佳 责任印制

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010 - 82028899

购书热线 010 - 64054588
免费咨询 800 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所
印 刷

开 本 787 × 960 1/16
印 张 19.5
字 数 280 000

版 次 年 月第 1 版
印 次 年 月第 次印刷
定 价 22.60 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

作者介绍

马 复 1961 年出生。长期从事数学教育的研究与实践工作。现为南京师范大学数学与计算机科学学院教授、硕士生导师。曾以访问学者身份前往美国作学术访问,主研数学课程与教师培养。目前主要从事课程与教学论、数学教师教育等方面的研究,著有《数学直觉与发现》、《中学数学思想方法初论》、《关于数学教师教育的若干思考》等论著(文)40 余部(篇)。主持或参与多项省部级课题研究。

现担任义务教育阶段国家数学课程标准研制组负责人之一,教育部中小学教材审查委员会(数学)审查委员,北京师范大学义务教育课程标准实验教科书数学(7—9 年级)主编。

綦春霞 博士、副教授、硕士生导师。就职于北京师范大学教育学院。主要研究方向为课程比较、基础教育的课程与教材的改革、数学教育、数学课程与教材的比较与开发。国家义务教育数学课程标准研制组的核心成员,新世纪版数学教材(7—9 年级)编写组的核心成员,分册主编,《学科教育》编审。“2002 年西部博士服务团”成员。主持和参与了省部级和校级以上的以及国际交流项目 10 余项,发表论文近 30 篇,主编和参编专著 5 本,主编了继续教育教材 1 本,中小学教材 3 本,为政府机构撰写了研究咨询报告 3 个,并被教育部采纳。

总 序

《基础教育课程改革纲要(试行)》的颁布,标志着我国基础教育进入一个崭新的时代——课程改革时代。《纲要》从课程目标、内容等方面提出了改革的着眼点和最终归宿——“为了中华民族的复兴,为了每位学生的发展”,这一基本的价值取向预示着我国基础教育课程体系的价值转型。新课程顺应时代发展的需要,决心彻底扭转传统应试教育的弊端,以培养学生健全的个性和完整的人格为己任,努力构建符合素质教育要求的新的基础教育课程体系,明示了课程改革的基本理念。

1. 关注学生作为“整体的人”的发展。人类个体的存在是一个整体性的存在,个体存在的完整性不是多种学科知识杂烩的结果,亦不是条分缕析的理性思维的还原。第一,“整体的人”的发展意味着智力与人格的协调发展。新课程努力改革既有课程过于注重知识传授的倾向,把统整学生的知识学习与精神建构作为具体改革目标之一,力图通过制定国家课程标准的形式代替一直沿用的教学大纲,把“过程与方法”作为与“知识与技能”、“情感态度与价值观”同等重要的目标维度,承认学习过程的价值,注重在过程中把知识融入个体的整体经验,转化为“精神的力量”和“生活的智慧”。第二,“整体的人”的发展意味着个体、自然与社会的和谐发展。新课程从整体主义的观点出发,贯彻自然、社会与自我有机统一的原则,致力于人的自然性、社会性和自主性的和谐健康发展,以培养人格统整的人。例如,新课程的一个亮点——综合实践活动课程,其内容的选择和组织就是围绕学生与自然的关系、学生与他人和社会的关系、学生与自我的关系三条线索展开。

2. 回归学生的生活世界。教育是发生在师生之间的真实生活世界中的社会活动,课程是学生的课程,课程教学应该在学生的生活世界中关注教育意义

的建构、在现实生活中关注师生之间的对话与理解,追寻富有意义的、充满人性的教育。新课程强调要“加强课程内容与学生生活以及现代社会和科技发展的联系,关注学生的学习兴趣和经验”,这从课程内容的角度确定了课程改革与学生生活的联系,认为课程不再是单一的、理论化的、体系化的书本知识,而是向学生呈现人类群体的生活经验,并把它们纳入到学生的生活世界中加以组织,赋予课程以生活意义和生命价值。新课程还注重学科知识体系的重建,凸现课程综合化的趋势,努力软化学科界限,展开跨学科的对话,强调综合性、加强选择性并确保均衡性。因此,新课程从结构上也倡导了一种回归生活世界的教育,所体现的不是分科的学科知识,而是综合的跨学科的知识 and 学问,注重社会生活、关照学生的经验和个体差异性,保证每位学生全面、均衡、和谐地发展。

3. 寻求个人理解的知识建构。课程教学必须建构知识与人之间的一种整体的意义关联,使之对个人的成长和发展产生意义。新课程首先确立了新的知识观,积极倡导学生“主动参与、乐于探究、勤于思考”,以培养学生“获取新知识”、“分析和解决问题”的能力,充分表明新课程不再视知识为确定的、独立于认知者的一个目标,而是视其作为一种探索的行动或创造的过程。其次,新课程把转变学生的学习方式作为重要的着眼点,要求在所有学科领域的教学中渗透“研究性学习方式”,强调尊重学生学习方式的独特性和个性化。再次,新课程还力图构建具有个人意义的评价方式,建立发展性课程评价体系,要求“发挥教育的评价功能,促进学生在原有水平上的发展”,将评价视为评价者与被评价者共同建构意义的过程,强调通过学生的主体参与发展自我反思能力,以提升评价的个人发展价值,保障知识生成方式的个性化。

4. 创建富有个性的学校文化。对于课程改革来说,不仅仅意味着内容的更新、完善与平衡,更为重要的是意味着理想的“学校文化”的创造。学校文化的变革是课程与教学改革中最深层次的改革,“学校文化”的再生正是课程改革的直接诉求和终极目标。新课程正在致力于建立民主的课程管理文化,“实行国家、地方、学校三级课程管理,增强课程对地方、学校以及学生的适应性”,并提出开发校本课程,主张学校拥有课程自主权,教师是课程开发的主体、具体学校是课程开发的场所,这最能反映学校的具体情境和学生的学习需求,体现学校的特色和发展风貌。“三级课程管理”的理念赋予教师参与课程开发、管理课程的权力,有利于建设合作的教师文化,促使教师积极参与课程开发,展开交流和对话,打破原有独立作业的教学形态,培养教师的团队合作精神,逐渐在参与改革的教师之间形成“伙伴式的团队文化”,实现共同的教师专业成长。学校一旦形成民主的管理文化和合作的教师文化,整个学校就会显示出蓬勃的发展生

机,逐渐营造出一种充满学校特色和丰富多彩的环境文化,更好地促进学生的主体发展、培养身心的和谐发展。

新课程秉持全新的课程改革理念,在课程目标、课程功能、课程结构、课程内容、课程实施、课程评价及课程管理等方面都发生了重大变革,较原来的课程有了重大创新和突破。新课程的实施是我国基础教育战线一场深刻的变革,新的理念、新的教材、新的评价,强烈冲击着现有的师范教育体系,对广大教师和教育工作者提出了更高更新的要求。教师自身的理论素养和实践能力是决定课程改革成败的关键。这就需要中小学教师必须迅速走进新课程,理解新课程,确立一种崭新的教育观念,改进原来习以为常的教学方法、教学行为和教学手段,重新认识和确立自己的角色,改变课堂专业生活方式,提升课程意识,提高教师专业化水平。

由高等教育出版社出版发行的《基础教育新课程教师教育系列教材》,以基础教育课程改革的新思想、新理念为指导,贯彻《纲要》关于教师培养和培训的基本精神,主要宗旨在于促使教师更快地适应新课程理念下的学科教学。这套系列教材由参与基础教育课程改革的专家、教学法专家、各师范大学和省教育学院的教师或教研员以及实验区一线的优秀教师共同参与编写。教材所涉内容既充分反映了课程教学方面的最新进展和研究成果,又贴近一线教师的教学实践,为教师在职培训和师范院校本科生的学习提供了系统的学科教育观念、教学设计的策略以及课程教学的科学性知识。它既可作为教师在职培训的优秀教材,也可作为师范院校本科生乃至学科教学论硕士研究生的主要教学参考书,是广大教师更新教育观念、理解新课程标准、提高教学艺术的重要参考读物。本套系列教材的基本特点在于:

第一,以解读学科课程标准为立足点。这套教材充分体现基础教育课程改革纲要的基本思想,把新的课程标准的各项要求融入其中,紧密结合目前课程改革的经验和教师培训的需求,吸取各学科教学论的最新科研成果,既立足当前需要,又放眼长远发展,力图准确把握学科教育发展的脉搏,分析和介绍各学科教学的内容和特点,勾勒出学科教育教学的整体轮廓。教材所表达的学科教学发展的最新理念将对我国学科教学的转型产生一定的促进作用,而其分析和介绍的学科教学的实践模式亦将对我国新的课程与教学实践产生一定的促进作用。

第二,以加强新课程教师教育为出发点。本套教材从教师实用的角度解析新的课程标准,以培养适应新课程和新教材的新型教师为出发点,本着为中小学教师教学服务的原则,极力凸现如何使教师尽快适应新课程理念下的各学科

教学。教材不仅展开了充分的教学理论阐述,而且提供了较为直接的可供读者使用的新课程典型案例和资料,具有较强的示范性、实用性和指导性,是一线教师进行备课、教学等实际工作的有力助手,有利于积极促进教师教学方式与学生学习方式的根本变革。

第三,以实现学科重建为最终归宿。这套系列教材由 70 余册著作组成,涵盖基础教育的所有学科,分别针对小学和初中两个层次,根据学科教学论的内容,如教学策略、学习论、教学与学业评价等,全面阐释和分析了学科教学的一般理念和设计范式,呈现出一种崭新的学科样式。就整套教材来看,它是目前同类图书中最新的、最系统的产品,具有较高的质量和权威性,它的出版大力推动了我国学科教学论的理论研究和实践探索,也有效地推进了学科教学过程的优化。

教师发展是课程开发的中心。希冀广大教师以主人翁的姿态积极投入到实践新课程的浪潮之中,与新课程共同成长,盼望新课程的实施,进一步促进教师专业化水平的提高和教师教育事业的发展。让我们共同期待着中国基础教育课程改革的圆满成功!

钟启泉(教授 博士生导师)

2003 年 1 月 26 日于华东师范大学

前言

评价,特别是考试,历来是每一位课堂教学实践者最为关注的事情。而且每一位教师都希望自己所教授的学生能够获得一个好的成绩,这正如每一个学生都盼望自己能考一个高分一样。应当说,这是非常合理的现象——在某种意义上,学生就是教师的作品,又有哪一位创作者不希望自己的作品能够得到别人的认同,乃至称赞呢?

多年来,我们以超乎寻常的热情对待评价,因为它与许多“高利害事件”密切相关:升学、求职、薪金……但是坦率地说,我们对评价的研究还非常“初级”:一提起评价,就联想到“诊断”——逐一号出被评价者的“毛病”,然后再开出相应的“处方”;“排队”——将考生一一按成绩排队,定下三、六、九等;

一提起评价,就联想到考试,甚至只是书面考试。我们在潜意识里认定:只有书面考试才是“最客观、公正”的,其他形式的评价都带有很明显的“主观因素”,甚至“不公平”;

甚至一想起教与学的改革,就联想到改革的结果是否能够与提高评价(准确地说是考试)的成绩相一致;

……

对于评价的类似认识和实践与新课程自然极不相称,所以当我们开始新课程的宣传时,许多老师都明确提到:要想搞课程改革,首先需要搞评价改革,没有评价改革的配套,任何课程改革都不可能成功。而事实也确实如此,在新课程的实施过程中,我们在许多方面,包括教学条件、教学方式、教材的变革……都遇到了阻力,但我们都能够勉力地向前走,而在评价方面的阻力,包括来自社会、家长和教学管理者等几个方面对教师教学效果、学生学习成果的评价,则是我们目前难以逾越,但又必须面对的一个难题。实践表明,教学与评价之间的

不一致性是存在的,例如:

新课程提倡关注学生的数学学习过程,包括他们参与活动的主动性,在活动过程中表现出现的思维方式、思维水平、思维特征,对数学知识的理解程度……这些怎样才能够在试卷中考查出来?

许多在教学过程中表现很好的学生,怎么一考试就不行了?难道交流都是“虚”的,只有考试才是“实”的?

考试,尤其是书面考试,绝不是万能的——并非有关学生数学学习状况的所有信息都能够是一张试卷中反映出来。因为一张试卷所能够“考”出的东西毕竟有限,那么,还有哪些有效的评价方式可以作为书面考试的补充形式,使得我们的评价体系得以合理和完善?

……

教育部近期公布的《教育部关于积极推进中小学评价与考试制度改革的通知》明确指出:未来的初中毕业、高中升学考试也将由初中毕业生学业考试、综合素质评定、高中招生录取三个部分组成。那么,我们在教学实践与评价实施过程中如何应对这样的改革?本书的主要作者作为教育部相关改革项目的核心研究人员,愿意在此对有关问题给出进一步的阐述,并提供一些具有可操作性的建议。

例如:

- 关于新题型 用什么形式的试题去“考学生”?这恐怕是日日萦绕在每一位教师头脑中的问题——昨天的答案或许今天不管用了,今天的答案也可能解决不了明天的问题。在实施新课程的数学课堂里,这个问题似乎显得尤其突出。本书对教育部颁布的《2004年国家基础教育课程改革实验区初中毕业生数学学科学业考试命题指导》意见中所提到的各种“新题型”的基本特征、命题要点做了进一步的阐述。

- 口试 在新课程的评价体系中,口试是一种有价值的评价方式,与书面考试形式相比,口试的优势与劣势似乎是并存的,这就决定了它是书面考试所无法替代的,同时也无法取代书面考试。而我们需要把握的是口试所具有的优势有哪些,本书对此做了偏重于操作层面的介绍。

- 提出问题 学生能够提出数学问题吗?理论上我们得不出否定的答案,但多年的教学实践使我们在试图给出肯定的答案时似乎也拿不出有力的论据。《全日制义务教育阶段 数学课程标准》在“课程目标”里明确提出要将对学生的“提出问题”能力的培养作为一个重要的课程目标,而且在许多实施新课程的课堂里,有关“提出问题”能力培养的教学实验又在积极地进行着,那么,我们能够

对此做出评价吗?相信本书对此所做的案例介绍能够引起大家的有益思考。

- 小组活动评价模式 作为一种特定的学习形式,小组活动应当不是新事物,但作为数学课堂里一种“普遍使用”着的学习形式,它应当算作一个新现象,事实上,它同时又是争议很大的一种学习形式。而在评价的层面,对“小组活动”状况的评价所受到的重视,乃至“非议”更是其他许多评价主题所无法比拟的。本书所给出的理论指导下的实践性研究提出了可供参考的具体做法。

- 新技术在新的数学教材和教学中的作用与价值已经为《全日制义务教育阶段 数学课程标准》所明确,但是,在数学学习评价中如何发挥新技术的作用,包括计算器、计算机的使用等等,却还是一个新的、很有应用价值的课题。本书对此做了许多“原创性”工作,其中既包括对新技术在教材与教学中基本定位的新思考,更提出了其在评价活动中的重点和操作性建议,并附以适当的案例,相信它们对从事相关研究和实践的教师们是一种启示。

.....

牵挂着孩子们成长的人不仅有我们这些做老师的,更有他们的父母。我们深深地感觉到在新课程的实验过程中,学生们的发展是多方面的:不仅在数学知识、方法的掌握方面;也不仅在对数学的理解、应用方面;甚至还不仅在对数学的情感和态度方面;我们明显地感到他们在成熟,变得越来越聪明,越来越有创造性。但我们怎样评价学生们通过数学学习所得到的这些发展?这已经成为全社会所关注的重要课题。事实上,许多实验区的老师已经着手从事这项极富创意、难度极大、而又非常有社会效益的改革。他们的研究与实验成果在本书中得到很好的体现,对此我们深表谢意!

本书初稿的完成情况:第一章,李雨竹、刘静;第二章,马复;第三章,朱诚、马复;第四章,陈怡、綦春霞;第五章,綦春霞;第六章,綦春霞;第七章,綦春霞;第八章,凌晓牧、赵恬恬。

最后,全书由马复、綦春霞统稿。

由于作者自身的研究水准所限,加之书中的许多内容都近乎“原创”,不当和疏漏之处在所难免,恭请读者指正!

作 者

2004 年 5 月

目 录

第 1 章 数学学习评价的历史及其变革	1
第一节 数学学习评价的历史回顾	2
第二节 数学学习评价的变革	15
第三节 新课程标准下的评价理念	27
第四节 新课程理念下的非考试型评价	36
第 2 章 数学学业考试研究	51
第一节 中考命题回顾	52
第二节 数学学业考试试题研究	74
第 3 章 数学试题的编制	109
第一节 试题编制的基本要求	110
第二节 例说试题编制的基本方法	116
第三节 探讨不良结构题的编拟	128
第 4 章 尝试新的数学学习评价	135
第一节 开放式学习评价	137
第二节 口试	142
第三节 小组合作学习的评价	150
附 录 合作学习阅读材料	169
第 5 章 成长记录袋	177
第一节 成长记录袋概述	178
第二节 成长记录袋的价值	184
第三节 成长记录袋的内容	190
第四节 成长记录袋的评价	198
第五节 几点思考	205
第 6 章 学生自我评价	213
第一节 学生自我评价概述	214
第二节 学生自我评价方法	215

第三节 学生自我评价的实施	220
第四节 案例	224
附 录 阅读文献	231

第7章 数学课堂教与学行为的评价	235
第一节 课堂观察	237
第二节 教师的笔记	239
第三节 学生数学写作	248
第四节 数学课堂评价的实施	254

第8章 新技术与数学学习评价	265
第一节 数学学习评价中应当引入新技术	266
第二节 评价中的计算机及相关软件	268
第三节 计算器与数学学习评价	284

第1章

数学学习评价的历史及其变革

- 数学学习评价的历史回顾
- 数学学习评价的变革
- 新课程标准下的评价理念
- 新课程理念下的非考试型评价

第一节 数学学习评价的历史回顾

数学学习评价作为一门学科虽然产生不久,却有其源远的历史和发展历程。其产生和发展历史是以教育评价发展历史为基础,并融入教育评价发展史的整个过程之中。在探讨数学学习评价发展的历史之前,我们欲首先对教育评价的发展历程做一简要回顾,以期为稍后数学学习评价史的研究奠定基础。

一、教育评价史

如同任何一门学科一样,教育评价的发展也经历了一个极其漫长的过程,有其发生、发展的历史,只有了解它的历史,才能更好地把握它的性质,研究它的内容,促进它的发展。

(一) 我们教育评价发展历史

我国的教育评价的产生可以追溯到5 000年以前黄河流域的父系氏族公社时期。随着社会的发展,生产活动的分工更为细致,逐渐形成选择和讨论公共事物、祭祀和宗教活动的专门人员。对宗教规范越来越严格,对于专门人员的要求也就越来越明确,评价的因素也就随之产生了。

到了春秋时期,孔子提出了为奴隶主阶级培养“士”或“君”这一明确的教育目的,“修己”、“安人”之道就是以“修己”达到“治人”的目的。他检查学生个性的标准是“柴也愚,参也鲁,师也辟,由也喭”,以“听其言而观其行”来考查学生的个性,而“寓褒贬,别善恶”则成为他评价学生优劣的手段。可以看出,孔子的教育思想蕴藏着丰富的教育评价思想,他的教育目的从另一方面说实质上也是评价标准,其为达到为当时社会培养“士”与“君”的目的所规定的教育内容,实际上就有潜在的评价内容与评价手段隐含其中,尽管这些无意识而又极为粗浅的评价思想尚未形成独立的理论,但是从整体而言,孔子的教育思想对于丰富和发展我国的教育评价理论具有不可忽视的历史作用。

春秋战国时期,出现了世界历史上最早的教育学专著《学

记》,这其中就首先提出了定量化的教学内容和教学程序。“一年视离经辨志,三年视敬业乐群,五年视博习亲师,七年视论学取友,谓之小成。九年视知类旁通,强立而不反,谓之大成。”教育要取得成功,则要求要“禁于未发之谓豫,当其可之谓时,不凌节而施之谓孙,相观而善之谓摩。”这里的“豫”就是要求教师对自己的教学要有预见性,要预见教学的全过程,而“时”是指教育必须及时,这与我们当今所说的教育评价要注意及时反馈所指相同。

秦汉时期是教育评价开始萌芽崭露头角的时期,其最为显著的标志就是考试的出现。考试制度由董仲舒提出,要求“数考问以尽其材”(《对策三》),以考试作为督促学生学习的手段,其目的就是要约束学生,并为统治阶级培养与选拔符合要求的人才。考试合格者就被视为可以毕业,并按照考试的成绩授以一定的官职。此时出现了世界上首创的“设科射策”,即由学生任意抽签答题。“到了汉桓帝时,又出现了三等制,将原先的甲乙两科发展为上、中、下三等,每一等有严格的等级标准,并按照等级区分官职的大小。实际上,这就是现在的‘终结性评价’的一种手段,用三个等级区分学业成绩就是定量与定性评价最粗浅、最原始的方法。”^①后来,三等制的考试方法又发展成为通经考试,即按照学生通达经书的层次每两年进行一次考试,按成绩评等,不受录取选拔名额的限制,这比先前的考试形式更为灵活,追求人人信服,人人遵守,反映出“考试”是最公平的评价标准,其为我国教育评价理论的发展留下了珍贵的遗产,同时也成为世界教育及教育评价过程中的宝贵财富。

到了魏晋南北朝时期,教育评价制度及评价手段又有了进一步的发展,以“九品中正制”为代表的评价制度进一步强化了考试的功能,如东晋的诏定试经,不中科的,刺史、太守免官。宋、齐两代的取士,一般是孝廉试经,秀才决策。考试功能的加强实际上是统治阶级试图通过借用寒门的力量来控制士族势力的发展,也是皇帝逐渐集中用人权力的表现。从此,考试成为上层权力用以调节与控制统治者内部权限的一种手段。从另一角度来看,考试受

① 马忠林主编. 魏超群. 数学教育评价. 南宁: 广西教育出版社, 1996. 8

到重用实际上说明了考试作为评价手段的意义和功效,同时也是突出评价的作用和功能的一种表现。

公元606年,隋炀帝吸取魏晋以来“九品中正”选举制度的长处,克服了以门第取人的士族阶级垄断的选举制度的不足,创立了进士科,实施了科举制度,从此结束了中国古代的选士制度。隋朝科举制度的建立,奠定了教育评价的基础,这是世界上最早采用教育评价手段选拔人才的。到了唐代,科举制度更加完善,从选士的生源到考试的科目,从成绩的评定到录取的官品,都有明确的规定和具体要求。^① 科举制度以考试为主,专门设立严密的考试机构,建立一整套考试方法,制定一系列考试规定,严格按照考试成绩录取并评定等次,按学业优劣选拔人才。考试一般采用五种方法:口试、帖经、墨义、策问、诗赋。此外,对不同官职还附加一些专业课程的考试,如史科、明法、明书、明算等。科举制度打破了只凭身份选举这种严格的封建等级界限,实质上形成了对教学结果的初步评价体系。等级的实质是定量指标,种种规定与限制实质上是定性标准。这些做法虽然没有上升到用评价观念去认识,然而产生了教育评价的意识,尽管这种意识的形成是不自觉的,但它在客观世界已经充分显示评价的作用与功能,为今后教育评价的创立奠定了坚实的基础。

然而,隋唐时期的科举考试只从取士角度考虑,但是在养士方面却没有得到足够的重视。到了宋朝,以范仲淹为首的兴学派,提出要对科举制度进行改革。他批评科举考试制度是“当太平之初,不能教育,何时而教育哉?乃于选用之际,患才之难,也由不务耕而求获矣。”范仲淹认为科举考试不是对人才培养与教育的办法,只抓科举不抓教育就如同不管耕种只求收获。这里阐明一个重要的评价思想,就是考试只是教育结果的评价,要想真正培养人才,还应该重视教学过程的评价,这就是现在提出的形成性评价的基本因素。^②

到了明清时期,以科举考试为核心的我国古代教育评价达到了高潮。科举考试条款的规定更加细致,不仅有定性的要求,也有

① 马忠林主编. 魏超群. 数学教育评价. 南宁: 广西教育出版社, 1996. 10

② 同①, 第13页。

定量的要求。在清末废除科举制度之前,科举已经拥有了一套完整的机构。不仅设立层层考察监督机关,并由专人负责,有严密的组织形式进行命题和评卷,而且还明确规定了从考试内容到录取标准的所有要求。这种层层考试、层层选拔的模式,恰恰也正是教育评价的最基本形式。所以,我国的科举考试制度被誉为是世界上最为古老的评价启蒙形式,是教育评价的先驱。在中国,这种评价制度延续了1300多年,曾经对社会发展产生了深刻的影响,同时也对国外的教育评价的发展具有很大的借鉴意义。然而,这种制度发展到一定历史时期时,由于其陈腐、守旧从而成为社会进步发展的阻力,清朝末期终被废除。

我国伟大的人民教育家陶行知(1891—1946)先生为了促进乡村教育的发展,评价乡村小学的教育质量,从他的生活教育理论出发,于1924年冬起草了《乡村小学比赛表》,经赵叔愚先生修正,1926年发给一些乡村小学试用,经过8年的试用,于1935年3月在《生活教育》第2卷第1期正式发表。在修正后的《乡村小学比赛表》中共有11部分:导师、学生、切合乡村生活的课程、指导法、教具、校地、校舍、改善天然环境之提倡、改造社会环境之提倡、经费、表册报告。每一部分又分许多项目,每一项目均有给分标准。整个“比赛表”共有104个项目,定1000分为满分。该“比赛表”的突出特点是:能全面评价乡村小学的教育质量,体现了定量分析与定性分析的结合,注重了学校教育在改造自然和社会方面的社会效益。这是我国教育评价史上的伟大创举。陶行知先生制定的这一量表虽然命名为“乡村小学比赛表”,实际上就是一个乡村小学教育评价的量表。他的教育评价思想和制订学校教育评价量表的方法,对于我们现在中小学教育评价,仍然具有指导意义。^①

(二) 西方教育评价发展历史

在西方,对于中世纪时期的大学而言,其考试形式是公开的辩论,学生运用标准教材或权威典籍,为某个设想进行辩护或反驳,表达其见解以显示对某一问题的精通。但是,人文主义者威乌斯(Juan Luis Vives)认为这种辩论实质上已经变得空洞而且很不自

① 王汉澜. 教育评价学. 开封: 河南大学出版社, 1995. 3

然,因为学生很大程度上并不是在共同地探求真理,而只是在显示个人的力量。在中小学里,为了效仿大学的辩论,学生之间相互争论、争吵,有时甚至互相攻击。所以他强烈反对辩论,特别是对于低年级学生。他建议要从人的心理发育方面探讨智力的水平,这在教育评价的发展上是一个创举。他将认知,即“内在意识”的功能分为四种:映像功能(想像),保持功能(记忆),组合功能(幻想),以及评估功能(评价),具有客观存在性和情感特点的认识,包含着人的意识倾向,所以教育必须适应于学生的不同意识倾向。在这个观点的作用下,Vives 采取完全创新的态度,提出了要以“智力测验”作为判断学生智力与性格的方法。

然而,一直到了17世纪至18世纪,在英格兰与爱尔兰的大学里,其考试基本上还是一种辩论与刻板问题的混合物,学生从预先规定的问题表中选择问题,运用符合标准模式的说理,为某个设想做口头辩护。

大约18世纪初,欧洲大学才出现了笔试。根据 W. Rouse Ball 的文献,欧洲第一次有记载的笔试是在1702年由剑桥 Trinity 学院的新院长 Richard Bentley 所进行的一次数学考试。1845年,美国马萨诸塞州波士顿市才开始通过笔试来评价该市所属学校的毕业生,以此作为教育改革的一项内容首先在初等和中等教育阶段的公共教育体系中正式实施。负责人梅因(H. Mann)对笔试提出了以下的评论:① 笔试能全面获得每一个被测试者的学力水平的原始资源;② 笔试便于储存每一个学生的学习记录;③ 用统一的试题同时对所有被测试者进行考查,使他们在统一的标准下获得公正的评价;④ 能够克服主观因素的干扰,减少对个别学生的偏袒或不公。①

这种改革向着评价的客观性又迈进了一步。但是不足的是,笔试只能对教育的结果进行检查,而且由于这一结果只能以文字的形式呈现于书面,这就具有很大的局限性,而且易使知识僵化,学生长期死记硬背并且无目的地学习,形成了一种应试对策。因此,研究者又开始不断试图寻求笔试的客观标准,以求能够克服

① 马忠林主编,魏超群. 数学教育评价. 南宁:广西教育出版社,1996. 23

主观因素的干扰,提高笔试的评价质量。

自19世纪末到20世纪30年代,欧美的一些学者为了排除试题编制的片面性和评分方法上的主观经验性,对学校中的考试进行了积极的改革,特别是在实验心理学、统计学和智力测验的推动与影响下,逐渐兴起了教育测量运动。

在教育测量运动中,具有代表性的学者是英国的费舍(George Fisher),他努力收集许多学生的成绩样本,分辨优劣,作为评定学生成绩的客观标准,并于1864年汇集了一本名为《量表集》的著作。1869年,高尔顿(Fuancis Galton)在他的《遗传的天赋》一文中,开始将达尔文的进化论用于心理学研究,用以测定人的大脑水平的智力测验问世了。他像James Cattell以及其他19世纪的心理学家一样,使用简单反应试验,比如辨别力与反应时间,来测查人的智力。但是,并没有足够的证据证明这种反应与智力之间的关系。智力发展与实行标准测试之间究竟如何相关这一问题,直到20世纪初才由Alfred Binet着手解决。他与Simon一起,依据人们在日常生活中可能遇到的一系列复杂情况,尝试通过利用综合性的测试来评价智力。在Binet-Simon智力测验里面,首先要将测试题按照难易程度依次排列,然后根据受试人在最大限度内正确完成测试项目的数目与程度水平,分别赋予不同等次的分值,从而按照得分的顺序来排列智力水平的高低。虽然其后又多次对测验进行修正,转为根据正确答案的数目给分,但是其最终的目的仍是要为智力划分等级。

随着测量作为重要的评价手段的深入发展,评价的导向性作用进一步影响着学校教育。人们开始考虑,究竟该怎样将学校开设的课程及课程内容与作为评价手段的智力测验联系起来。另一方面,虽然说教育测量可以使对学生的评价更为客观化、计量化和精确化,但是它对学生的学习态度、兴趣、价值观、鉴赏能力、品德、性格、情操等方面都无法做出系统的评估,不利于学生的全面发展,该从何入手以弥补教育测试的不足,成为研究者关注的焦点。

1918年,美国成立的进步主义教育联盟(Progressive Education Association,简称PEA)主张,应该尊重学生的个性和兴趣,教学内容要贴近生活,教育目标要与儿童的发展和社会的需要相结合。

为了达到新的教育目标,他们试图进行课程改革,并着手研究符合新课程要求的教育评价方法。在随之开展的“八年研究”中,由泰勒(R. W. Tyler)等教授组成的评价委员会开始了一场“评价运动”(pupil evaluation movement)。他们以教育目标为基础,制订出一套评价目标达成程度的标准和方法;强调不仅要评价知识的掌握程度,还要评价学生的行为、对知识的应用、分析、综合等高层次智能,而且也要评价兴趣、态度、价值观等情意特征。他们把教育评价的过程分为四个步骤:第一步是确定教育目标,这是评价过程中最为重要的一步;第二步是设计评价情境,这是依据预先规定的教育目标中期望学生变化的那种行为来设计的;第三步是选择和编制评价工具,要求这些工具能够引发出教育目标所期望的那种行为;第四步是分析评价结果,即依据既定的教育目标来分析评价学生达到的程度。泰勒等人提出并使用了“教育评价”这一术语,他们于1942年发表的八年研究报告被称为“划时代的教育评价宣言”,开创了教育评价的新纪元,泰勒也被后人誉为“教育评价之父”。

从20世纪50年代起,教育评价进入了大发展时期,许多人开始从不同的角度研究评价,出现了百家争鸣的局面。在先后提出的40多种评价的观点和方法中,有的已经形成了一定的评价模式,如行为目标评价、决策评价、系统分析评价、目标游离评价、应答评价、阐释性评价、费用-效果分析评价等等,为教育评价理论发展为独立学科奠定了基础。美国印第安纳大学教育学院的枯巴(Egong Guba)教授将教育评价划分为四个发展阶段:第一阶段(1900—1930)被称为“评价的第一代”,是“测量时代”;第二阶段(1930—1940)以泰勒为首的“八年研究”为标志,以对测量结果的描述为特征,是“描述时代”;第三阶段(1950—1970)是以“判断”为评价理论的特色,是“判断时代”;1980年以后为第四阶段。他们认为前三代评价理论都把评价对象和其他相关的人排除在外,将评价者自己的价值观作为评价的唯一标准,在评价方法上忽视了定性方法的运用,故他们提出了评价的两个最为基本的方法——“应答性(资料)收集法(The responsive focusing)”和“建构主义方法(constructivist methodology)”。虽然这些理论都还不够成熟,但它毕竟是对原有传统的一种新的反思和尝试。目前,教育评

价研究已经发展成为教育三大研究(教育理论研究、教育发展研究、教育评价研究)之一。

二、数学学习评价发展历史

(一) 我国数学学习评价的发展历史

我国的数学教育萌芽在夏、商时期,在西周发展成为正式的数学教育。这三代教育的共同特点就是建立了“官学制度”,规定贵族子弟“六年教之数与方名,数者一至十也。方名,《汉书》所谓五方也。九年教数日,《汉志》所谓六甲也。十年学书计,六书九数也。计者数之详,十百千万亿也”(见宋代王应麟的《困学纪闻》),^①阐述了当时数学教育的目的、制度、内容等方面,实际上就已经隐含了对学生的数学学习的评价标准。

春秋战国时期,社会生产有了进一步的发展,手工技艺、水利工程中的测量、规划、用工、筹备物资等方面无不与数学直接相关,这就要求管理的各级官吏必须具有一定的数学知识,数学教育成为官吏教育的一部分,同时也成为选择和评价官吏的一种手段。

到了汉代,我国封建社会官立大学制度建立,数学教育的结果要得到统治政府的承认,学生的仕途要得到保证,就必须通过“察举取士”制度,由地方选择优秀人才,经中央考核通过后才能授官。经师讲的课程中包括《九章算术》和历数等数学内容,对太学学生数学学习的评价,《汉书·儒林传》指出:“一岁皆辄课,能通一艺以上,补文学掌故缺,其高第可以为郎中,太常籍奏。即有秀才异等,辄以名闻。其不事学若下材,及不能通一艺,辄罢之,而请诸能称者。”即对太学学生(弟子)每年考试一次,能通过一艺的即可为官,成绩极差劣者(不能通过一艺)及不亲学者令其退学,做到了教育和选才(官)相结合。

从魏晋南北朝时期开始,我国出现了世界历史上最早的科学专科教育,北魏后又置算学,设立了数学“专科学校”。关于这一时期的“算学”专科学校,几乎未留下什么历史资料,但是它作为数学教育史上的一个创举,其地位仍是不容忽视的。

① 马忠林主编. 马忠林, 王鸿钧, 孙宏安等. 数学教育史. 南宁: 广西教育出版社, 2001. 7

隋代科举伊始,唐代则将科举进一步制度化、规范化。朝廷在教育政策上做出了一个重大的决策:开设当时已有所发展的各门学科的专科学校,将算学列为基本的国学之一,这说明当时数学的专门化程度已得到社会的公认。算学教育非常重视考试,将考试作为评价学生学习的主要手段。唐代科举中,明算作为常科每年举行,考数学中试者也能做官,这对数学教育的发展产生了极大的促进作用。“凡算学,录大义本条魏为问答,明数造术,详明数理,然后为通。试《九章》三条,《海岛》、《孙子》、《五曹》、《张丘建》、《夏侯阳》、《周髀》、《五经算》各一条,十通六;《记遗》、《三等数》帖读十得九,为第。试《缀术》、《缉古》大义为问答者,明数早术,详明数理,无注者合数造术,不失义理,然后为通。《缀术》七条,《缉古》三条十通六,落经者虽通六不第。”(《新唐书·选举志》)我们可以发现,隋唐的算学科举考试既重视计算能力(明数造术),又注重对数学基本知识的掌握(详明数理)。考试方式有问答和帖读。所谓帖读即帖经方式,“帖经者,以所习经掩其两端,中间开唯一行,裁纸为帖,凡帖三字。”(《通典·选举》)即取书(课本)任揭一页,将其左右蒙上,中间只开一行,再用纸帖盖三字,令应试者填写出来,类似现代的填空方法。问答、帖经都及格者为及第,及第就能授官了。^①由此我们可以看出,早在隋唐时期,对学生数学学习的评价体系就已发展得相当复杂和完善了。

宋代的官学中同样也设有算学,这是继唐代发展的数学专科学校。关于其严格的考试制度,宋本《数术记遗》有着详细的记录:“诸试以通粗并计,两粗当一通。算义算问以所对优长通及三分以上者为合格。”“补试《九章》义三道,算问二道。私试(孟月)补上内舍(第一场):《九章》、《周髀》义三道,算问二道。私试(仲月)补上内舍(第二场):历算一道。私试(季月)补上内舍(第三场):三式或天文一道。”^②此外,“局生”还要学习历算、三式、天文等内容,而且从考试的规定中我们可以发现,宋太史局生所学、所考的都不是当时的历法,而是已过时的废历。究其原因,是由于宋代的数学教育并不重视数学的实际应用及联系实际的问题,而是

① 马忠林主编,马忠林,王鸿钧,孙宏安等.数学教育史.南宁:广西教育出版社,2001.61

② 同①,第70页。

重视数术的“理论”,于是便一切从教材出发,形成了当时著名的“经解模式”。

1866年,清政府为“求强致富”,在北京同文馆添设了算学馆。1903年颁布了“奏定学堂章程”,这个章程对算学课程的设置及安排、对教材的编目都做了明确具体的规定。

辛亥革命后,当时的政府教育部颁布了《普通教育暂行办法》,1913年出版了“共和国教科书”,包括《算术》、《代数》、《平面几何》、《立体几何》和《平面三角大要》等五种。这些数学分支按年级分不同的难易程度,对教学内容与教学要求都做了规定。1923—1929年又制定了《初级中学算学课程纲要》和《高级中学算学课程纲要》。这两个纲要包括三部分:一是教学目的;二是教学内容和方法;三是最低限度的毕业标准。这里的教学目的用来评价教学最终达到的标准;教学内容和方法是对教学的每一个阶段教材教法上的要求,它是对终结评价教学的形成过程的评价;最低限度的毕业标准是到达度的评价,它是评价毕业生达到的水准。为实现这些要求,学校的日常教学与评价密切联系在一起。当时,教师通过口试、笔试、问答等形式,按阶段分类对学生的数学学习进行考核,这里的升级与降级是十分严格的,由校长与督学监督执行。

1929年,当时的统治政府颁布了《暂定课程标准》。经过几年的教学实验后,在1933年8月颁布了正式课程标准,即《初级中学算学课程标准》和《高级中学课程标准》。这个时期,更完善了用考试评价学生学业的制度。每一学期终了,都有学期学业评定;每一学年结束,要有升级考试,不合格者,留级或降级。小学升入初中,初中升入高中,高中升入大学,都需要考试,用考试的分数决定是否录取。

1939年4月第三次全国教育会议提出重新修订原有的课程标准,并于1940年10月公布了六年制中学教学决议,“制定国立中学学校及会川渝等十一省市教育厅(局)制定成绩优良之公私立中学一二校”开始试验。它的宗旨是:①目标专为升学准备,选择学生,宜从严格;②各种学科平均发展,始终不予分组,为进行高等教育打好基础;③各科全部课程均采用直经一贯之编配;④对于基本学科(国文、数学、外语)之程度,应予提高,并求熟练,其余各

科应以切实达到高中课程标准规定之程度。这是对六年制中学课程标准进一步增加评价内容,数学学习评价的内容也随之得到了发展。

中华人民共和国成立初期,教育部颁布了普通中小学《课程教材精简纲要(草案)》,强调数学教材要切实、行之有效,在保持教材的科学性、系统性、完整性的前提下,删去不必要的重复。这个时期的学习评价提出理论联系实际,重视对学生日常学习习惯的培养,并且引进了费舍的标准对照表,改造了按五级分评价学生日常学习成绩标准。虽然我国的五级分制比欧洲晚40余年,但评价的内容更加具体、明确。评价学生的五个等级标准规定,得1分为低劣,得2分为不及格,得3分为及格,得4分为良好,得5分为优秀。采分形式比较灵活,包括提问口答、抽签回答、黑板演试、抽测笔试等方法。而且,当时还初步建立了评价手册,每个学生都备有《学习成绩册》,教师把随时抽查学生的成绩记在成绩手册上,每学期末评定出本学期的成绩水平,列榜公布班级排列的名次。这是继我国百分制评价学业的新发展,它的目的是通过对学生的日常学习的考查,检查与评价学生的学业标准,激发学生学习的动力。然而,它的最大弊病就是易于使那些学习成绩低下(3分以下)的学生产生消极和弃学的情绪。^①

(二) 西方数学学习评价的发展历史

在西方,中世纪大学中对学生学习的评价形式都是公开的辩论,学生运用标准课本或权威典籍,为某个设想进行辩护或反驳,以显示其对问题的精通。直到文艺复兴时期,才开始有学者从心理学观点,以经验为依据,探索什么是人类的智力,它们如何发展,又如何通过各种训练,对人们提出不同的要求。

Juan Luis Vives认为,教育必须适应于学生的不同素质,他提出了“智力测验”方法以判断学生智力与性格。与此同时,Vives有关智力试验的建议影响了他的同胞Juan Huarte。Huarte认为,智力的三个功能是记忆、理解与想像,其中记忆最适合于算术,理解适合于自然科学,而想像则适合于高等数学(Read,1981)。学生

^① 马忠林主编.魏超群.数学教育评价.南宁:广西教育出版社,1996.18

具有自然的能力,这些能力需要激励与培养,而不是由教师直接教。但是有一点,Vives 和 Huarte 都没有认识到数学是一门实践性学科,而是认为数学既要求推理,又要求记忆。他们的数学观深深地影响了其对数学学习评价的构想。在他们看来,认知能力都是分等级的,推理与创造性就应排在记忆与感觉意象之上,这实际上是当时一个流行的看法。由于不同的学科要求不同结构的认知能力,所以应当根据学生所具备的能力进行挑选,并指定教学。Vives,特别是 Huarte 提出了学校教育的理性主义观点,这使他们看到了评价与后继教学之间的因果联系。数学评价的内容从计数扩展到定理的构造与证明,它展示了一系列的智力要求,从认知的角度看,那是分成各种层次的。在这里,评价成为一个工具,用来确定谁应该学习什么学科,学多久,并据此在教育中做出理性决策。在数学评价的现代历史上,我们现今仍可看到这种观念的有力影响,即数学既是一门按等级组织的学科,也是调整教育的一个有用手段。

但是尽管如此,直到 17 世纪至 18 世纪,在英格兰与爱尔兰的大学里,评价的基本形式还是以辩论与提问为主。大约 18 世纪初,笔试才在欧洲大学里出现。“1770 年到 1840 年间,数学解题的重要性日益增长,因而越来越重视书面考试部分,再就对数学教育的评价而言,口试比书面测试更为困难,于是评价方式便发生了转变,逐渐放弃辩论而转为将考试完全建立在更容易评价的书面考卷基础之上”(Morris)。根据 W. Rouse Ball 的记录,欧洲第一次有记载的笔试是剑桥 Trinity 学院的新院长 Richard Bentley 于 1702 年所进行的一次数学考试。而后,牛津大学与其他的大学也跟随剑桥的先例,开始将书面测试运用于对学生学习数学与自然科学的评价中。

随后,1869 年,高尔顿的《遗传的天赋》一文问世,各种类型的智力测验也开始逐渐进入了人们的视野,并开始作为数学学习评价的一种手段。从此,世界各国的数学教育工作者着力于进一步消除评价的人为色彩,力求测试的客观性,于是,标准化数学测验作为一种评价方式开始崭露头角。

标准化测验通常意味着可以取得某种参考群体的测验成绩分布的信息,也意味着可以详细说明测验管理与教学,可以容易地得

出测验分数,并对结果做出解释。Edward L Thorndike 与他的学生,从1908年至1916年设计出算术与其他学科的成绩测验,成为试图将数学成绩测验的分数按照高低分出等级,并为各年级数学教学提供标准的首创。“就在此时,美国参加了第一次世界大战,200多种成绩测验可用于中小学……其中11种是单独关于算术的。”(Resnick,1982)^①

1956年,Benjamin Bloom与同事合作,将目标组成分类系统,发展成为教育目标分类学。在分类系统中,目标被分成一些“领域”(认知、情感与心理运动)。从此以后,Bloom认知领域的分类系统的各种变化形式为数学成绩测试点的构成与分析提供了框架(Begle&Wilson,1970;Romberg,Zarinnia&Collis,1990)。一些主要的研究,如美国的“全国数学能力纵向研究”与“全国教育进展评价”,以及第一、第二次的“国际数学学习研究”,都将数学测试题与衡量标准列成“内容-进程”矩阵。之所以将数学测试题组成这种矩阵,是想使研究者的观察对象为同一行或同一列的题目,或是观察处于不同行或不同列的题目之间的相关性。在第一次国际数学学习研究中,Robert Thorndike发现,当数学成绩测试的题目不同时,各个国家之间有着显著的差异,但是假如将测试题目分成不同认知水平,则各个国家间的差异却很小。

有很多研究者在评价Bloom的分类系统时,认为它只是对于数学教育特别适合。而Ormell(1974)在对分类系统的一次激烈的评论中却指出,Bloom的行为类别“在有关数学方面是极端不规则的,它们不顾科学的自然特性,又企图去实施——至少在高年级水平——于是就成了任意选择的一种连续不断的练习”。此外,还有研究者对区分认知目标与情感目标的正确性、内容与进程的独立性以及脱离了任何背景的目标的含义提出了质疑。但无论如何,将智力、数学思维与成绩按线性有等级的方式组织起来,这一评价方法在20世纪的评价实践中得到了广泛的运用,并对我们当前和今后的数学学习评价产生了不可忽视的影响。

到了19世纪末期,人们逐渐开始意识到考试所带来的负面影

^① 唐瑞芬,李士锜等编译.国际展望:数学学习评价研究.上海:上海教育出版社,1996.25

响,对考试产生了一股抵制力量。1888年,400位著名人士在《19世纪》杂志上共同联名抗议“教育对考试所做的牺牲”,“这些抗议主要集中于中小学校,主要是由于考试提倡将知识进行划分,并将竞争的地位提到了理解之上。同时,考试还会造成一定程度的焦虑,不能促进持久的学习,而且从另一方面说,依据考试成绩所做的决策究竟是否可靠与客观,”这些问题都是值得我们去探讨的。

数学测试或考试连同对它们的种种批评一起,一直延续至20世纪下半叶。人们始终在尝试着去寻找另外的评价方式以打破数学标准化测试一统天下的垄断局面。探索的步伐现在仍在继续。

第二节 数学学习评价的变革

一、对传统数学学习评价的反思

数学学习评价从其最初的萌芽状态发展至今天系统的评价理论与实践,已经有长达一千多年的历史。在对其漫长的发展史进行回顾与反思后,我们可以发现,以往的数学学习评价在人才选拔、教学效果评估、教育目标检验以及教育行政管理方面曾起过积极的作用,长期占有垄断地位的数学测试或考试至今仍对考核学生的数学学习情况起着重要的作用,扮演着不容忽视的角色。但是,当各种形式的考试发展到具有某种极端性质的时候,势必会给数学教育的各个层面带来深层次的负面影响。在1917年,美国就出现了11种算术标准化测验(Resnick,1982)。直到近些年,我们还可以发现标准化测验仍然占有相当的比重,尤其是在数学教育领域中,对学生数学学习的评价还是大量地使用标准化评价。这种情况造成了以下几点更为深层次的负面影响,这是值得我们做进一步反思的。

(1) 在评价内容方面,既然客观公正的数学测试的对象是有关事实(尤其是孤立的互相没有联系的事实)的知识、理论研究表达的知识、一般规则和定义,因此这样就只能将评价内容局限在同理解、记忆有关的部分内容。“虽然教师们不知道具体考什么问

题,但考题的形式一般都是标准化的。于是学校让学生做大量从形式上模仿而不是从更自然的背景下模仿测验的问题。学生们仅仅靠死记硬背记住一些词汇和定义以求通过考试。”(Winham, Levin 和 Bathory, 1990)^①由于评价的局限性,往往使数学教育也陷入这种小范围的领域内,误认为仅仅满足评价中的要求也就完成了整体的数学教育,因此,无疑会阻碍数学课程与教学的发展。

(2) 在评价的教育功能方面,通过考试和成绩评定只能根据某一时期(区间)的教育成果来确定自己在集体中所处的位置,对教育活动自身的改善却微乎其微。其最终只能起着分等划分的作用,不能具有推动教育发展的深远意义。长久以来,人们对于标准化测验的态度都过于乐观,教师总是错误地认为教育的重要性只有通过统计数字才能够显现出来(OscarBuros 1997)。Salmon-Cox 经过研究后发现,“学生们在标准化测验中所得到的分数对于教师的教学并无太大的意义”。她认为,与其依赖于标准化测验的结果,数学教师倒不如自己对学生进行评价,并因材施教。这种外部测验会使得教师去专业化和去技能化(Shepard, 2000)。而且,标准化测验的过度运用对于教师在课堂中的评价行为及编订测验卷都会带来不良的影响,这将进一步影响教师对于学生的判断和教学决策。同样的,Sproull 以及 Zubrow(1981)甚至还认为标准化测验的结果对于各级教育管理机构也并没有太大的价值。

(3) 标准化数学测验有一个特点就是其最终结果的可比较性,由于其结果在评价过后会公布出来,并以此作为核定学生数学学习状况的指标。那么实际上最终受到评价的不仅仅是学生,实际上还包括家长、任课教师、学校,甚至是整个地方教育管理部门。考试的分数、成绩的评定、学力等次的分配,这些都会给他们造成沉重的心理负担,迫使教师“为考试而教”,学生“以考试而学”。其实,这并不是为了发展数学教育而进行评价,而是为了获取好的评价而去进行的数学教育,使教育失去了自由自在的主动性和创造性,影响了学生的全面发展。

(4) 以分数为基础的数学教育决策不能够涵盖多样化的教育

^① 唐瑞芬,李士锜等编译. 国际展望:数学学习评价研究. 上海:上海教育出版社,1996. 109

目标。传统的数学测试由于着眼于在限定时间段内,学生采用笔试等各种限定形式下的表现,故评价只偏重于学力领域的理解、记忆及其简单的应用等一些能够为客观测验所能把握到的内容,无法评价在新情况下应用知识的能力,根据上下文解释信息的能力,把起因、经过和理由联系起来的能力,或是为做出一个决定或是解决一个问题、写出一系列步骤的能力,并且无法对学生在数学领域或数学之外的高层次的认知能力和情意能力进行培养。因此,在这种情况下,即使制定了课程标准和教学计划,也往往受到评价的制约而难以落到实处,使得理想的课程标准形同虚设。

正是由于各种标准化数学测试或考试制约着数学教育的发展,阻碍了数学教育改革前进的步伐,使得数学学习评价的改革逐渐成为当前十分重要的研究课题,并在数学教育研究领域引起了广泛的关注。目前,世界各国正在寻求教育评价的基本方式,以解决评价与学生发展之间的矛盾。

二、数学学习评价的新发展

最近几十年,随着教育和心理理论的发展以及数学学科自身的不断进步,数学课程改革在世界范围内也不断地推进和深化,课程内容不断充实,教学方式、方法不断改进,人们的数学观和数学教育观也在这个社会大背景下逐渐更新。数学教育前进的步伐不允许教育评价成为阻碍的力量,研究者纷纷将目光投向了数学学习评价的改革上。

在对数学学习评价的变革做进一步探讨之前,我们欲首先对改革的大背景进行分析,试图阐明究竟是什么成为数学学习评价改革的诱因,引导着数学学习评价向着理想状态发展。

(一) 数学教育观的发展及变革

1. 教育学和心理学理论的发展

20 世纪后半叶,在教育学、心理学、社会学、人类学以及哲学研究的压力下,智力按线性等级排序的观念开始退却,而人们对于智力的理解则进入到了一个更深的层次。在对学生可以拥有不同的智力这一观点做出肯定后,人们又进一步认识到,能力显然是由多方面因素构成的,并且总是以复杂的、多种多样的方式相互影响着。与此同时,人们对学校考试这种社会实践也提出了质疑。社

会变化目标——合理模型建议人们只需要简单地列出全部目标,然后设计一系列的社会实践步骤以指导目标的实现。可是人们却逐渐认识到,我们不可能只是假定认为社会实践背景是可控制的,社会活动的结果也是可以预见的。我们的社会条件包含着许多成分,他们以各种方式相互作用、相互影响,人们永远无法对此做出正确的说明,预先决定,预先料到,或是规定。这就迫使我们不得不陷入预期教学目标、数学教学过程以及最终考试之间的不一致这样一种矛盾中。

其次,随着心理学的建构主义学习理论的产生及发展,使得数学教育相关研究的研究范式也发生了转变。建构主义认为,学习是一个积极的建构过程,学生是基于自己的经验背景去建构知识的意义。课本知识并不是对现实的符号表征,而是学生对知识进行解释后的个人经验的合理化。学生的学习过程是多元化的,应包含有交流、磋商,并能够进行自我调整和修正。由建构主义理论来指导数学教学,我们可以发现,学生的数学学习也应该是一个主动建构的过程,必须要突出学习者的主体作用。教师必须转变角色,以一种组织者、合作者和引导者的身份使学生主动参与到整个数学学习的过程中。与此同时,我们还要更加关注学生数学学习的个性化特征,使其在学习的过程中获得合理的个人经验。而对于评价而言,重要的是我们究竟应该如何评价的过程中体现出数学学习的个人自主建构性,使评价的各个要素及整个活动过程均能体现出学生学习的个性来。

另一方面,随着人们对教育心理学中非智力因素理论的关注,我们不得不将数学教学活动中学生非智力因素的发展也纳入到思考的范围之内。教育及心理学的理论研究表明,个体的动机、情感、意志、气质等因素对学生的数学学习及智力发展具有很大的影响。为了避免学生的数学学习经历和体验有挫败感,为了使形成对数学学习的信心、意志,以及能够感受、领悟、欣赏数学美感的心态,我们也有必要为学生的数学学习创设一个宽松的学习环境。而这一切对数学教育的评价又提出了新的要求与挑战,评价该如何迎合数学教学观的新发展这一问题摆在了我们面前。

此外,随着研究的不断深入,人们对于学生学习的认识也进入到了一个多元化的阶段。各种新的学习理论层出不穷、不断涌现。

比如,由加德纳提出的“多元智能”理论认为每个人的智能都是多元的,每个人也都有自己的优势智力所在。他试图通过扩大学习的内容领域与知识的标准方式促进以往被忽视的智力的开发,充分发挥每个人的潜能;而斯腾伯格的“成功智力说”则将成功引入智力的研究范围,试图从智力活动的产品在现实中成功与否的角度评价智力;“交往教学理论”将教学过程视为一种多向度的交往过程,强调学生个性的“自我实现”^①那么,以这些理论发展反观数学学习评价,教育评价的新发展是否能够与这些理论研究相协调、相一致,而具体的理论变革与实践创新又将有有哪些,这些亟待解决的问题为数学学习评价的研究提供了努力的方向。

2. 数学观及数学教学观的发展

作为学生学习对象的数学知识而言,长久以来我们一直有一种假设:假定数学是一种封闭的“知识体系”,就其本质而言是绝对的、不随地点和时间而改变的事物;并且认为数学与日常生活毫不相干,是独立于学生生活的“外来物”;数学只是由抽象符号所构成的一系列客观数学事实(概念、定理、公式、法则等),机械、独立公正、价值无涉、道德中立。而随着对数学的认识的逐渐加深,我们也应当超越传统假定,将认识提升到一个更高的层面,其特点具体表现在以下几个方面:

(1) 数学知识尽管表现为形式化的符号,但它可视为具体生活经验和常识的系统化,实质上是一种内在的数学活动,也就是计算、位置、测量、设计、参与和解释,它可以在学生的生活背景中找到实体模型。现实的背景常常为数学知识的发生发展提供情境和源泉,它使得同一个知识对象可以有多样化的载体予以呈现。另一方面,数学知识的形成过程又是可以在教师的引导下,通过学生的自主活动来体验和把握的。学生的数学学习实质上是一种符号化语言和生活实际相结合的学习活动。

(2) 数学知识具有一定的结构,这种结构形成了数学知识所特有的逻辑序,而这种结构特征又不只是体现为形式化的处理,它还可以表现为多样化的问题以及问题与问题之间的自然联结和转

^① 数学课程标准研制组. 全日制义务教育数学课程标准(实验稿)解读. 北京:北京师范大学出版社, 2002. 45

换,这样,数学知识系统就成为一个相互关联的、动态的活动系统。

(3) 多数的数学知识同时具有两种属性,即它们既表现为一种算法,是一种操作过程,又表现为一种对象、结构。学生在实际应用时,通常应根据需要灵活地改变认知的角度,有时将某个概念当作有操作步骤的过程,有时又需要把它作为一个固定的个体,成为思考或操作的对象。

(4) 数学知识的抽象程度、概括程度表现出层次性——低抽象度的元素是高抽象度元素的具体模型。例如,数学是抽象字母的具体模型,而字母又是抽象函数的具体模型。数学知识的抽象程度应和学生的思维发展阶段相适应,同一个对象在不同的学习阶段,或者对具有不同背景的学生而言,应有不同的抽象程度。例如运算,对于小学生来说,就是数的四则运算,而对于初中生而言,它还可以是代数式运算,甚至几何变换;函数也是如此,对1年级~4年级学生来说,它只是一个数式;对于5年级~6年级学生来说,它还是一个模式,表示两个对象之间的一种确定联系;而对于初中生而言,它则是一种表示变化现象中变量之间关系的数学模型。^①

(5) 数学哲学的新发展体现了一种绝对的数学观向猜测性(易谬性)和拟经验性的数学观的转变。反观教育,学生的数学学习活动也应该充满观察与猜想。正因为如此,在数学教学中,学生就要通过自己主动的活动,包括观察、描述、操作、猜想、试验、思考、推理、交流和应用等,去探索对数学的体验并解决实际问题。这个过程应该富有个性,满足学生多样化的学习需要。

通过上述分析,我们可以看到正是由于人们对数学及数学教学活动的认识的不断深入,数学教育才能够突破传统,获得新进展。这也为数学学习评价理论和实践的发展提出了新的要求,同时也提供了一个良好的契机和平台。数学学习评价究竟该如何变革,成为全世界数学教育者所关注的焦点问题。

(二) 数学学习评价的变革

随着对数学教育的研究逐渐深入,人们的教育观正在逐步更

^① 数学课程标准研制组. 全日制义务教育数学课程标准(实验稿)解读. 北京:北京师范大学出版社, 2002. 46

新,数学教育改革层层推进,传统的数学教学评价形式如不尝试跟上改革的步伐,势必将成为制约数学教育改革的一个不容忽视的重要因素。因此,在20世纪80年代开始的世界范围内的数学教育改革的同时,也都伴随着评价方面的改革。“过去几十年中所有的大范围的教育改革几乎都产生了新的测验形式,或是在原有测验的基础上对其进行了完善。”(Pipho, 1985)学生数学学习的评价问题已经引起了国际领域内的关注,各国都在对其进行不断地尝试与探索。当前世界范围内数学学习评价的变革主要体现在以下几个方面。

1. 评价的目的和功能的变革

传统的数学学习评价观是静态的、功利性的,其目的主要侧重的是对学生的甄别与选择,并且将这种功能推向了极端。标准化的纸笔测验、能力测量等这些传统评价形式把学生的全面发展仅仅局限于对知识和技能的掌握,把完整的教育评价体系简化为单一的“终结性评价”。这种评价是面向“昨天”的,只是从学生已经掌握知识和技能的多少方面去寻找差异并分等排序,并不符合数学教育的新的理念和方法。过于重视学生在大范围纸笔测验中的成绩将会给学校改革带来危险,将造成“过度标准化、过度简单化、过于依赖统计数据、学生厌学、辍学人数增加、牺牲个人的理解,而且还可能降低智力发展的多样性”(Stake, 1995)。由此可见,将这种功利性的评价作为一种导向,会严重影响教师的教学以及学生的发展。

随着世界数学课程改革的开展,人们对评价问题的认识也发生了革命性的变化。数学学习评价的目的与功能已经转向了通过提供教与学状况的准确信息,促进教学并最终促进学生的和谐发展。

首先,数学学习评价应该为教师提供关于学生个人和学生团体的数学学习情况,不仅要描述学生表现出的水平,还应该报道所有参与学习过程的人的行动(Clarke, 1989),使教师可以有针对性地对学生提出建议,帮助特殊的学生谋求进步,并能根据已知信息反省自己的教学行为,制订和改进下一步的教育活动。另一方面,对于学生自身而言,通过数学学习评价应该为其数学学习的成就提供有效的证据,以便使学生了解自身在数学学习方面的优势、劣

势以及自己在各级学习团体中的位置和相对表现。通过这些信息,学生就可以清楚地了解自己的学习状况,并据此调整学习计划和方法,为后继学习做准备,以求获得进一步发展。

2. 评价主体的变革

传统的数学学习评价都是由教师或教育管理部门进行的针对学生数学学习成就的评价。这种评价方式的前提假设是学生都乐于参与外部评价,从而为教学提供信息。但在实际的评价过程当中,教师或教育管理部门在评价中是处于主动地位的,而学生则是评价客体,在评价中处于被动地位,主客体之间是一种二元对立的关系。学生对于传统的数学考试的态度往往是极为排斥与不满的,那么从一个缺乏参与热情的学生身上所获得的评价信息对于最终的有效评价究竟有多大效用,这一问题值得我们深思。

现代数学学习评价提出,数学学习评价的主体要多元化,评价不只由教师和学校进行,不应只是教师对学生的单向刺激—反应过程,而且也可以由学生进行自我评价,以及学生间进行互相评价,甚至还可以鼓励家长参与到评价过程中来。这是世界各国数学评价改革的一个共同趋势。例如,英国的数学教学评价一方面注重教师的评价,即不光是看考试的分数,而且看重教师在日常教学过程中对学生考查了解、鼓励学生所取得的进步。此外,在每一阶段末还举行全国统一考试,对学生的数学学习进行集中的评价。与此同时,现代数学学习评价还提倡要在学生的学习过程中注重学生的自我评价,以及学生之间的互评。澳大利亚的数学教育改革倡导让学生参与到评价工作中来。在保证评价测试能代表合适的课程内容的同时,还要使这种评价能吸引学生,使学生能够获得挑战智力问题时的兴奋以及通过钻研取得成功的喜悦和满意。这对于鼓励学生继续学习数学是相当重要的,我们应利用学生学习数学的动机来促进其学习。在条件允许的情况下,还要试图让家长也参与到评价过程中,以此可以更好地促进家长与学校及数学教师间的沟通,达到家庭教育同学校教育间的协调性,促进双方更好地合作,使数学教学评价真正成为教师、管理者、学生和家长共同参与的交互活动。

3. 评价内容的变革

传统的数学测试所注重的都是对学生进行形式化计算能力的

考核。有研究者提出,这种形式的测验反映了一些关于数学问题的错误观念。例如,数学问题总是有唯一正确的答案,而且这一正确答案总是能够被确定,解题时所需数据都要提供给学生,而没有教授的知识无法被评价;对一个问题的答案是评价一个学生成绩水平的唯一指标。依据这些观念所进行的评价,其内容多为围绕知识点设计的考卷,形式单一、难度较大,往往会给学生和教师带来巨大的心理压力,造成更多的数学学习的失败者。

在世界范围内的数学学习评价改革过程中,一些国家针对传统评价的不足,设计了多元化的和开放式的问题,通过这些问题可以从多个维度了解学生数学的发展情况。例如,澳大利亚 Catholic 大学的 Clarke 博士的一项“开发地运用丰富的评价活动”的研究,具体地展示了一种有意义的可操作的评价学生数学成就的方法。这种评价方式更加关注学生的数学发展和在数学学习过程中特殊的表现。学生可以在完成一项具体的任务中表现出对数学的兴趣、对数学知识与技能的掌握以及思维能力和创作能力等。从学生完成某一项特定任务的表现中,教师和学生可以对参与者的表现做出多方面的判断。同时,Clarke 还提出,当数学活动具有如下特征,则其可以作为有效地评价学生数学成就和数学学习过程表现的内容。

- (1) 与教学活动有密切联系;
- (2) 一项活动可产生多种结果;
- (3) 需要有充足的时间来完成,并可以有效地管理;
- (4) 所有学生都能从头做起;
- (5) 学习者要直接参与;
- (6) 可成功地运用多种方法和策略;
- (7) 提供可选择的或开放式的测量方法;
- (8) 鼓励学生展示自己对所学内容的理解;
- (9) 允许学生说明他们能否将所学的概念建立起联系;
- (10) 活动本身对学生的学习是有价值的;
- (11) 为学生提供一系列应答的机会,包括展示他们学过的各种知识内容;
- (12) 使教师和学生关注各种数学活动;

(13) 能使^①学生决定学生所需要的特殊的帮助。

这种评价活动既能关注到学生对数学知识与技能的掌握,同时也能关注到学生的思维活动、发现问题及解决问题的能力、数学的创造能力、数学学习活动的参与程度以及对数学的情感态度、价值观等,使数学评价所关照的内容更加趋于多元和开放。

4. 评价时机的变革

数学学习评价的时机指的是数学学习评价的时间问题,即什么时候进行评价,什么情况下收集评价的信息,是在一门课、一个学期、一个方案或全部研究的之前、中间或是之后。

传统的数学评价者的思维方式多为线性思维,即认为教育的过程就是课程—教学—评价的直线流程,教学的过程就只是进行教学,而评价的过程就只是进行评价,二者是完全分离的。课堂教学就是传授数学知识的过程,而进行评价的时间就要在课后、期中、期末单独组织。

然而,事实使我们认识到,只有意识到评价和教学间相辅相成的关系,教学实践水平才有可能得以提高。我们要注重将结果评价与过程评价有机结合,适时运用“课堂评价”,强调数学学习评价是个变化、发展的动态过程,而不应仅仅停留在对结果的判断上。

过程评价是教学过程的有机组成部分,与教学目标、教学手段是一个循环的关系。我们在确定教学目标之后,就要根据目标的要求来选择适宜的教材和恰当的教学方法,而要判断教学手段是否恰当的话,就要依靠数学教育的评价机制做出判断和反馈了。与此同时,评价的结果反过来又可以用来验证教学目标的制定是否科学。教学目标、教学手段、评价机制三者相互制约,共同作用,为实现高质量的教学过程奠定基础。而这就需要评价的内容全面、真实地反映学生的学习过程和教师的教学过程。“课堂评价”包含所有的正式评价和非正式评价,在这一评价形式中教师和学生都可以成为评价主体,其目的很明确,就是要支持教学和学习,它与教学内容是紧密相连的。课堂评价强调评价应该对于教授和

^① 数学课程标准研制组. 全日制义务教育数学课程标准(实验稿)解读. 北京:北京师范大学出版社, 2002. 93

学习起到一种整体性的作用,数学教学和评价在认识论上应该是一致的。以上所有的这些评价形式都是以支持教学和学习活动为目的,与教学紧密相连——对于学校的数学教学而言,实际上就是教师日常教育活动的一部分。通过此种学习评价使得教学信息能够得到及时的反馈,以便于调节和改进数学教学,使教学效果得以及时的强化和矫正。

5. 评价方式的变革

在自然科学的研究范式和价值取向的影响下,数学学习评价一直以客观、量化作为科学的标准,因此,各种形式的测验和考试成为占有垄断地位的评价形式。在传统的数学测验中,试题可以分为问卷、练习与问题三类。问卷包含一组问题,通常涉及一些事实(如定义、性质、公式或计算结果),每个问题的答案只有一种或很少几种可能。练习主要包含常规类型或是简单组合的运算,通常总在数学课程确定的范围之内。而问题包含的则是与数学课程背景有关的非常规的思考、运算或者这类内容的结合。这种评价方式把丰富的评价方法简化为单一的纸笔测验,评价的导向作用使得数学教学成为了“为测验而教”,极大地制约了数学教育改革的进程。

然而事实上,在世界范围的数学课程改革的大背景下,开展新型评价项目的呼声日益高涨,评价方式的多样性成为许多国家和地区数学学习评价的一个基本策略。新出现的评价形式包括:口试、作业分析、课堂观察、课后访谈、成长记录袋、数学论文、数学专题评论、课题报告、文献综述、海报、展览、投影片演示等,或是通过高科技产品来演示与解释课题、主题或是调查中的发现,或是论证现象及其相互关系。大多数此类的评价方式都具有一个特征,那就是持续时间较长,并非必须在限定时间内完成,而且它们是与数学课程一同进行的,评价时机较为灵活,自然地体现在日常教学活动中。

在我国台湾地区,对评价方法的要求是:评价方式宜多样化,除纸笔测验外,应配合单元目标,采用实测、讨论、口头回答、观察、作业或专题研究等方法,而且在教学过程中须随时采用各种方法评价学生的学习状况,以便及时发现学习困难,进行补救教学;关于段考或平常测验命题,其范围或内容须顾及教学目标内容。试

题难度应符合学生程度,以提升学习兴趣;除选择题与填充题外,其他题型均宜制定分段给分标准,依其作答过程的适切性,给予部分分数。这些方法都充分体现了以学生为主体,注重过程、注重活动的思想。

在澳大利亚的数学课堂中,教师则使用多种形式的直接测试题对学生进行评价。在小学或初中阶段,他们多利用七巧板、四拼版或五拼版等拼图题作为评价手段。而初中学生则使用的是丹麦的七巧板、soma 方块等形式。这些评价形式拓宽了评价测试题的范围,改变测试的重点,强调以“完成的时间”为标准而不是“在固定的时间里完成多少问题”,将纯粹的数学运算融于问题解决过程中,使学生能够亲历问题解决的过程。

值得注意的是,传统的考试虽无法很好地涉及课程要求的数学的许多重要方面,但对教和学仍有着重要的指导作用,我们并不是要完全放弃标准化测验,而是要试图扩大评价的领域以设计并发展基于数学教育基础上的评价工具及问题。而且,另一方面,选择多种评价方式时要满足评价必须可行、可靠、有效。此外我们还需要考虑,这些新的评价方式是否能够满足数学教育新的教育目标以及教学方法所提出的要求。只有切实做到以上几点,数学学习评价方式的创新才能够实现真正意义上的“多样性”,而不仅仅是“为创新而创新”了。

6. 评价关系的变革

长期以来,数学教育过程中的各种评价,其评价者和评价对象之间往往都是一种对立的关系。作为评价对象的学生在整个评价过程中总是处于被动地位,评价者利用其所拥有的管制力量操纵着评价的全过程。尤其是对于一些高利害的考试,由于其会给评价者和评价对象均带来压力,这就会进一步加深二者之间的对立。在这种二元对立的评价模式中,评价对象始终处于弱势,他们无法与评价者沟通,结果便会造成其对评价及评价者的抵触情绪,影响数学教学的正常进行。

而在现代数学学习评价中,世界各地评价发展的趋势就是试图在评价者及评价对象之间建立一种民主、平等的关系,强调评价者和评价对象之间相互的沟通、理解和协商,促使评价对象对评价结果的认同。此外,还要注重适时转变评价对象的身份,使其积极

参与到评价过程中,成为评价的主体之一。通过双方的交流与理解,能够获得更有价值、全面而又真实的评价信息,从而为学生的进一步发展提供更有针对性的引导。

第三节 新课程标准下的评价理念

课程在学校教育中处于核心地位,教育目标和价值主要是通过课程来体现和实施。课程改革是教育改革的核心内容。1999年6月,《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》提出,要“调整 and 改革课程体系、结构、内容,建立新的基础教育课程体系”,将我国的基础教育课程改革鲜明而紧迫地提到全社会和广大教育工作者的面前。2001年6月,《国务院关于基础教育改革与发展的决定》又进一步明确了“加快构建符合素质教育要求的基础教育课程体系”的任务,为我国新一轮课程改革拉开了序幕。当年7月,《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称《标准》)由教育部正式颁布并开始在全国38个国家级实验区进行实验,数学课程改革在全国范围内的数学教育实践中不断深化。

在《基础教育课程改革纲要(试行)》中提出,新课程改革的基本理念之一就是要“改变课程评价过分强调甄别与选拔的功能,发挥评价促进学生发展、教师提高和改进教学实践的功能”。作为对这一基本评价理念的响应,《标准》提出,数学课程的“评价的主要目的是为了全面了解学生的数学学习历程,激励学生的学习和改进教师的教学;应建立评价目标多元化、评价方法多样的评价体系。对数学学习的评价要关注学生学习的结果,更要关注他们学习的过程;要关注学生学习的水平,更要关注他们在数学活动中所表现出来的情感与态度,帮助学生认识自我,建立信心。”在对此评价理念做进一步系统阐述之前,让我们首先来关注一下我国当前数学课程与教育评价的现状,对其所存在的问题进行简要回顾与分析,以期为我们能够更好地理解《标准》中所提出的评价理念奠定现实基础。

一、对我国传统数学学习评价的反思

让我们先来看一个案例。

一位数学教育家做过一个实验。他给小学生出了这样一道数学题:河的一边,有一群牛和羊,其中牛38头,羊42头,一位船工要用船将这群牛和羊运到河的对岸。问同学们的问题是:船工的年龄有多大?使人感到惊讶的是,绝大多数的同学都有答案,而且大部分同学的答案都是相同的,船工40岁。特别是刚刚学过平均数的同学100%的回答说船工是40岁。问他们何以得出这一结论,其回答又是惊人地相似:你让我们做题目,那题目必定是有答案的,题目中的数据也是一定不会多也不会少的,虽然解题的过程中也会感到迷惑,但想来想去,只能是这一答案了。

让我们再来看一组数据。

一项调查发现,在小学和初中,考试和测验频繁,考试问题的形式单一,内容偏难,对学生造成比较大的压力。城市小学毕业年级的学生感到考试频繁的人数接近 $3/4$,初三学生的这一比例将近90%。农村学校毕业年级学生感到考试压力大的学生是其他年级学生的两倍,平常考试次数最多的学科,重点中学选择数学的占48.8%,这是学生学业负担的主要来源之一。当问及学生对数学考试的态度时,对考试有良好感觉的学生仅占11%,23%的学生认为考试只能带来苦恼,不能促进学习,其中有9%左右的学生认为考试时或考试后有恐惧感,害怕考试结果。而在考试差的学生中有86%可能会导致教师或家长的不满。

对教师的调查显示,使用实践性作业方式(如观察、制作、实验、查阅资料、社会调查)对学生进行考核的不到20%,80%以上的教师均回答“没有”或“只进行过一两次”这样的考核方式。初中与小学相比,教师没有或很少进行这一方式的比例更大,其中“没有”的占36%，“只进行过一两次”的占51%。

在对考试结果的处理方式方面,城市小学和乡村初中“经常”或“总是”在全班公布考试成绩的比例在60%左右,城市初中的这一比例已达75%。对于公布考试结果和依据考试结果排名次的做法,70%的初中生和小学生都感到紧张、害怕或讨厌。

通过上面这两组有关数学学习评价的材料,毋须多言,管中窥

豹,从中便可透视出现行的数学学习评价制度给学生发展及教师教学所带来的问题。我们习以为常地将数学评价定位在对知识点的记忆和一些技能训练水平的考核上,学生对于数学并没有一个完整的理解,仅仅是高分低能地频繁参加各种考试,并且以考试成绩来标定其数学学习所取得的成就。通过数学学习,学生们只学会了怎样将数据带进公式,而对于如何用数学解决现实问题,则很少涉及,更谈不上具有用数学观点和方法来审视现实问题的数学意识了。而家长、教师还有学校也都认为此种情况本应这样,只要学生能够在中考、高考中考出好成绩,数学教育的使命也就完成了。或许,我们不能简单地把这种现象全部归因于评价问题,但是从某种程度上说,当前的数学学习评价同样也是难逃其咎。概括起来,我国当前的数学学习评价体系主要存在着以下几个问题。

(1) 评价功能失调,过分强调甄别和选拔的功能,而忽视改进、激励、发展等功能。

(2) 评价关注的重心是学生的活动结果,忽视对评价对象在不同阶段的进步情况以及对数学教育活动发展、变化过程的动态评价。

(3) 评价主体单一,忽视了评价主体多元、多向的取向,并未形成多元主体共同积极参与、交互作用的评价模式。

(4) 评价标准机械、单一,过于强调共性和一般趋势,忽略了学生、教师、学校的个性发展和个体间的差异性。

(5) 评价内容片面,过于注重学业成绩,而对教师和学生数学教育活动中所体现或培养起来的各种综合素质的评价或相对忽视,或缺乏有效的评价工具和方法。

(6) 评价方法单调,过于注重量化评价和纸笔测验,使得教育现象僵死化、简单化和表面化。

(7) 忽视对评价结果的反馈与认同,使得评价的激励、调控、发展功能得不到充分地发挥。

(8) 评价关系冷漠、对立,评价对象处于被动的地位,自尊心和自信心容易受到伤害,评价者和评价对象间缺少沟通和交流。

通过对当前数学学习评价的现状进行分析及反思,我国新一轮数学课程改革提出了要“使数学教育面向全体学生,实现人人学有价值的数学;人人都能获得必需的数学;不同的人在数学上得到

不同的发展”,强调数学与现实的联系,学生数学意识的培养,数学情感态度的发展,以及提出问题、解决问题能力的提高,这其中也包括在新的高度上对数学学习评价的理念和实践的重新理解和认识。

二、新课程所倡导的数学学习评价理念

《标准》提出了数学课程评价的基本理念,即“评价的主要目的是为了全面了解学生的数学学习历程,激励学生的学习和改进教师的教学;应建立评价目标多元化,评价方法多样的评价体系。对数学学习的评价要关注学生学习的结果,更要关注他们学习的过程;要关注学生学习的水平,更要关注他们在数学活动中所表现出来的情感与态度,帮助学生认识自我,建立信心。”这是对新课程评价的总体描述,此外,在《标准》中的实施建议部分,又对这一基本的评价理念进行了细化,提出了具体的评价建议,更为充分地体现了基本理念的精髓。将《标准》中对评价理念的总体表述和在每一学段对其的创造性理解相结合,我们可以将新课程所提倡的数学学习评价理念归纳为以下几个方面。

(一) 评价目标多元化

在新一轮数学课程改革中,其课程总体目标为:要通过义务教育阶段的数学学习,学生能够:

(1) 获得适应未来社会生活和进一步发展所必需的重要数学知识(包括数学事实、数学活动经验)以及基本的数学思想方法和必要的应用技能;

(2) 初步学会运用数学的思维方式去观察、分析现实社会,去解决日常生活和其他学科学习中的问题,增强应用数学的意识;

(3) 体会数学与自然及人类社会的密切联系,了解数学的价值,增进对数学的理解和学好数学的信心;

(4) 具有初步的创新精神和实践能力,在情感态度和一般能力方面都能得到充分发展。

由于学生是处于发展过程中的个体,能力和个性方面存在着差异,也必然具有不同的发展水平。所以新课程的教学评价,要求对学生发展过程做整体分析,根据他们过去的基础和现实的表现,预测性地揭示每个学生未来发展的目标,使学生认识自己的优势,

激励学生释放自己的发展潜能。这种发展性的评价实际上也是对数学学习评价范围的进一步拓展,除了智力因素的评价,更加重视学生的非智力因素的评价,包括学生的学习态度、情感、价值观,重视学生之间交流与合作、注重数学思想方法以及解决实际问题的能力。将新课程的总体目标具体化为三个维度,分别是:知识与技能、数学思考和解决问题等数学能力,以及情感与态度。与此多元的数学课程目标相映照,对学生数学学习的评价同样也要涵盖这多个维度,这就从根本上超越了传统的数学学习评价对于数学知识的过分关注,使得评价的目标不再单一、僵化,而是具有多元维度和取向。概括起来,至少应包括以下几个方面的内容及功能^①:

(1) 反映学生数学学习的成就和进步,激励学生的数学学习;

(2) 判断学生在数学学习中存在的困难,及时调整和改善教学过程;

(3) 全面了解学生数学学习的历程,帮助学生认识自己在解题策略、思维方法或学习习惯上的长处和不足;

(4) 使学生形成正确的学习预期,形成对数学积极的态度、情感 and 价值观,帮助学生认识自我,树立信心。

(二) 注重对学生数学学习过程的评价

以往的数学学习评价由于其目的重在甄别、选拔,所以只关注数学教育活动的结果,对教育活动的过程很少关注。然而,学生的数学学习是一个过程,而学生的数学知识的积累以及能力的提高也同样需要经过一个过程,所以《标准》提出,对学生数学学习的评价应从过去过分注重甄别转向关注学生的发展,倡导以促进发展为基础的过程性评价。同时,还要将数学学习评价同样也视为一个过程,伴随和贯穿于数学教育活动的每一个环节,既要关注学生数学学习的结果,也要关注在学习的过程中他们所取得的发展的变化,既要关注学生对数学知识和技能的理解和掌握,更要关注他们情感、态度和价值观的形成和发展,应强调评价的诊断和发展的功能,强调学生个体过去与现在的纵向比较,注重学生成绩和素质的增值而不是简单地将考试成绩进行分等排序,以期通过评价

^① 马云鹏,张春莉等. 数学教育评价. 北京:高等教育出版社,2003.25

使学生能够真正体会到自己所取得的进步,更好地认识自我,建立信心。

在《标准》中对三个学段的评价建议中,提出了要评价学生数学学习过程的要求。虽然具体到每一学段各有不同,但其所体现的评价的基本理念是一致的。在每一个学段,都针对本年级段学生的发展水平而提出了具有发展性的有关评价的指导性建议,第一学段强调“考查学生是否积极主动地参与数学学习活动,是否乐意与同伴进行交流和合作,是否具有学习数学的兴趣”,第二学段在第一学段的基础上,还强调要了解学生思维的合理性和灵活性,考查学生是否能够清晰地用数学语言表达自己的想法,以及对学生学习数学的主动性和自信心的评价。第三学段要求评价学生在数学学习活动中的参与度、自信心、合作交流意识,以及独立思考的习惯、数学思考的发展水平等方面。在原有基础上,又将评价内容扩展至考查学生是否能够使用数学语言有条理地表达自己的思考过程,并强调学生要有反思自己思考过程的意识。通过对学生数学学习过程的评价,我们可以强化学生的学习,使数学学习活动更具有方向性,及时地调节和完善教学活动、引导数学教育过程正确而高效地前进。

但是需要注意的是,强调对学生数学学习过程的评价的目的并不是要将测验频繁化。由于在我国最为常用的评价方式就是考试和测验,一些学校为了“及时获取评价信息,将评价渗透至数学教学过程的各个环节”,便天天考,周周考,月月考,平时的考试出现了失控的现象,测验泛滥成灾,严重曲解了新课程改革的评价理念,给学生带来了更为沉重的负担。如何避免这一现象的发生,是需要理论工作者和实践工作者都亟须考虑的问题。

(三) 评价主体和方法多样化

在我国传统的数学学习评价中,一般都是由教师来充当评价者,而学生都是被动接受评价,评价的方法仍以各种形式的数学标准化测验或考试为垄断形式,模式和信息来源僵化、单一,评价结论很容易出现片面、主观等问题,难以保证评价结果的客观、公正。而且,这种评价价值的取向实质上还停留在目标取向的评价水平,评价者和被评价者往往处于一种不平等的地位,被评价者总是处于消极、被动的状态。

新课程改革提出,在评价学生的数学学习时,教师是主要的评价者,但又不是唯一的评价主体。我们要改变往常教师一人定论的现象,除了数学教师以外,还可以让学生或学习小组展开自评和互评,同时也可以让学生家长或是社区教育人员参与到评价过程中。除了一般的考试外,还要在教学过程中根据实际需要选择多种评价方式,并将各种方式有机结合起来对学生的学习进行评估和考核。评价主体和评价方法的多样化有助于避免由单一的评价主体和方法造成的评价误差,可以从不同角度、不同侧面提供有关学生数学学习情况的有价值的信息,同时还能够促进学生自我认识 and 自我评价能力的发展。

《标准》还提出,在数学教学实践过程中贯彻评价主体和方法多样化的时候,要注意到不同学段的学生的不同发展水平和特点,灵活地理解并实施这一评价理念。在第一学段,由于学生的年龄较小,自我评价能力较弱,而往往受教师等具有权威性的人所做出的评价的影响,故在此阶段要以教师对学生的评价为主,积极从正面加以引导,并注意培养学生的自我评价能力,将教师评价与同伴互评和家长评价相结合。评价方法主要包括课堂观察、课后访谈、作业分析、时间活动等形式。到了第二学段,由于学生的自主性和独立性较之以前都有所加强,所以就要在第一学段的基础上更加强调学生对自己学习情况的自评和互评。评价方式更加多样化,书面考试、口试、活动报告、学生成长记录袋等多种形式都可供选择。在第三学段则要将自我评价、学生互评、教师评价、家长评价和社会有关人员评价结合起来,在评价的形式上又增添了大型作业、分析小论文等对学生提出更高要求的方法,力求从多个侧面获取信息,对学生的发展水平做出评估。

需要注意的是,我们不能为了“体现”评价理念而去刻意追求评价主体和方法的多样化,造成“为多样而多样”的曲解评价理念的现象。《标准》中指出,在选择评价方式的时候要结合各种评价方式的特点、评价内容以及学生的数学学习的特点来进行,避免对评价理念的僵化理解。无论是评价主体,无论采用何种评价方式,我们都要意识到,所有的评价都是以激励学生的数学学习、促进学生的进一步发展为最终目的的。

(四) 评价内容多维度

如前所述,《标准》确定了数学课程的总体目标,包括知识与技能、数学思考、解决问题、情感与态度等四个方面,对学生的数学素养的培养提出了具体的要求。而对于数学学习评价而言,评价内容也同样要围绕着这几个方面展开,形成多维度的评价内容体系。

对知识与技能方面的评价,《标准》列出了数与代数、空间与图形、统计与概率以及实践与综合运用等四个内容领域,主张要恰当评价学生的基础知识和基本技能,主要考查对其事实、过程、技能与方法的评价。除了要考查学生对传统意义上的基础知识和基本技能,如概念、法则、定义、定理、公式等的理解和掌握程度之外,还尤其注重学生结合具体材料对所学内容实际意义的理解,要求评价应结合实际背景和解决问题的过程进行,对概念、公式和法则的评价要更多地关注对知识本身意义的理解和在理解基础上的应用。

此外,此次数学课程改革还提出了教师“推迟判断”作为评价“双基”的一种方式。由于学段目标所规定的内容是本学段结束时学生应达到的目标,允许一部分学生经过一段时间的努力逐步达到要求。假如学生对某次评价的结果感到不满意,教师及学校应创造条件给学生再次参与评价的机会,并对第二次的评价结果给出鼓励性的评语。“推迟判断”淡化了传统评价的甄别功能,将评价的基础建立在对每一学生个体差异的尊重之上,为最终实现“人人学有价值的数学;人人都能获得必需的数学;不同的人在数学上得到不同的发展”这一基本理念创造了条件。

对数学思考的评价包括对抽象思维能力、形象思维能力、数感与空间感、统计观念和推理能力等方面的评价。而对解决问题的评价包括对提出问题的意识和能力、解决问题的策略、创新和实践能力以及合作与交流方法等的评价。这实际上就是对策略性知识,也就是数学思想方法的评价。数学思想方法是人们对数学知识本质的认识,是数学的思维方法与实践方法的概括,是形成良好认知结构的纽带,是将知识转化成能力的桥梁,与具体知识相比,数学思想是更高层次的东西,它对全面提高数学能力是至关重要的。

《标准》明确把“初步学会运用数学的思维方式去观察、分析

现实社会,去解决日常生活中和其他学科学习中的问题,增强应用数学的意识”、“形成解决问题的一些基本策略”作为总体的课程目标之一,这就需要将学生掌握这些方法和策略的情况作为数学学习评价过程中分析和考核的重要内容之一。在第一学段,要求评价要注重考查学生能否在教师指导下从日常生活中发现并提出简单的数学问题,能否选择适当的方法解决问题,是否愿意与同伴合作解决问题,能否表达解决问题的大致过程和结果。而在第二学段则强调学生是否能够从现实生活中独立地发现和提出问题,在探索解决问题的有效方法之余能否试图寻找其他的方法,此外还又提出了要考查学生是否具有分析解决问题过程意识。到了第三学段,关于这一方面的评价要求又有了提升,要求评价学生能否结合具体情境发现并提出数学问题,并从不同角度分析和解决问题,意识到合作解决问题的重要性并用文字、字母、图表等清楚地表达解决问题的过程,解释结果的合理性的同时对解决问题的过程进行反思,获得解决问题的经验。层层深入的评价要求与学生不断提高的数学能力相协调,共同构建了一个多维的数学评价体系。

对情感、态度和价值观的评价主要包括对学生参与数学学习活动的情况、学习的习惯与态度以及学习兴趣与自信等非智力因素方面的评价。它打破了在传统评价中对数学学科自身体系完整性的过度强调以及占垄断地位的学生对基础知识的理解和掌握的评价,提出在恰当评价知识与技能的同时,更要注重的是学生学习的主动性、创造性和积极性,关注学生在学习过程中的表现,包括使命感、责任感、自信心、进取心、意志、气质等方面的自我认识和自我发展。这不仅对于数学智力的发展有着重要的促进作用,而且可以激发学生主动学习的潜能和创造潜能,有利于学生数学素质的全面发展。

(五) 评价结果的呈现方式注重量化评价与质性评价相结合

对于数学学习评价的评价结果而言,存在着两种不同的呈现方式:量化评价和质性评价。长期以来,量化评价一直是我国传统数学教学评价结果的主要呈现方式,这一评价范式下的各种数学标准化测验一度成为数学教育领域中盛行的评价方式,学生的发展和进步最终都是以考试分数的高低和等级不同来衡量。然而,

对于数学教育而言,量化的评价是把复杂的教育现象加以僵死化、简单化和表面化,或者只评价简单的教育现象,它不仅无法从本质上保证对客观性的承诺,而且往往丢失了教育中最有意义、最根本的内容。

在新课程改革中,《标准》提出,在教学实践中应当将量化评价与质性评价相结合,将二者分别应用于不同的评价指标和评价范畴。这就要求改变将纸笔测验的结果作为唯一或主要的评价结果的现象,应该结合质性评价从多方面呈现评价结果。对于可以量化的部分,采用量化方式进行,但要注意学生的个性差异,注重其自身的纵向比较,关注学生掌握的内容和具备的能力,不应简单总结性地打分或划分等级;对于不能量化的部分,则应采用描述性评价、课堂激励评价等质性评价方式,对学生在学习中的表现、知识掌握情况和能力水平进行表述,发挥评价的激励作用。量化评价与质性评价的结合,就是要以动态的评价替代静态的一次性评价,进一步促进学生的进步和发展。在每一学段中,又因为学生的发展特点不同,对于评价结果具体的呈现方式的要求又稍显不同。第一学段主要采用质性描述的方式,用鼓励性的语言描述学生的数学学习情况。在第二学段和第三学段都应采用质性和量化相结合,以质性描述为主的方式。第二学段的量化评价可以采用等级制的方式,第三学段的量化评价可采用百分制或等级制的方式,还可以通过设计开放式的问题进行评价;而质性描述则都可以采用评语的形式,将评价结果及时反馈给学生。无论是量化评价还是质性评价,都应将评价的关注点放在学生已经取得的进步和所具备的潜力上,同时还要使学生明确自己的不足和努力的方向,使评价结果有利于树立学生学习数学的自信心,提高学生学习数学的兴趣,使每一个学生都能得到成功的体验。

第四节 新课程理念下的非考试型评价

《标准》中指出:评价的主要目的是为了全面了解学生的数学学习经历,激励学生的学习和改进教师的教学;应建立评价目标多

元、评价方法多样的评价体系。对数学学习的评价要关注学生学习的结果,更要关注他们学习的过程;要关注学生数学学习的水平,更要关注他们在数学活动中所表现出来的情感与态度,帮助学生认识自我,建立信心。

正如前文所述,评价不等于考试,或者说,非考试型的评价方式应当在评价学生数学学习状况中占有一席之地。那么,适合新课程理念的非考试型评价主要有哪些呢,这里只粗略地介绍几种常见的方式,具体讨论将在后面几章相应给出。

一、表现性评价的含义和意义

与以往的学习相比,《标准》强调要通过学生的亲身体验和探究,来培养学生的创新能力和解决实际问题的能力。与之相适应,评价的内容和形式也要发生相应的变化。只凭一张考卷对学生进行评价的单一方式已经不能适应新课程的要求,必须在学生的学习过程中对他们进行多角度、多层次的全面评价。表现性评价是新课程实施中人们普遍关注的评价方式。

1. 表现性评价的含义

表现性评价有时也被称为“能力评价”、“绩效评价”或“真实性评价”,它兴起于20世纪90年代的美国。当时,传统的学生评价绝大多数都是纸笔测验或标准化测验,从而导致了学生死记硬背书本知识。但在信息化的时代,对于学生来说,实际操作、解决问题的能力才更为重要。在学生评定的发展中,如何评价学生实际操作的能力、解决问题的能力已成为现代教育面临的巨大挑战。于是,美国教育界构建了新的学生评定方法——表现性评价。它被 Stiggins 定义为“表现性评价为测量学习者运用先前所获得的知识解决新异问题或完成特定任务能力的一系列尝试,具体来说就是运用真实的生活或模拟的评价练习来引发最初的反应,由高水平评定者按照一定标准进行直接的观察、评判,其形式主要包括建构式反应题、书面报告、作文、演说、操作、实验、资料收集、作品展示。”

根据海曼(Herman)、阿斯伯杰(Aschbacher)、文特斯(Winters)的归纳,表现性评价具有以下六个特点:

(1) 评价时要求学生演示、创造、制作或动手做某事;

- (2) 要求激发学生高水准的思维能力和解题技能；
- (3) 使用有意义的教学活动作为评价任务；
- (4) 唤起真实情境的运用；
- (5) 人工评分、人工评判而不是机器评分；
- (6) 要求教师在教学和评价中担任新的角色。

由上述的描述我们可以看出,表现性评价的含义是:评价是学习的一部分,是不断发展变化的,成功或失败只能用学生在新的环境中应用知识和技能的能力的具体事实说明。

2. 表现性评价的意义

H. 加德纳指出:“除非评价是在真实领域和社会环境里进行,否则我们就要怀疑它能否准确地表现人类的智力成绩。”要明白表现性评价的意义,我们应当弄清楚下面这些问题:

(1) 教育的真正价值是什么?是在于学生在学校情境中的表现,还是在于学生在非学校情境中的表现,在于学生解决真实生活中真实问题的能力?

(2) 传统评价中的测验条目在多大程度上能体现出这种能力?

(3) 学生在测验中所得的分数对他们在未来真实生活中的表现有多大程度上的相似性与预见性?

(4) 评价的关注点应当是学生知道什么还是能够做什么?

(5) 在评价过程中学生的角色是什么?是被动的评价对象还是创造性的参与者?

在这里我们的观点是:儿童独特天分的产生往往来源于日常的生活事件、解决问题时所面临的挑战以及在自己的世界中追寻意义等。表现性评价包含一个真实的任务,即类似于某一具体领域的专家所面临的那些真实生活活动、表现(performance)或挑战,让学生展示出他们对必要学习的知识的掌握,其评价的关注点是学生能够做什么而不只是知道什么。学生的数学学习过程,是将新知识和已有的知识通过理解而形成联系的过程,学生是创造性的参与者。

现代认知心理学的研究表明,学生对学习内容的认知和学习,与其所发生的情境有着密切的联系。因此,现代认知理论与情境学习理论都强调学习的真实性、情境性。这种趋势同样反映在评

定中。当前,人们越来越倾向于认为,传统评价中那种鼓励的问题或测验条目缺乏与实际生活的相似性,学生在这种测验中所得分数对他们在未来真实生活中的表现很少有预见价值。例如,学生在测验中也许知道如何计算方程式,但却不知道如何处理非代数情境中的等量关系。教育的真正价值不仅在于学生在学校情境中的表现,更在于学生在非学校情境中的表现,在于学生解决现实生活中真实问题的能力。因此,评价问题的设计要具有真实性、情境性,以便考查学生对现实生活的领悟能力、解释能力和创造能力。

3. 表现性评价与传统评价的关系

评价发展的趋势之一就是评价方式综合化,它表现为运用定量分析与定性分析、相对评价与绝对评价、主观评价与客观评价等相结合来进行评价。由于教育评价手段与工具的局限性,教育活动和学习活动的复杂性和不确定性,不论单独采用哪一种方式评价教与学都有片面性,因此需将多种方式结合起来,将表现性评价与纸笔测验结合起来,相互弥补不足。

二、表现性评价任务的设计以及评价标准的制定

为了确定学生是否学到了某项技能,教师要设计一定数量且比较有意义的表现性任务,而不是大量的并不是很重要的任务。教师可以自己设计表现性任务,也可以在已有设计中进行选择,但教师选择和设计任务时要十分谨慎。一般来说表现性评价可以有如下形式:演示、实验与调查、科研项目。那么怎样来设计适当的表现性任务呢?我们可以借鉴 Younghans 提出的关于设计表现性评价的5个步骤:

(1) 确定评价的重点。真正的任务是什么?学生要成功地展示的知识、技能和过程是什么?

(2) 描述与任务相连的知识、技能和过程。

(3) 描述成功地完成任务的具体的、可观察的行动和过程。

(4) 决定多少级表现对任务来说是合适的。

(5) 决定格式。

下面是对一个环保专题探究活动的评价案例。

活动内容:

(1) 设计实验,探究哪些垃圾可能被自然降解,哪些垃圾不能

被自然降解。

(2) 在家长的帮助下收集和称量每天垃圾的总量。估算一个城市或乡镇每周生活垃圾的总量。

(3) 设计问卷,调查每个家庭对生活垃圾中可利用垃圾的处理方式,写出调查报告。

这个活动至少涉及生物、数学、语文三个领域内的知识与技能的考查,学生需要通过实验的方法,运用生物学的有关知识得出生活中某些垃圾的属性;活动的第二阶段考查数学中对数据的处理以及估算能力;最后还考查学生的写作能力来将事情叙述清楚,表达出来。将这样一个活动的全过程用文字的方式记录下来,用有关数据来证明自己从事整个活动的过程,放入成长记录袋,就可以成为证明学生对生物学知识的了解程度、数学估算能力、数据处理能力、动手操作能力、论文写作能力等多方面的证据。同时,还可以完成对学生的投入程度、兴趣态度等情感方面的考查。活动可以采取小组合作的方式,也可以独立完成,如果采取小组合作的方式,还可以反映学生的合作能力和交往技能。可谓一举多得。

对该活动的评价可以使用等级制,它可从以下几方面进行。

知识与技能

- 能准确使用生物学有关知识判断实验现象,并做出合理的解释;

- 估算过程和结果的合理性;
- 能够采取多种方式熟练处理和分析数据;
- 设计问卷合理、条理清晰;
- 调查报告论点鲜明、论据充分、论证合理,有说服力。

问题解决

- 能独立思考,提出自己的创见;
- 能在调查报告中提出垃圾处理方式方面的建议;
- 能够与同伴分工合作,并交流、分享成果。

情感与态度

- 对活动抱有很大的兴趣,有好奇心与求知欲;
- 在活动中积极主动,能够采取方法克服困难;
- 在调查报告中表现出对社区垃圾污染环境问题的忧虑。

此外,跨学科的内容,在给作品进行评定的过程中可以促进不同学科教师之间的交流和教师的专业能力的提高。

三、成长记录袋评价

教育评价伴随着一定体系的教育的产生而出现。早在战国时期的教育专著《礼记·学记》中就有关于考核制度的有关论述。隋朝确立的科举制度在中国延续了1300多年,对世界的考试制度都产生过深远的影响。20世纪初,以飞速发展的现代科技为背景,在美国产生了现代意义上的教育评价。最初是以口试的形式进行,但逐渐被笔试所替代。“教育测量之父”桑代克提出的“凡是存在的东西都有数量,凡有数量的东西都可测量”的理念,引发了教育测量运动的蓬勃发展,它以科学所崇尚的客观、量化为标志。对科学的盲目崇拜使人觉得量化的就是客观的、科学的、严格的。当然,数量具有很多优势:它给人以简明精确的特点,能够减少人的主观推论;更重要的是它能够用现代科技所提供的统计工具加以处理。量化范式下的标准化测验、常模测验一度成为世界范围内盛行的评价工具。在20世纪60年代后期人们开始对这些测验的方式进行反思和批判,认为量化的评价把复杂的教育现象简化为数字,往往丢失了教育中最有意义、最根本的内容,脱离了知识应用的实际背景,学生丰富多彩的个性、在各方面的发展和进步被抽象为一组组僵硬的数字,师生的主体性、创造性被泯灭,提供的只能是被歪曲的教育信息。于是在20世纪70年代相继出现了回应性评价、解释性评价、教育鉴赏与教育批评等质性评价模式,并逐渐影响到实践领域,出现了80年代中后期的“评定改革运动”。在这场运动中诞生了一系列新的评价方式和手段,成长记录袋评价便是其中一颗耀眼的明星。下面我们简单介绍一下它的含义及其理论基础。

1. 成长记录袋评价的含义

尽管成长记录袋在教育领域中的使用已经将近二十年的历史,并且有着广泛的应用,但它的定义恐怕跟使用它的人一样多。从一般意义上说,成长记录袋评价是通过在记录袋中系统地选择和收集学生作品,评价学生在知识、技能、情感态度方面的发展过程和结果,来展示学生在特定领域内一段时间的进步情况。它一

般包括学生参与选择的作品、选择的标准、评价的标准以及学生自我反思的证据。Pearl Paulsen 和 Leon Paulsen 的有趣描述是:“成长记录袋是在讲述一个故事……凡是有助于讲故事的任何事情都可以放进成长记录袋里。”需要说明的是,对于成长记录袋内究竟选择哪些内容,并没有硬性的标准,可以根据建立成长记录袋的目的、学科内容以及学生教师的实际情况由师生共同决定。

关于成长记录袋的作用,加德纳认为,成长记录袋评价是一种持续的、自然的评价形式,可以鼓励学生成为一个能意识到自己的学习与个人发展的主动学习者。通过承担学习结果的这人和对过程进行自我评价,可以激发学生改变自我、不断成长的内在动力,而不是迫于外界的赏酬与压力。

成长记录袋评价是从实践中涌现出来的一种评价手段,广大教师在教育第一线的教学和评价活动为它的发展和完善做了大量工作。没有实践证明的理论是空洞的,同样,没有理论指导的实践是盲目的。成长记录袋是在一定的理论影响下产生的,有着广泛的哲学和心理学基础,这些理论为成长记录袋的使用提供了理论指南。

2. 成长记录袋的理论基础

- 建构主义理论对成长记录袋评价的启示:要充分尊重学生的自主性

建构主义认为,学习是一个知识建构过程,本质上是质性的,具体表现为:

知识的掌握不仅仅是会与不会、正确与不正确的简单核定;

知识依赖于特定的认知情境;

解决问题时,需要综合运用多方面甚至跨学科的知识。

建构主义提供了认识学习与教学过程的一个新视角,即教师不是传递已有知识,而是帮助学生在个人经验基础上建构逐步深化的理解。建构新学习的关键是创设主动、合作、探究的学习情境,而学生成长记录袋恰恰反映出这样的特色。首先,学生成长记录袋的评分系统和评定内容需要师生共同讨论与设计,这样无形中就营造了一种自然、开放、平等、民主的学习情境;其次,成长记录袋里的作品需要学生自主选择;最后,它强调自评的作用,充分尊重学生的自主性。这样一种评价方法就从学生被动的反应转向

积极主动地参与,学生以成长记录袋的方式主动展示了自己所知道的和所能够做的。

- 多元智能理论对成长记录袋评价的启示:要充分张扬学生个性

美国发展心理学家加德纳的多元智能理论认为,人的智力由逻辑数学智力、语言智力、空间智力、音乐智力、身体运动智力、人际关系智力、内省智力、自然智力和存在智力九种成分构成,九种智力在每个人身上以不同的方式、不同的程度组合存在,使得每个人的智力各具特色。作为一位老师,你会发现,每个学生在知识背景、学习方式、能力倾向等各方面都是有差异的,有的学生性格内向,不善辞令,但他(或她)做事认真,作业整洁;有的学生上课喜欢讲话,偶尔粗心马虎,但这类学生往往思维敏捷;还有的学生在校内成绩平平,但在工作上却大有作为……因此,每个学生都是可造就的。教师应当抱着积极、负责的态度从多角度来观察、评价和引导学生,发现并发展他们的潜能,积极创设机会和条件,让学生的潜能以最佳状态发挥出来。成长记录袋就是这样一种展现学生成就、张扬学生个性、发展学生个性特征的评价方式。

- 元认知理论对成长记录袋评价的启示:要注重自我反思能力的培养

“元认知”这一概念是美国心理学家弗拉维尔于1976年在《认知发展》一书中提出的,他认为元认知是“反映或调节认知活动的任一方面的知识或认知活动。”通俗地说,元认知就是对认知自身进行反思的一个知识系统,即对认知的认知。元认知结构包括三个方面:元认知知识、元认知体验和元认知监控。这三个因素相互联系,彼此作用。成长记录袋评价方法要求学生经常性的对自己的作品进行知识运用、方法策略、情感体验等各方面的反思,对培养学生反思能力具有很好的作用。而当代认知心理学用元认知这个术语来代替反思这个概念,元认知理论深化并拓展了反思的观念,不仅使反思的内涵与步骤更加清晰,并且更容易理解与把握,使反思由过去单纯的心理现象变成一种实践行为,直接在实践中发挥作用。

四、苏格拉底式研讨评定

1. 含义和价值

苏格拉底式研讨是芝加哥哲学研究所所长阿德勒的工作成果,这种国际上正在兴起的表现性评价形式,是把学生在“班级参与”和“课堂讨论”中的表现作为学生学业成绩评定的一个部分。但对于班级参与和课堂讨论形式和实质,它都有一些特别的要求,其中最根本的,就是要让学生学会更有成效地思考并为自己的见解提出证据。它与古希腊伟大哲人苏格拉底所创造的“精神助产术”有着共同的见地和追求。它在国际课程领域呈现出多姿多彩的实施形式,发挥着多样化的教育功能。不管在单一学科领域还是跨学科领域,苏格拉底式问题研讨是评价学生技能和进步的有力的反馈工具。除此之外,它还为学生的自我评定提供了一种良好、积极的媒介,特别是通过观看问题研讨的录像带,学生可以对自己的表现进行评定,从而看到自己哪方面强一些,哪方面还需要着力改善,并确定可行的提高目标。“研讨法最本质的要求是让学生学会更有成效地思考并为自己的见解提出证据。”

2. 苏格拉底式研讨评定的具体步骤

● 明确教育结果

教师要明确地知道学生应该知道哪些东西以及在研讨过程中和研讨后学生能做的事情。通过苏格拉底式研讨法要考查学生哪些方面的能力,事实上,很多批判性思维技能可以通过问题的研讨、文本的分析、观点的综合、概念的判断、推理的思考等逐渐形成,还可以通过应用、分析等表现出对概念、法则、定理、公式的理解。学生能够为自己的作业找到清晰的参考资料吗?能够用证据支持自己的主张吗?能够相互提出具有挑战性的问题吗?能够在研究作品的字里行间中发现更深层的意义吗?苏格拉底式问题研讨正是找出答案的途径。这种评定方法注重评价如何才能实现这些结果,而不是像传统评价一样只是把目标作为评价的标准。

● 选定研讨采用的文本

《标准》强调应当让学生在活动中获得经验和体会,强调活动中的合作和交流。因此,有效地倾听别人的意见、有条理地表达自己的观点、顺利与同伴合作也是初中生应当具备的能力。为了深

入细致的研讨,教师要精心选择讨论的文本,可以是对某一数学定理的理解和应用的讨论、数学建模问题,也可以选择跨学科的文本。

- 教师提出一个起始问题

苏格拉底式问题研讨也是始于教师提出的某一问题,这个问题应当是有吸引力的,能引起学生的兴奋,从而在学生中间引起连续的“知识互动”,也就是使他们开始基于彼此对所研究材料和写作题材的贡献建立联系。格雷关于起始问题建议如下:它们确实起因于引导者(教师)的好奇心;它们可以产生对话,从而引起对文本中思想观念更深广的理解;它们可由文本的参考资料做出最好的回答。

- 选择记录研讨过程的方式并设计简明的记录表

传统的课堂讨论大多是以教师为中心进行的,教师同时肩负讨论主题的提出、引导讨论方向甚至是决定由谁发言、如何发言等多重重任。所谓的“讨论”,实质上成为教师让学生对教师的话做说明注解,这样的讨论很难让学生有所创造、有所创见。而苏格拉底式研讨法却要打破这种一言堂的局面,给学生提供真正的表现机会,教师在讨论中的作用是使讨论沿着有成效的路线进行下去,这主要通过稳定情势、指导、纠正、引领和像一名学生那样进行争论等手段。

此外,由于以往对讨论过程缺乏客观的记录,教师往往是根据自己的主观感受和记忆来进行。而在苏格拉底式研讨评定中,当教师以“旁观者”和“学生”的身份参与时,就有必要设计简明的记录表来详细记录、客观反映研讨进程,记录表是进行评定的客观基础,通过一系列研讨记录的分析、对比,就可以对学生在各种教育结果上的成绩做出判断。

- 以多种方式完成评价

“正如研讨法可用来实现不同教育结果一样,其本身也能以不同方式来完成,有些学校把苏格拉底式研讨评定作为学生在毕业时学业展示的一部分,有些学校把它作为课堂评定的工具,还有些学校把它当作‘结业’学业展示,以使接受更高级水平的学校教育。”

关于苏格拉底式研讨评定可以参见案例1。

【案例1】

有三个学生 A、B、C 各扔了 5 个石子,结果分别如图 1-1 的 (1)、(2)、(3) 所示,在这个游戏中谁的石子离散程度最小,谁就获胜。请你说明谁能获胜,你的理由是什么?

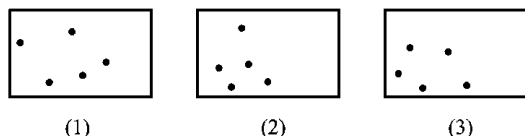


图 1-1

教师给学生提供的是一个具有实际背景的开放型问题文本,要求学生将石子离散程度量化。学生可以有多种测量方法:测量两点之间最长线段的长度;测量连接各点所成多边形的边长;测量多边形的面积;测量所有两点间线段长度之和;测量包含所有点的最小圆的半径;测量从某一固定点到其他各点距离之和等等。由于这个问题有很大的开放性,学生对这一问题可以各抒己见,教师可以在学生讨论的过程中考查学生对离散程度概念的理解、测量和计算面积的方法选择等基础知识,最重要的是学生在这一过程中表现出的思维的灵活性、广阔性和批判性,以及合作交流的能力。

五、专题作业

所谓专题作业,不是以学习和掌握系统的学科知识为目的,而是以解决实际问题为目的,以培养和考查学生综合运用知识解决问题的能力、创新精神和实践能力为目的。专题作业包括调查报告、研究论文。在相信孩子具有同成人一样的独立研究、独立动手和思考能力的前提下,给学生提供机会,让他们运用所学知识探究身边所发生的现象,解决身边发生的问题。这种方法在美国许多学校都有广泛的应用。学生将他们的调查、研究结果以报告、论文的形式显示出来,这本身是一项复杂的探索,同时也是学习的过程:收集资料、阅读、寻找信息、分析汇总资料、确定观点、组织文章

等等。学生的个性化特征也从中表现出来。

具体实施过程：

- 选择研究题目

学校列出可供选择的一系列专题作业,学生根据自己的兴趣爱好、研究条件进行选择,也可以自己另选题目。创新精神与实践能力的需要在具有创新特点的实践活动中加以培养,因此,活动方向的选择十分重要。

- 调查研究阶段

根据活动的特点规定调查研究的时间,一般较长,从几周到几个月不定。鼓励学生采取多种方式多种途径查取尽量详实、真实的资料,并对资料进行取舍。在这个过程中学校可以调动社区、家长为学生的活动提供条件。学生可以独立完成调查研究,也可以成立小组进行合作。这个过程中可以展现学生多方面的能力特征和情感倾向,如学生是否积极投入并始终如一地坚持,遇到困难能够及时采取措施予以解决,能否与小组成员愉快合作交流;有没有学以致用等等。

- 书面总结

在占有足够多资料后,学生必须撰写出调查报告或有关研究论文,向学校和老师报告其研究的方法、研究的过程和结果。这里需要学生有一定的写作能力。

对于这个活动的评价,学校和教师应当事先拟定出评价标准,并在活动开始之前就让学生明确知晓有关规定。评价时可参考案例2。

【案例2】

对南京市各大银行的类别及业务经营范围、存款利率等进行调查,写一篇关于工薪阶层存款方式或理财方式的调查报告。

评价标准：

(1) 情感态度 对论题抱有很大的兴趣,并能积极投入其中,能主动克服遇到的困难并及时解决。

(2) 知识技能：

- 采取多种方式、多种渠道收集汇总资料；
- 能对资料进行适当取舍；

- 综合运用所学各学科知识 ;
- 语言技能 :语句通顺 ,论证有力。

如果以完整的教学过程作为思考问题的背景 ,那么评价无疑是其中的一个环节 ,特别是形成性评价。事实上 ,任何一个形成性评价都服务于某一个(些)特定的教学目标 ,例如实际教学过程中的章(节)测试、期中(末)考核等。而这样的教与学活动都受许多特定的客观因素制约 ,包括 :教学内容、学习者的心理与经验特征、教师的专业能力水平、专业倾向和教学期望、教与学的技术成分、教学活动的氛围……因此 ,对形成性评价的研究大多与具体教学活动相联系。

相比之下 ,终结性评价则更多地与课程目标相联系 ,或者说 ,它多半是服务于课程实施本身 ,对它的设计与研究应当超越某些具体的教学行为的限制 ,而更多地以“ 课程标准 ”为依据 ,以新的评价理念作为指南。例如 :初中生学业考试、高中生学业考试 ,都应当以相应的“ 课程标准 ”作为评价的基本依据。而高中招生考试、高等学校入学考试则相应学校的培养目标和学业特征作为评价的主要依据。

本书所研究的评价既包括形成性评价、也包括终结性评价。其中 ,讨论形成性评价时都指向具体的教学内容、对象和环境 ;而对终结性评价的研究都以教育部颁布的《义务教育阶段数学课程标准》(实验稿) ,教育部《关于积极推进中小学评价与考试制度改革的通知》,《2004 年基础教育课程改革实验区初中毕业生数学学业考试命题指导》等文件作为基本依据。

主要参考文献

- 1 中华人民共和国教育部. 数学课程标准(实验稿). 北京 :北京师范大学出版社 ,2001
- 2 Ellen Weber. 有效的学生评价. 国家基础教育课程改革“ 促进教师发展与学生成长的评价研究 ”项目组译. 北京 :中国轻工业出版社 ,2003
- 3 Robert L Linn ,Norman E Gronlund. 教学中的测验与评价. 国家基础教育课程改革“ 促进教师发展与学生成长的评价研究 ”项目组译. 北京 :中国轻工业出版社 ,2003

- 4 新课程实施过程中培训问题研究课题组. 新课程与评价改革. 北京 :教育科学出版社 2001
- 5 波帕姆. 促进教学的课堂评价. 国家基础教育课程改革“促进教师发展与学生成长的评价研究”项目组译. 北京 :中国轻工业出版社 2003
- 6 钟启泉 ,李雁冰. 课程评价论. 上海 :上海教育出版社 2002
- 7 赵德成. 成长记录袋在大规模、高利害评价中的应用. 教育理论与实践 2003(8)
- 8 张莉莉. 质性评价的有效尝试 :通过学生成长记录袋实现评定的发展性功能. 比较教育研究 2003(1)
- 9 王小明. 表现性评价 :一种高级学习的评价方式. 全球教育展望 2003(11)
- 10 马云鹏. 数学教育评价. 北京 :高等教育出版社 2003
- 11 徐勇 ,龚孝华. 新课程的评价改革. 北京 :首都师范大学出版社 2001

第 2 章

数学学业考试研究

- 中考命题回顾
- 数学学业考试试题研究

自2001年数学课程改革以来,《标准》对于中小学数学教学产生了很大的影响,无论是在教材编写、教学实践,还是学习评价等方面。特别地,《标准》针对义务教育阶段学生数学学习评价工作,提出了具体的“评价建议”,其中着重阐述了在新课程的理念之下,数学学习评价的基本意义、主要的评价指标、评价方式等(详见第1章)。在此基础之上,教育部“初中毕业生学业考试命题”(数学)研制组还专门起草了《2004年基础教育课程改革实验区初中毕业生数学学业考试命题指导》(下简称《指导》),对于新课程实验区的初中毕业生数学学业考试命题工作提出了许多具体的建议。本章以《标准》和《指导》为基础,着重研究在数学学业考试,特别是书面形式的考试中,如何在评价指标、命题原则、考试内容、试题形式、评分标准等方面,体现《标准》和《指导》的基本理念与要求。

第一节 中考命题回顾

在系统探讨上述各方面问题之前,我们需要对近年来全国“中考”(即初中毕业、升学考试)的数学学科试卷状况做一个简单的回顾,以期使大家对目前数学“中考”命题情况有一个概要的了解,也为后面的研讨构建一个现实的基础。

自2000年以来,教育部为了促进义务教育阶段课程改革的实施,推进初中毕业、升学考试改革,以教育部基础教育司发布的《关于2000年初中毕业、升学考试改革的指导意见》为启动标志,在全国范围内连续开展了对各学科“初中毕业、升学考试”的管理和试卷评价工作。工作重心在于评估各“中考”命题单位在命题程序、审题程序、考试管理、自我评价,以及试题特征和试卷结构等方面的工作质量。

下面的论述主要侧重于对试题与试卷的改革状况分析,文中的例题基本来自《全国初中毕业、升学考试评价报告(2001—2003年度)》。

一、命题思路方面的改革

设计一道试题的基本立意,本质上决定于命题者的命题思路。因此,命题思路方面的改革是试题改革的最基本方面。而命题思路方面的改革通常包括以下几个主要方面:

首先是“评价指标”方面的变革,它主要表现为:从以往单纯考核学生在基础知识、基本技能方面的掌握情况,解题技巧、解题方法等方面的熟练程度,到同时关注学生对数学核心内容的理解、基本数学技能与思想方法的掌握和运用情况,应用数学知识、方法解决问题的能力等等;

其次是“评价重心”与“试题呈现方式”的变革,它主要表现为:从以往的偏重考核解决形式化数学问题的技能、能力,到同时关注对重要数学知识与方法的理解,运用数学知识与方法解决问题能力等方面的考查;试题的载体与呈现方式也由清一色的数学素材、形式化表述而转为多样化的形态,这些变革在近几年的中考试卷方面所带来的变化是非常明显的。以下仅从三个方面对这些变革加以阐述。

1. 考试内容

考试内容是体现评价的基本理念和命题的基本思路最直接的部分。近几年来,各地的中考试卷在这一方面的变化是极为明显的:首先,考试内容由过去的集中于考查学生在基础知识、基本技能方面的掌握情况,运用解题技巧与方法解决常规问题的熟练程度,转向对数学核心内容的理解、对基本数学技能与思想方法的掌握和运用情况、基本的数学思维能力等方面的考查。

例1 观察下列图形,并阅读图形下面的相关文字:

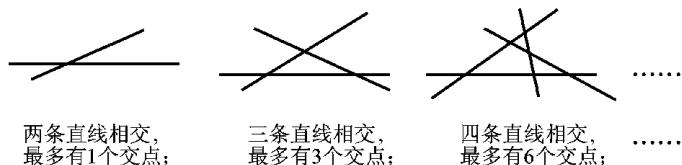


图 2-1

像这样,十条直线相交,最多交点的个数是()。

- (A) 40 个 (B) 45 个 (C) 50 个 (D) 55 个

评:本题要求学生观察两条、三条、四条……直线相交的情况,特别是所形成的交点个数的排列规律,找出在不同情形下所得交点个数最多时的图形特点,猜想出十条直线相交时问题的结论。其主要评价指标已跳出单纯的基础知识与基本技能,而着重于对图形敏锐的观察力,对数字排列规律的探究能力,对形成交点个数的实质性条件的把握能力等。这是一个很好的评价学生从事数学探究性活动能力的试题。

例2 小明家距离学校3千米。星期一早上,小明步行按每小时5千米的速度去学校,行走1千米时,遇到学校接送学生的班车,小明乘坐班车以每小时20千米的速度直达学校。则小明上学的行程 s 关于行驶时间 t 的函数的图像大致是()。

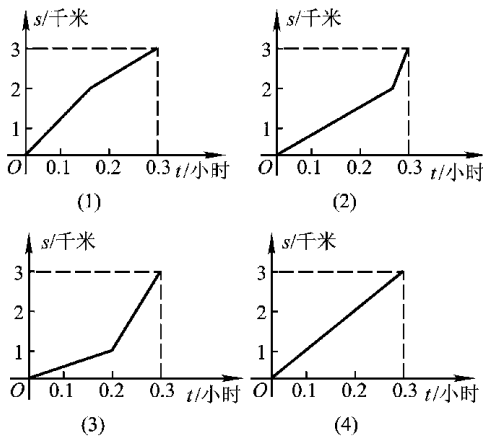


图 2-2

评:作为一个应用性试题,本题的主要评价指标已经脱离了以往单一的“考查学生应用数学知识解决现实问题”的框架,而是首先关注学生“将生活中的实际问题经过抽象、转化,建立恰当的数学模型”的能力的评价,随后才是评价他们“根据对数学模型的解而获得原问题的解”的能力的评价,这显然是对应用意识与能力评价的新思路。本题的设计取材于学生熟悉的生活中的问题,既考查了学生对数形结合思想与方法的理解和应用能力,以及处理图像信息的能力和建模水平,又考查了他们对一次函数基础知识

的掌握情况。本题是一个改革评价内容较为成功的试题。

可以感受到的是,近几年来,对于评价内容的改革,已经不仅仅停留在“考点”的变化上,即使是对以往熟悉的“传统性考点”的处理,也在试题编制的思路方面有了非常明显的改进。

例3 如图2-3(1),已知 $\odot O$ 和 $\odot O'$ 都经过点A和点B,直线PQ切 $\odot O$ 于点P,交 $\odot O'$ 于点Q、M,交AB的延长线于点N。

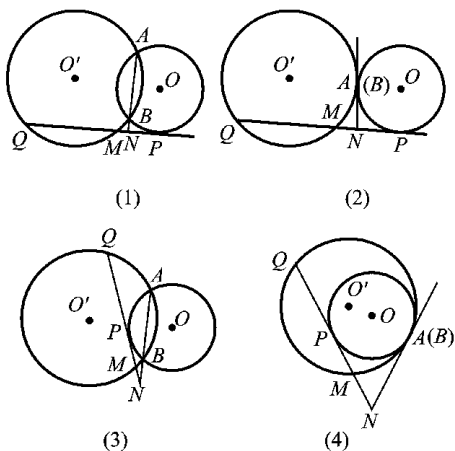


图 2-3

(1) 求证 $PN^2 = NM \cdot NQ$ 。

(2) 若 M 是 PQ 的中点, 设 $MQ = x$, $MN = y$, 求证 $x = 3y$ 。

(3) 若 $\odot O'$ 不动, 把 $\odot O$ 向右或向左平移, 分别得到图 2-3 (2)、(3)、(4), 请你判断(直接写出判断结论, 不需证明):

① (1) 题结论是否仍然成立?

② 在图 2-3(2)中, (2) 题结论是否仍然成立?

(4) 在图 2-3(3)、(4)中, 若将(2)题条件改为: M 是 PN 的中点, 设 $MQ = x$, $MN = y$, 则 $x = 3y$ 的结论是否仍然成立?

评: 本题是现行义务教育三年制初中几何教材中的一个练习题经拓广、挖掘而成。试题设计了一个动态变化过程的生动背景, 要求考生运用“变与不变”的辩证观点去观察图形中的“动与静”现象, 经历探索、类比、发现、推理等活动, 从而获得结论。问题的提出具有启发性, 引导学生从对静态的几何图形中证得的等积式

的反思出发,运用设辅助参数、列方程、进行等式变形等方法探究问题的结论,使得学生在解决问题的过程中,表现出自己对相应数学思想、方法的掌握情况。本题是一个考查学生理解知识和掌握方法等方面的较好试题。

由此可见,以一种“动态”的观点,重新审视学生的学习内容、设计试题,可以使我们对学生在知识、方法、能力等方面的学习状况获得更多的了解,包括基本的几何图形性质与证明技能的掌握情况、分解图形的方法、对图形性质的直觉与概括能力等等。

2. 试题素材

与此同时,承载试题的素材也有很大的改进,即由单一的纯数学情境改为多种情境并举,以突出对学生理解数学知识的水平、建立数学模型的能力的考查。

作为数学学科考试,中考数学试题的背景历来以数学情境为主,甚至可以说基本都是数学情境。但近年来,随着数学教育研究的进展,随着考试改革的推进,试题的背景和素材(不仅仅是应用性试题)越来越显现出多样化趋势:首先是生活化的情境出现在试题里,随后,其他学科研究的问题或现象也陆续登场。其基本原因就在于体现《标准》所倡导的“数学内容应当是现实的”这一基本理念。由此就体现了对评价指标认识的变化:数学学习成功的标志不能仅仅局限于能否高水平地处理“纯粹”的数学问题(解方程、证明几何定理等)。换言之,数学教育不能再被视为“斩头、去尾、烧中段”式的活动。用数学的眼光认识现实、运用数学知识与方法解决问题更应当作为重要的教育目标。这使得“建立数学模型”的能力被纳入评价的视野,它也直接导致了试题背景、素材的“非数学化”。

例4 如图2-4,一辆汽车在直线形的公路AB上由A向B行驶,M、N分别是位于公路AB两侧的村庄。

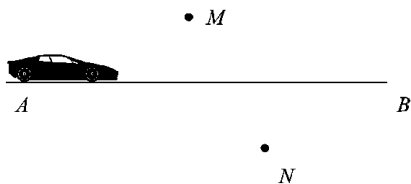


图2-4

(1) 设汽车行驶到公路 AB 上点 P 位置时, 距离村庄 M 最近; 行驶到点 Q 位置时, 距离村庄 N 最近。请在图中的公路 AB 上分别画出点 P、Q 的位置(保留画图痕迹)。

(2) 当汽车从 A 出发向 B 行驶时, 在公路 AB 的哪一段路上距离 M、N 两村庄都越来越近? 在哪一段路上距离村庄 N 越来越近, 而离村庄 M 却越来越远?(分别用文字表述你的结论, 不必证明。)

(3) 在公路 AB 上是否存在这样一点 H, 使汽车行驶到该点时, 与村庄 M、N 的距离相等? 如果存在, 请在图中的 AB 上画出这一点(保留画图痕迹, 不必证明); 如果不存在, 请简要说明理由。

评: 显然, 学生对问题中所牵涉到的数学概念、性质的掌握情况, 以及分析问题中所隐含的数学关系的能力, 是考查的重点。在此意义之下, 试题原本是可以以一个纯粹的几何问题的形式来出现, 但这样一来, 就几乎无法考查学生对诸如“距离”、“最大”与“最小”等基本概念的理解水平; 而且也失去了考查学生运用数学语言、符号表述现实问题能力的机会, 而试题现在所采用的素材则恰到好处地给学生提出了这几方面的考查要求。

例 5 下面由火柴棒拼出的一列图形中, 第 n 个图形由 n 个正方形组成, 通过观察可以发现:

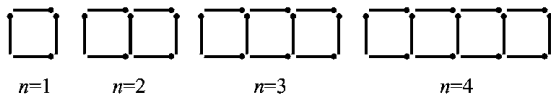


图 2-5

① 第 4 个图形中火柴棒的根数是_____;

② 第 n 个图形中火柴棒的根数是_____。

评: 火柴是考生接触最广泛的材料之一, 而游戏更是学生所乐于从事的活动, 事实上, 许多游戏中都蕴藏着非常丰富的数学内涵。一个学生如果能够应用数学的眼光去观察世界, 那么, 在许多看似平淡无奇的现象(问题)中就都能够观察到精妙的数学。这样的评价一方面可以考查学生理解数学、运用数学的能力, 也有益于引导学生在玩中学数学, 用数学的眼光去审视游戏, 其教育价值非常之大。

当然, 编制这一类试题所面临的挑战性也是很明显的。首先,

能够找到一个合适的“非数学”题材用来承载所要评价的数学主题,其本身就不容易,而将这个题材用一种学生喜闻乐见的形式表达出来就更难了。事实上,在编制这一类试题的具体操作过程中还应考虑到不能够使学生由于阅读上的障碍而导致解题发生困难。令人高兴的是,近几年来,这一方面的进展是显著的。

例6 如图2-6所示,公路MN和公路PQ在P点处交汇,且 $\angle QPN = 30^\circ$,点A处有一所中学, $AP = 160$ 米,假设拖拉机行驶时,周围100米以内会受到噪声的影响,那么拖拉机在公路MN上沿PN方向行驶时,学校是否会受到噪声影响?并说明理由。如果受影响,已知拖拉机的速度为18千米/小时,那么学校受影响的时间为多少秒?

评:拖拉机(或汽车)是一种学生所熟悉的交通工具,以其为背景,可增加试题对学生的亲和力,并让学生亲身了解其产生的噪音所带来的危害性,体现出《标准》所倡导的“数学内容应当是现实的”这一基本理念。不仅如此,由于试题的素材是非数学的,所以可以考查学生构建直角三角形,处理图形与数据的关系的能力。

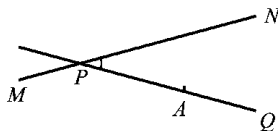


图2-6

例7 下面是同学们玩过的“锤子、剪子、布”的游戏规则:游戏在两位同学之间进行,用拳头表示“锤子”,用食指和中指表示“剪子”,伸出手掌表示“布”,两人同时口念“锤子、剪子、布”,一念到“布”、“锤子”或“剪子”时,同时出手掌或其他相应的手形,“布”赢“锤子”,“锤子”赢“剪子”,“剪子”赢“布”。

现在我们约定:“布”赢“锤子”得9分,“锤子”赢“剪子”得5分,“剪子”赢“布”得2分。

(1) 小明和某同学玩此游戏过程中,小明赢了21次,得108分,其中“剪子”赢“布”7次。聪明的同学,请你用所学的数学知识求出小明“布”赢“锤子”、“锤子”赢“剪子”的次数。

(2) 如果小明与某同学玩了若干次,得了30分,请你探究一下小明各种可能的赢法,并选择其中的三种赢法填入下表。

赢法一

	“布” “赢” “锤子”	“锤子” “赢” “剪子”	“剪子” “赢” “布”
赢的次数			

赢法二

	“布” “赢” “锤子”	“锤子” “赢” “剪子”	“剪子” “赢” “布”
赢的次数			

赢法三

	“布” “赢” “锤子”	“锤子” “赢” “剪子”	“剪子” “赢” “布”
赢的次数			

评：以学生的游戏作为试题的素材，使得试题的设计形式与内容具有较强的趣味性，是一个新的、有益的思路。它使得学生在考试过程中的情绪得以放松，思维的创造性、灵活性得以充分地发挥。而且第(2)个问题的背景相当清晰，目标又具有一定的探究性，答案并不确定，更有助于考查学生的观察力、探究能力和创新意识。

3. 评价重心

以往的中考试卷中，“压轴题”，或者说难度最大的试题（难度系数通常在0.2以下）往往是几何证明题，而一张试卷里占分值最多的也往往就是几何试题（特别是几何证明题）。这其中既有初中数学课程自身的因素（几何课程比例较大），但更多的原因则是由于几何证明题很容易“难倒”考生——曾几何时，拥有一个“管用”的技巧，找到一条恰当的辅助线，用上一个合适的引理……成就了多少考生梦寐以求的升学之道，更断送了多少学子的升学之梦。

而在近年中考的试卷里，这种不合理的状况有了很大的改善：“压轴题”的题材不再局限于几何证明题，至少不再是偏重于考查学生能否成功运用某些特定技巧的试题。

例8 移动分公司推出一种新的移动电话通话费计算方式，标准是：每月缴月租费20元，通话费0.2元/分（包括打出和接听）。该公司最近推出两个优惠服务项目：

项目A 接听电话1元包月，即一个月仅收1元的接听电话通话费，其他收费不变；

项目 B :缴 60 元打 90 元 ,缴 100 元打 200 元 ,即例如缴 100 元 ,一个月内最多可使用 200 元(含月租费和通话费) ,超过 200 元的部分仍按 0.2 元/分实收。

(1) 小张某月打出电话的通话时间为 240 分钟 ,打入(接听)电话通话时间为 180 分钟 ,请分别按项目 A、项目 B 计算他应缴的费用各是多少?

(2) 李先生每月打入电话和打出电话的通话时间相同 ,设他每月打出电话通话时间为 x 分钟 ,按项目每月应缴费 y_1 元 ,实行优惠前每月应缴费 y_2 元 ,写出 y_1 、 y_2 关于 x 的函数关系式 ;在实行优惠服务前李先生每月所缴手机话费在 130 元至 200 元之间 ,试就不同的通话时间选择哪一个优惠服务项目费用更低?

评 :该题是一道函数应用题 ,从命题者的立意来看 ,意在突显数学与现代社会、与学生生活实际相结合。这样可以使学生的数学学习活动具有生气与活力 ,可以使学生感到数学就在他们的身边 ,有趣而又有用。同时 ,本题还可以考查学生在抽象转化能力、数学建模能力方面的发展情况。

但同时也必须看到 ,现阶段的初中学生 ,他们在数学学习过程中较少地将数学与生活经验相结合 ,所以对试题的背景不太清楚 ,只有借助较长的文字叙述去理解题意 ,这就造成阅读量很大 ,使得考生在阅读理解方面产生困难。

例 9 将一张长方形纸片对折 ,可得到一条折痕 ,继续对折 ,并且对折时保持每次的折痕与上次的折痕保持平行 ,那么 ,对折 n 次后得到的折痕条数是(用含 n 的代数式表示)_____。

评 :该题的立意是考查学生从事数学探究活动的基本能力。即试图让学生在自主探索的过程中 ,通过操作试验、归纳猜想 ,得出所存在的规律。实践表明 ,对于没有从事过此类试题求解的学生而言 ,它是一个难度较大的试题 ,但这里的“难度”指向正是我们所关注的基本而又重要的数学能力。

上面的讨论表明 :我们的命题工作对“评价指标”、“评价重心”与“试题呈现方式”的看法正在改变。

二、试题类型

上述命题思路的变革对试题类型的变化所产生的影响 ,犹如

给命题人员新开了一扇窗户,从中望去,我们看到了许多新颖、合理而又需要完善的试题类型。这些新的题型在近几年的中考试卷中逐渐地从无到有,从零星到常见,让人明显地感受到了中考改革的气息。

以下我们将分类讨论各种题型。需要指出的是,这里的分类方式存在明显的不严格之处,它只是出于方便阐述,特别是出于对实际层面的操作性需要的考虑而给出的。

1. 探究性试题

证明一个结论的正确与否是我们比较熟悉的“典型”数学题,但结论本身从何而来,却是学生少有接触的事情,以至于许多学生天真地认为数学问题都已经装在数学老师、数学家的头脑里、或写在数学书籍里。也默认自己的任务就是确认或记住那些由别人提出的数学命题。而探究性试题的出现则可说是对这种错误观念的一种显著冲击,给数学教学带来了一种全新的理念。

当然,严格说来,这一类试题的出现由来已久,但大都偶尔见之,而其真正成为在中考的试卷里能够经常见到的一种题型,不过是近几年的事情。

例 10 已知一三角形纸片 ABC (图 2-7), 面积为 25, BC 边的长为 10, $\angle B$ 和 $\angle C$ 都为锐角, M 为 AB 边上的一动点 (M 与点 A, B 不重合)。过点 M 作 $MN \parallel BC$, 交 AC 于点 N 。设 $MN = x$ 。

(1) 用 x 表示 $\triangle AMN$ 的面积 $S_{\triangle AMN}$;

(2) 将 $\triangle AMN$ 沿 MN 折叠, 使 $\triangle AMN$ 紧贴四边形 $BCNM$, 边 AM, AN 落在四边形 $BCNM$ 所在的平面内, 设点 A 落在四边形 $BCNM$ 内的位置为 A' , $\triangle A'MN$ 与四边形 $BCNM$ 重叠部分的面积为 y 。

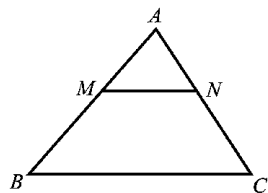


图 2-7

① 试求出 y 关于 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

② 当 x 为何值时重叠部分的面积 y 最大, 最大为多少?

评: 本题极好地体现评价学生探究意识和能力的意图: 一方面, 它需要学生从事操作性探究活动, 并将活动的过程用数学语言、符号表达出来; 另一方面, 还需要学生通过分析相应数学表达式中所蕴涵的数学关系, 获得对问题的一种数学猜想。

这类试题的出现,乃至常见,正是由于大家对改变传统评价指标现象的一种认同,即传统意义上的“双基”和“解题”不能够组成全部的评价指标,一些重要而基本的数学活动能力,例如探究性能力,应当被纳入评价视野。

从此类试题的发展过程来看,改进的重心大都集中于如何才能评价实质性的“探究能力”。

在实践过程中,初级阶段的探究性试题对“探究能力”的考查只停留于表层,例如:

$$\text{观察下列各式 } 1^2 + 1 = 1 \times 2,$$

$$2^2 + 2 = 2 \times 3,$$

$$3^2 + 3 = 3 \times 4,$$

.....

请你将猜想到的规律用自然数 $n(n \geq 1)$ 表示出来_____。

评:本题所关注的主要评价目标是学生的语言转换能力——将用特殊符号(具体数字)所表达的对象转换为用抽象的数学语言(一般项 n)来表达。其间需要对表达式做一些简单的归纳,但由于关系过于明显,失去了考查归纳推理能力的作用。这样的试题出现于编制探究性试题的初级阶段。

随着研究的深入,较为适宜的试题开始出现,一方面,它们的题材、领域都较为广阔,呈现出一种多样化的趋势;另一方面,试题中所蕴涵的数学规律较为深刻,有利于考查学生探索数学规律的能力。

例 11 操作:在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC = 2$, $\angle C = 90^\circ$, 将一块等腰直角三角板的直角顶点放在斜边 AB 的中点 P 处。将三角板绕点 P 旋转,三角板的两直角边分别交射线 AC 、射线 CB 于 D 、 E 两点。图 2-8(1),(2),(3) 是旋转三角板得到的图形中的其中三种。

探究:(1)三角板绕点 P 旋转,观察线段 PD 和 PE 之间有什么大小关系?它们的关系为_____。并以图 2-8(2)为例,加以证明。

(2)三角板绕点 P 旋转, $\triangle PBE$ 是否能成为等腰三角形?若能,指出所有的情况(即求出 $\triangle PBE$ 为等腰三角形时的 CE 的长);若不能,请说明理由。

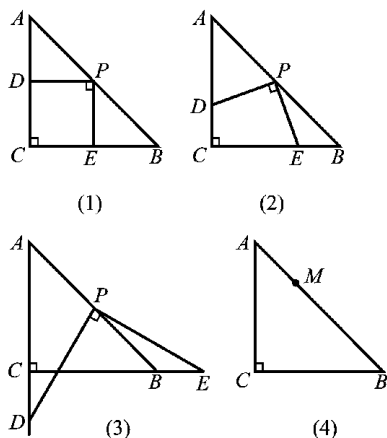


图 2 - 8

(3) 若将三角板直角顶点放在斜边 AB 上的 M 处, 且 $AM:MB=1:3$ 和前面一样操作, 试问线段 MD 和 ME 之间又有什么关系? 请直接写出结论, 不必证明。(图 2 - 8(4) 供操作、实验用。) 结论为: _____。

评: 本题从 $\triangle ABC$ 的旋转现象出发来构造问题, 问题的难度层次分明, 逐级递进, 引导学生一步步地深入思考; 同时, 学生在解决试题所提出的问题过程中, 可以表现出自己在从事观察、数学表达、猜想、证明等方面活动的基本能力; 或者说, 他们从事数学探究性活动的基本能力可以在这一个试题的求解过程中得到较为全面的展示, 自然也就利于我们对学生相关方面的发展做出比较客观的评价。

2. 操作性试题

尽管对初中学生而言, 动手操作并不是数学活动的主要形式, 但却是一种有效的形式, 而且在从事一些特定内容, 例如几何图形性质的探索时经常被使用到。若上升到一般的科学方法意义上来看, 则其与物理、化学、生物等学科的活动方式又具有很高的一致性。

在考试中对这一类数学活动方式的关注是近年来刚刚开始, 而在初中毕业(数学)考试中, 这样的试题更是一种新的题型。特别值得注意的是, 这类试题的命题基本思路正在发生较大的变

化:从以单纯考查学生对特定的概念、技能掌握情况为主,到突出对学生在操作过程中所表现出来的数学理解水平、数学探究能力、数学表达能力等重要评价指标的考查。

例12 现在需要测量一个圆形井盖的直径,如图2-9,但只有一把角尺(尺的两边互相垂直,一边有刻度,且两边长度都大于井盖半径)。请结合图形、文字说明测量方案,写出测量的步骤(要求写出两种测量方案)。

评:这是一道考查学生运用数学知识于动手操作活动能力的试题。所用到的数学知识主要是与圆有关的一些基本事实。试题没有简单沿用传统的问答题、计算题或证明题的形式,而采用了操作题形式,这样,一方面可以考查学生对于基本知识的掌握程度和

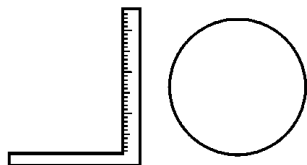


图2-9

运用知识解决问题的能力(将基本概念、性质灵活运用于问题情境),另一方面,由于问题的解决过程蕴涵了问题解决策略多样化的含义,就可以较深层次地考查学生的基本数学思维特征与能力。

目前,操作性试题本身作为一种“题型”(即仅仅为考查学生操作能力而设立的“题型”)而存在的意义已经在下降,取而代之的看法是借助操作性试题的形式,考查学生从事数学探索性活动的的能力,以及对相应数学知识、方法的理解水平等等。

从表面上看,这是对操作性试题功能认识的一种扩展,事实上这还是应当归咎于对评价指标转变的一种认同。即对某些特定数学技能的考查已经不是很重要的了,只要这些技能在人们日后的生活、就业、发展中不是必须的,或者可以通过借助工具来替代(例如几何作图、数值计算,甚至一些代数运算等),那么它们就不应当成为“中考”的必考项目。同时,这些转变也透露出对如下看法的认同:数学的探索性活动形式不仅仅是指那些存在于头脑中的思考,也包括那些在外部可见的物理活动;对学生理解数学知识、方法程度的考查,不能仅仅通过让他们求解依赖“思辨”方式(计算、证明等)就能解决的问题,内含于操作过程中的行为也应当成为考查的对象。

例13 一位同学要测一建筑物高,身边未带任何工具,但知

道自己的身高为 1.65 米,鞋长为 0.27 米。

(1) 如何通过影子的度量达到目的(可用文字、草图及字母符号辅助说明)?

(2) 若建筑物的影子长为 55 米,自己的影子长为 1.1 米,此建筑物大约有多高?(保留两位有效数字。)

评:数学里的操作性活动多半还是一些存在于头脑中的“思维实验”,因此,评价类似的从事操作性活动的试题当然可以不要学生实际去操作(否则就流于形式化了)。特别是作为初中学生毕业考试中的闭卷测试,目前实在是不能进行“真实”的室外操作的,但这并不等于我们不鼓励教师和学生在学习过程中从事类似的活动,相反,我们应当通过设置这样的试题来表明一种倾向:操作性活动方式应当成为数学学习的一种必要方式。而学生能否将类似的“操作性实验”转变为“思维实验”则正是我们需要评价的一个重要指标——用抽象的数学语言、符号来表达形象的动作。

3. 应用性试题

之所以把这一类试题也算作新的题型,是有特定原因的。从名称上看,应用题是我们耳熟能详的一种题型,无论是教学过程中,还是测试里,我们都曾经使用过这一类型的题。问题在于我们现在所探讨的应用性试题与以往我们所熟悉的应用题是有一定区别的,无论在取材、呈现形式方面,还是问题的种类,甚至是解答要求方面。

这其中,一个较为明显的区别在于评价指标的变化:以往的应用题主要考查学生将日常语言翻译成数学语言(符号)的能力,发现隐藏在问题中的数学概念、数学关系的能力,将熟悉的数学法则、定理、公式等代入实际情境,以求得问题的数学解的能力等。而这里的应用性试题则还关注学生在现实情境中建立数学模型、确认问题的数学解与合乎要求的现实解之间的关系等方面的能力。显然,现在的应用性试题在这方面更为丰富、合理,更能够体现“用数学解决问题”的内涵。

例 14 近年来,由于乱砍滥伐,掠夺性使用森林资源,我国长江、黄河流域植被遭到破坏,土地沙化严重,洪涝灾害时有发生。沿黄某地区为积极响应和支持“保护母亲河”的倡议,建造了长

100 公里,宽 0.5 公里的防护林。有关部门为统计这一防护林共约有多少棵树,从中选出 10 块(每块长 1 公里,宽 0.5 公里)进行统计,每块的树木数量如下(单位:棵):

65100 63200 64600 64700 67300
63300 65100 66600 62800 65500

请你根据以上数据计算这一防护林共约有多少棵树(结果保留三位有效数字)。

评:显然,从评价的指标上来看,本题的主要指向并非是学生的“翻译”性活动能力,而首先是他们用数学语言(符号)重新表述问题的整体情境的能力;其次,这里也没有提示运用哪些具体的数学结论去求得问题的解,而是让学生自己选择一种计算方法或指标,去给出原问题的一个合适的解答。因此,“建立一个适当的数学模型,求得该模型的数学解(很简单),还原为原问题的解”等步骤就成为评价的主要指标。或者说,应用数学的知识、方法解决问题的基本过程都被纳入了评价的范围。

例 15 随机抽取某城市 30 天的空气质量状况统计如下:

污染指数(w)	40	70	90	110	120	140
天数(t)	3	5	10	7	4	1

其中, $w \leq 50$ 时,空气质量为优; $50 < w \leq 100$ 时,空气质量为良; $100 < w \leq 150$ 时,空气质量为轻微污染。估计该城市一年(以 365 天计)中有多少天空气质量达到良以上。

评:本题有两个较好的特点:首先,其关注对数学基本技能的考查——从统计图表中获取信息、估算。试题将它们融入同一个解决问题的过程中,并且对其赋予了实际应用的背景,充分体现了数学基本技能的价值。其次,表明了一种新的“应用数学”的情景,即在现实情境中应用数学解决问题并不一定非要是“套用”公式、定理,简单地数据推测也可以帮助我们解决问题。

这一类试题从传统意义下的应用题向真正意义上的应用性试题的转变是很快的,特别地,将比较真实的情境作为试题的背景,融合多种问题表达形式已经成为这类试题独有的特征。但是,作为一种独立的题型,它目前所存在的问题也是很明显的,面临的挑

战也很大。例如,类似富有实际情境的试题在结合现实的同时,也容易导致问题的背景过于复杂、难以理解的情况,特别是若试题所依赖的情境需要考生花费一定的时间去理解,甚至出现由于对背景的不理解而造成求解障碍,则属于“得不偿失”。

4. 阅读理解性试题

这也是近期考试改革中涌现的一种新的题型。其设立之初,就是出于对评价指标概念含义变化的思考。确切地说,这里首先是关注对学生数学学习能力的考查,即通过提供相应的素材、信息,考查学生从中获取有关知识、信息,理解相应知识的能力。

例 16 探究数字“黑洞”。“黑洞”原指非常奇怪的天体,它体积小,密度大,吸引力强,任何物体到了它那里都别想再“爬”出来。无独有偶,数字中也有类似的“黑洞”,满足某种条件的所有数,通过一种运算,都能被它“吸”进去,无一能够逃脱它的魔掌。譬如:任意找一个 3 的倍数的数,先把这个数的每一个数位上的数字都立方,再相加,得到一个新的数,然后把这个新数的每一个数位上的数字再立方、求和……重复运算下去,就能得到一个固定的数 $T = \underline{\hspace{2cm}}$,我们称它为数字“黑洞”。

评 这是一个非常有趣、具有较强探索性的数字游戏。这个固定的数 T 是多少我们起初还不得而知,需要学生自己的探索与研究。这样的试题对增强学生学习数学的兴趣,引导培养学生开展研究性学习的能力、增强发现问题、研究问题的意识会有莫大的帮助。

在终身教育的理念之下,学习能力被视为个体生存的极其重要的能力,有这样的说法:未来社会的文盲不再仅仅指那些不识字的人,在很大程度上,没有自我学习能力的人也是文盲。

当然,通过阅读语言、文字的方式去获取信息、知识无疑是最为基本的学习能力之一,但当今社会传递信息的方式多种多样,例如,许多报刊都采用统计图表的形式传递信息,因此有必要专门编制类似的试题,以评价学生的学习能力。事实上,这样的试题也已经出现在近几年的中考试卷中。

例 17 阅读下列我市中学生研究性学习某课题组的统计材料:

材料一 2002 年我市摩托车全年排放有害污染物一览表(表 2-1):

表 2-1

有害污染物	排放量	占市区道路行驶机动车 (含摩托车)排放有害污染物总量
一氧化碳	11 342 吨	50%
氮氧化物	2 380 吨	
非甲烷烃	2 044 吨	

根据表 2-1 填空:

(1) 2002 年我市区机动车(含摩托车)全年排放的有害污染物共_____吨(保留两位有效数字)。

材料二 2002 年 1 月 10 日,我市人民政府下达了停止办理摩托车入户手续文件,此时市区居民摩托车拥有量已达 32 万辆,据统计每 7 辆摩托车排放的有害污染物总量等于一辆公交车排放的污染物,而每辆摩托车的运送能力是一辆公交车运送能力的 8%。根据上述材料解答问题:

(2) 假设从 2002 年起 n 年内我市的摩托车平均退役 a 万辆,同时增加公交车的数量,使新增公交车的运送能力总量等于退役的摩托车原有的运送能力总量。

① 求增加公交车的数量 y 与时间 n (年)之间的函数关系 $y =$ _____。

② 若经过 5 年剩余的摩托车与新增公交车排放污染物的总量等于 32 万辆摩托车排放污染物的总量的 60%,试求 a 的值(精确到 0.1)。

评:随着经济的发展、人口增长和人民生活水平的提高,人们对净化污染环境的问题日益关注,本题创设的环境是学生熟悉和感兴趣的,他们可以在解决问题的过程中体会到数学是解决实际问题 and 进行交流的重要工具。而试题陈述的形式较为“现实”,给学生提供了一个从“现实情境”中获取信息,并利用它们解决问题的机会。

5. 开放性试题

相对于前几种类型的试题而言,开放性试题可算是一种全新的试题,而且由于新《标准》中的“课程目标”、“评价建议”与这一类试题在关注学生发展的基本理念方面有较多的一致性,特别是在评价指标多样化方面。一旦学生的数学思维特点、数学思维水平被视为重要的评价对象以后,这类试题的独特价值更加突显出来,这使它受到各命题单位较多的注意,也导致对其研究的进展较快。

例 18 平面上有这样一种图形,它由四个点组成,而且这四个点有一个独特的性质:每两点之间的距离有且只有两种长度。例如:正方形 $ABCD$ 的四个顶点(如图 2-10),有 $AB = BC = CD = DA \neq AC = BD$ 。请你画出具有这种独特性质的另外四种不同的图形,并标明相等的线段。

评:该题要求学生画出一符合某种独特性质的图形,题型新颖活泼,耐人回味,给学生提供了一个较大的想像空间和创造机会。试题的答案与求解策略也会因解题者的思路不同而不同,这是一个考查学生思维特征的好试题。

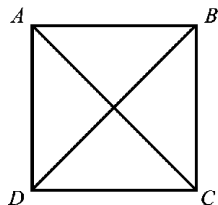


图 2-10

例 19 甲、乙两同学做“投球进筐”的游戏。商定:每人玩 5 局,每局要求游戏人在指定线外将一个篮球投往筐中,一次未进可再投第二次,依此类推,但最多只能投 6 次。当篮球被投进筐后,该局结束(并记下投球的次数);当 6 次都未进时,该局也结束(并记为“×”)。两人五局投球情况如表 2-2:

表 2-2

	第一局	第二局	第三局	第四局	第五局
甲	5 次	×	4 次	×	1 次
乙	×	2 次	4 次	2 次	×

(1) 为了计算得分,双方约定:记“×”的局得 0 分,其他局得分的计算方法要满足两个条件:① 投球次数越多,得分越低;② 得

分为正整数。请你按约定的要求,用公式、表格等方式,制订两种将每一局的投球次数 n 换算成得分 M 的具体方案。

(2) 你根据上述约定和你写出的方案,将甲、乙两人的每局得分,填入上述的表格中,并从平均分的角度来判断谁投得更好。

评:本题较好地体现了新课程标准的理念,它以游戏的形式给出问题背景,使得试题具有趣味性、现实性和可接受性,而试题的求解过程也具有挑战性,试题的答案具有一定的开放性。在考查内容上,又自然地将问题的求解——评判甲、乙投篮水平,与函数问题、统计问题联系起来。同时,它又反映出在现实情境中设计方案、评判问题的典型特点:不同的设计产生不同的结果,不同的评价得出不同的结论。学生在经历仔细理解题意、联想所学知识、构建数学模型、审问反思解题过程中,没有可模仿的样例,需要自己独立思考、灵活运用知识才能解决,这种挑战性的问题,可以大大地激活学生的思维,激发学生的求知欲。题目的开放性设问,留给了学生广阔的思维空间,为学生的发散思维提供了新的学习机会,给学生以自主选择方案的自由,解放了学生的思想。这样,在情景创新的同时,给学生思维上的创新提供了舞台,让学生经历体验到创新成功的快乐。

不过,凡事有一利则多有一弊,这类试题的“开放性”既是其优势之处,常常也是其不利之处。例如,试题答案的开放程度难以把握,就是该类试题的最大“弊病”。

例 20 如图 2-11,点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 把圆周五等分,联结 AC 、 AD 、 BE 、 BD 、 CE 得到一个五角星。则图中与三角形有关的所有结论有:

评:本题图形简洁,但背景极为丰富——既有圆,也有具有对称特征的正五边形等,而且设问比较宽泛,问题本身也不复杂,就给学生留下了较为宽阔的探索空间。遗憾的是答题要求过高——不全不能得满分,不太适合作为学业考试的试题。

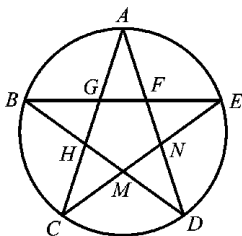


图 2-11

三、试卷结构方面的变化

事实上,上述论述中所提及的若干方面的变化,只是集中于对试题本身的讨论。然而,一个显然的事实是:一份全部由上述题型中的“好题”所组成的卷子也不一定就是好的试卷。这意味着一个更加需要关注的话题是:数学学业考试试卷的整体设计问题。而这一问题从根本上来说则牵涉到试卷的设计者对数学学科知识特征、对数学学习基本目标,以及对于数学学习评价基本功能的看法。

在义务教育阶段的各学科中,数学是一门以计算、实验、想像、论证等思维形式为主要学习方式的学科,学生从事该学科学习的主要目的是从数学的角度促进自身的整体发展。具体说来,是培养学生“用数学的眼光去认识自己所生活的环境与社会”、学会“数学地思考”。对学生该学科学习状况的评价自然应当以对于相关数学内容的理解与应用水平、通过学习数学而获得的智力与能力方面的发展为主。而对具体技巧的掌握与熟练程度则不应当作为评价要点,尽管对基本数学技能的学习也是数学学习的一个重要方面。

就现状而言,在数学考试中对基本技能的熟练性方面所提出的要求应当适当,特别地,在学业考试这一类型的考试中,对此更应慎重行事。而事实上,以往对此的做法是很值得商榷的。过去若干年(2000年以前)以来,许多数学试卷(包括“中考”试卷)的“题量”大都保持在每卷40题左右,而考试时间大多为120分钟,因此,对相应知识、技能掌握程度的要求就基本上定位于“熟练”——假如你不“熟练”,仅仅理解有关知识、掌握相应的技能和方法是不可能得到高分的;同时,相当多的分值被赋予了选择题、填空题等类型的试题(通常在60%以上),学生只有得到问题的正确答案才能够获得分数,评价试卷优劣的重要指标之一是“知识覆盖面”——试卷中直接牵涉到的具体概念、定理的数量与范围。

这一切,造成考生需要在极短的时间里能够解答相当多的问题,通常,平均每一个问题(包括小题)的解答时间只有3分钟左右,或者说,考生在解答问题时,没有足够的思考时间,一切解题活动几乎都要在“非常迅速”的状况下进行——迅速地辨别试题的

类型、迅速地回忆求解相应问题的程序、迅速地正确实施程序、迅速地转移到下一个试题。这就导致理解不能够成为数学学习的目标,“熟练”才是最重要的!

例 21 下列说法或解法正确的个数有()。

(1) 用换元法解方程 $x^2 + x + 1 = \frac{2}{x^2 + x}$, 设 $y = x^2 + x$, 则原方程可化为 $y + 1 = \frac{2}{y}$;

(2) 平分弦的半径垂直于弦, 并且平分弦所对的一条弧;

(3) 平面直角坐标系内的点与实数一一对应;

(4) “对顶角相等”的逆命题是真命题。

(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

评: 本题中的 4 个命题所涉及的知识点毫无任何关系, 硬性将其拼凑在一个试题中, 人为痕迹非常明显, 其本意可能是想加大试题知识点的覆盖面, 但无形之中形成了一种对知识记忆熟练程度的考查, 一个学生即使理解了相应的知识, 但熟练程度不够, 仍然会失分。而在一份传统的试卷中, 学生解这样一个“小题”, 所能够使用的解题时间非常有限, 而其复杂与烦琐程度之高不得不使人感到“熟练”是首要的!

类似的试题还如:

如图 2-12, 在直角坐标系 xOy 中, B 、 C 分别是 x 轴、 y 轴上的点, 且 $OB = OC$, $A(2, 1)$ 是 BC 上的点, 过 O 、 A 、 B 三点的圆的圆心为 E , AF 是 $\odot E$ 的直径, PA 是 $\odot E$ 的切线, A 是切点, 点 P 在 x 轴上。

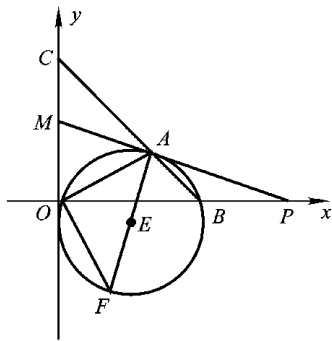


图 2-12

(1) 求 B 点的坐标 ;

(2) 求经过 O、E、P 三点的抛物线的解析式 ;

(3) 延长 PA 交 y 轴于 M ,是否存在过 C 点与 x 轴交于 N 点的直线 ,使 $S_{\text{CON}} = 2S_{\text{ACM}}$,若存在 ,请求出这条直线的解析式 ;若不存在 ,请说明理由。

评 : 本题所讨论的现象具有很强的特殊性 ,条件过于苛刻 ,而且对于结论的求解主要就是一种计算性工作 ,即使是问题 (3) ,也主要是对计算结果的解释 ,但在思维要求不高的同时 ,却对计算的复杂程度、熟练性要求较高。相对而言 ,评价的重心有点偏。

类似这样的试题 ,使得许多学生即使能够理解、掌握相应的知识 ,但如果他 (她) 不能相当熟练地运用这些知识、方法或原理的话 ,也不能够得到理想的分数。由这样的状况所产生的许多现象就很令人深思 :许多优秀的数学教师在解决常规数学试题的速度方面远远低于自己的学生 ;许多高分考生在进入高级学校以后 ,反而在解决类似的数学问题时显得远不如过去 ,甚至有一些学生无法解决这些以往他 (她) 自己曾经熟练求解过的问题……只要他们没有继续进行求解此类问题的集中训练的话。凡此种种 ,都不能不引起我们的深思 :这样的评价结果真的如实反映了学生的数学学习状况吗 ?

更让人担忧的是 ,由此而产生的在数学教学方面的连锁反应 :为了能够在考试中获得高分 (这本无可厚非) ,学生必须能够熟练地记忆许多类型试题的求解程序 ,而从实施教学的实际过程来看 ,要想做到这一点 ,对大多数教师而言 ,一个可行的教学策略就是尽可能多地向学生传递各种“试题类型” ,以使得他们在考试中对试题时 ,能够有“似曾相识”的感觉 ,以便很快地“对号入座” ,找到并实施既定的求解程序 ;而对众多的学生而言 ,一条可行的 (有时甚至是唯一可行的) “捷径” 就是熟练记忆——记住教师、课本或复习资料所提供的解题方法 (程序) ,以便迅速求解试题。

于是乎 ,数学教学成为一种“技能”性的教学 ,而不是“理解”性的教学 ,能够按照程序“熟练”求解常规试题的学生大多可以得到好的成绩 ,而有自我独特见解的学生常常无法在考试中获得高分……从教育的角度来看 ,这样的教学所产生的负面效应是极为可怕的 :学生对数学的认识是什么 ? 学生通过数学学习所能够获得

的发展是什么?学生能够成为数学专业方面的人才吗?.....

令人感到欣慰的是,这样的状况在近几年的“中考”试卷里得到了明显的关注:一张试卷里所含有的题量究竟是多少才是适宜的,哪些数学知识是“中考”试卷所必须关注的,如何看待试题里所牵涉到的特定数学概念、方法、定理.....都成为众多命题者所考虑的问题,而由此所带来的试卷变化也是明显的。

首先,总体上,大多数地区试卷的整卷题量在下降,趋于一种较为合理的状态;其次,很少单纯为追求知识的覆盖面而增加试题;同时,一些地区在整卷的试题类型搭配方面有所改善,即较好地考虑不同题型的独特功能,合理设置多种题型于一份试卷中,力求最大限度地达到评价的基本目的。

第二节 数学学业考试试题研究

自2001年秋季,新课程的实验开始在国家级实验区展开,截止到2003年秋,新课程已经在全国过半数的地区实施,而按照教育部的部署,最晚到2005年秋,全国(大陆地区)基本上都将实施新课程。因此,依据《标准》的基本理念编制中考试题,或者说初中生数学学业考试试题,已经迫在眉睫。事实上,在2004年,第一批国家实验区(尽管只有17个实验区、县)的学生已经在使用按照《标准》的基本理念所编制的学业考试试题了。为此,在2004年3月,教育部专门颁发了《国家基础教育课程改革实验区2004年初中学业考试与普通高中招生制度改革的指导意见》。其中,针对数学学业考试又提出了相应的具体要求。2005年,将有300多万的学生需要使用按照《标准》的基本理念所编制的学业考试试题。

笔者作为《2004年基础教育课程改革实验区初中毕业生数学学业考试命题指导》的主要执笔人,愿意在此对《指导》中有关数学学业考试的相关内容做一个简单的“解读”,包括对《指导》中所提到“命题指导思想”、“命题原则”、“评价的主要内容”以及编制各种题型时的注意点等,做一些必要的阐释。

一、关于命题的基本思路

1. 数学学业考试的命题指导思想

关于数学学业考试命题的指导思想,《指导》明确指出了三点:

(1) 数学学业考试要体现《标准》的评价理念,有利于引导和促进数学教学全面落实《标准》所设立的课程目标,有利于改善学生的数学学习方式、丰富学生的数学学习体验、提高学生数学学习的效益和效率,有利于高中阶段学校综合、有效地评价学生的数学学习状况。

其基本含义包括:

数学学业考试活动应当遵循《标准》的相关理念,有利于《标准》的实施。它意味着《标准》所设立的课程目标应当成为我们命题时的基本依据和主要评价指标。例如,命题时,我们除了关心如何评价学生在基础知识、基本技能、重要的数学思想方法等内容以外,还必须考虑怎样评价学生在数学思考、解决问题等方面的发展情况。

为此,我们应当在试卷中设立能够让学生展示自我思维过程的试题,使他们能够表达自己对问题的求解过程,这些过程包括:对问题的理解、寻求解决策略的角度、基本的求解方法、解决问题的具体过程等等。类似地,还应当设立需要学生经历应用数学解决问题过程的试题,这些过程包括:理解问题的实际背景、建立适当的数学模型、获得问题的数学解、验证数学解的合理性等等。

数学学业考试活动应当有利于促进《标准》所倡导的数学学习方式、数学教学方式的落实。为此,考试和教与学活动的一致性问题应当引起我们的注意。确切地说,就是我们的教与学活动的方式如何能够在考试活动中体现。例如:《标准》所倡导的重要的教与学活动方式之一是同伴之间的数学交流,那么,是否能够让这种数学交流的活动方式在考试中体现?

为此,我们应当在试卷中提供有利于学生表达自己对问题情境、或者相关数学知识与方法的理解情况的试题,或者向学生提供一个他人对某个问题的求解过程、对某种现象的认识的材料,让学生给出自己对这些“求解过程”、“材料”的理解和判断,以表现其

从事数学交流的基本技能 ;此外 ,我们也许还可以做更大胆的尝试——是否可以在数学学业考试中引入口试的形式 ,以考查学生从事数学交流活动的能力 ?

数学学业考试活动如何有利于高中阶段的学校有效地评价他们的新学生在数学学习方面的状况。事实上 ,每一位有经验的老师都清楚 ,仅凭一个试卷总分是难以准确了解一个学生的数学学习状况的 ,而两个卷面成绩相差几分(例如对全卷总分是 100 分来说 ,甲的分数是 90、乙的分数是 92)的学生在数学学习方面的“强”与“弱”也是难以区分的。对一个学生数学学习状况的有效评价应当来自于不同的信息渠道 ,而数学学业考试的试卷中更应当设法尽可能多地让考生表现出自己地数学学习水平、特征和发展趋势。

为此 ,命题时就必须要考虑到评价指标的多样化 ,既有从事数学运算、图形分解活动的基本技能 ,也有从事严谨数学论证活动的的能力 ,还有从事归纳、类比等活动时的合情推理能力等等 ,相应地 ,也应当有多种类型的试题 ,用作考查学生的认知特点、思维风格等 ,例如 ,试卷中应当包括计算题、证明题、探索题、开放性试题等等。

(2) 数学学业考试既要重视对学生学习数学知识与技能的结果和过程的评价 ,也要重视对学生在数学思考能力和解决问题能力等方面发展状况的评价 ,还应当重视对学生数学认识水平的评价。

其基本含义是指 :数学学业考试的评价指标应当包括学生的数学结果(既有知识、技能方面的发展 ,也有能力方面的发展) ,以及数学学习过程。而依据现行的考试研究 ,我们对此所能够给出的有效应答是难以完全达到这一要求的。例如 :如何从事对学生数学思维(活动)过程的评价(包括他们数学活动的方式、思维水平、理解深度等) ? 这样的评价指标显然不能够仅仅由学生获得试题的正确答案数来决定 ,特别地 ,一些类型的试题本身就不具备体现学生数学思维活动过程的要求 ;类似地 ,学生的数学认识水平也不是简单地由他们所获得的试题的正确答案数就能够刻画的 ,那该怎样做 ? 特别是在命题时如何使得这一评价指标得以体现 ?

为此 ,一方面 ,我们需要在命题理论研究方面继续做进一步的努力 ,另一方面 ,我们也应当适时在现阶段的试卷中尝试加入一些新的题型 ,例如探索题、开放性试题 ,并在试题的设问部分提出一

些要求,使得学生能够表达自己对问题的理解等。

(3) 数学学业考试命题应当面向全体学生,根据学生的年龄特征、个性特点和生活经验编制试题,使具有不同的数学认知特点、不同的数学发展程度的学生都能表现自己的数学学习状况,力求公正、客观、全面、准确地评价学生通过义务教育阶段的数学学习所获得的相应发展。

学生的个性特征,特别是他(她)的数学认知特点怎样能够在数学学业考试活动中得以充分地体现?这是新课程理念下评价活动实施过程中关注的一个焦点问题,它既牵涉到全面评价一个学生的数学学习状况,也关系到给所有的学生以公平的评价机会。而这一点对于命题所产生的影响是极为明显的,即我们如何在试卷中、试题中去体现对这种评价“公平性”的关注。

2. 数学学业考试的命题原则

由上述数学学业考试的指导思想而引出的“命题原则”包括:

(1) 考查内容要依据《标准》,体现基础性

要突出对学生基本数学素养的评价。试题应首先关注《标准》中最基础、最核心的内容,即所有学生在学习数学和应用数学解决问题过程中最为重要的、必须掌握的核心观念、思想方法、基本概念和常用的技能。所有试题求解过程中所涉及的知识与技能应以《标准》为依据,不能扩展范围与提高要求。

这一条“原则”清楚地表明:数学学业考试内容所涉及的都应当是所谓“学生在学习数学和应用数学解决问题过程中最为重要的、必须掌握的核心观念、思想方法、基本概念和常用的技能。”因而,单纯地考虑试卷的“知识覆盖面”就没有必要。事实上,学生在初中阶段三年的数学学习过程中,所接触到数学知识、技能、方法等内容多种多样,没有可能在一张试卷中将它们尽数网罗;更重要的是,数学科学本身的逻辑性使得我们有可能在一道试题中包含众多希望学生掌握的基本内容,而数学解题过程中所表现出来的认识角度多样化、思维过程个性化等特征也使得不同的学生能够在解决同样一个试题的过程中表现出对不同数学内容的掌握情况。

因此,单纯地为了满足“知识覆盖面”的要求而编制试题就没有必要。

(2) 试题素材、求解方式等要体现公平性

数学学业考试的考查内容、试题素材和试卷形式对每一位学生而言应当是公平的。因此,要避免需要特殊背景知识才能够理解的试题素材。对于具有特殊才能和需要特殊帮助的学生,试卷的构成应考虑到他们各自的数学认知特征、已有的数学活动经验,给他们提供适当的机会来表达自己的数学才能。例如,试卷中应当设置既可以使用代数知识与方法去求解,也能够借助几何知识与方法去解决的问题,同时,制订评分标准时应以开放的态度对待合理的、但没有预见到的解答,要尊重不同的解答方法和表述方式。

这一条原则主要是出于对评价“公平性”的思考。而且在这里明确指出:“公平性”应当至少在试题的素材、呈现形式、可能存在的求解策略、试题的入口难度、评分标准等方面予以考虑。为此,我们在命题过程中,应当从试题的素材、呈现形式、例如:试题素材应当是贴近学生现实的,不需要有特定预备知识的要求;整张试卷中应包含由多种形式呈现的试题;试题应当存在不同的求解思路;设问的入口要低;评分标准应当具备开放性等等。

在具体的操作过程中,尽管在一道试题里不一定能够使这几个要求同时得到满足,但对于一张数学学业考试的试卷而言,却必须使它们都得到体现。

(3) 试题背景要具有现实性

试题背景应来自于学生所能理解的生活现实,符合学生所具有的数学现实和其他学科现实。例如,应用性问题的题材应当具有鲜明的时代特征,能够在学生的生活中找到原型等。

这一条原则所表明的内涵主要有两点:

其一,学生数学学习内容的“现实性”包含三个方面,即他们的生活实际情境、其他学科学习过程中所涉及的知识背景、数学学科所涉及到的知识背景。因此,试题的现实性应当从这三个方面去挖掘,而不能够仅仅局限于生活中的现实。特别地,对于已经完成9年义务教育阶段数学学习的学生而言,他们的数学现实是什么?这是我们首先应当明晰的。

其二,学生的生活现实具有时代特征、地域特征,当我们编制试题时,对这些因素应当有所考虑,即应尽可能使用本地区的学生

熟悉的情境作为试题的载体。特别地,在设计应用性试题时,更应当将此因素作为首要的关注对象,不要在熟悉试题背景方面给学生制造障碍,事实上,成功地将数学应用于实际的前提是这些实际背景是学生们所熟悉的。

(4) 试卷应具备有效性

① 应当关注对学生数学学习各个方面的考查,例如,既要有对学生数学学习结果的考查,也要包括对学生数学学习过程的考查;既要有对学生数学思维水平的考查,也要包括对学生数学思维特征的考查等等。

② 应当有效发挥选择题、填空题、计算(求解)题、证明题、开放性问题、应用性问题、阅读分析题、探索性问题及其他各种题型的功能,使得试题设计与其要达到的评价目标相一致,如对技能的测试不能用于评价对概念的理解,计算性的问题不能用于评价问题解决能力等等。

③ 应当使试题的求解过程反映《标准》所倡导的数学活动方式,如观察、实验、猜测、验证、推理等等,而不能仅仅是记忆、模仿。

这一条原则表明:要想有效地评价学生的数学学习状况,既要评价学生的数学学习结果,也要考查他们的数学学习过程;此外,还必须同时对学生在数学思维方面的个性特征加以考查,以使得评价不仅仅是给学生在课程目标的某些方面——诸如知识、技能的熟悉程度等的达成情况做一个调查,而应当是对学生数学学习状况的全面刻画。

与此同时,同一份试卷中应当出现不同类型的试题。事实上,不同类型的试题所具有的评价功能是不一样的,没有哪一种类型的试题能够承载起评价学生数学学习状况的所有任务。因此,我们应当清楚地了解各种类型的试题所具有的特定功能、局限性,在设计一份试卷时,合理、有效地搭配不同类型的试题,才能够使得由不同类型试题所构成的一份试卷能够达到预定的评价目的。

例如,单纯是计算题、证明题不能够完整地考查学生的数学学习状况,类似地,单纯是探索题、开放性试题也不可能达到这一目标。

同时,设计一份“理想”的试卷除了需要考虑评价的内容、试题的类型,还要思考学生在求解试题过程中所可能经历的思维活

动。或者说,应当让学生在求解试题的过程中从事我们在教学中所提倡的数学活动过程,不能使教学与考试呈现明显的不一致,即在教学过程中要求学生从事观察、实验、猜测、验证、推理等数学活动,而在评价时又仅仅是让他们凭借记忆、模仿去解决问题。

3. 考查内容

对于数学学业考试内容方面的要求,从总体上看,《指导》明确指出:

作为学生义务教育阶段的终结性考试,数学学业考试的考查内容应当以《标准》中的“内容标准”为基本依据,不得超越。主要考查方面包括:基础知识与基本技能、数学活动过程、数学思考、解决问题能力、对数学的基本认识等。

这使得我们必须明确:评价的内容应当是多方面的,不能仅仅局限于基础知识、基本技能、思想方法等,学生的数学活动过程、数学思考能力与应用数学解决问题的能力也应当列入考查范围。至于相关考查内容的具体要求,《指导》也基本明确了考查要求。

(1) 关于基础知识与基本技能、思想方法方面的内容要求:

了解数的意义,理解数和代数运算的意义、算理,能够合理地进行基本运算与估算,能够在实际情境中有效地使用代数运算、代数模型及相关概念解决问题;

能够借助不同的方法探索几何对象的有关性质;能够使用不同的方式表达几何对象的大小、位置与特征;能够在头脑里构建几何对象,进行几何图形的分解与组合,能对某些图形进行简单的变换;能够借助数学证明的方法确认数学命题的正确性;

正确理解数据的含义,能够结合实际需要有效地表达数据特征,会根据数据结果做合理的预测;了解概率的涵义,能够借助概率模型或通过设计活动解释一些事件发生的概率;

有条件的地区还应当考查学生能否使用计算器解决相应的数值计算问题和从事有关探索规律的活动。

(2) 对“数学活动过程”考查的主要方面包括:

数学活动过程中所表现出来的思维方式、思维水平,对活动对象、相关知识与方法的理解深度;从事探究的意识、能力和信心等。能否通过观察、实验、归纳、类比等活动获得数学猜想,并寻求证明猜想的合理性。

这一点可以说是此次新课程在评价方面所提出的一个新指标,它所传递的信息是对“学习过程”的关注。相对而言,这是一个在实践层面上比较难以实现的目标——用什么样的试题、制订什么评分标准才能够考查出学生在这一方面的发展状况?不过,从面对“中考”研究现状的分析,我们可以感觉到许多命题单位已经对类似的评价指标有所探究,他们所编制的一些“新型”试题也已表现出对类似指标的关注,我们将在后面的论述中给出更进一步的阐述。

(3) 对学生在“数学思考”目标方面达成情况的考查应当着重于关注:

学生在数感与符号感、空间观念、统计意识、推理能力、应用数学的意识等方面的发展情况,其内容主要包括:

能用数来表达和交流信息,能够使用符号表达数量关系,并借助符号转换获得对事物的理解,能够观察到现实生活中的基本几何现象,能够运用图形形象地表达问题,借助直观进行思考与推理,能意识到做一个合理的决策需要借助统计活动去收集信息,面对数据时能对它的来源、处理方法和由此而得到的推测性结论做合理的质疑。

这里所提及的“目标”是《标准》中一类特殊的目标,它们所涉及的是一些学生在智力、能力品质方面的“核心”内涵,但与基本的知识、技能又有所区别。因此,不能够简单地选用我们已经熟悉的“题型”来实施,通常,一些具有“真实”情境的问题、一些可以采用自主表达方式的问题、一些可以通过不同的求解策略来得到答案的问题,可以作为备选的试题。

(4) 对学生在“解决问题能力”方面的考查主要包括:

能否从数学角度提出问题、理解问题,并综合运用数学知识解决问题;具有一定的解决问题的基本策略,能合乎逻辑地与他人交流,等等。

这里,一个比较具有挑战性的任务是如何编制考查“提出问题”能力的评价试题。目前,我们还没有非常充分的研究可以对这个难题给出一些令人满意的答案,但是,“开放性试题”无疑应当成为一种可以备选的题型,对此,我们将在后面专门给予介绍。

(5) 对学生在“对数学的基本认识”方面的考查主要包括:

对数学内部统一性的认识(不同数学知识之间的联系、不同数学方法之间的相似性等);对数学与现实、或其他学科知识之间联系的认识,等等。

对此,在编制试题时,比较容易操作的方面是考查学生对于数学与现实、或其他学科知识的联系的感受与领悟情况,例如:我们可以选择一些核心的数学概念、结论或方法,让学生给出生活中、或其他学科中能够反映、体现这些相应知识的实例。而考查学生对于数学“内在”统一性认识情况的试题,目前似乎比较难以找到理想的试题。

二、关于试题类型的思考

如何依据《标准》的基本理念,以及其中“评价建议”的要求,发挥各种题型的特点,编制合乎要求的试题呢?“意见”给出了一些具体的建议,以下将对此做一些探讨。

由于不同的题型所具备的基本功能不同,所以一份数学学业考试试卷通常包含不同的题型,怎样合理选择、搭配不同的题型于一份试卷之中,以使得各种题型能够充分地发挥出自身的独特功能,较为全面地评价学生的数学学习状况,是我们设计数学学业考试时必须面对的问题。对此,“意见”指出:

书面闭卷考试形式的数学学业考试使用的题型可以多种多样,例如:选择题、填空题、计算(求解)题、证明题、应用性问题、阅读分析题、探索性问题、开放性问题等。这些题型各自具有一定的特色、功能,也都存在相应的不足之处,为了在考试中有效地使用这些类型的试题,命题者应当依据所使用题型的基本特点,充分发挥其正向的功能,而尽可能地减小其不足之处对考试带来的不利影响。

如前所述,各种题型在拥有某些特定的评价功能的同时,也隐含着一些先天的不足,期望以某一种或两种题型包揽数学学业考试全卷的想法是不切实际的,一个可行的方案是依据各种题型的特征,将若干种题型结合于一份试卷之中,以求最大限度地发挥它们的优势,使得整张试卷能够对学生的数学学习状况做出较为全面的评价。为此,我们首先需要了解不同题型所具有的特定功能和局限性。

1. 选择题与填空题

选择题与填空题等客观性试题通常是问题的结构简洁、所含信息比较单一、明确,因此易于被学生所把握,加上解决问题时学生又只需直接给出答案,不需要提供具体的求解过程,因此可以适当节省答题时间,阅卷时可以采用机器,避免一些人为因素造成的不合理现象出现。

但它们也有比较明显的缺陷,例如,选择题的正确答案已经列出,学生只需将其挑出即可,所以他们即使不能够真正解出问题的正确答案,也可以通过排除法——去掉明显错误的答案,取定剩下的唯一选择,而获得满分;而两种题型的一个共同缺陷是由于学生无需提供解答过程,所以我们无法知道他们在解决问题的过程中所经历的思维过程,也就无法了解他们真实的数学理解状况。甚至两位学生的解答都错了,或者都对了,我们也很可能无法评价他们的数学理解水平。

例1 四边形ABCD的对角线AC、BD相交于O,那么,该图中所有的线段数是_____。

(A) 7 (B) 8 (C) 10 (D) 11

学生甲、乙都答错了,由于看不到他们的解答过程,我们无法了解其问题所在——是计算出错,还是不能对所要求的线段做适当的分类,以利于计数;同样地,丙、丁两位学生都答对了,也由于看不到他们的解答过程,我们还是无法准确评价其对相应数学方法的理解与掌握情况——他们是如何给这些线段分类、计数的。

《指导》指出:

这两类试题较多地用于对基本数学事实、数学技能和数学方法的考查,但很难用来考查学生对一些重要数学概念的理解水平和复杂的数学思维过程。编制这类试题,要尽可能用简练、明确的语言陈述试题;可以采用多种表达方式,包括文字、图像与代数符号等陈述试题。

这一类试题通常被称为“小题”,在实践过程中,它们的基本使命往往是检查学生对一些必要、但不很重要的知识点或基本技能的掌握情况,所占分值也不多。但这并不等于编制这类试题时就没有文章可做,事实上,打破常规,把评价的重点放到对数学知识、方法的理解上来,而不是仅仅关注对知识的记忆、对技能的熟

练情况的了解,依然可以编制一些富有新意的试题。特别地,如果能够采用一些新颖、独特的形式作为知识或方法的载体,则更有新意。

例2 图2-13各小图中,每个正方形网格都是由四个边长为1的小正方形组成,其中阴影部分面积为 $\frac{5}{2}$ 的是()。

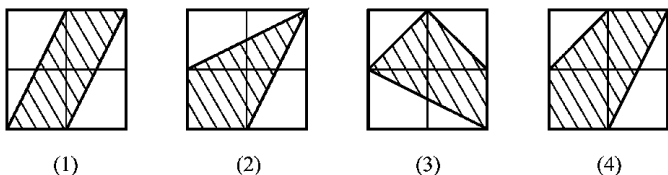


图2-13

评:该题立意较好:一方面,将评价重点指向学生对图形进行分解、组合的基本技能,同时,还暗含对学生是否能够对正方形的“对称性”有明确感知的考查;另一方面,学生在解决问题过程中既可以利用计算求解,还可以利用图形的基本特征求解,这使得具有不同认知特点的学生都能够找到适合自己思维特点的解题思路,体现出评价的“公平性”。试题表述简洁、对于正方形“对称性”的呈现比较巧妙、隐讳。

例3 观察下列“风车”的平面图案(图2-14):

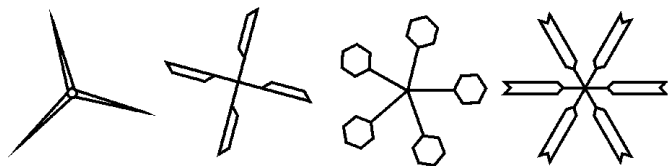


图2-14

其中是中心对称图形的有()。

(A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

评:对数学概念或技能的考查不一定非得通过求解纯粹的数学试题才能够完成。事实上,在一个非纯粹的数学情境里隐含着数学的概念或对象,是考查学生对于相关知识或原理的理解状况的较好方法。而这里以“风车”作为素材就包含两个方面的意义:一是作为一种非数学情境,将所需要考查的概念或性质蕴涵其中;

二是将孩童玩物情景或农村生活中的工具引入到中考试题中,有如将考生带入到自己的生活中,具有一种亲切感。让学生在玩中学、在学中玩,体现了“学有价值的数学”、“人人学大众化的数学”的理念,是一种可以采用的较好策略。

然而,需要注意的是,由于这类试题在使用这类题型考查学生对知识与技能的掌握和熟练情况时,不能够把应答的方式限制在记忆与复述方面,而应将考查的重点放在对所学内容的理解方面。同时,在使用填空题考查学生对知识的理解时应当允许学生用自己的语言表达对所学知识的理解。

例4 如图2-15, $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 两两不相交,且半径都是0.5 cm,则图中的三个扇形(即三个阴影部分)的面积之和为()。

(A) $\frac{\pi}{12}\text{cm}^2$ (B) $\frac{\pi}{8}\text{cm}^2$

(C) $\frac{\pi}{6}\text{cm}^2$ (D) $\frac{\pi}{4}\text{cm}^2$

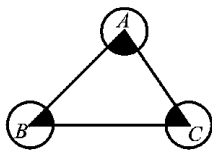


图2-15

评:该题结构小巧自然、简洁合理。考查重点并没有简单地定位于对具体图形面积的计算上,而是关注学生整体思维、组合图形的能力方面,此题的求解过程可以表现出学生灵活运用已学知识的特点,有利于评价其创新意识。

例5 下列各张方格纸上都画有一个圆(图2-16),只用不带刻度的直尺就能确定圆心位置的是()。

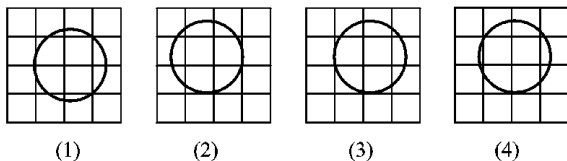


图2-16

评:对于基础知识、基本技能的考查一直是此类“小题”的最大考点,但如何“考”却大有讲究。这一道试题的设计较为精巧:首先是形式新颖,其次是考点隐含,而且难度适当。本题巧妙地将垂径定理、直角所对的弧是半圆,以及尺规作图融为一体,而且不着一字,尽在图中。学生需要“识图”、“悟意”,然后才能求解。本

题的求解需经历观察、实验等数学活动过程,发现圆与方格的位置关系,考查了垂径定理与圆周角为直角的知识点的应用,让学生在动手操作中完成数学应用过程。创设的选项以图形为主调,贯彻了“丰富对现实图形的认识,建立初步的空间观念,发展形象思维”的新课程理念,有利于学生在成功的体验中建立自信。

2. 计算(求解)类问题

计算题、求解题(包括求方程、方程组,不等式、不等式组的解)是典型的数学题。求解该类问题的能力通常被视为一个学生的基本功所在,因此,这样的试题也就很自然地成为各种数学试卷的基本组成部分之一。当然,这两类试题在评价的功能方面也有较为明显的不足之处。对此,《指导》指出:

这类试题的目标指向清晰,对解决问题过程中所需要的数学知识、方法通常有比较明确的提示。解题过程中学生需要做的主要活动是回忆、严格按程序操作及不出无意识错误等。这类试题通常可以用于对一些数学公式、数学技能的熟悉与熟练情况的考查,但不适宜用于考查对概念与方法的理解。例如,计算一组数据的(加权)平均数的问题,只能用来考查对相应计算公式的掌握情况,而难于考查学生对平均数概念的理解。

事实上,大多数计算(求解)类问题对解决问题过程中所需要的数学知识、方法有比较明确的提示。学生能够严格按程序操作从事解决问题的活动,而且不出无意识错误,通常就能够得到问题的解答。当然,技巧永远是存在的,一个好的“算法”能够使我们很方便、快捷地获得问题的解,所花费的时间也较少。

数值计算、方程与不等式的求解等问题都属于此列,它们又历来是数学试卷中的必考题。总的说来,这些试题的求解过程基本上就是计算——按照一定的程序,从事避免无意识错误的操作(其中也包含一些特定的技巧)。而从事这些活动的基本目的应当是获得问题的(确定)数学解。而按照《全日制义务教育数学课程标准》,“运用数学的知识、方法研究一些数学现象、解决一些数学的或非数学的问题”应当成为学习众多“数学模型”,诸如方程、不等式、函数等的重要目标。因此,有必要设法将这些基本的求解试题置于某些情境之中,使得类似的计算(求解)问题不总是以纯粹的“数学题”形式出现。具体说来,对这一类试题的编制,应当遵循

《指导》提出的要求：

编制这一类试题,应尽可能提供所需完成的运算任务的背景意义,避免纯粹的计算题,问题解决的过程应力求存在不同的算法供学生选择,而在解决问题过程中所需要的运算种类、步骤、复杂程度均不能够超过《标准》的要求。

例6 为保护长江,减少水土流失,我市某县决定对原有的坡荒地地进行退耕还林。从1995年起在坡荒地上植树造林,以后每年又以比上一年多植相同面积的树木改造坡荒地,由于每年因自然灾害、树林成活率、人为因素等的影响,都有相同数量的新坡荒地产生,表2-3为1995、1996、1997三年的坡荒地面积和植树面积的统计数据。假设坡荒地全部种上树后,不再有水土流失形成新的坡荒地,问到哪一年,可以将全县所有坡荒地全部种上树木。

表2-3

	1995 年	1996 年	1997 年
每年植树的面积/ 10^3 m^2	1 000	1 400	1 800
植树后坡荒地的实际面积/ 10^3 m^2	25 200	24 000	22 400

评:本题是一个以计算题的面目出现的试题,但它以社会关注的热点话题为背景,其中渗透了需要考查的计算、数学模式识别等方面的指标。从考题评价的重点上来看,并没有过分突出对计算复杂程度的关注,而是渗透了对蕴涵于计算过程中识别“数学模式”的活动,以期突出对学生的应用意识、数学直觉的评价。

不仅如此,按照《标准》,我们对于计算的理解也要扩大,即“估算”也应成为其中的一个方面。对数量,尤其是“数量级”的把握应当成为学生“数感”的一个重要组成部分。

例7 天安门广场的面积约为44万平方米,请你估计一下,它的百万分之一大约相当于()。

- (A) 教室地面的面积 (B) 黑板面的面积
(C) 课桌面的面积 (D) 铅笔盒盒面的面积

评:这是一道以“估算”形式出现的问题,其重点在于考查学生对数量级的感觉,属于评价他们“数感”的问题:1平方米面积学生很会计算,但1平方米面积到底有多大,学生不一定能感受到它

的真实大小。教室地面的面积、黑板面的面积、课桌面的面积和铅笔盒面的面积的大小关系,是一目了然的,但谁大约是44万平方米的百万分之一呢?这是考查学生对数量、数量级的感受和把握的问题。

3. 证明题

证明题历来可算是最“典型的”数学题,也最容易受到命题人的青睐而入选各类数学考试卷。它们的特征是什么?

《指导》指出:

这类试题提供的条件与结论均比较明确,学生所要完成的任务是填补条件与(所证)结论之间的数学逻辑关联,所涉及的活动既有寻找这些数学逻辑关联的探索性活动,也有对相关数学证明方法、证明技巧的有效应用,甚至还蕴涵对问题不同角度的理解、不同方式的表达等等。因此,这类试题可以用于考查学生逻辑推理能力、对数学命题之间逻辑关系的寻求与把握状况、对数学证明的过程与方法的理解和掌握情况等。

但是,这种试题的解题目标已经给定,学生便没有很多机会表达自己对问题情境(题设的条件、限制等)的理解水平、理解方式与角度等等,因而难于考查学生探索问题的结论、或发现问题的能力。

由此可见,证明题作为一种类型的数学试题,一方面有其独到的作用,另一方面,也存在一些评价方面的“盲点”,尤其是在评价学生的思维特点、认识问题的角度等方面。这就决定了我们需要对此加以深入的研究。

其实,即使是在“证明题”所能够测试的评价指标方面,诸如“逻辑推理能力、对数学命题之间逻辑关系的寻求与把握状况、对数学证明的过程与方法的理解和掌握情况等”,也有值得研究的方面。这也正如《指导》所指出的:

好的证明试题首先在于由条件和结论所构成的命题具有价值;其次是求解策略的空间比较大——可以通过对试题采用不同的认识角度,而获得不同的证明思路;再次是基本的证明过程应当能够反映学生对相应数学知识或方法的理解水平。编制这类试题时,除去在试题表达的清晰性、准确性等方面需要注意以外,还应避免在问题的表述中对求解思路有所提示。试题的“难度”不宜

落实在是否能够找到某个特定的证明模式(如辅助线、代数表达式、特殊数值)或者知道某个特定的技巧上。

例8 如图2-17, $\odot$ 的直径为 AB , 有一条定长为 9 cm 的动弦 CD 在 $\widehat{AB}$ 上滑动(点 C 与 A 、点 D 与 B 均不重合), 且 $CE \perp CD$ 交 AB 于 E , $DF \perp CD$ 交 AB 于 F 。

(1) 求证: $AE = BF$;

(2) 在动弦 CD 的滑动过程中, 四边形的面积 $CDFE$ 是否是定值, 若是, 请给出证明并求出这个定值; 若不是, 请说明理由。

评: 该题所牵涉到的背景条件比较简单, 但结论却具有一般性, 而且问题的议论中心围绕着“变化之中的不变”这一个有着较高数学价值的话题, 问题的求解过程也有一定的开放性, 比较适宜让不同的学生表达各自对数学的理解水平和解题策略。

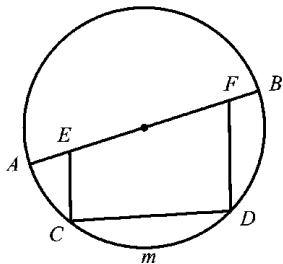


图 2-17

例9 如图2-18, 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 对角线 AC 、 BD 垂直相交于 H , M 是 AD 上的点, MH 所在直线交 BC 于 N , 在以上前提下, 试将下列设定中的两个作为题设, 另一个作为结论组成一个正确命题, 并证明这个命题。

① $AD = BC$ ② $MN \perp BC$

③ $AM = DM$

评: 证明题的形式历来较为单一, 都是“已知……证明……”。但本题却打破常规, 以一种颇有新意的、学生自主构造问题的方式, 来考查学生的推理、思维能力。看上去该题的形式变化不大, 但却有实质意义上的变革。因为这样的试题在情境方面有一定的开放性和探究性, 给学生提供了一种选择的机会, 使得每一个学生能够依据自己对问题的理解, 结合自己在相应知识掌握方面的特点, 给出自己的选择。从而可以表现出对题目中条件与结论的内在联系的理解状况。

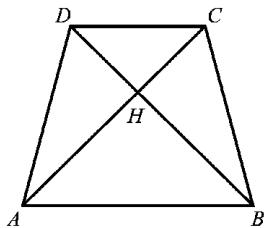


图 2-18

4. 应用性问题

如前所述,应用性问题是一个“既新且旧”的试题类型。说它旧,是指我们的学生从小学起就在做“应用题”;说它新,是指目前我们对它的含义赋予了新的内涵、新的目标。

事实上,应用性问题所考查的是学生应用数学解决实际问题的意识与能力——能否在自己的周围见到数学,甚至主动应用数学去解决问题。这是《标准》中所列的一个重要课程目标,也是绝大多数人学习数学的主要目的。对这方面的评价自然应当给予重视。这正如《指导》所指出的那样:

此类问题有利于考查学生数学建模的能力、对相应知识与方法的理解水平、解决问题的意识与能力,有助于促进学生体会数学的价值等。

例10 某班级为了从甲、乙两同学中选出班长,进行了一次演讲答辩与民主测评。A、B、C、D、E五位老师作为评委,对“演讲答辩”情况进行评价,全班50位同学参加了民主测评。结果如表1、表2所示:

表1 演讲答辩得分表

单位:分

	A	B	C	D	E
甲	90	92	94	95	88
乙	89	86	87	94	91

表2 民主测评票数统计表

单位:张

	“好”票数	“较好”票数	“一般”票数
甲	40	7	3
乙	42	4	4

规定:

演讲答辩得分按“去掉一个最高分和一个最低分再算平均分”的方法确定;

民主测评得分 = “好”票数 $\times$ 2 分 + “较好”票数 $\times$ 1 分 + “一般”票数 $\times$ 0 分;

综合得分 = 演讲答辩得分 $\times$ (1 - a) + 民主测评得分 $\times$ a (0.5 $\leq$ a $\leq$ 0.8)。

(1) 当 $a = 0.6$ 时, 甲的综合得分是多少?

(2) a 在什么范围时, 甲的综合得分高? a 在什么范围时, 乙的综合得分高?

评: 该题牵涉到的问题情境是学生所熟悉的班级生活中的一个部分, 而测评的得分规则又是生活中常见的, 体现了数学就在我们的身边; 其次, 问题的求解过程又渗透了基本的统计概念与不等式的相关知识, 起到了考查学生有关的基本数学知识以及分析解决实际问题的能力。

目前, 在编制应用性问题时, 我们需要克服的是一种“惯常”的认识, 确切地说, 就是将“文字题”(即以自然语言表述的问题) 当作应用性问题, 事实上, 这类试题基本上不具备《指导》中对于应用性问题所提出的几点实质性功能。对此, 《指导》明确指出:

需要注意的是, 文字题不能视作“应用性试题”。事实上, 这类问题基本上没有真正意义上的实际情境——问题表述中隐含重要的信息与限制、需要剥离的非本质条件、需要使用的背景知识等等。而求解这类问题时, 学生主要做的工作就是翻译——将用非数学语言表达的条件、结论或关系转换成用相应的数学语言来表达, 剩下的就是做一个计算题或证明题了。

例如, 某学校的篮球数比排球数的 2 倍多 2, 篮球数与排球数之差是 16, 那么, 该校的篮球数、排球数分别是多少?

尽管这种类型的问题可以比较方便地考查学生数学语言的转换能力, 以及对一些数学基础知识和基本技能的掌握情况; 有时, 也可以考查他们对数学结论在特定问题背景之下合理性的把握水平。但这类问题不能有效考查学生的数学应用水平——挖掘问题情境中的数学现象、数学关系, 抽出问题的本质因素、选择恰当的方式或知识重新表达问题、综合运用数学知识建立适当的数学模型、检验数学模型的解对问题的适合程度等。因此, 它只能够用于对数学语言使用水平的考查, 而不能够用作对学生应用数学能力的考查。

但是, 我们所面临的更为艰难的任务是如何编制一个符合基本要求的应用性试题。为此, 我们应当考虑《指导》中所提出的若干基本要求。

这类试题的编制应注意以下几点:

(1) 问题背景应当是现实的。所选择的问题情境可以是关于资源、环境、其他学科活动、经济生活等方面的实际素材,而应避免脱离生活实际的、人为编造的情境。当然,试题情境可以适当简化,只要保留其现实意义即可。

(2) 内容以及叙述方式应当是可理解的,不能假设学生已经拥有一些特定的背景知识或技能(除非事先给出解释),文字应简练,表达应利于理解,不能影响学生解题。

(3) 内涵是丰富而有价值的,即问题本身或求解过程中涉及丰富而重要的数学概念、数学思想方法,应当避免“大情境”(问题的背景很复杂)、“小数学”(简单而非重要的数学)的现象。

(4) 情境与表述应当力求富有挑战性与趣味性,能够激发学生求解的欲望。

例 11 某单位经常需购进同一种物品,购物方式有两种,一种是本地购物,另一种是外地购物。在本地购物得按零售价每件 20 元支付,在外地购物可按批发价每件 15 元支付商家,但每次在外地购物都得另支付 150 元食、宿、运输等杂费。若设一次购物资金总支出为 y 元,所购物品件数为 x ,则:

(1) 在本地购物时 y 与 x 的函数关系式为_____。
在外地购物时 y 与 x 的函数关系式为_____。

(2) 一次购物_____件时,在本地或在外地购物所需支付的金额相等。我们将这一数值称为外地一次购物下限。

(3) 一次购物件数_____(填“大于”或“小于”)上面外地一次购物下限时,你将建议这个单位采取_____购物,因为这样与另一种购物方式相比将为单位节约一笔资金。节约的资金 y 与一次购物数 x 的函数关系式为 $y =$ _____。

评:这是一道情境较为现实、有意思的试题,特别是试题中所引入的外地一次购物下限既有实际意义,也不难理解,能够引起学生的求解欲望,很好地体现了数学的价值——运用数学可以帮助我们选择一个“好”的购物策略;同时,问题的求解过程中所渗透的数学知识、方法也是初中阶段很重要的函数思想。

然而,在实际命题过程中,“需要注意的是,由于学生成长经历的差异,有时难于找到对所有学生而言是具有共同体验的实际问题,因而使考试的公平性遭到损害。”

5. 阅读分析题

按照联合国科教文组织的预测,未来社会是一个终身教育的社会,而未来社会的文盲不仅仅是那些不识字的人,更多的则是那些不会学习的人。在人的学习能力中,获取信息的能力、特别是在阅读过程中获取信息的能力,是极为基础而重要的。不仅如此,即使从生存的角度来看,获取信息的能力也是极为基本的。而在数学学习活动中,学生有许多机会可以在这一方面获得发展。因此,阅读分析题应当成为评价学生数学学习状况的一个项目。

关于阅读分析题试题所具有的基本评价功能,《指导》是这样说的:

这类试题有利于评价学生获取数学信息及其数学学习的能力;可以考查学生寻求具体对象的数学性质、对象之间的数学关系,以及对有关数学知识的理解水平、数学方法的应用水平等。对于图表阅读题,还有利于考查学生获取图表中所含数学信息的能力,以及收集整理、描述信息、从已有信息中做出合理推断的能力,进而考查其运用所学知识分析问题、解决问题的能力。

例 12 如图 2-19(1),在正方形 ABCD 中, E 是 AD 的中点, F 是 BA 延长线上的一点, $AF = \frac{1}{2}AB$ 。

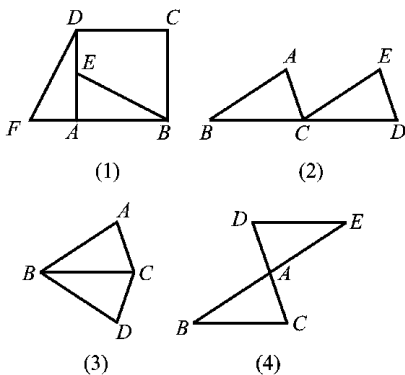


图 2-19

求证: ① $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ 。

② 阅读下面的材料:

如图 2-19(2), 把 $\triangle ABC$ 沿直线 BC 平行移动线段 BC 的长度, 可以变到 $\triangle ECD$ 的位置;

如图 2-19(3), 以 BC 为轴把 $\triangle ABC$ 翻折 180° , 可以变到 $\triangle DBC$ 的位置;

如图 2-19(4), 以点 A 为中心, 把 $\triangle ABC$ 旋转 180° , 可以变到 $\triangle AED$ 的位置。

像这样, 其中一个三角形是由另一个三角形按平行移动、翻折、旋转等方法变成的, 这种只改变位置, 不改变形状大小的图形变换, 叫作三角形的全等变换。

③ 回答下列问题:

a. 在图 2-19(1)中, 可以通过平行移动、翻折、旋转中的哪一种方法, 使 $\triangle ABE$ 变到 $\triangle ADF$ 的位置?

答: _____。

b. 指出图 2-19(1)中线段 BE 与 DF 之间的关系。

答: _____。

评: 本题首先要求学生通过阅读一段描述图形变换“定义”的文字, 进而形成对几何变换的基本认识——即借助阅读而学习新知识, 随后, 又让学生运用所理解的知识去探究图形的性质, 这也就是考查了学生通过阅读去获取知识、方法的能力。

例 13 甲乙二人参加某体育项目训练, 近期的五次测试成绩得分情况如图 2-20 所示:

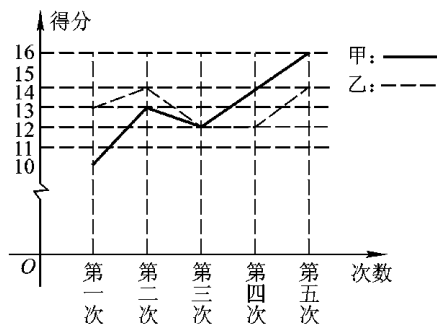


图 2-20

① 分别求出两人得分的平均数与方差;

② 根据图 2 - 20 和上面算得的结果 ,对两人的训练成绩做出评价。

评 :在现实生活中 ,我们获取信息的渠道多种多样。而在许多媒体上 ,信息呈现的方式都是(统计)图表。因此 ,通过读统计图表而获取信息就成了当代社会公民必不可少的一个基本技能 ,这一技能也就自然成为评价的一个要点。

事实上 ,图像、图表是一种直观、形象而又富含多种数学信息的数学语言 ,从图像、图表中获取信息是命题的新视角。本题以图像为信息源 ,要求学生正确找出甲、乙两人五次测试的成绩 ,既考查了平均数、方差的概念 ,也让学生会用统计的知识结合图中折线的变化规律 ,给予甲、乙两人做出正确的评价 ,又一次体现运用统计知识解决问题的重要意义 ,使《标准》中“发展统计观念”的目标得以落实。

需要指出的是 ,编制这类试题时应注意《指导》所要求的以下几点 :

(1) 问题的背景应当隐含重要的数学概念、性质或关系 ,形式可以多种多样 ,素材既可以来源于社会生活 ,也可以来自数学或其他学科。这样 ,可以保证通过阅读所获得的信息绝不仅仅具有数学意义 ,也可以考查学生对答案合理性的把握。

(2) 在这类问题中应以新的数学对象 ,包括概念、法则、公式、命题等 ,作为主要研究对象。对于图表阅读题 ,问题本身或求解应主要关注对变化现象的研究 ,对变化关系的理解 ,不能够以求未知量作为所有研究对象。

(3) 问题的挑战性应落实在研究对象的数学意义上。不能因为阅读方面的障碍(文字晦涩、有歧义等)导致学生解答发生困难 ,若所研究的对象是学生第一次遇见的 ,则不要在复杂程度上做文章。

(4) 对于图表阅读题 ,通过阅读图表获得的信息应当超越借助代数运算获得的结论 ,这既可以体现图表的价值 ,又能够考查学生对于相应数学对象的整体把握水平 ,包括估算能力 ;设问时应尽可能要求学生给出超越直接观察图表本身就能够得到的结论 ,即应当要求学生做一些合理的预测、推断。

例 14 阅读下面的解题过程 :

已知 a, b, c 为 $\triangle ABC$ 的三边长, 且满足 $a^2c^2 - b^2c^2 = a^4 - b^4$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状。

解: 因为 $a^2c^2 - b^2c^2 = a^4 - b^4$, (A) _____

所以 $c^2(a^2 - b^2) = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$ 。 (B) _____

所以 $c^2 = a^2 + b^2$, (C) _____

所以 $\triangle ABC$ 是直角三角形。 (D) _____

问: ① 上述解题过程中, 从哪一步出现错误, 写出它的代号 _____。

② 错误的原因 _____。

③ 本题的正确结论为 _____。

评: 这是一类新型的阅读理解试题, 其评价的核心点在于对思维过程的反思能力。此题的求解过程为“阅读”——“反思”——“合理推断”。通过阅读提供的反思材料, 要求学生评价与反思材料所反映的解题过程——包括合理与错误的部分。这对于了解学生的思维过程、思维品质和数学素养有比较积极的指导意义。

例 15 在两个数 a, b 之间定义一种运算 $a \ast b$, 如果 $a^c = b$, 那么 $a \ast b = c$ 。

例如: $2 \ast 8 = 3$, $3 \ast 9 = 2$ 。考虑下面的问题:

(1) 计算 $3 \ast 9$, $2 \ast \frac{1}{4}$, $\frac{1}{5} \ast \frac{1}{5}$, $4 \ast 4^6$, $\frac{3}{2} \ast \frac{2}{3}$ 。

(2) 观察上面的结果, 你能得到一些猜想吗? 试着证明你的猜想。

(3) 我们在研究一种新的运算时通常要研究它的运算律, 对于这种新的运算, 你能写出它的运算律的公式表示吗?

(4) 对于这种新的运算, 你还能发现它有什么特殊的性质吗?

评: 这是一类具有一定开发价值的试题, 它的优势是明显的: 可以考查学生纯粹的“数学认知能力”, 但“弊病”也是明显的: 容易越挖越深, 越挖越广, 易将高中的有关内容“下放”到初中毕业学业考试中。这种“下放”是否好, 是否要限制? 值得研究。否则可能导致在知识上而不是能力上做文章来对付考试。另外, 此题难度是否偏大, 高中水平学生初次接触此类试题, 如指数函数与对数函数, 也要学习 1 节课的时间, 要几分钟就解决题中问题, 是否

有一定困难。

而对于阅读分析类试题的“先天不足”，《指导》是这样描述的：

需要注意的是，由于所选择的“阅读对象”自身的内容和表述的方式可能会影响学生的解答，从而影响考试结果的效度；而图表阅读类型的问题，则在考查学生认识对象的精确性方面有所缺憾。

6. 探索题

如前所述，将探索题纳入评价试题的范围，实际上是数学教育观念的一种转变，尤其是对作为教育内容的数学知识的看法的改变：从将这些知识简单地视为“现成的产品”——一切都已经构造完毕，到将这些知识看作是形成过程中的内容；于是，对学生而言，他们所能做的、所需要做的事情就由模仿与记忆转为探索、认识与表达。

在这样的新观念之下，学生的数学学习活动就由单纯的被动接受、模仿、复制，增加了主动地探究、理解、表达。而对于学生的探究性能力的评价自然也就非常需要，或者说，在数学学业考试中引入探究题就是不可避免的事情。这正如《指导》所说的：

这类试题有利于考查学生的数学实践能力、探索能力，适合于考查学生“做数学”与从事“数学化”活动的的能力；有利于评价其从事归纳、类比、概括、推理等思维活动的水平，以及对自我数学活动过程与结果的反思能力等。

例 16 图 2-21 中长方形的长均为 m 、宽均为 n 。

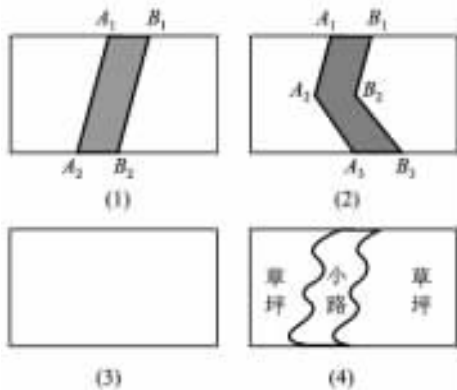


图 2-21

(1) 在图(1)中,将线段 A_1A_2 向右平移 1 个单位到 B_1B_2 ,得到封闭图形 $A_1A_2B_2B_1$ (阴影部分),它的面积是多少?

(2) 在图(2)中,将折线 $A_1A_2A_3$ 向右平移 1 个单位到 $B_1B_2B_3$,得到封闭图形 $A_1A_2A_3B_3B_2B_1$ (阴影部分),它的面积是多少?

(3) 在图(3)中,请你类似地画一条有两个折点的折线,同样将它向右平移 1 个单位,得到一个封闭图形,它的面积是多少?

(4) 图(4)所示的长方形是一块大草坪,其中有一条弯曲的人行道,若人行道任意一处的宽度均为 1 个单位,试猜想小径的面积,并说明猜想的正确性。

评:此题的求解牵涉到对面积、平移、图形全等基本性质的理解,以及平行四边形面积计算,具体计算过程并不复杂。但试题将考查的重点放在对问题以及相应方法和知识的理解水平上。例如,在求解问题(2)时,若学生通过将阴影部分分解成几个小平行四边形来求面积,则其所用的方法与问题(1)的解法无本质区别,表现出对两个问题结构的“相似性”有较好的认识,而且具有一定的化归意识和能力;而学生若采用“图形割补”的思想,利用全等三角形(或四边形)去说明解法正确性,则表现出其对问题实质的理解较为深刻,并获得了解决这一类问题的一般方法;问题(4)意在考查学生的合情推理能力——通过对前几个特殊问题的观察、分析与概括,得到一个合理的猜想。

因而,通过让学生对试题所提供的问题情境做一番探究,我们可以较为全面地了解其从事探究性数学活动的的能力,以及对相应数学现象的理解。

《指导》指出,这类试题的编制工作应注意以下几点:

(1) 试题背景具有实质性意义,而不仅仅将探索对象归结为对一系列数字特征的归纳。

(2) 试题的求解过程体现策略多样化的特点,允许借助直觉思维、或对问题的整体把握而直接获得合理的猜测。只有通过一步步计算或推导才可能得到猜测的问题不是好的探索性问题。

(3) 试题中的设问能引发学生对自我思考过程、而不仅仅是对结果的反思。

(4) 试题的评分标准应充分考虑到多种合理性答案及其评分规定,没有科学性错误。

(5)有条件的地区应当设计借助工具更有利于求解的问题,例如借助计算器、简便模具等。

例 17 下面是按照一定规律画出一列“树型”图(图 2-22):

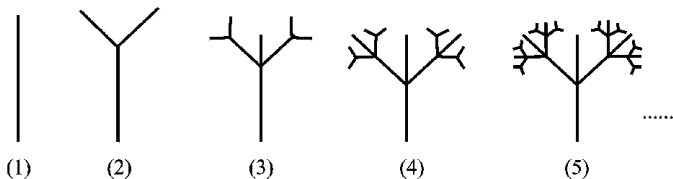


图 2-22

经观察可以发现,图(2)比图(1)多出 2 个“新树枝”,图(3)是由图(2)中出现的每个“新树枝”上再生出 2 个“新树枝”而形成,图(4)是由图(3)中出现的每个“新树枝”上再生出 2 个“新树枝”而形成。照此规律,图(7)比图(6)多出_____个“树枝”,图(7)比图(1)多出_____个“树枝”。

评:对于数学规律的探索不能局限在“看出”一系列数字的排列特征,若仅仅是这样,那么数学的真正价值就得不到很好地体现,而人为的痕迹也就过重的。本题借助了“分形”这个能够给人以美好感觉的图像背景,将所需要探讨的数学规律蕴涵其中,使得我们能够借此考查学生对图形生成规律的探究能力(包括从事观察、归纳、概括等活动的能力),而不仅仅是对一系列数字排列规律的识别能力。

例 18 (1)已知 $\triangle ABC$ 为正三角形,点 M 是射线 BC 上任意一点,点 N 是射线 CA 上任意一点,且 $BM = CN$,直线 BN 与 AM 相交于点 Q 。就图 2-23 中给出的三种情况(图(1)、(2)、(3)),猜测 $\angle BQM$ 分别等于多少度?并利用图(3)证明你的结论。

(2)将(1)中的“正 $\triangle ABC$ ”分别改为正方形 $ABCD$ (如图 2-23(4))、正五边形 $ABCDE$ (如图(5))、正六边形 $ABCDEF$ (如图(6))……正 n 边形 $ABCD \dots X$ (如图(n)),“点 N 是射线 CA 上任意一点”改为点 N 是射线 CD 上任意一点,其余条件不变,根据(1)的求解思路,分别推断 $\angle BQM$ 各等于多少度,将结论填入表 2-4:

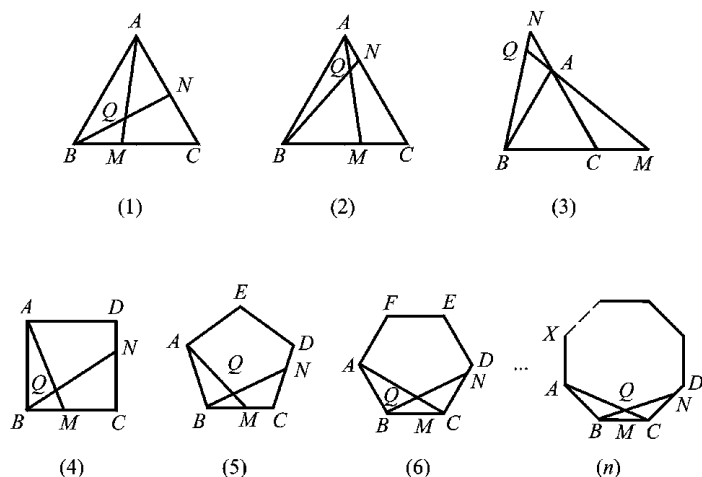


图 2-23

表 2-4

正多边形	正方形	正五边形	正六边形		正 n 边形
$\angle BQM$ 的度数					

评：本题初始情况所牵涉到的限制条件很简单，但结论却发人深省，特别是通过将点 M 与 N 的位置变化与结论 $\angle BQM$ 的值挂上了钩，启发学生探究其中存在的实质性关联，这一设计富有创意。更进一步，由正 $\triangle ABC$ 中的三种情况的研究，进而扩展到对正方形 $ABCD$ 、正五边形 $ABCDE$ 、正六边形 $ABCDEF$ ，以至后来更为一般的正 n 边形 $ABCD \dots X$ 的情况做类似的探讨，使得问题不断得到拓展延伸。随着问题的不断拓展、延伸，其中所隐含的数学实质也以某种形式逐渐显露出来，这给学生留下了一定的思考空间，使得不同水平的学生都能够展现出自己的理解程度和认知特点。不仅如此，随着学生对问题认识的深度不断地递进，他们研究问题的方法也在逐步地成为自我反思的对象。因此，本题不仅可以考查学生对相关数学实质的理解水平，还能够评价出学生反思解决问题的过程进而领悟数学方法的能力。此时，我们对学生认识问题深度的了解也在不断地递进。

从评价对数学教学的引导作用方面来看,这样的研究性问题的出现,无疑会正确引导中考命题改革,促进目前中学数学教学方式与学生学习方式的改革。

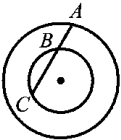
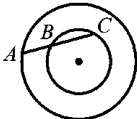
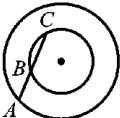
当然,作为一种较为新颖的试题,我们在编制探索题时所面临的困难还是很大的。对此,《指导》也明确指出:

需要注意的是,此类试题的难度不易把握,制订评分标准时可能对出现的合理解答难于全面估计;该年龄段学生的数学背景比较简单,难于找到具有深刻或丰富数学内涵的操作性活动。

例 19 在一次数学实验探究课中,需要研究两个同心圆内有关线段的关系问题,某同学完成了以下部分记录单:

记 录 单

单位: cm

	第一次	第二次	第三次
图形 $R = 5$ $r = 3$			
AB	2.50	3.00	3.50
AC	6.40	5.33	4.57
$AB \cdot AC$			

(1) 请用计算器计算 $AB \cdot AC$ 的值,并填入上表的相应位置;

(2) 对半径分别为 R, r 的两个同心圆,猜测 $AB \cdot AC$ 与 R, r 的关系式,并加以证明。

评:这是一道较好的数学探索性试题。其背景比较直观,设计较为合理,入口很宽,使得所有的学生都能够进入到问题的解决中来,而所涉及的数学知识又较为简单,学生的解题过程包括估计、猜测、代数运算与几何证明等有价值的数学活动,这就可以考查学生的基本数学能力的发展水平。

7. 开放性问题

如前所述,如果单纯从试题的类型方面来看,开放性问题应当是一种“全新”的试题。它的产生是人们对新教学理念认同的结

果:以往,我们的教学过多地强调“统一”、“最佳”、“程序”,认为在培养学生在解决问题方面的能力时应当着重于讲授“题型+方法”的配套、追求各种类型问题的“最佳”解法、规范解决问题的可操作“程序”……而基本否定学生自己对问题的认知方式、理解角度、求解策略(只要这些方式、角度、策略不是“最好”的)。事实上,也就是否定在认识问题、解决问题的过程中,存在个性差异的合理性。

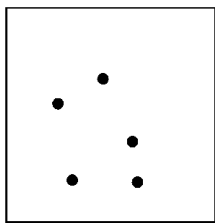
开放性问题的出现可以看作是一种新的评价观念的体现,它标志着我们对不同的学生在思维活动过程中存在着“个性差异”的认同,即不同的个体对待相同的对象出现不同的认知方式、理解结果等等是合理的,不同的个体在处理相同的问题时采用不同的策略、方法,选择不同的操作程序也是合理的,没有必要在此强求一致。

一个经典的问题是下面的“5点密集度问题”:

地面上有5个点,如图2-24,如何描述它们的“离散程度”?

将这个图形的“离散程度”数量化,或者说用数来刻画这个图形的离散状况是一个典型的开放性问题,不同的人可能选择不同的标准来比较。由于点的相对位置的变化所导致的“离散程度”方面的变化,下面一些“标准”都是可能的:

- 所有两点之间最长线段的长度;
- 所有两点之间线段长度之和;
- 它们组成的多边形周长;
- 它们组成的多边形面积;
- 能够覆盖五点的圆的最小半径;
- 所有两点之间线段长度关于某个固定



长度的标准差;

……

图2-24

从评价的角度来看,这样的试题由于给学生提供了表达自己对问题情境、相应的数学特征(如“离散程度”)的理解机会、表达方式,就可以使我们比较全面地了解学生对有关数学知识(长度、面积、覆盖,以及“刻画离散程度的指标”等)的理解情况、各自的数学思维特征等等。

一般而言,开放性问题的评价方面所具有的功能正如《指导》

所表述的那样：

这类试题能给每一位学生提供用自己掌握的知识、熟悉的方式去表达对问题的理解的机会,有利于考查学生直觉思维和发散思维的活动水平,这使得阅卷者能够比较全面地推断学生的数学学习状况。

例 20 确定一张圆形纸片的圆心,你有哪些方法?

评:这是一个非常开放的问题——几乎对于所有学段的学生而言都是如此。而越是高年级学段的学生,就具备越多的选择性,或者说开放的程度就越明显。当我们要求学生给出不同的方法时,也就给学生提供了表达自己个性理解的机会,当然我们也就有了相对全面地理解学生数学学习状况的机会。

下面的问题是类似的：

例 21 编一个答案是 87 的数字问题。

评:这个问题的答案自然可以多种多样,例如:

一个两位数,个位数字与十位数字之差为 1,之和为 15,求这个两位数;

一个两位数,个位数字与十位数字的平方差是 15,若将这个两位数的两个数字位置颠倒,则所得新数与原数的积是 6786。

从学生所提供的解答中我们或许可以了解到他们对代数运算的理解水平、熟悉程度、甚至灵活运用水平。不仅如此,学生还可能给出具有几何背景的答案,从而展示出他们对几何与代数运算之间联系的了解与把握情况。

例 22 用四块如图 2-25(1)所示的小正方形瓷砖拼成一个大的正方形,使大正方形中的图案成一个轴对称图形。

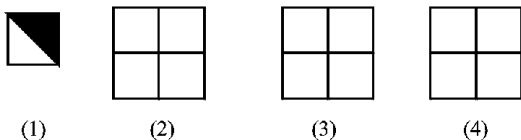


图 2-25

请你在图(2)、(3)、(4)中各画出一一种拼法(要求三种拼法各不相同,所画图案中的阴影部分用斜线表示)。

评:这一道试题的开放性表现在学生所设计的成轴对称的图

形是不定的,自然就有利于考查学生对图形的分解与组合的能力以及对轴对称概念、轴对称图形的理解情况,而且由于问题的起点较低,还可以使得几乎每一个学生都能够给出一种或几种解答。

例 23 一个二元一次方程和一个二元二次方程组成的二元二次方程组的解是 $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$, 试写出符合要求的方程组 _____ (只要填写一个即可)。

评:常规的解方程问题是求解给定方程的根。本题的形式是反其道而行之,即由已知方程组的解来构造一个符合要求的方程组的问题。因为已知两组解,所以二元一次方程是确定的(两点确定一条直线),但二元二次方程却是多种多样,可以从乘积型、平方和(差)型、抛物线型等进行构造,从这个角度上看,它就是一道非常有意义的开放题。

不过,上面的几个实例也反映出一个共性的问题——编制开放性问题时,评分标准的制订是一个难题。我们知道,统一的分数和不区分水平的评分方式(标准),既不利于学生发挥创造潜能,更不利于我们评价学生的数学学习特征。因此,制订一个合理化的评分标准非常重要,它既要保证不同的合理解答都能够得到应有的分值,也不能要求学生只有给出所有可能的答案才能够得到满分,还需要使表现不同思维水平、或者难易程度不一的答案在所得分值上有所区别。

事实上,对于编制开放性问题时需要注意的问题不仅仅是这一点,较为系统的相关问题已经在《指导》中有所提及:

这类试题的编制应注意以下几点:

(1) 问题的“开放性”应落实在问题所提供的条件具有不确定性、解决问题的策略多样化、不同但合理的答案个数不确定(不是仅仅指答案个数多于1)、问题结构的可改变性等方面。

(2) 能使不同的学生都能够给出自己对问题的理解、解答。合理的解答应包括在数学上层度不同、在思维水平上存在差异、在表述形式上多样的答案。

(3) 问题应包含重要的数学——即问题本身或求解过程中涉及丰富而重要的数学概念、数学思想方法,有利于学生从事有价值的数学活动——观察、实验、猜测、验证、推理等。

(4) 评分标准应体现差异性——包括对具有创新意义的解答给予鼓励性加分,不以答案的完整性作为满分的基本要求。

需要注意的是,此类试题存在着评分标准难于制定和对阅卷者数学素养要求较高等方面的问题,命题时需要特别加以关注。

例 24 如图 2-26, $\odot O$ 和 $\odot O_1$ 外切于点 T , PT 为其内公切线, AB 为其外公切线,且 A, B 为切点, AB 与 TP 相交于点 P 。根据图中所给出的已知条件及线段,请写出一个正确结论,并加以证明(本题将按正确结论的难易程度评分)。

评:本题符合条件的结论多样,结论的难易层次也不一样,自然不能够按同样的标准给分——不同水平的结论获得不同的分数(实际过程中,这一点大大激发了思维能力强的学生的创新欲望,他们千方百计想写出最好的答案,结果一些奇特的、有创见的结论就跃然纸上了)。

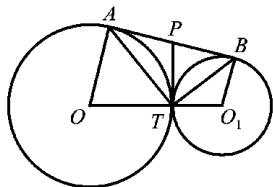


图 2-26

但是,就此题而言,对学生的答案按照“程度评分”的要求在实施层面上有一定难度:其一,学生在考试中由于时间限制,往往倾向于给出一个简单的命题,因此可能无法表达自己对相应知识的理解水平;其二,评分者对学生所给命题的“价值”认定带有个人的色彩,有时难以保障评价的“公平性”。这一点应引起我们的重视。

例 25 某校欲将一块矩形空地,建造成花园,打算把它分成五小块区域,分别种植不同颜色的花草,请你帮助设计。要求设计的图案以矩形的一条对称轴 l 为对称轴的轴对称图形,如图 2-27 (1)、(2)只改变区域面积大小的属于同一类型图案。请你直接在所给的矩形中设计出你觉得比较美观的另三种不同类型的图案。

奖励:多设计一个图案加 1 分,但不超过 4 分。

评:学生要设计满足条件的花园图案,可以选择的图案包括:矩形、其他多边形、弧、圆或它们中的一部分及其所构成的组合图形。该题既有效地考查了有关数学知识,又给了学生很大的创造性想像空间。同时,该题实行奖励加分的原则,对于鼓励学生创新、发展学生的创新意识、激发并开发学生的潜能极有帮助,同时

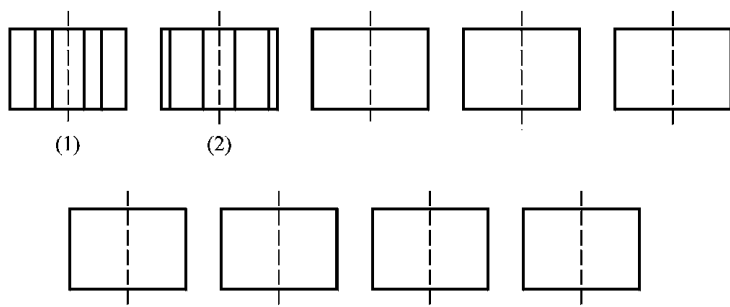


图 2 - 27

也增加了试题效度,体现了促进学生发展的理念,对教学也有很好的导向性。

例 26 假设有 12 名旅客要从 A 地赶往 40 千米外的火车站 B 乘车外出旅游,列车还有 3 个小时从 B 站出发,且他们只有一辆准载 4 名乘客(不含驾驶员)的小汽车可以利用。已知这些旅客的步行速度是每小时 4 千米,汽车的行驶速度为每小时 60 千米。

(1) 只用汽车接送,12 人都不步行,他们能全部同时乘上这次列车吗?

(2) 试设计一种由 A 地赶往 B 站的方案,使这些旅客都能同时乘上这次列车。按此方案,这 12 名旅客全部到达 B 站时,列车还有多少时间就要出站?

注 ① 用汽车接送旅客时,不计旅客上下车时间,12 名旅客都不驾驶汽车;② 所设计方案若能使全部旅客同时乘上这次列车即可。若能使全部旅客提前 20 分钟以上时间到达 B 站,可得 2 分加分,但全卷总分不超过 100 分。

评:本题是一个具有新意的行程问题。第(2)小题还具有开放性。让学生设计行程方案,不仅考查了学生应用数学解决现实生活中的问题的能力,还考查了学生的统筹优化思想,具有较好的教育价值。如果方案设计得好的话,还可以加 2 分更是本题的亮点。这样的评分标准不仅充分发挥了学生的主动性,而且加分标准明了、易于操作,可以有效控制评分过程的误差。这样的命题方法值得借鉴。

应当注意的是,数学学业考试的试卷在评价标准方面的难题

不仅仅牵涉到开放性试题,例如对于探究性试题,是注重结果呢还是注重过程,又或者二者兼而有之?现实的情况是:一些标准答案中,暴露出评分标准绝对化的问题,即开放性问题的答案似乎一定要十分齐全,探究性试题的求解过程则非要按照命题者的思路,否则就不给满分,这样就背离了原来所设想的思想。

需要说明的是,这里对“题型”的“分类方式”只是为了便于说明、操作,其实并不合理。而且我们目前对上述众多“题型”的研究还很不充分,特别是那些“新题型”,它们迫切面临的是“精致化”问题,例如:

- “开放性试题”的表述如何才能够避免由于“问题不明晰”而导致的求解障碍。

- 怎样制定“开放性试题”的评分标准才既有利于学生表达自己的认知特征,又避免导致解答要求过高等等。

- 对于“探索性试题”、“开放性试题”等关注学生思维过程的试题,它们的评分标准系统应如何构成——不能仅仅指向解答的正确与错误,还应当包括哪些方面?答案是否需要评定级别?

- 如何开展对“小试题”的改革研究。

在每一份中考试卷中,都有许多“小试题”——试题叙述较短,牵涉到的知识比较单一,所占分值也不多。其基本功能大多是考查学生对数学基础知识、基本技能掌握情况的;其呈现形式大多是“选择题”或“填充题”。综观各地试卷,在这些“小试题”中出现改革亮点的很少,而从各地所提交的试卷“自评报告”来看,有意识对这些“小试题”进行改革的地区也不多。原因自然不是这些“小试题”不需要改,或无法改,问题或许在于我们是否对它们加以重视了。

- 注意整卷设计的合理性。作为一份数学学业考试试卷,它要担负的使命是多方面的:既要评价学生是否达到《标准》所制定的基本学习目标,还要检测学生在数学学习与活动方面的特色,所以它的构成是一件需要好好研究的事情,它显然不能够仅仅以一、二种类型的试题构成,甚至单纯地考虑不同类型试题在试卷中所占的分值比例也还不能够满足需要。究竟该如何做,也是一个需要研究的重要课题。

主要参考文献

- 1 课改实验区初中毕业生数学学业考试命题指导项目组. 2004 年基础教育课程改革实验区初中毕业生数学学业考试命题指导. 南京 :江苏教育出版社 2004
- 2 数学学科 2003 年初中毕业、升学考试评价课题组. 2003 年全国初中毕业、升学考试数学学科评价报告. 南京 :江苏教育出版社 2004

第 3 章

数学试题的编制

- 试题编制的基本要求
- 例说试题编制的基本方法
- 探讨不良结构题的编拟

随着数学课程改革的逐步推进,对与之相适应的数学学习评价体系改革的呼声也越来越强烈。为促进课程改革有效、有序地向前发展,对符合《标准》评价理念的试卷设计、试题编制研究已经迫在眉睫。同时,我们应该看到,数学自身的特点决定了命题是一项十分复杂的专业化的工作,尤其在高利害考试中,命题工作的复杂性显得更加突出。本章将着重探讨编制数学试题的基本理念、基本方法以及在实际操作中需要用到的命题技术,特别地,我们将着力探讨符合《标准》评价理念的命题思路与命题方法。

第一节 试题编制的基本要求

无论编制什么样的数学问题(试题):开放性问题或者封闭问题,主观性试题或者客观性试题,都要符合两个最基本的要求:科学性和有效性。其中,科学性要求试题叙述清晰、结构合理、内容严谨和谐、试题中所提及的概念、原理等正确无误。问题叙述不清,或者结构设置不合理同样会为学生解题带来障碍,而这种障碍显然既不是命题人期望产生的,又没有任何积极意义,无疑应当避免。命题的另一个基本要求是有效性,即要求命题者预期的考查目标与学生在解题中反映出的实际目标相一致,只有这样,试题才能成为衡量学生达到某一既定目标的有效工具。不符合科学性和有效性的试题犹如一把歪曲的量尺,不能客观地度量和反映学生现有学习状况。更为严重的是,如果学生将测试结果作为反思和参照的对象,那么这些不合格试题就可能会成为贻误学生进一步发展的契机。

一、数学试题的科学性

要评价一道试题是否科学,可以从试题的表层结构、浅层结构和深层结构这三个不同层次的维度入手。

1. 表层结构的科学性

学生解决任何一个数学问题首先是从弄清题意开始,而弄清

题意的第一步是阅读题目的文字材料。所谓试题的表层结构是指仅与试题的文字叙述有关的诸多方面的总和。具体地说,试题的文字叙述包括以下几个方面:

(1) 试题的语言表述不应该产生任何歧义;

(2) 试题中涉及的所有记号和特定名称应该为学生所熟悉了解,或者在试题中被明确定义;

(3) 在限定答题时间的考试中,要以有利于流畅阅读的方式呈现试题,尽可能用简洁的语言表述,保证阅读题目的时间应远小于答题的总时间。

例1 抛物线的方程是 $y^2 = 2x$,有一个半径为1的圆,圆心在 x 轴运动,问这个圆运动到什么位置时,圆与抛物线在交点处的切线互相垂直?

此题中“圆与抛物线在交点处的切线互相垂直”这句话有歧义,可以做两种不同的理解:①圆与抛物线在同一交点处的切线互相垂直。②在一个交点处圆的切线与另一交点处抛物线的切线互相垂直。应该说这两种理解都是合理的,但这样的歧义既影响了学生考试时的心理状态,又为阅卷带来了不必要的麻烦。事实上,只要把原话改得更加明确一点即可避免歧义的产生。

例2 从一副洗好的没有老人头的牌中随便抽出一张牌, A 算1,请判断下列结果是不可能发生,还是可能会发生,还是必然会发生。

(1) 抽到的这张牌是红桃或者方块

(2) 抽到的这张牌比 J 小

(3)

此题对于玩过扑克牌的学生来说是不存在任何科学性问题的。但在实际的施测过程中发现,有一部分根本没玩过或很少玩扑克牌的学生对“老人头”、“花色”很陌生,甚至有学生弄不清一副扑克牌的组成。因此,为避免出现因缺乏生活经验而造成读题障碍,有必要在题目中对课程标准以外的各种名词术语进行解释。

例3 先阅读下面的材料,再解答下面的各题。

在平面直角坐标系中,有 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 两点, A、B 两点间的距离用 $|AB|$ 表示,则有 $|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$,下面

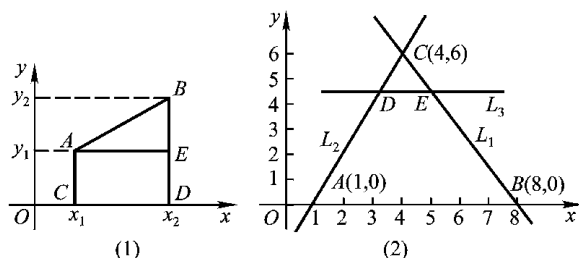


图 3-1

我们来证明这个公式:证明 如图 3-1(1),过 A 点作 x 轴的垂线,垂足为 C,则 C 点的横坐标为 x_1 ,过 B 点作 x 轴的垂线,垂足为 D,则 D 点的横坐标为 x_2 ,过 A 点作 BD 的垂线,垂足为 E,则 E 点的横坐标为 x_2 ,纵坐标为 y_1 ,所以 $|AE| = |CD| = |x_1 - x_2|$, $|BE| = |BD| - |DE| = |y_2 - y_1| = |y_1 - y_2|$ 在 Rt $\triangle AEB$ 中,由勾股定理得 $|AB|^2 = |AE|^2 + |BE|^2 = |x_1 - x_2|^2 + |y_1 - y_2|^2$,所以 $|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ (因为 $|AB|$ 表示线段长,为非负数)。注:当 A、B 在其他象限时,同理可证上述公式成立。

① 在平面直角坐标系中有 $P(-1, 2)$ 、 $Q(2, -3)$ 两点,求 $|PQ|$ 。

② 如图 3-1(2),直线 L_1 与 L_2 相交于点 $C(4, 6)$, L_1 、 L_2 与 x 轴分别交于 B、A 两点,其坐标为 $B(8, 0)$ 、 $A(1, 0)$,直线 L_3 平行于 x 轴,与 L_1 、 L_2 分别相交于 E、D 两点,且 $|DE| = 7/6$,求线段 DA 的长。

作为一道中考试题,解题的总时间限制约为十五分钟。但从试题的文字信息量来看,仅是阅读材料并理解题意就需要十分钟左右。显然,这种读题与解题的时间分配比例是不太科学的,在高利害的考试中易引起考生心理紧张,从而不能客观反映实际水平。

2. 浅层结构的科学性

应当肯定的是,在实际操作过程中,大部分试题的表层文字结构还是清晰明了、没有矛盾和意义明确的。但是,这并不意味着这样的题目一定是科学的。在分析题意和尝试解决的过程中,仍可能暴露出一些不太科学的问题。比如题目考查的目标超出了学生现有的知识和能力范围,或者题目的要求模棱两可。总之,浅层结构中的科学性要求试题经过学生的分析和尝试解决之后可以得到一

定简化,所涉及的关系逐步明朗化,题目的要求是切实可行的,指向性、目的性明确。

例4 如图3-2,某住宅小区拟在休闲场地的三条道路上修建三个凉亭A、B、C,且凉亭用长廊连通。如果凉亭A、B的位置已经选定,那么凉亭C建在什么位置,才能使工程造价最低?请用尺规作出图形(不写作法,但保留作图痕迹),并简要说明理由。

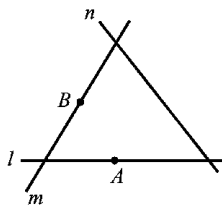


图3-2

仅从本题提供的信息似乎很难确定“使工程造价最低”的方案。因为影响“工程造价”因素实在太多,不一定就是凉亭C到凉亭A、B距离之和最短。所以,严格地说,题目的要求可行性欠佳。

例5 要判断如图3-3 $\triangle ABC$ 的面积是 $\triangle PBC$ 面积的几倍,只用一把仅有刻度的直尺,需要度量的次数最少是()。

虽然本题语言表述清晰,要求看似明确,但在解题过程中会遇到一点出乎意料的麻烦,即如何界定测量的次数(本题的关键)。通常人们认为进行一次测量操作得到一个结果就算测量了一次,但如果所进行的一次测量操作能

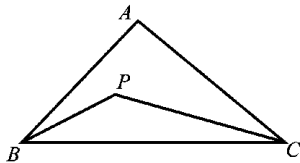


图3-3

同时得到两个对象的结果,那么应该算测量了几次呢?事实上,联结AP并延长交BC于Q,将直尺置于QA上,使零刻度与Q点重合,则可以同时得到点P和点A对应的刻度值,这样的操作究竟算测量一次还是两次呢?学生可能会对这个无关紧要的问题产生分歧。像这一类试题单从字面上很难发现有不明确之处,只有让学生做了以后再根据答卷情况进行面对面的访谈,了解一些卷面上看不到的想法,命题者才能发现试题中存在隐蔽性的、不符合科学性的问题。

3. 深层结构的科学性

几乎所有的数学试题,包括那些有现实意义和丰富背景的问题,经过数学抽象化后所留下的通常就是一个命题。因此,评价一道数学题在深层结构中的科学性实际上就是剥离题目中与数学无关的因素后将原题抽象为一个等价的数学命题,然后判断这个命

题的真假。如果我们能找到与命题矛盾的反例,就等于证明了原命题是假命题。一般来说,试题中出现的假命题主要有以下几种类型:

(1) 试题的条件不足,或者不充分,导致从条件到结论的推理欠严谨。

(2) 试题的条件是人为虚设的,违背客观现实或真理。

(3) 试题的条件过多,彼此之间有矛盾或根本用不到。

具体地说,一道深层结构良好的封闭试题通常符合以下若干标准:

- 试题的条件之间是相容的、相互独立的和完备的。如果试题给定的条件是 $A_1, A_2, \dots, A_n$, 结论是 B , 那么我们从 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 中任取 k 个条件 ($k=1, 2, \dots, n-1$) 用逻辑演绎的方法既不能推出 A_i , 又不能推出与 A_i 矛盾的结论 ($i=1, 2, \dots, n$), 并且剔除任意一个条件 A_i 都一定不能推出结论 B 。

- 对封闭题来说, 结论应该是确定的、全面的、严密的。

例6 设甲是乙的充分条件,乙是丙的必要条件,丙是丁的必要条件,那么丁是甲的()。

(A) 充分条件

(B) 必要条件

(C) 充分必要条件

(D) 既不充分又不必要条件

一个命题,实际上反映了由两个不同的特征性质确定的集合之间的包含关系或相等关系。按照这个观点,题目的条件就是 $S_{\text{甲}} \subseteq S_{\text{乙}}, S_{\text{丙}} \subseteq S_{\text{乙}}, S_{\text{丁}} \subseteq S_{\text{丙}}$, 由此难以确定 $S_{\text{丁}}$ 与 $S_{\text{甲}}$ 的关系。事实上 $S_{\text{丁}}$ 与 $S_{\text{甲}}$ 可能存在下列关系(如图3-4所示):

(1) $S_{\text{丁}} \subseteq S_{\text{甲}}$ (图(1))

(2) $S_{\text{甲}} \subseteq S_{\text{丁}}$ (图(2))

(3) $S_{\text{丁}} = S_{\text{甲}}$ (图(3))

(4) $S_{\text{丁}} \not\subseteq S_{\text{甲}}$ 且 $S_{\text{甲}} \not\subseteq S_{\text{丁}}$ (图(4))

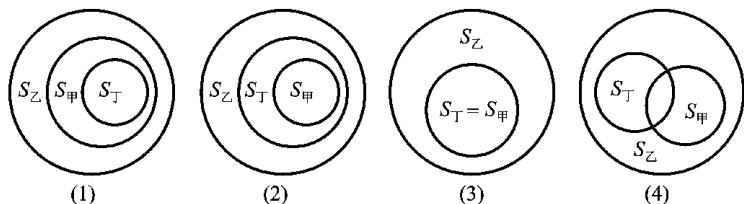


图3-4

所以,作为一道单项选择题来说,每个选择支只是正确结论的一个真子集,欠完整。修正本题的方法之一是将其改为填空题:写出丁与甲可能存在的所有关系。

二、试题的有效性

当我们描述一幅图画时,可以列举它的高度、宽度和重量等。如果我们关心的是如何装运这幅画,那么这些正是需要的信息。如果我们关心的是图画的美感、表现力等艺术属性,那么这些描述就是毫无价值的。同理,当评价一个学生学习状况时,如果选择了无效的试题(试题本身符合科学性的要求)来评价,那么这种评价对命题人拟定的目标来说,也许没有任何价值。

例如,命题目标:评价学生是否经历了“密铺”这个课堂教学活动并形成自己对原理的理解。

试题:某人到瓷砖商店去购买一种正多边形形状的瓷砖铺设无缝地板,他购买的瓷砖形状不可以是()。

- (A) 正三角形 (B) 正四边形
(C) 正六边形 (D) 正八边形

评析:除了选择题自身因素外,我们仍不能保证每一个得到正确答案的学生都经历过拼接过程并理解了拼接的原理,因为可能学生仅仅记住了课堂上得到的结论。所以,用对活动结果的评价来代替对过程本身的评价似乎是不可取的,除非这个结果对学生来说是未知的、出乎意料的。

又如,命题目标:考查学生对规律的归纳探索能力。

试题:观察下列各式:

$$1^2 + 1 = 1 \times 2 \quad 2^2 + 2 = 2 \times 3 \quad 3^2 + 3 = 3 \times 4 \quad \dots$$

请你将猜想到的数学规律用自然数 n 表示出来($n \geq 1$)。

评析:从表面上看,学生可能从未见过这道以探索形式出现的题目,但对绝大多数学生而言,该试题的求解过程实际上只是一种简单的数学运算,根本不存在探索的味道,没有实现出题者期望的评价目标。

再如,命题目标:考查开根号运算和算术平方根的概念。

试题: $\sqrt{9}$ 的算术平方根是()。

(A) $\sqrt{3}$ (B) $-\sqrt{3}$ (C) 3 (D) -3

评析:在阅卷过程中发现,大部分做错的学生实际上并不是因为不会开根号运算或不懂算术平方根的概念。因此命题者设置的陷阱反而成为与命题目标无关的障碍,这大大削弱了试题的有效性。

综上所述,试题的有效性是衡量命题者预先期望的评价目标(课程目标的一部分)与在实际考试过程中试题客观上体现的评价目标是不是相同的,或者在多大程度上相似。换言之,有效性反映了命题人的“理想”在多大程度上被考生所“实现”。

第二节 例说试题编制的基本方法

在各种类型的数学考试中,我们常常能发现一些结构巧妙、形式新颖、难度适当的试题,这些试题都是怎样编制出来的呢?显然,任何一道数学题都不可能仅仅来源于凭空想像,通常命题者需要借助已有的素材来编题。这些素材包括:教材中的例题、习题和其他各类书刊上已有的问题;形式优美、高度抽象的数学原理和真命题;数学中或现实中的一般现象。相应地,挖掘这些素材来编题的基本方法就是改编陈题,改造已有命题,由某个现象构造新题。

一、改编陈题

改编陈题是指对已有的试题做一些改造,而改编陈题之前首先要仔细地剖析陈题。一个叙述完整、结构良好的问题通常由三部分构成:已知、要求和解决过程。充分利用陈题的这三个部分有助于我们编制新题。在已有的数学习题理论文献中,对改变原题条件和结论的论述较多,比如,在题目中增加一些条件,以较强条件替换原来的条件;或去掉某个条件,以较弱条件替换原来的条件;或将原题的条件与结论互换(适当补充新条件);或换一个角度寻求原题的等价叙述。用这些方法固然可以编拟许多新题,甚至会有一些出人意料的好题,但在大多数情况下,新题与陈题的题貌相似,在解法上亦有千丝万缕的联系,有时只要模仿原题的解法

即可解决新题。

例1 陈题:(人民教育出版社1989年版初级中学课本《几何》第一册)如图3-5所示,已知点C为线段AB上一点, $\triangle ACM$ 和 $\triangle CBN$ 均是等边三角形,求证 $AN=BM$ 。

改编后的新题:已知点C为线段AB外任意一点,如图3-6所示, $\triangle ACM$ 和 $\triangle CBN$ 均是等边三角形,求证 $AN=BM$ 。

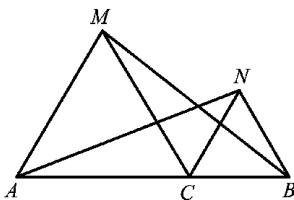


图3-5

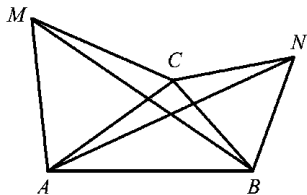


图3-6

比较一下原题和改编题的解法,可以发现两者几乎完全一样。这个例子说明,有些条件改变只是从形式上改编了陈题,而没有从根本上触及实质性的解法,学生只要会“依照葫芦画瓢”就可以解决这类“同曲同工”的问题。当然,在需要控制难度的考试中这类试题有时必须占一定比例,所以,作为命题者关键要首先弄清评价的目标是什么,然后再选择命什么样的题和确定怎样改编条件(结论)。还有一种情况是改编条件(结论)后所得新题虽然与原题题貌相似,但在解决方式方法上相去甚远,缺乏共性。这类试题的难度往往较高,在整张试卷中所占比例也不可能大。总的来说,用撤换条件(结论)的方法来编题的优势是易于操作,可获得的新题数量相当多,但不足也很明显:新题与陈题题貌相似,在解法上要么雷同,要么相去甚远,命题人难以控制新题的难度,有时获得的新题连命题人也无法求解,所以这样的改编常常处于“试误”状态。

除了分析原题的条件和结论外,我们还可以关注它的解法。在解法中使用的数学方法、技巧、解题策略以及解题者做完以后能产生的相关经验都可以作为重新命题的关注对象。编题的操作过程可以这样展开:首先吃透原题的解题过程,包括解题思路是怎样得来的,然后从整体上概括出一般性的、在特定范围内可迁移的要素,比如归纳、类比等方法,最后根据一般性要素设计新的问题,可

以考虑哪些问题的解决需要用到这些要素,也可考虑在这些要素的共同作用下会产生什么新问题。用分析解法的方式来命新题的优势是可由命题人自由控制难度,并且新题的目标指向性明确(就是考查某种策略或经验),可以使新题与原题之间保持实质性的联系而又不易察觉,做到真正的异曲同工。但困难之处是对命题人水平要求较高,不仅要精通数学思想,而且能把握其中的核心问题,善于想像,从数学的不同角度去思考问题。

例2 根据原题的解决过程重新编制试题。

原题:有两个边长为1的小正方形,剪一剪,拼一拼,设法得到一个大的正方形。

解法:列举两个有代表性的解决方式。

方式一:分别沿两正方形的一条对角线剪开,然后再拼接成更大的正方形,如图3-7。

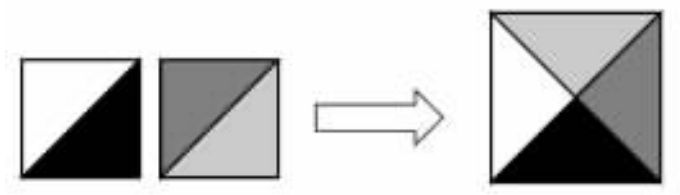


图3-7

方式二:保留一个正方形完好,沿另一个正方形的两条对角线剪开,再拼接,如图3-8。

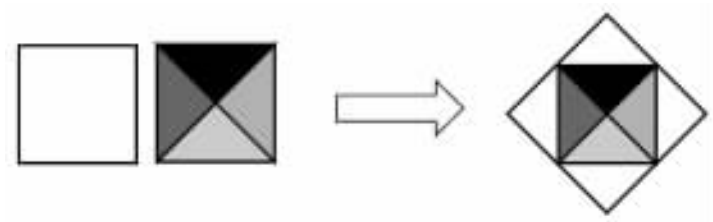


图3-8

分析解法:本题解法中具有可迁移性的要素是解决问题的策略——怎样分割正方形拼接新的图形。如果不考虑其他因素进行分割和拼接,那么得到的大部分图形都是不规则的,显然这是没有

教育价值的。而最有价值的分割应该与正方形的核心性质相关。正方形的核心性质之一是广泛存在的对称性(轴对称性和中心对称性)。因此,对称轴或对称中心构成了正方形分割策略的主体,并以此为主线展开试题设计。

设计一:依托原题,利用中心对称性设计拼接题。

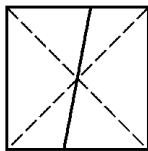


图 3-9

思路一:正方形是中心对称图形,那么过对称中心的任意一条直线就把正方形分成了两个全等图形(如图 3-9)由此设计的题目较简单。

难度一:在正方形卡片上沿某条直线剪一刀,使其能重新拼接成为等腰直角三角形。你还能剪拼其他特殊图形吗?比如等腰梯形、平行四边形(邻边不相等)、矩形(邻边不相等)、菱形(有一个内角为锐角),分别画出这条直线并说明理由。

难度二:将正方形放入网格背景中,要求所剪拼的等腰梯形上底与下底之比为某个定值(比如 2:3),或者要求菱形的一个内角为 60 度等等,画出剪切线并说明这样做的合理性。

思路二:过对称中心的任意两条直线将正方形分成两对全等的图形(如图 3-10(1),两直线不垂直)或者四个彼此全等的图形(如图 3-10(2),两直线垂直)。由此可以设计中等难度的试题。

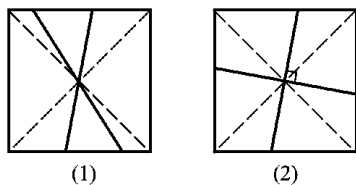


图 3-10

试题:有一张正方形纸片和下列工具:剪刀、铅笔、没有刻度的三角板(有一个角是直角)。

(1)通过裁剪和拼接将正方形变为等腰梯形,尽可能多地写出不同方法。

(2)观察(1)中由不同方法拼接的等腰梯形,要求只用题目提供的工具,在等腰梯形内找到一个点,使其到两腰距离相等且等于腰长的一半。

(3) 限定在正方形上剪两刀,你还能拼出其他有趣的图形吗? 写出或画出拼接过程示意图并指出它像什么。

(参考图形如图 3-11 所示。)



图 3-11

解答:(1) 联结正方形两条对角线得到的交点为中心,沿过正方形中心的任意一条直线(不与边垂直)将正方形剪开,则得到的两个直角梯形全等,翻转其中一块直角梯形与另一块拼接可以得到等腰梯形,如图 3-12。



图 3-12

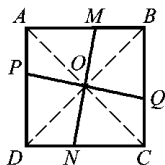


图 3-13

(2) 在(1)题的解答中,过点 O 作 MN 的垂线,分别交 AD、BC 于点 P 和 Q,如图 3-13,则 $\text{四边形 } APOM \cong \text{四边形 } BMOQ \cong \text{四边形 } CQON \cong \text{四边形 } DNOP$,重新拼接成等腰梯形后 P 与 Q 重合为一点 R, R 即为所求点。

(3) 沿(2)题中的 MN 和 PQ 将正方形剪成四块,可以拼接如图 3-14 所示的有趣的图形(注意到 $MO = PO = NO = QO$)。

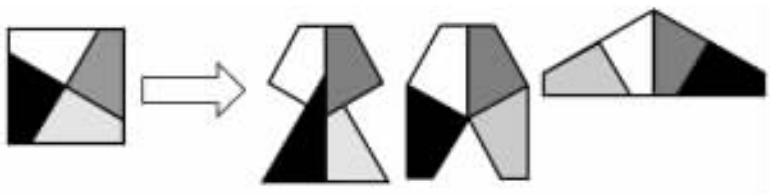


图 3-14

注:可以隐去前两小题增加后面试题的难度。

设计二:跳出原题,利用轴对称性设计图形分割题。

思路:正方形的对称轴有四条,其中命题价值较大的是两条对角线。我们由原题的两种解决方式得到这样的启发:联结对角线是分割正方形常用的基本策略。为了在新编题中体现这个策略,需要考虑图 3-15 中存在哪些特殊图形,能否继续分割得到类似的图形,在面积上有什么关系或规律等等。

新题:如图 3-15,正方形表示一张纸片,根据要求,需通过多次分割,把它分割成若干个直角三角形。操作过程如下:第一次分割,将正方形纸片分成四个全等的直角三角形;第二次分割将上次得到的直角三角形中的一个再分成四个全等的直角三角形;以后按第二次的做法进行下去。

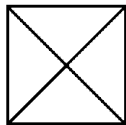


图 3-15

(1) 请你设计出两种符合题意的分割方案。

(2) 设正方形的边长为 a , 请你就其中一种方案通过操作和观察将第二、第三次分割后所得的最小直角三角形的面积 S 填入表 3-1:

表 3-1

分割次数(n)	1	2	3	...
最小直角三角形的面积(S)	$\frac{1}{4}a^2$			...

(3) 在条件(2)下,请你猜想:分割所得的最小直角三角形面积 S 与分割次数 n 有什么关系?用数学表达式表示出来。

二、改造已有的真命题

数学中客观存在的大量真命题为试题编制者提供了丰富的素材库。我们可以根据学生对原命题的熟悉程度把编题分为两种类型,一类是改编课程标准中规定学生必须掌握的真命题,评价目的是考查学生对原命题变式的识别力及理解程度。另一类是改编对几乎所有学生都陌生的真命题。之所以改编是因为可能证明原命题的难度太高,超出了课程标准规定的要求,或者过于抽象,经过特殊化处理后难度适中;也可能要证的命题本身并不难,但相对而

言探索真命题得来的过程价值更大,这时我们会把原命题改编成探索性或开放性形式的问题。

例3 要求根据恒等式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 和 $(c+d)(c-d) = c^2 - d^2$ 编制试题。

设计思路:用赋特殊值(式)的方法将两个恒等式糅合为一体编题。

令 $a = m, b = \sqrt{2}n, c = a + b, d = \sqrt{2}mn$

得题 ① 计算 $(m^2 + n^2 + \sqrt{2}mn)(m^2 + n^2 - \sqrt{2}mn)$ 。答 $m^4 + n^4$ 。

② 因式分解 $m^4 + n^4$ 。

例4 请利用几何学中的托勒密定理进行编题(托勒密定理:若A、B、C、D四点共圆,则 $AB \times CD + AD \times BC = AC \times BD$)。

改编一 已知P为定角 $\angle ABC$ 的平分线上的定点,过P、B两点任作一圆与AB交于点M,与BC交于点N,求证:BM+BN为定值。

改编二 如图3-17所示,B、N、P、M在 $\odot O$ 上, $\angle MBN = \theta$,BP为 $\angle MBN$ 的平分线且BP=k,求BM+BN的值。

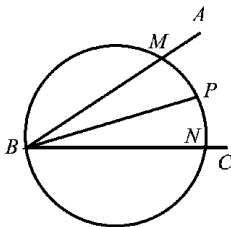


图3-16

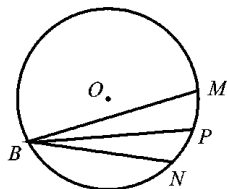


图3-17

改编三 已知B、N、P、M在 $\odot O$ 上, $\angle MBN = 60^\circ$,BP为 $\angle MBN$ 的平分线且BP= $2\sqrt{3}$,求BM+BN的值。

注:上述三题的难度依次递减,这说明只要改编得当,一些本来过难或者超出课程标准范围的命题完全可以通过改编降低难度,纳入评价体系中。但我们同时也应注意到此方法固有的缺陷,就是有可能促使教师自行补充教学体系来应对本类试题,因此本类题最好避免在高利害考试中出现。

三、由某种现象直接命题

如果我们能留意身边司空见惯的现象,那么就有可能把数学同外部世界联系起来。这些现象既可以是现实中的,又可以是数学中的。研究这些现象并不需要太复杂的工具:一枝铅笔、一张纸、一个计算器、一把尺子、一个骰子、几枚硬币外加用数学的眼光来思考就足以弄清蕴藏在现象背后的问题。而抓住这些现象深入思考往往能编制出精彩的新题。那么怎样抓住有价值的现象呢?这要求命题者保持较高的数学敏感性。比如善于洞察数量关系、图形形状与位置、随机现象中的数据等等,下面将举例说明怎样由现象命题,当然,限于时间和水平,我们提供的参考试题未必是最佳的。

例5 根据下面描述的现象编题。

1962年,美国公民被要求投票赞成历史上最大的一笔市发公债的发行,以支付简称为BART的港湾区域快速交通运输系统。交通运输专家为争取修建旧金山地铁系统,他们对民众宣称到1975年,每天将会有258 496位乘车人。这个数字是至关重要的,因为它使人确信每次运行只要有13美分的利润,就足以补偿全部开支。结果是,在1975年,每天的乘车人只有135 000,而这就意味着一次运行损失1.31美元。

命题分析 很明显,在材料中值得关注的是数量及其关系。从微观上看,材料中有一部分数量的值很大,它与《标准》中的课程目标“能对含有较大数字的信息做出合理的解释和推断”密切相关,由此我们可以发现,“258 496”是一个考查点,考查学生对数据的合理性、有效性的认识。而宏观上看,整个材料中涉及的数量较多,提示我们可能存在隐形关系,适合以“分析数量关系,并用代数式表示”为目标命题。

参考试题 在1962年旧金山的地铁工程预算报告中提供了以下信息:

(1) 地铁将于1975年建成通车,核定在1975年执行的地铁票价为 x 美元;

(2) 每天维持地铁正常运行的费用固定不变(包括员工薪水和燃油损耗);

(3) 交通专家预测到 1975 年每天将会有 258 496 位乘车人, 按此客流量计算, 每卖一张票可盈利 0.13 美元。

结果, 到 1975 年时, 每天实际大约只有 13.5 万人乘地铁, 这意味着每卖出一张票实际亏损 1.31 美元。

请回答下列问题:

(1) 上述材料中哪些数据不是有效合理的, 为什么?

(2) 假设所有数据都是有效的, 请计算 1962 年核定的地铁票价。

从这个例子还可以看到, 为了使所命试题具有较高的科学性, 通常要针对原材料的内容重新设计, 适当取舍, 兼顾现实。但在有些情况下, 我们可以直接针对真实现象命题而不需要修改, 以保证试题的现实意义最大化。

例 6 在天气预报中, 我们经常会听到“明天的降雨概率是 70%”之类的预测描述。对这句话正确的理解是()。

(A) 明天一定会下雨

(B) 明天一定不会下雨

(C) 假如一年中有十次预报明天的降雨概率是 70%, 那么有八次左右第二天会下雨

(D) 假如一年中有十次预报明天的降雨概率是 70%, 那么恰好有八次第二天会下雨

虽然我们总是从具体的现象和丰富的材料中获得编题的灵感, 但有时现象越具体、材料越丰富反而越束缚住了我们的思维。往往现象越简单就越有利于从不同的数学角度来命题。

例 7 利用图 3-18 编题。

分析 图 3-18 是一个很普通常见的 5×5 黑点阵, 正因为它的简单为编题者提供了思考和发挥水平的空间。从数学上看, 我们可以从“数”与“形”这两个方面认识这个现象。在“数”这方面, 可以考虑图形中隐藏的数量规律, 比如先按照某种方式分割图形, 再关注不同图形中黑点数目有怎样的关系, 由此为主线编题; 在“形”这方面, 可以考虑由图形中若干个黑点可以构成哪些特殊图形, 他们全等吗? 相似吗? 每一种类型的图形个数便于

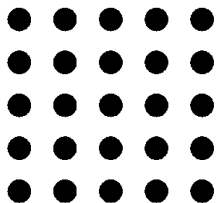


图 3-18

计算吗?相关的几何性质是什么?

设计思路一:从“数”的方面着手。

试题一:如图3-19是一个 5×5 的黑点组成的点阵,图中的黑点总数可以由每边上的点数直接计算 $5 \times 5 = 5^2$,而小王将其按图3-19分割成两块后这样计算:第一块有 $1+2+3+4+5$ 个点,第二块有 $4+3+2+1$ 个点,因此总共有

$$\begin{aligned} & 1+2+3+4+5+4+3+2+1 \\ &= 1+2+3+4+5+5+4+3+2+1-5 \\ &= 2 \times (1+2+3+4+5) - 5, \end{aligned}$$

由上面两式得 $2 \times (1+2+3+4+5) - 5 = 5^2$, 所以

$$1+2+3+4+5 = \frac{5^2+5}{2} = \frac{5 \times (5+1)}{2}.$$

请你从以上过程推导出 $1+2+3+\dots+n$ (n 为自然数) 的计算公式。

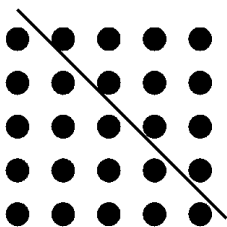


图3-19

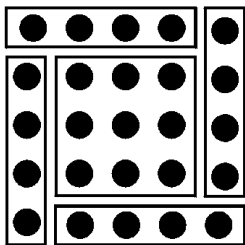


图3-20

试题二:如图3-20是一个 5×5 的黑点组成的点阵,图中的黑点总数是 $5 \times 5 = 5^2$,中间方框内的黑点个数是 $3 \times 3 = 3^2$,因此最外部的正方形边上的黑点个数是 $5^2 - 3^2$,根据图示小明列出了算式 4×4 。

(1) 请你从分析图形角度和利用平方差公式进行运算变形的角度说明 $5^2 - 3^2 = 4 \times 4$;

(2) 若给你一个 $n \times n$ 的点阵请你也从上述的两个角度说明 $n^2 - (n-2)^2 = 4(n-1)$ 。

设计思路二:从“形”的方面着手。

试题一 :图 3 - 18 是由 5×5 的黑点组成的点阵。

(1) 请你在这个平面上画一个圆 ,要求圆经过点阵中尽可能多的点。

(2) 满足上述条件的圆是唯一的吗? 如果不是 ,请你画出另一个。

试题二 :图 3 - 18 是由黑点组成的 5 行 5 列点阵。

(1) 以 5×5 的点阵中的任意点为顶点画正方形 ,共能画出多少种面积互不相等的正方形?

(2) 我们把面积相等的正方形归为一类 ,请设计一种能够表示所有不同类型的正方形的方法。

(3) 你还能制定其他标准对所有正方形进行分类吗?

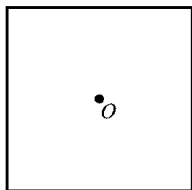
对于一般现象 ,完全可以从数学的不同角度对现象进行分析 ,但有时我们面对的是一个具体的几何图形 ,这在一定程度上限制了思考的范围 ,那么我们如何把握命题思路呢?

例 8 由下面的现象命题 :两个全等的正方形完全重叠地放在一起。

思路分析 问题的现象将编题几乎限制在了几何领域 ,并且肯定要与正方形有关。德国数学家克莱因把几何学定义为“研究图形不变性质与不变量的学科”。因此 ,我们首先要考虑的是能否让给定的现象“动”起来。在动态的几何环境里 ,图形的形状、面积、周长、对称性等都会做出相应变化 ,而这些正是编题的切入口。

思路一 :关注正方形在任何动态环境(旋转和平移)下的不变量 :中心对称性和轴对称性不变 ,由此可以命题。

试题一 :如图 3 - 21 是两张全等的正方形纸片完全重合地叠放在一起 ,中心是点 O ,按住下面的纸片不动 ,将上面的纸片绕 O 点顺时针旋转。当旋转 90 度或者旋转 45 度时 ,图形都既是轴对称图形也是中心对称图形。那么旋转后所得的新图形既是轴对称图形又是中心对称图形就要()。



- (A) 必须旋转 90 度或者 45 度
- (B) 必须旋转 $n \times 90$ 度(n 是整数)
- (C) 必须旋转 $n \times 45$ 度(n 是整数)
- (D) 可以旋转任意角度

图 3 - 21

思路二:关注由于变化而产生的新图形的基本量:形状、面积、周长。

试题一:图3-21是两张全等的正方形纸片完全重合地叠放在一起,中心是点O,按住下面的纸片不动,将上面的纸片绕O点顺时针旋转45度,若设原正方形纸片的边长为a,则所得多边形的周长为_____。

试题二:图3-21是两张全等的正方形纸片完全重合地叠放在一起,中心是点O,若按住下面的纸片不动,将上面的纸片绕O点顺时针旋转,我们将研究在旋转过程中两张纸片相互重叠的部分:

- (1) 重叠的部分是多少边形?
- (2) 旋转多少度可以使重叠部分变为正多边形?为什么?
- (3) 试探寻在旋转过程中,两个正方形重叠部分形成的图形有哪些等量关系始终保持不变?为什么?(可以在图形内部添加线段。)
- (4) 借助计算器计算表3-2中正方形转动不同角度所对应的重叠部分面积,并思考面积是如何变化的?(设正方形边长是1。)

表3-2

旋转的角度	15度	30度	45度	60度	75度
面积					

思路三:将已有的现象进一步推广。

推广一:两个全等的矩形完全重合地叠放在一起。

推广二:两个边长不等的正方形中心重合地叠放在一起。

试题一:两个全等的矩形完全重合地叠放在一起。(长与宽的比是 $\sqrt{3}:1$)现将其中一个绕中心旋转,那么在旋转过程中重叠的部分是什么图形?

试题二:有两个边长不等的正方形,它们的中心重合(如图3-22),现固定大正方形不动,让小正方形围绕中心O旋转一周,为了使大正方形始终覆盖住小正方形(即小正方形

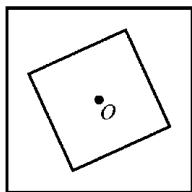


图3-22

各边及顶点在大正方形的内部或者边界上),问大、小正方形边长之比最小是多少?

第三节 探讨不良结构题的编拟

前文讨论了良好结构的封闭题必须符合的科学性要求,而对于不良结构的开放题来说,有些要求恰好相反。比如,不良结构题的条件可以是不完备的,也可以存在多余条件,问题的答案往往不确定,通常也没有现成的解题模式。解决不良结构题的教育价值并不在于得到问题的答案本身,而在于考查学生对于问题整体结构的认识,对于结论实质性条件的把握,需要学生通过给出反例、得到特殊的结论、补足需要的(删去多余的)条件等方式,获得问题的正确解答——其中表现出对问题的理解程度。同时,这也促使学生在寻求解决方式的过程中从多个角度进行思考和探索,完成自体认知结构的扩充和重建。应该承认的是,编制创新的不良结构题是困难的,因此我们通常首先从改造陈题开始。

一、删减原题的条件

通俗地讲,将一个结构良好的问题中的一个或者多个条件隐去,就得到了条件不完备的问题。而这种改造可能会导致两种结果,要么删去了条件后的题目根本无法求解,这时编题的立意是考查学生能否重新找到问题的必要条件,要么虽然能求解,但解决方式和结果呈现多样化,这样的题目既为学生提供了宽广的发挥空间,也能体现不同学生的数学水平差异。但无论我们采用哪一种类型的改造,都能编制出条件不完备的开放性(open-ended)问题。

首先需要说明的是,虽然现在的笔试卷上几乎没有出现过无法求解的题目,但随着口试等新形式的引入,如果这类题目采用得当的考查形式,那么它可以弥补其他类型试题难以考查的课程目标,比如对学习过程性目标的考查,对学生反思意识的评价等等。

例1 利用下面的原题编拟条件不完整的题目。

原题 :如图 3 - 23 ,已知在 $\triangle ABC$ 中 , $CD \perp AB$, $AE = CE$, $\angle ABE = 30^\circ$ 。求证 : $CD = BE$ 。

证明 过 E 作 $EF \parallel CD$,所以 $EF \perp AB$ 。

因为 $EF \parallel CD$, $AE = CE$ 所以 $EF = \frac{1}{2}CD$ 。

因为 $\angle ABE = 30^\circ$ 所以 $EF = \frac{1}{2}BE$ 所以 $CD = BE$ 。

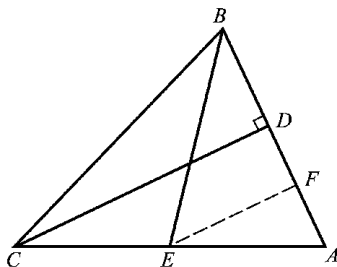


图 3 - 23

分析原题及解法 :原题是一道封闭题 ,共有三个已知条件和一个待证结论。解法涉及的核心几何命题是 : (A) 直角三角形中 30° 角所对边等于斜边的一半。由此联想到的另两个相关命题是 : (B) 直角三角形中如果有一条直角边等于斜边的一半 ,那么它所对的角等于 30° ; (C) 如果三角形中有一条边等于另一条边的一半 ,并且这条边所对的角等于 30° ,那么这个三角形是直角三角形。这三个命题实质上是把部分条件与结论互换 ,我们从中得到启发是 :将原题的部分条件与结论互换是否能命出新题呢 ? 先将几何关系编号 :① $CD \perp AB$ ② $AE = CE$ ③ $\angle ABE = 30^\circ$ ④ $CD = BE$,再重新进行组合后得到不同的新命题 ,逐个验证命题的真假性 ,确认解题过程中用到的核心知识点 ,可以罗列表 3 - 3。

表 3 - 3

条件	结论	真假性	所用核心知识
①②④	③	真	命题 B
①②③	④	真	命题 A
①③④	②	真	命题 A
②③④	①	真	命题 C

由表3-3可以看出①、②、③、④之间存在某种紧密的联系。我们可利用这种内化的联系进行编题。

试题一:请在横线处添加一个条件使得结论成立,并写出证明过程。

已知:在 $\triangle ABC$ 中, $CD \perp AB$, $AE = CE$,_____,求证: $CD = BE$ 。

点评:学生可以运用多种策略探索要填的条件。比如一种策略是先将 $CD \perp AB$, $AE = CE$, $CD = BE$ 作为条件尽可能多地推导结论,再从结论中寻找恰当的条件。

试题二:在 $\triangle ABC$ 中,① $CD \perp AB$,② $BE \perp AC$,③ $AE = CE$,④ $\angle ABE = 30^\circ$,⑤ $CD = BE$ 。请从以上五个关系中选出四个,使得在这四个关系中任取三个作为条件,余下的一个作为结论所得的命题都是真命题。请写出你选择的四个关系的代号:_____, _____、_____、_____。

点评:以原题为基础添加一个看上去“类似”的无关条件编制新题,目的在于考查学生对内隐逻辑联系的感觉和对无关条件的辨别。如果学生看不出其中隐藏的内在联系,那么可能要花费更多的时间进行不必要的“试误”。

例2 原题:甲给乙10支笔,乙给丙6支笔,此时甲比乙多4支,乙最初有5支,问甲最初有几支?

改编:删去条件“乙最初有5支”,其余不变。

使用与评分:试题背景现实性强、数学关系简单,适合在口试中采用,考官可以提出如下类似的问题:为什么不能做出准确的回答?还缺乏什么条件?能不能试着把它们找出来?你觉得从中能够得到什么结论?解释理由。学生对问题的认识大致分为以下几种水平。水平①:学生仅仅回答问题无法解答,不加以任何解释。水平②:指出缺少条件,但没有具体指出缺少的条件是什么。水平③:通过给出反例、列出问题的代数表达式、补足需要的条件等方式,获得问题的解答。

二、增加多余条件

在数学问题的海洋中,有些经历了前人数次改编优化得来的原(命)题形式简洁,条件个数很少却能推出巧妙新颖的结论,

这当然是具有数学教育价值的资源,但如果把这些(命)题直接拿来考试,大部分学生可能会觉得无从下手,因为他们缺乏必要的数学活动来推动自己的认识。所以命题者有必要添加一些多余的条件,帮助学生进行“热身”。当然,创设多余条件的试题设计是有一定难度的。如果命题者只是随便添加一个条件,那么反而会降低题目的信度和效度。一般而言,增设的多余条件要满足:①个数不宜多,通常只增加一个条件。②具有高度的隐蔽性,不易被学生察觉它是多余的。③与问题原有条件之间保持独立,既不能由它推导出其他任一条件,也不能由其他任一条件推导出它。

例3 原题:有两个全等的正方形ABCD和MNPQ,边长为1,点A在正方形MNP的中心,求两个正方形的重叠部分的面积是多少?

改编题:有两个全等的正方形ABCD和MNPQ,边长为1,点A在正方形MNP的中心,线段AD和线段MN相交于MN的 $\frac{1}{4}$ 处,(1)求两个正方形的重叠部分的面积是多少?(2)回顾(1)题的解题过程,你发现了什么?

点评:命题立意于考查学生能否分离出获得结论所需要的最少条件。实践表明,部分学生第一次独立解答原题时感觉题目错了(重叠部分的形状随着两正方形位置关系的变化而改变),陷入无路可走的困境。改编后的试题首先在一定程度上缓解学生的畏难情绪,再通过反思性的设问引导学生修正先前认识中存在的瑕疵,取其精华而剔除糟粕。

例4 原题:如图3-24正方形ABCD边长为a,EF//BD//HG,且EF=GH,求四边形EFGH的周长。

改编:增加条件“EF:BD=2:3”,并追问“你准备怎样从数学美的角度改造这个问题(改变条件或结论),使得自己能够得到一个更加漂亮的结论?”

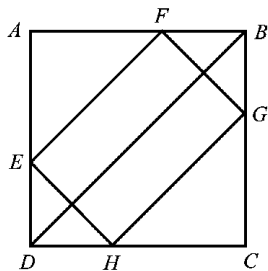


图3-24

三、隐去问题,保留原题背景

爱因斯坦曾说过:提出一个问题,等于解决问题的一半。我们不能始终让学生被动地解题,也应该让学生有机会主动地提出问题。没有指明问题的开放题可以是给出一个特定的情境,要求学生在情境中发现问题的。编这类题的关键是要设计思维空间大的背景,能够引发学生从多个角度进行思考。

例5 原题:如图3-25,已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$,直角 $\angle EPF$ 的顶点 P 是 BC 的中点,两边 PE 、 PF 分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F ,给出以下四个结论:① $AE=CF$;② $\triangle EPF$ 是等腰直角三角形;③ $S_{\text{四边形}AEPF} =$

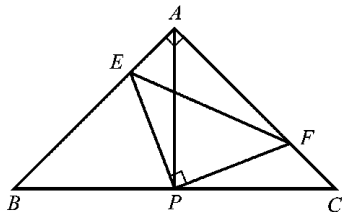


图3-25

$\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$;④ $EF=AP$ 。当 $\angle EPF$ 在 $\triangle ABC$ 内绕顶点 P 旋转时(点 E 不与 A 、 B 重合),上述结论中始终正确的有()。

(A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

改编思路:考虑到等腰直角三角形恰是正方形的一半(按对角线分割),因此先将原题的图复杂化,即作原图关于 BC 的对称图形,那么原图与对称图形组成了一个正方形,然后删去正方形内无关的线段而保留最核心的部分。以此为情境考查学生对简单几何现象中的图形内涵、位置关系、逻辑关联的感觉。如果学生看不出其中的内涵或联系,则不能发现隐藏的问题。另外,测试时上述几种类型问题宜交替给出,避免形成定势。

改编题:如图3-26,正方形 $ABCD$ 的中心为 O ,过点 O 的两条线段 EF 和 GH 相互垂直,现将这两条线段绕中心 O 旋转,但始终保持 $EF \perp GH$ 。仔细观察旋转过程中图形的变化,根据自己的感受提出研究的问题并给出解答,你可以联结新的线段或作出新的点,但这些都要与题目有关。

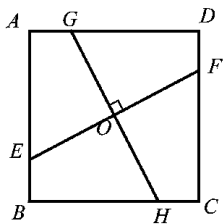


图3-26

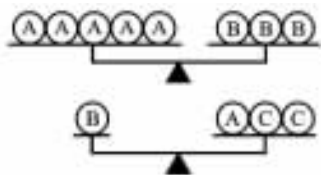
例6 请阅读下面的信息后尽可能多地揭示其中蕴藏的数量关系,自己提出问题后做出解答。小明到商店购物,如果他都用2元钱付款,就要比都用5元钱付款多付出9张。

点评:学生可以从小明共花了多少钱,每种钱币各付多少张,不同钱币张数差额最少可能是多少,在现有的人民币种类下张数差额随什么变化而越来越大,一般关系式是什么等等,本题不明确提出具体问题可以使其有不同的发挥余地,以利于体现不同学生的数学水平。

思考题

请根据提供的现象编拟问题。

1.



2. 如图3-27,小红旗围绕旋转中心O旋转了120度。

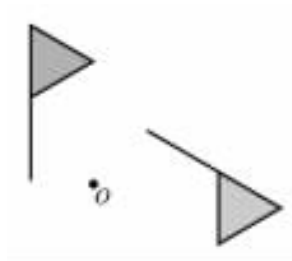


图3-27

3. 把你的年龄写在纸上,注意保密。先把这个数加上5,然后把得数乘以2,接着把得数再加上10,最后再乘以5,现在你把得到的数字告诉我,我能在一秒钟内说出你的年龄。

4. 有一位船长站在船上看见了三座灯塔,他可以从地图上找到这三座灯塔分别对应的位置,并且他有各种各样的测量工具。

主要参考文献

- 1 戴再平. 数学习题理论. 第2版. 上海 :上海教育出版社 ,1996
- 2 田万海. 数学教学测量与评估. 上海 :上海教育出版社 ,1995
- 3 李俊. 中小学概率教与学. 上海 :华东师范大学出版社 ,2003
- 4 唐复苏 ,鲍建生. 中学数学现代基础. 北京 :人民教育出版社 ,2001
- 5 Ellen Weber. 有效的学生评价. 国家基础教育课程改革“促进教师发展与学生成长的评价研究”项目组译. 北京 :中国轻工业出版社 ,2003
- 6 湖北省咸宁市 2003 年中考试卷
- 7 斯坦因. 数字的力量. 长春 :吉林人民出版社 ,2000
- 8 University Of Otago ,Department Of Mathematics And Statistics. Problem Solving Series :Creating Problems. Derek Holton ,1990
- 9 江苏省苏州市 2003 年中考试卷
- 10 桑代克 R L. 心理与教育的测量和评价. 北京 :人民教育出版社 ,1985
- 11 [http ://www. nctm. org](http://www.nctm.org)

第4章

尝试新的数学学习评价

- 开放式学习评价
- 口试
- 小组合作学习的评价
- 合作学习阅读材料

在数学学科的学习评价中,考试,特别是书面的闭卷考试历来被视为最规范的评价形式。它被形容为“公平”、“可信”、“客观”……而其他的评价形式,包括口试、开卷考试、课题报告等则大多被归入“不规范”或“不正式”的评价形式,因为它们“不公平”、“不客观”等等,似乎唯有书面闭卷考试才能够真正对学生的数学学习状况做出可信的评价。

事实绝非如此,由于不同的人在认知风格、思维特征、表达倾向、甚至兴趣爱好等方面都存在着差异,导致在教学过程中我们常常可以见到这样的情形:有些学生在从事书面考试活动时能够比较充分地将自己的数学学习状况展现出来,而另一些学生则不能够做到这一点,甚至有的学生在从事小组合作学习过程中常常有上佳的表现——提出有启发性的问题、有价值的思路,给出令人信服的案例,获得正确的猜想等,但在书面考试中却难以得到理想的成绩——因为从事繁杂计算时出错,或进行复杂的代数式推导时有误,或没有寻找到某个证明的技巧等等,从而没有能够得到最终的答案。

那么,如何从评价的角度对待这一令人困惑、却又必须面对的现象?

《标准》明确指出:“评价的主要目的是为了全面了解学生的数学学习历程,激励学生的学习和改进教师的教学;应建立评价目标多元、评价方式多样的评价体系。对学生数学学习的评价既要关注他们的学习结果,更要关注他们的学习过程;要关注学生的数学学习水平,更要关注他们在数学活动中所表现出来的情感与态度,帮助学生认识自我,树立信心。”而在实施新课程的过程中,很多实验区的教师们勤于思考、勇于创新、善于总结,提出了许多富有创意的、又具有可操作性的评价新做法。

以下是一些来自实验区的经验,对它们的反思与改进是我们从事新课程意义下的数学学习评价改革的基本思路。

第一节 开放式学习评价

多年来的传统数学学习评价,较为看重的是学生在闭卷测试过程中得到的结果,或者说就是具体的分数,比较轻视对数学活动过程的评价,因此在评价方法上显得比较单一。这种评价模式体系显然滞后于现代社会快速发展的人才培养需求和方向,与新课程、或者说与《标准》所倡导的评价理念不相吻合。

在新课程理念的指导下,一些实验学校立足于全面启迪学生的隐性智力潜力与可持续发展的教学理念,通过积极主动的探索与思考,初步形成了一种开放动态的数学学习评价新模式。这种新的学习评价模式以激发学生内在发展动力,促进其不断进步,帮助学生认识自我,建立自信,实现自身价值为宗旨。

以下是对这种评价方式的简单描述。

一、评价方式

传统的评价方法往往以纸笔考试为主,简单地以考试结果对学生进行分类,过分注重分数,强调共性和一般趋势,而忽略了个体差异和个性化发展的价值,忽略了对实践能力、创新精神、心理素质以及情绪、态度和习惯等综合素质考查。

相对于传统评价方法的单一性与组织形式的封闭性,在探索新的评价模式过程中,实验者尝试根据评价的目的、性质和对象,采用操作题、口试题、操作性口试题、创意设计、课题报告等灵活多样、开放的评价手段与方法,来关注学生个性化发展的状况,具体直观地描述学生发展的独特性和差异性,减轻学生的压力,突显其学习和发展的过程,突显评价的激励作用,加强对学生能力和素质的评价,力争全面描述学生的发展状况。

例 “平行四边形的判别”评价设计。

1. 背景与依据

(1) 教学目标 探索并掌握平行四边形的判别条件,在有关活动中发展学生的合情推理的意识和主动探究的习惯,使学生逐步

掌握说理的基本方法。

(2) 评价建议 关注过程中表现出来的数学表达能力和数学思考发展水平 ;关注能否借助现实情境理解有关几何事实 ;能否根据问题需要进行说理和简单推理 ,并用恰当语言加以表达和交流 ;考查学生对所学内容的理解和掌握程度时 ,可以设计一些活动以考查学生的动手操作能力和语言表达能力。

(3) 学生的年龄及认知特点 根据学生的身心发展规律 ,他们有一种与生俱来的以自我为中心的探索欲和好奇心 ;“做数学”的过程可帮助学生利用直观进行思考 ,在活动中表现自我 ,发展自我 ,感到数学学习很重要 ,有助于学会数学地思考。

2. 评价方法与策略

以简单的推理能力、直观操作能力、语言表达能力为评价重心 ,开发创设“操作性口试题”。

试题如下 :请利用所提供的两张长度为 a 的纸条和两张长度为 b 的纸条 ,拼、摆、折或连一连 ,构建平行四边形 ,并说明理由。你能提供更多的方法吗 ?

3. 对策略的分析

试题本身是开放性的 ,答案有多种可能性。在具体实践过程中 ,有的学生选用四张纸条完成任务 (两组对边分别相等的四边形是平行四边形) ,而有的学生只选用两张纸条就可以了 ;有的学生只能想出一种方法 ,有的学生提供出多种答案……题目分层次设问 ,保障学生不会因畏惧一次性失败而放弃努力 ,失去发展机会 ;不同的学生在解答过程中可获得不同的发展。考虑到学生的年龄特征 ,这里不强调推理过程的形式化 ,学生只要用自己的语言说得到位即可 ,这样做更有助于体现学生学习方式的个性化 ,满足其多样化的学习需求。

不论哪一种方法 ,学生在实际操作中 ,都要不断地观察、比较、分析、推理才能得到正确的答案 ;一名学生在讲台前边操作边解答 ,其他同学可适时补充、追问、反驳……一方面轻松自主动态的氛围有助于学生更好地暴露其思维过程 ,便于老师及时体察学情 ,了解学生发展的需求 ,帮助学生认识自我 ,建立自信 ;另一方面既锻炼了学生的思辨能力、直观操作能力 ,又锻炼了学生的语言表达能力和解决问题的能力 ,不仅发展其合情推理能力 ,而且有助于学

生空间观念的形成。

不仅在上述学习内容中可以做这样的尝试,其余如“有趣的七巧板”、“剪纸与镶边”、“生活中的轴对称”、“平面图形的密铺”等内容,也都可以尝试通过对学生的创意设计展开测评,来评价学生的创造潜能——一幅幅学以致用的创意设计既包含创意作品,又有相应的数学解释和人文的表达,不只是倾注着学生的学习热情和对数学积极的情感,而且体现了学生对知识更深层次的理解和把握,突显着数学对学生的情感价值观的陶冶。

随着学生学习能力、实践能力、思维方法的提升和良好学习态度的形成,一些实验学校又尝试借助学生自主完成的课题报告评价学生“做数学”的水准。

开放的评价方式,淡化了评价原有的选拔与甄别的功能,使评价方法趋于多样化,突出了对学生的学习发展过程、对其综合素质的评价,使学生从有意义地使用数学中获得信息,使老师可以从不同角度全面评价学生的数学学习,方便“老师的教”真正为“学生的学”服务。

二、评价内容与评价对象

除了侧重双基的静态纸笔测试以外,凡需动态评估的内容,都可以提前下发给学生,留给他们充足的探究空间,同学们总能积极地进行准备,查资料,同学间互相探讨,甚至求助家长、老师,期待着自己个性化的最优的展示。开放的评价内容,使学习兴趣、学习热情、学习主动性得到较好地激发,在准备过程中学生真正了解自己的学习状况和水平,亲身体验到自己的进步,而参与学生对评价内容的准备过程,也使老师进一步了解自己的教学效果,便于不断调整自己的教学。

被评价对象不仅可以是单个的学生个体,也可以是学生自愿组合的学习伙伴、合作小组等。事实上,我们更愿意见到在对自主探究进行个性化评价的同时,通过对小团体的学习评价,通过对小团体学生合作交流中体现的团队精神、集体责任感等的评价,对学生的品德养成、人格健全等加以正向引导。

例如,一些实验学校在期末考试之综合评价中,以小组为单位就感兴趣的统计问题展开调查、分析并完成课题报告,然后把合作

小组作为评价单位,同学们为了团队的利益而合理分工,各负其责,老师提供调查报告的模式,其他由同学完成。这样同学间有了充足的机会交流学习体验,分享好的学习方法,互相激发灵感,资源共享,在互助与竞争中学会协调与沟通,提高人际交往能力,学会学习。

三、评价结果的形式

传统的评价结果往往是一个量化的结果,《标准》建议:

对学生数学学习的评价既要关注学生知识与技能的理解和掌握,更要关注他们情感与态度的形成和发展,既要关注学生数学学习的结果,更要关注他们在学习过程中的变化和发展,在呈现评价结果时,应重视定性评价的作用,采用定性和定量相结合的方法。充分关注学生的个性差异,发挥评价的激励作用,保护学生的自尊心和自信心。

显然,评价的意义在于通过评价促使学生改进,促进学生发展,怎样才能切实把评价结果纳入学生发展的进程之中,使评价结果成为学生丰盈而充实的档案材料,刻录他们成长的足印,并成为下一次评价的起点呢?

学生在数学测试中的分数或等级表明的只是学生当时所具有的水平,而不能预示他们的未来。学生一直在变化:思维水平在变化、学习方法在变化、学习态度和情感在变化……一个分数或等级所能反映出来的信息毕竟有限,评语却可以补充评分的不足,对于用分数或等级难以反映的问题,可以用评语来反映。因此,在章节检测和期中、期末阶段性评价中,都可以设计开放的评价结果:试卷成绩(或等级)+卷后感悟+卷后100分,引导师生用发展的态度对待每一次数学测验的分数或等级。具体做法可以是这样:

卷后感悟包括的栏目有“得意之笔”、“进步之阶”、“老师的话”、“家长的话”等。

“得意之笔”包含:题号、知识点、教你一招、经验之谈等栏目,侧重学生对掌握较好的知识与技能的回顾,对好的学习策略、学习方法的自我提炼与推广,以及体验成功的感受。

“进步之阶”包含:题号、知识点、障碍分析、学法反思、我会了等栏目,侧重学生对学习中存在的困难的自我诊断,和对解决问题

过程的反思,从中提炼解决问题的经验,并将解法或策略主动概括到一个新的问题情景中。

“得意之笔”和“进步之阶”这两个栏目体现了老师对学生自身发展的关注,学生的完成情况,便于老师了解每个学生的优点、潜能、不足以及发展需要,而学生完成这两个栏目的过程,有助于培养他们反省认知的能力,可以帮助学生认识到自己在解题策略、思维或习惯上的长处与不足,使他们看到自己的进步,辨明努力的方向,感受获得成功的喜悦,从而激发新的学习动力。

“老师的话”采用评语的形式,以学生个人为标准,以个性化、鼓励性评价为主,以学生已经掌握什么内容、获得哪些进步、具备了什么能力为着眼点。要求老师从智力和非智力两方面用激励性的语言,客观描述学生的进步、潜能或不足,同时简要明确地给出适于学生发展的改进计划,给学生更多赏识和赞扬,让学生从老师的评语中,感受到阳光,认识自我、树立自信,愉快地学习和成长。这实质是一种延迟判断,突出反映着学生的纵向发展。

“家长的话”为体现家长的支持与协调作用而设,实现在评价机制中学生、老师、家长的共同参与、交互作用。

卷后100分是在卷后感悟基础上,对自己的测验答卷不满意的学生,老师鼓励他们提出申请,重新解答原试卷或对等试卷,当学生通过努力,改正了原有错误时,老师可采用评分+等级的方式给予他们鼓励性评价。实际应用中,特别对于学习有困难的学生,卷后100分极大鼓舞了他们学数学的兴趣和热情。

开放的评价结果,使老师为学生和家长提供的关于其数学学习情况的评价更客观、更丰富,使老师、学生、家长三方面都能更全面地了解学生数学学习的历程,既帮助学生形成正确的学习预期,形成对数学积极的态度、情感和价值观,又有利于促进、改进老师的教学。

四、一些建议

(1) 在操作性口试题的组织与实施中,老师应引导学生学会倾听——批判性地倾听或欣赏性地倾听,帮助学生注意找出同学的不足,更注重捕捉同学的长处与优点、激发灵感,及时改进完善自己,而不仅仅以表现自己为参与重点。

(2) 无论哪种评价方式都有优势,也不可避免的存在局限,实验中应避免从一个极端走向另一个极端,而应坚持探索过程性评价与终结性评价的有机结合。探索一个有效的、可操作性强的课堂评价方式结构将是所有实验区的共同目标。

第二节 口 试

新课程为学生提供了丰富的数学学习素材和充分的心理创造空间,同时也给我们提出了新的任务:该如何全面评价课改下这批富有创造力、更有自主性的学生?如何通过评价关注学生在学习过程中的变化与发展,激励学生的学习热情,促进学生的发展?

以往的数学学习评价是以考试测验为核心,对学生的评价主要通过单元检测、期中考试、期末考试、升学考试等方式实现。《标准》明确提倡:数学学习评价的主要目的是为了全面了解学生的学习历程,激励学生的学习和改进教师的教学,倡导评价目标多元、评价方法多样的评价体系。既要关注学生学习的结果,又要关注学生学习的过程,既要关注学生的学习水平,又要关注他们在数学学习中所表达出来的情感态度。而这些目标如何在教学实践,特别是在操作层面上得以实现,是人们普遍关注的问题,也是一线教师正致力探索研究的问题。

2001年底,一些国家实验区的数学教师已经从课改刚开始时的困惑逐渐走向实践思考中的创新,展开了对多元评价的研究探索。其中,数学学科的口试成为一种积极探索中的新型评价方式,在实际过程中取得了一定的成效。

以下将具体探讨由这种探索导致的成效和引起的思考。

一、口试的作用

《标准》指出:“知识与技能”、“数学思考”、“解决问题”、“情感与态度”组成了一个综合性的多元课程目标。这些多元化的课程目标,尤其是“数学思考”、“解决问题”、“情感与态度”目标的达成情况不可能仅仅通过笔试来考查。口试则作为一种辅助性评价

形式,试图对学生在这些目标的达成情况方面给出一些附加信息,以帮助教师更为全面地理解学生在数学学习方面的发展状况。

在实践过程中,教师利用口试的形式,给学生提供展示个人思维过程的机会,通过对学生思考、分析、解决问题以及真实的操作过程的观察,不仅可以评价学生对知识技能的掌握运用情况,而且还可以全面了解学生的数学思考过程,解决问题的方法以及动手操作的能力和个性创造力,从而为多侧面、多角度评价学生的数学学习状况掌握了更为真实、有效的素材。

相对于笔试而言,口试可以消除笔试中严峻的考场、严格的试卷、紧张的气氛在师生之间营造的一种无形的屏障。师生面对面地交流,可以拉近彼此之间的距离,在与学生交流的过程中,教师更容易发现学生理解上的差异、思维上的优势、认知方面的特点和误区,以及学习上的困难,不仅能够比较准确地给学生做出评价,还能够启发教师更好地对自己的教学实践做出诊断和反思,寻找更适合学生思维特点和个性发展的教学方法和评价方法,从而获得最大的教学实效性。

在实践过程中,教师还发现,有些学生在笔试测验中由于焦虑而不能发挥他们的学习水平,有些学生的思维比较慢,但往往考虑问题很全面,而笔试测验规定的时间限制使他们不能很好地发挥;还有些学生在动手实践能力上更加擅长,笔试测验的形式并不能全面正确地评估他的能力……采取口试的形式,可以为这些具有不同特征的学生再次提供展示自己的机会,让他们也获得成功的喜悦,从而激发他们的学习热情,树立学习信心,以防“一纸定乾坤”的考试结果给他们带来的冷漠与打击。

二、口试的关注点

口试是促进学生全面发展的多元评价的重要组成部分,是表现性评价的一种重要方式。因此在口试中教师必须对学生各层次、各侧面的表现给予关注。具体说来,我们应当关注学生以下几个方面的表现:

- (1) 思维的过程和方法;
- (2) 分析问题、解决问题的能力表现;
- (3) 动手操作能力的表现;

- (4) 使用数学语言有条理地表达自己思考过程的能力表现；
- (5) 创造力、个性发展的表现；
- (6) 与人合作交流能力的表现；
- (7) 在情感、态度、价值观方面的表现。

对上述七大关注点实际意义的详细说明,我们将结合具体口试题目在后面的讨论中给出。

三、设计口试试题

为了更好地发挥口试的独特作用,设计口试试题时应首先针对正规纸笔考试不易体现的目标进行思考,以期形成对学生多角度、全方位的评价,促进学生的全面发展。因此对于卷面测试能够实现的一些基本概念及基本运算技能等的考查,在口试中不需要再次重复,以保证口试的必要性、实效性,避免重复测试给学生带来的负担过重的现象。

口试的试题类型主要可以包括以下几种：

1. 开放性试题

例1 (八年级上)已知 如图 4-1, $AB = AC$, 请你添加一个条件,使 $\triangle ABE \sim \triangle ACD$, 你能找到几种方法? 并说明你是怎样分析找到的。

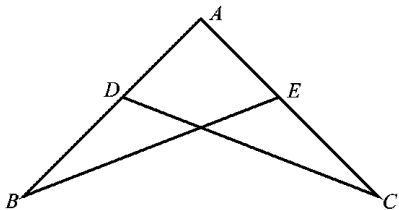


图 4-1

设计意图:考查学生对三角形全等知识的理解应用的基础上,重点指出“说明分析过程”,目的是为了促使学生展示自己的思维过程,根据已有的条件和已有的结论,分析促使结论成立的可能条件,这是一种逆向思维的方法。

关注点:学生思维的过程、方法;思维习惯、思维方式。

2. 探索规律题

例2 观察图 4-2,你能知道第 n 个图形需要几枚棋子吗?

你能找到几种方法？并说明你的发现过程。

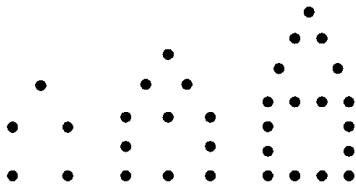


图 4 - 2

设计意图：“探索规律”类题目可以通过笔试考查，但只能考查最终的结果，而口试考查则将侧重点放在展现学生探求结论的思维活动情况，展现学生从不同角度、用不同方法分析问题、归纳总结的过程。充分体现学生的个性特点。比如：我们在例 2 的口试中，竟发现了近 20 种不同的探求规律的方法，而这些奇妙的方法令老师们赞叹不已。

关注点：学生思维过程、方法；学生的创造力、个性发展情况等。

3. 设计决策题

例 3 ①测量数学课本的厚度，并估计 100 万册这样的数学课本摞在一起有多高？所在教室能装下这些书吗？说一说你是怎样估计的？②设计一个方案测量一根头发丝的直径。

设计意图：数学教育给学生带来的绝不仅仅是会解更多的数学题，当他们面临各种问题情境的时候，是否能够从数学的角度去思考问题，能否发现其中所存在的数学现象，并运用数学知识与方法去解决问题，应当成为学生学习数学的重要目标。此题的解决过程可以展示学生面对生活中实际问题时，能否运用数学的眼光发现问题，并运用数学知识寻求解决问题的策略，是否初步具备了应用数学知识解决实际问题的能力。

关注点：学生发现问题、解决问题的能力表现；学生能否条理清晰地表达自己的设计意图及设计方案。

4. 说理题

(1) 一只小虫要从长方体纸盒 A 点爬到 B 点(如图 4 - 3)，你能给它找到最短的路线吗？并说明是怎样找到的。

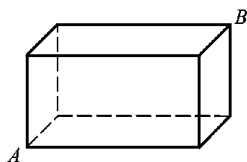


图 4-3

(2) 如图 4-4, 选择适当的方向击打白球, 可以使白球反弹后将红球撞入袋中, 此时 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, 如果红球与洞口连线与台球桌面边缘夹角 $\angle 5 = 30^\circ$, 那么 $\angle 1$ 等于多少度时, 才能保证红球能够直接入袋?

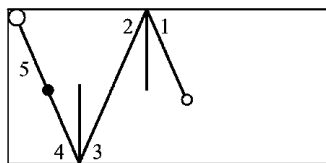


图 4-4

设计意图: 考查学生对线段、平行线等知识的理解掌握, 另外通过“说明理由”的过程, 展示学生运用数学语言有条理地表达自己的思考过程的能力。

关注点: 学生数学语言的使用水平及语言表达的能力。

5. 操作题

(1) 适当地剪几刀, 可以把图 4-5 中的十字变成一个正方形, 有人说剪两刀就可以, 你相信吗?

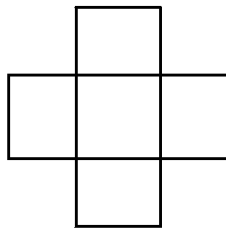


图 4-5

(2) 用正方体搭成主视图、左视图、俯视图都相同的几何体 (如图 4-6 所示), 并说出最多用几块? 最少用几块?

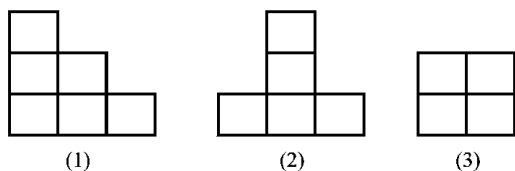


图 4-6

设计意图 :在新课程理念下 ,学生的数学学习方式不再是单一的机械模仿和被动接受 ,许多知识、技能和方法往往是学生在动手实践中自主探索获取的 ,在亲身体验中得到理解的。此类试题的求解过程可以展示学生动手制作的过程 ,反映其空间观念和动手能力。

关注点 :学生的空间想像力和动手实践能力的表现。

6. 创意题

(1) 请你用七巧板拼出一个图形 ,并用一句贴切的话形容一下你拼出的图形的含义。

(2) 请你用 $\triangle \triangle$ 、 $\circ \circ$ 、— — 拼出一个图形 ,并用一句贴切的话说出它的含义。

设计意图 :让学生展示自己丰富的想像力和创造力。

关注点 :学生的个性差异、思维创造力。

事实上 ,在口试过程中 ,上述几大关注点并不是因不同的题型而相互割裂。口试本身实际是对学生综合素质、综合能力的一种多角度评价 ,因此几大关注点是相互协调统一、贯穿口试始终的。口试前的准备时间内 ,允许学生在独立思考的前提下 ,互相交流 ,共同探讨 ,寻求问题的答案。并以此关注学生与他人合作交流的行为表现 ,口试中学生所表现出的积极参与、认真准备的学习态度 ,以及自信自尊的个性展现 ,更是学生情感、态度、价值观的良好体现。

四、口试评分标准建议

如前所述 ,相对于笔试而言 ,口试活动更多地关注在数学学习、解决问题活动中学生的思维过程、方式、特征 ,关注此时学生在语言表达、理解他人等方面的情况。因此 ,评分标准宜粗不宜细 ,如以等级形式给出较为适当。

数学口试的评分建议包括以下几方面：

1. 评分等级

数学口试结果可以分为优、良、达标、未达标四个等级。

注 若希望口试成绩计入学生相应考试的总分,可以将等级分折换为数值分。如满分为10分(占总成绩的10%),那么,优为10分,良为8分,达标为6分,未达标为小于或等于4分。

2. 等级标准

(1) 优。对问题有深刻的理解,能用准确的数学语言表达思考过程;口头表达能力强,说理思路清晰,有条理,能流利、正确地回答问题;自信心强,能大胆尝试并表达自己的想法,能用多种方法说明问题,善于联系实际,并能充分运用所学的数学知识解决实际问题。

(2) 良。对问题有较深刻的理解,能用自己的语言表达思考过程;口头表达能力较强,说理思路清晰,能较流利、正确地回答问题;设计方法较合理,较有层次。

(3) 达标。对问题有一定的理解,能较流利、较正确地回答问题;设计方法较合理,能说出一定道理,但层次感不强,需要教师提示1次。

(4) 未达标。对问题一知半解,缺乏自信,能回答问题,设计方法欠合理,层次不分明,需要教师提示2次以上。

3. 说明

(1) 对于在口试中有独到见解、思维敏捷的学生,虽然解决问题的方法不够正规,也应给予满分。

(2) 口试时,教师要注意态度和蔼,帮助学生打消紧张情绪。多用鼓励、激励性语言,树立学生口试的信心。

(3) 如果学生第一次口试成绩不理想,还可给予第二次机会,以两次考试的平均分记入成绩。对于个别基础确实太差的学生可考虑由其任选一道题目,根据其答题的情况给予评分,以激发他们的学习兴趣,帮助他们树立学好数学的信心。

五、口试操作程序

1. 前期准备

(1) 组织教师认真学习《新课程标准》中的有关评价要求,制

定口试评价标准。

(2) 试题组织 :口试的试题由集备组六位教师按单元分工 ,大家共同研究协商 ,最后集备组长统稿确定。侧重于一些趣味性的题、密切联系生活实际的题、动手操作题和理解说明题。

(3) 试卷提前印发给学生 ,给学生一定的准备时间 ,允许并鼓励学生之间进行讨论。对于学生经过讨论后仍普遍感到比较困难的题目 ,教师可以适当解释和说明 ,使学生能进一步加深对所学知识的理解 ,并能灵活运用所学知识解决实际问题 ,从而能真正达到口试的目的。

2. 组织考试

由于测试时需要多个教师共同参与 ,因此提倡相同年级的教师组成一个口试组 ,并且 :

(1) 将所有参与口试学生的记名册印发给每一位教师。

(2) 每一位教师各负责一个考场 ,2~3 位教师参与口试。

(3) 各班主任将本班学生分成每 5~6 人一个小组 ,由带考教师按组带入考场。测试时 ,每位学生随机抽取一道试题进行口答 ,根据口答情况评定成绩 ,成绩不理想的可给予第二次机会 ,以两次考试的平均分记入成绩。对于个别基础确实太差的学生可考虑由其任选一道题目 ,根据其答题的情况给予评分 ,以激发他们的学习兴趣 ,帮助他们树立学好数学的信心。

(4) 每半小时为一个时段 ,每时段包括两个班级 ,考试中另一个班级在预备室准备。

(5) 口试结束后 ,口试组教师在组长的带领下对所有班级进行会分 ,并总结各班口试情况。

3. 评价结果呈现方式

口试的评价结果不应当仅仅以分数或等级来简单给出 ,而应当是对学生状况的一种描述。此时 ,需要将隐性、显性评价相结合 ,定性、定量评价相结合 ,即使得学生的评价结果成为对其数学学习状况的一种个性化描述。

第三节 小组合作学习的评价

《基础教育课程改革纲要(试行)》(以下简称《纲要》)中提出了学生学习方式的改变,改变课程实施过程中过于强调接受学习、死记硬背、机械训练的现状,倡导学生自主、探究、合作的学习方式。《标准》强调“动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式。”因此,小组合作学习正是基于这一理念的一种新型的学习方式,它能改变传统课堂教学中那种单一化、模式化、教条化、静态化的弊端,将学习当作学生生活中的一部分,促使学生生动活泼、主动全面地发展。那么我们在数学教学中应该如何认识这种新型的学习方式?如何有效地进行实施和评价?

一、数学合作学习及其理论基础

合作学习是有一定的文化渊源的。孔子就提出过“独学而无友,则孤陋而寡闻”,1世纪昆体良学派认为“学生从互教中受益”,肯定了学生之间合作的价值;夸美纽斯则主张“学生与教师,学生与学生互相受益”,不仅仅肯定了学生之间合作的必要,而且也肯定了教师与学生之间平等合作的重要性。18世纪英国倍尔开设了“英格兰学校实验”,其中就尝试在教学中实施小组合作学习。到了19世纪,合作教学方法在美国占主流,杜威的合作小组在许多实验学校被认可。20世纪40年代道奇“场”的动机理论应用于教学中,更使得小组合作学习找到了理论的根据,在以后的教学中作为一种比较重要的教学方式而广泛地应用。

合作学习作为一种教学策略,它必然深受教学理论的影响,同时也受知识论的影响。因此,其主要理论基础是:建构主义和发生认识论、动机理论和认知理论,其中动机理论和认知理论是非常重要的,下面分别给予介绍:

1. 认知理论

认知发展理论假定:儿童围绕适宜的任务所进行的相互作用能促进他们对重要概念的掌握。前苏联维果茨基(1978)提出的

“最近发展区”和瑞士皮亚杰提出的“守恒研究”,已有大量的事实证明,同伴的相互作用能帮助非守恒者成为守恒者。同伴在彼此最近发展区内操作的重要性已被 Kuhn 所证实。认知精制理论则认为,如果要使信息保持在记忆中,并与记忆中已有的信息相联系,学习者必须对材料进行某种形式的认知重组或精制。长期以来,关于同伴互教活动的研究发现,在学业成绩方面,教者与被教者都能受益,教者的自尊得到提高,能力和自信心得到加强,同时学者的学习兴趣提高,学习动力加强。Webb, N.(1985)发现在合作活动中,受益最大的是那些给他人做详细解释的学生。

2. 动机理论

Slavin 研究的动机和认知理论是基于不同的假说。认知理论分发展理论和认知精制理论,其区别在于促进认知增长的作用者不同——集体的(发展理论)、个体的(认知精制理论)。

动机理论主要研究的是学生活动的奖励或目标结构。其中自尊的形成是非常重要的方面。自尊是自我概念的评价部分,个性的自我评价是通过与他人的交往活动中得到的。自尊,一般来讲来源于两个部分:一是外部或外显的自尊,是对相关他人评价的反映;一是内部的自尊,是对个体经验、成就、能力等的觉察。据 Deutsch(1949)界定的三种目标结构:合作性结构、竞争性结构、个体性结构,传统的课堂教学中强调竞争,成功者的产生是以牺牲部分成绩较差的学生为代价的。所谓高成就的获得则是将学生置于对学业失败的恐惧中得到的。而那些所谓失败者一旦将失败内化就会导致低自尊,低自尊导致低成就,从而形成恶性循环。若将课堂中的竞争改为合作,将大大减少失败者的比例。在合作学习中,学生可能获得同学帮助的同时经历成功的体验。随着这些现象的出现,将会导致高自尊。Slavin 认为“合作性目标结构(与竞争性相反)创设了一种只有通过小组成功,小组成员才能达到个人目标的情境。为此,小组成员必须帮助他们的组员做任何有助于小组成功的事。”

此外,建构主义和发生认识论也是非常重要的理论基础,限于篇幅就不再展开讨论。

二、数学小组合作学习的教育价值

作为一种新型的教与学的方式,小组合作有非常重要的教育价值,主要体现在如下几个方面:

1. 小组合作学习为所有的学生提供了成功的机会

新课程中强调以学生的发展为中心,使每个学生都能有成功的体验。而小组合作学习就是实现上述教育理念的重要途径之一。

研究表明:个人的价值是通过两种不同的途径来体现的,一种是与他人的比较中体现的,这种往往表现在不是自己获得了哪些进步,取得了哪些成就,而是比较超过了多少人;还有一种是对群体做出独特的贡献。后一种强调一种合作的人际关系,强调个人的努力。因而后一种方式更能使群体中的每个成员都有一种成功的体验。传统的课堂教学是以竞争为主的,少数学生的成功是建立在多数学生失败的基础上的,比如这样一种教学情境:

教师在讲台上出示一个预先折好的有小猫图案的立方体纸盒,目的是让学生认识立方体。下面是他们的一段对话:

【案例1】

小明:“纸,是猫的图形。”

教师:“再仔细看看,到底是什么?”

小明:“是猫的眼睛、胡须、鼻子、腿。”

教师:“所有这些部分合在一起是什么?”

小明:“纸。”

教师:“这是什么?不是说它是由什么材料做成的,它的名字叫什么?”

小明:“它是画出来的?”

教师:“不对。”

……

坐在小明旁边的小华知道该怎么回答这个问题,当小明在沉默时,小华高兴地把手举得高高的,教师叫他回答,小华说:“是立方体”。教师马上说:“对,你真聪明!”

从上面的案例中,我们可以看出,小华的成功是建立在小明

“失败”的基础上。如果是一种合作的教学情景,小明和小华被分配在同一组,那么,教师会让小华对小明的回答进行补充、纠正,小华的成功是他对于小组的贡献,在于帮助小组成员完成任务所获得的。在合作的情况下,小华对小明失败归因于同伴的帮助不够,这样不会伤害小明的自尊,不会使小明产生失败的体验。这样可以使得他们有相同的成功的机会。

2. 小组合作学习有助于师生、生生互动

《纲要》中指出“教师在教学过程中应与学生积极互动、共同发展。”但调查结果显示^①,我国的教师与学生的互动的次数和互动的范围与其他国家相比还存在着一定的差距。我们国家的互动更多的是在教师与学生,而且是单向的、封闭的。

传统的“秧田型”课堂强调教师的传授功能,强调教师对学生的管理。因此秧田式的排列特别有利于教师的管理。学生看到的是学生的背影,是不利于学生之间的互动的。在这种“秧田型”空间构成中,教师与学生的互动是个体对个体,是一种封闭性极强的学生个体的“私有化的空间”,课堂是一种在教师强权控制下的伞状空间。如图4-7。

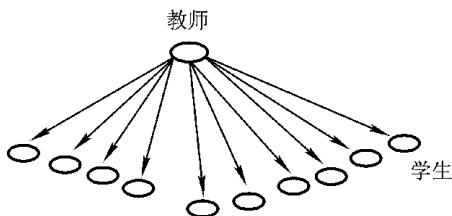


图4-7

而在小组合作的情况下,由于座位的排列方式,使得学生的个体“私有化空间”变成了学生小群体的“公有空间”,如图4-8,而空间的封闭性也大大地削弱。不仅学生之间有互动,而且教师与学生的互动不是针对个体,而是群体。这样无论是从互动的次数还是互动的空间上都比“秧田型”扩大了。

3. 合作学习不仅仅有助于提高学生的学业成绩,还可以密切学生之间的关系

^① 吴康宁. 教育社会学. 北京:人民教育出版社,1998. 341

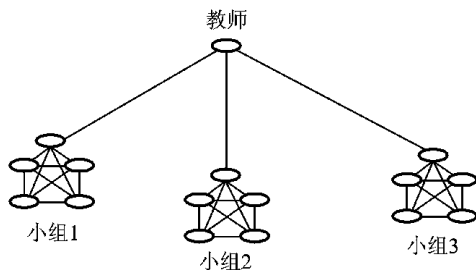


图 4-8

心理学家认为,人们为了维护自尊,在看待自己的行为时,习惯用内部归因来解释成功(如将成功归因于自己的能力),而用外部归因来解释失败(如将失败归因于环境、教室光线太暗等)。这种积极的归因方式尤其体现在小组合作学习中。实验证明,合作学习条件下,学生会以对待自己的方式对同伴的学业成败进行归因,而且会采取积极的方式来帮助、鼓励组中落后的同学。这对于传统课堂中的“失败者”获得自尊、提高学业成绩,具有非常重要的作用,同时密切了班级同学之间的关系。如案例1就充分说明了这一点。

此外,合作学习还有助于提高学生角色扮演、合作交往等能力。那么教学中该如何实施呢?

三、小组合作学习的实施

研究表明合作学习具有几个基本的要素:具有明确的合作目标;小组成员之间形成一种真正的相互依赖关系;每个成员都明确自己的责任;每个成员都有相同的成功机会以及小组自评。那么在教学中要注意下面几点。

1. 教学中要明确小组合作学习的任务

学生进行小组合作,他们需要知道为什么要进行合作,合作学习有哪些要完成的目标,如果目标不明确,那么合作往往就流于形式。笔者曾经听了“分式的乘除法”这一节课,涉及了13个问题,教师让全班小组合作了13次,每次小组都不知道要合作什么内容,而且都是如闪电般几秒后就让学生进行汇报、展示,使学生无所适从。一堂课中都是教师在主导小组活动。

如果在小组合作学习之前就明确小组的任务,并在小组合作完成后进行考查,那么就会增强小组合作学习的实效性。如教学“平行四边形的性质”一课中,为了让学生能够充分理解,并能通过自己主动学习获得对平行四边形性质的认识。让学生三人一组,每个人负责下面的一方面的内容,然后小组总结。

【案例2】

- (1) 平行四边形的边有什么特点?
- (2) 平行四边形的角有什么特点?
- (3) 平行四边形的对角线有什么特点?

这样学生在合作时就明确任务要求和个人的责任。

2. 使学生明确合作的规范

让学生坐在一起,并不代表他们能够进行真正的合作学习。在合作中,除了知识方面的内容外,更多的是人际关系的、行为规范方面的内容等等,如果教学中没有意识到这一点,那么课堂上吵吵闹闹,一堂课下来,学生什么也没有得到。如下面的情景就值得我们深思。

【案例3】

七年级“100万有多大”这节课。

师:“同学们,老师已为大家准备了各种材料,请各小组先挑选其中一种,然后在小组内合作完成‘100万有多大’的活动。”

话音刚落,各小组就忙开了。只见其中一组同学争着去取材料,有的拿书,有的拿黄豆,有的拿……一阵混乱之后,紧接着是“让我先说!”大约两分钟后,传来了老师的口令“停!”只听老师说:“请成功完成活动的小组交流你们的收获……”

像上面的活动,教师过于重视小组合作的形式,而学生之间缺乏必要的合作技能。小组是一个情感构成的群体,需要建立起小组成员合作的情感。那么教师就需要教给学生一些合作学习的规范,规范小组成员的角色。比如案例3中,教师应先明确小组中的成员的分工,比如有的取材料,有的进行估计,有的记录结果。教师还要求学生遵循一定的小组合作的规则,比如“不要大声喧哗”、“组内其他成员在进行估计时,要学会倾听、记录”……这样

就会使得小组合作井然有序,达到合作学习的目的。

3. 合作学习应有适宜的内容

并不是所有的内容都适合于小组合作的。

像“计算 $8 - (-12) + 5 - 9$ ”这样的问题学生完全可以独立思考、独立完成,这就缺乏合作学习的价值。再者也不是一堂课中全部采用小组合作学习的形式。小组合作学习只是一种学习方式,也是一种教学方式,它要结合班级授课、个别学习等多种教学方式,此外还要结合着具体的教学内容。一般来讲,问题具有开放性、任务比较复杂,则往往采取小组合作的形式。

开放性的问题,合作可以体现不同学生的认识。比如“24点游戏”^①。从一副扑克牌(去掉大王、小王)中任意抽取4张,根据牌面上的数字进行混合运算(每张牌只能用一次),使得运算的结果为24或-24,其中红色扑克牌代表负数,黑色扑克牌代表正数,J、Q、K分别代表11、12、13。像这样的问题,分组活动比较合适,不仅仅使得每个成员都能参与,而且不同的小组会得到不同的结果。

比较复杂的任务往往一个人是很难完成的,这样需要多人合作。比较典型的是调查、实验等。如让学生“调查本地一个星期天气的变化情况”,让学生分别去调查气温、风力、污染等情况,并分别填写小组作业单(表4-1)。这样会体现小组成员的聪明才智。

表4-1 小组作业单

小组编号 _____
小组成员(姓名) _____
调查的 _____ 一个星期的变化情况
1. 气温 _____
2. 风力 _____
3. 污染 _____

① 新世纪版教材 数学(七年级上). 北京:北京师范大学出版社,2001.78

分工

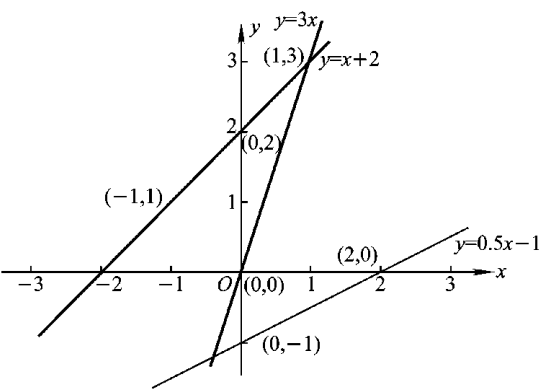
再就是并不是一堂课中都采用小组合作的形式,应将小组合作与全班讲授、个别学习结合起来。比如下面的案例 4 就适合先让学生进行个别学习,然后小组交流,全班讨论。

【案例 4】

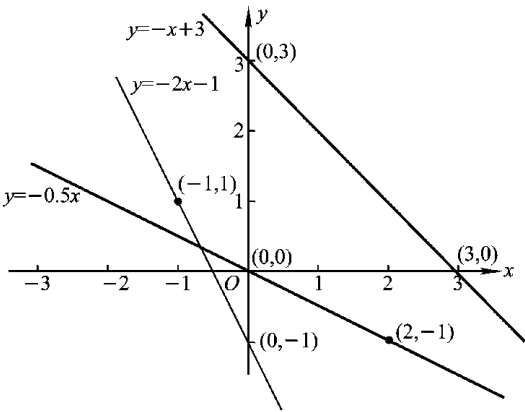
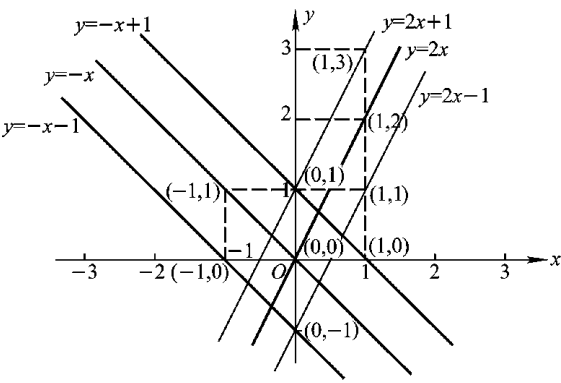
(对学生进行分组实验,并相互合作交流,共同探究)

附数学实验报告(表 4-2),内容均由学生填写。

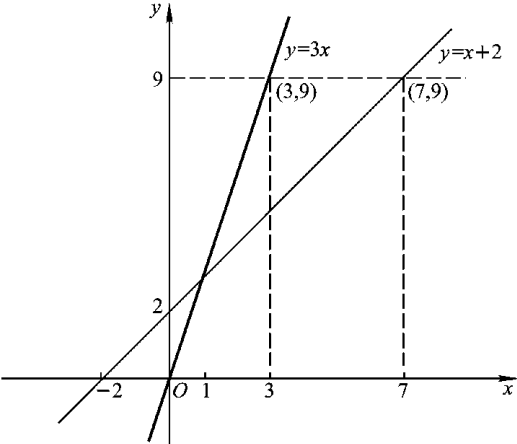
表 4-2

数学实验报告	
实验名称:一次函数的图像和性质	
试验目的 通过人机交流、交互学习的方式观察函数图像的变化,加深对一次函数图像和性质的认识与理解	
实验过程	实验结果
将下列每组的函数图像画在同一平面直角坐标系内: 1. 作一次函数①$y = 0.5x - 1$②$y = x + 2$③$y = 3x$的图像 	找出每组函数图像的共同特征: 1. 随着 x 的值的增大, y 的值分别如何变化? 结论— $k > 0$ 时, y 的值随着 x 值的增大而增大

续表

实验过程	实验结果
2. 作一次函数①$y = -0.5x$②$y = -x + 3$③$y = -2x - 1$的图像 	结论二 $k < 0$ 时, y 的值随着 x 值的增大而减小
3. 作下列一次函数的图像: ① $y = 2x$ $y = 2x + 1$ $y = 2x - 1$; ② $y = -x$ $y = -x + 1$ $y = -x - 1$ 	2. 比较各组内直线的位置, 你能得到什么结论? 结论三: 当 k 值相同, b 值不同时, 函数图像是一组平行的直线 3. 比较直线 $y = 2x + 1$ 与 $y = -x + 1$ 以及直线 $y = 2x - 1$ 与 $y = -x - 1$ 的位置, 你又能得到什么结论? 结论四: 当 k 值不同, b 值相同时, 函数图像相交于 y 轴上的一点 $(0, b)$

续表

实验过程	实验结果
4. 图中两直线分别是函数 $y=3x$ 和函数 $y=x+2$ 的图像 : 	4. 函数 $y=3x$ 和 $y=x+2$,当 x 从 0 开始逐渐增大时 ,哪一个函数的值先到达 9 ? 这说明了什么 ? 结论五 函数 $y=3x$ 的值先到达 9。说明 $k > 0$ 时 ,k 的值越大 ,函数值增长得越快 函数图像越靠近 y 轴
实验人 :八年级 ____ 班 _____	实验时间 : _____ 年 ____ 月 ____ 日
实验设计、指导教师 :贵阳市第三十三中学 杨璐	

4. 学生在小组合作中 教师应扮演多重的角色

合作学习的主要目的是加强学生之间的交流与互动 ,但也必须加强师生之间的交流。教学中常常会出现这样的情况 :教师布置完小组合作任务后 ,便游离于学生小组合作活动之外 ,在讲台转几分钟后 ,便宣布小组合作结束。像上面的案例 3 中 ,教师就没有看到小组合作中出现的问题 ,而是按照自己设想好的进程进行一步一步地教学。实际上 ,学生进行小组合作活动时 ,给教师赋予了更多的责任 ,他不仅仅关注学生知识掌握的情况 ,而且还要关注各个小组合作进展的情况 ,并进行适当的协调。在学生合作时 ,教师要从“至高无上”的讲台走到学生中间来 ,充当学生学习的合作者、引导者、协调者、巡视者等多种角色 ,及时获取学生讨论的信息 ,捕捉学生思维的火花 ,为有效调控教学做好充分准备。合作学

习结束以后,教师应组织学生进行全班交流,让学生反馈合作学习的信息,根据学生反馈的信息进行有效指导。并对小组合作讨论进行质的分析,引导学生进行深层次的思考。以便更好地进行小组合作学习的教学。

四、小组合作学习的评价

评价有两个功能,一个是检查教师的教和学生的学的情况,另一个是将它作为有效的教与学的工具。如前面所述,评价学生的成绩不是进行同学之间的比较,而是看学生的真正的发展情况。因此,主要是检查学生的增长分、小组的成绩和学生的合作技能。

1. 学生学业成绩的小组评价

用学生的增长分去评价学生的进步。增长分分为0,10,20,30这样四个等级,分别对应于测试成绩减去基本分(平均分)所属的分值范围:0,1~10,11~20,21~30(或者测试成绩满分)。如下面某组学生经过一段时间的学习,其增长分情况如表4-3。

【案例5】

表4-3

姓 名	基本分(平均分)	测试成绩	增长分
小明	95	96	10
小红	88	90	10
小颖	75	86	20
小丽	69	90	30

小组的成绩是基于小组成员的成绩的改进情况,小组成员进行小组活动后的评价所获取的成绩称为改进的成绩,是小组中成员的增长分的平均值。如上面小组的成绩约为18分。

为了使小组合作学习的评价更有效,设立相应的奖励措施是必要的。应根据各地各校的实际情况而制订相应的奖励。表4-4

给出一个奖励小组标准的例子。

表 4 - 4

标准(平均增长分)	奖 励
10	成功者
15	一个星
20	两个星
25	三个星

2. 学生小组合作的评价

对学生合作学习的评价主要是考查小组的目标是否明确,小组成员是否有明确的责任,小组成员是否形成了积极的互相依赖关系,小组是否有一定的活动规则,小组的学习对学生的情感产生了哪些影响(如问题是否引起恐惧、失望、好奇、兴奋等)等这样几个方面进行考查。下面就这几个方面进行介绍。

(1) 小组合作的目标是否明确

小组合作学习的一个重要的特征是以小组的成就作为总的评价标准,小组的成就主要是表现在两个方面:一个是评价学生学业方面的进步;另一个方面是评价小组工作和合作的情况。后一方面的评价主要是体现在日常的教学活动中。教师在进行小组合作开始,就首先要明确小组评价的标准,评价的标准根据小组合作的任务不同而不同,但是一个非常重要的前提就是所表述的要求越具体越好,这样可以使学生明确要达到的目标。我们可以通过比较下面的两个案例,来理解这一点。

【案例 6】

教学“整式”时,教师提出了如下的评价标准:

- 1) 小组每一个成员都积极参与了,这样的小组算达标;
- 2) 每个小组成员都积极合作,互帮互助,真正合作了,这样的小组叫作良好组;
- 3) 小组内每个成员不仅学会了知识,而且还发展了能力,这样的小组叫作优秀组。

【案例7】

在“二次函数的三种表示”教学中,教师和学生共同制定了如下评价标准:

- 1) 三人一小组,教师可以随机抽查;
- 2) 被抽到的小组,由教师随意确定哪位同学选择哪种表示;
- 3) 一人给出一种表示,轮流完成一种函数的三种表示;
- 4) 小组每个成员在进行表示时,都正确合理,小组才能达到优秀。

从上面的两个案例中,我们可以看出,虽然案例6提出了小组评价的几个等级,但是,目标的表述操作性不是很强。什么算是真正参与?真正合作?因为没有具体的行为目标,所以评价的时候,可能出现偏差。笔者在听这节课的小组自评时,每个小组都称他们是优秀组,原因是他们都认为本小组的成员都积极参与活动,进行合作学习,而且不仅仅掌握了知识,还能说明道理。而在案例7中目标的表述就比较明确,既有优的标准,也有取得优的行为——小组每个成员在给出表示时都是合理和正确的,而且是随机抽查,一人一种。这样就使得每个小组、小组的每个成员都有成功的机会,并明确了各自的责任——必须学会三种表示,并能够正确地表达。像这样既有评价的目标,也有要达到目标的要求,在教学中才能够有效地实施。

(2) 小组中的成员是否有个人的责任

除了上面的几点外,小组合作中还要有效地、合理地进行分组,并做好小组分工等。一般来讲,分组的原则是“组间同质、组内异质”,就是说每个组中成员的组织能力、学习能力、学习成绩、思维活跃程度、性别等都要均衡。要确定每个成员的分工,可以采取轮换制,如组长、记录员、资料员、报告员等由每个成员轮流做。组长负责组织、管理工作,记录员负责合作过程的记录工作,资料员负责学习资料的收集工作,报告员负责写学习报告,代表小组进行学习成果汇报等。也可以根据学习的内容进行分工。

【案例8】 专家组方法

第一,分工,将任务或问题分成几个部分。

第二,小组中的成员选择问题或任务中较熟悉的一部分。

第三,由选到相同部分的人组成一个新的组,称为“专家组”,他们讨论、协商如何去教其他人。

第四,充实原来的小组。学生再回到原来的小组,充当专家,教小组中的其他成员。

如几何学习中,用 SSS, SAS, ASA 或等腰三角形中一底边和邻角对应相等证明三角形全等。

(3) 小组成员是否形成了积极互赖的关系

如案例 8 中,各成员之间是一种积极的互赖关系,只有小组成员都努力,小组才能取得优。下面案例 9 也强调了小组成员的互赖关系。

【案例 9】

如测量一座楼的高度,可以采取如下步骤:

第一步,分组,讨论共有几种测量教学楼高度的方法。

第二步,小组分工。分别用第一步中讨论得出的方法(如直接测量整个楼的高度,测量每层楼的高度和用镜面反射的方法)进行测量。

第三步,讨论比较上述各种测量方法,找出最好的测量方法。

第四步,推选代表在全班介绍解决这一问题的过程和结论。

此外,在观察小组活动时,要关注学生是否能够积极地参与。现列表 4-5^①以供参考。

表 4-5 小组活动公开课学生活动信息采集表

一、知识技能

作图	基本完成	较熟练准确
人数		

合作技能	善于倾听	会表达观点	会讨论争论
人数			

二、过程方法

^① 2003 年 9 月重庆会议上的“重庆展示课信息采集表”。

参与均衡度			合作主动性		
好	较好	一般	好	较好	一般

探索	用一个方法	用二个方法	用三个及三个以上方法	有创见
人数				

三、情感、态度

自 信 心	态度(积极、认真)	意 志 力

四、具体印象

--

(4) 是否有小组的自评

Slavin 指出良好的小组需要学生给出自我评价,一方面是对小组的评价,另一方面是对自己和小组中其他成员的评价。可以通过列表方法,也可以通过设计几个问题,征集对于小组的意见。

【案例 10】 小组合作学习报告 ——探索平行四边形性质(一)

1. 作平行边四形(准确地作图是探索的基础,请用工具作图)。

2. 我们要验证的结论是_____。

3. 我们采用的方法是(方法尽可能多,有创意更好。可写出方法名称,过程写不下可另纸附后):

方法 1 :

方法 2 :

还有其它方法吗 ?

小组自评(在选项上打钩)	合格 良好 优秀
--------------	----------

组长 : _____ 组员 : _____

年 月 日

列表的方式可以简洁地看到对于小组的自评情况。如果想进一步了解对于小组自评的意见 ,可以设计几个问题 ,通过访谈等方式实现 ,这里就不再赘述。

通过对以上几个方面的分析 ,我们可以将考查的几项用表格的形式表示出来 ,如表 4 - 6 ,然后采取等级的形式对合作学习进行评价。

表 4 - 6

等 级	A	B	C	D	E
小组成员都能明确合作的目标					
小组成员能理解小组合作的基本规则					
小组对组内成员的情感和态度有反馈					
小组能倾听个人的意见和肯定该成员的贡献					
小组的所有成员都参加了活动					

续表

等 级	A	B	C	D	E
小组的气氛是否和谐、开放,是否鼓励小组中的成员提出不同的意见					
小组长是否能及时总结小组中成员的意见,是否能使所有的成员都既有分工又有合作					
小组长采取的是轮换制					
小组学习经常变换模式,模式的变换对小组成员的活动没有太大的影响					
在小组学习中,每个成员的角色是固定的					

此外,除了评价小组成绩、小组合作学习的等级外,还应该增加一些对小组的质的描述。为了了解学生在小组中的活动情况,还可以采用个案研究——访谈的形式,问题可以涉及这样几个方面:

- 1) 你最喜欢的小组学习是什么类型?最不喜欢的是什么?
- 2) 在小组学习中,除了知识以外,你还能学到些什么?
- 3) 你是如何刻画小组中活动的气氛的?
- 4) 在你所参加的小组合作学习中有哪些不同?
- 5) 教师对于改进和指导小组活动有哪些具体的建议?
- 6) 你认为在小组学习中,对你最重要的是什么?

最后整体地给出小组一个评价。

总之,将课桌椅摆成一定的合作学习形式,并不能代表能够进行合作学习;如果不管什么科目、什么内容都采用小组合作学习的方式,讲究场面的热闹,而忽视小组合作的实效,这都是我们教学中要避免的。“一个好汉三个帮,一个篱笆三个桩”道出了合作的价值,但“三个和尚没水吃”又给我们实施合作教学提出了警示。作为一种全新的教学和学习方式,需要我们广大的教师积极地探索,勇于实践、不断地创新,以实现学生学习方式上的转变,促进学生全面发展。

下面附两个实验区小组合作学习的案例与评价。

【案例 11】 合作学习教学案例(一)

在进行《课题学习 制作“人口图”》这节课的时候,在小组合作方面采取以下步骤:

课前准备:

① 将全班同学分成几个四人小组(每个小组的组成尽量保证做到一名优生、两名中等学生、一名学困生),每个小组自己分工,明确各自的任务。

② 明确小组合作的目标:根据信息,通过自己小组的方式制作出“人口图”,并根据“人口图”写出从中获得的信息及对这个图的认识。

③ 设置奖项。

课堂要求:

① 根据书上提供的各种信息,选择表达这些信息的统计图类型。

② 在课堂上完成统计图,小组讨论从这个统计图中能够获得的信息,这些信息能够说明什么问题。

③ 请每个小组派一名代表到讲台上来说明小组的观点。

【注】在小组讨论的过程中,教师应注意以下几点:

① 小组活动开展得顺利时,教师应给予及时的表扬。

② 对小组的任务还不清楚时,教师要有耐心,向学生反复说明任务的内容及操作程序。

③ 小组活动出现问题时,教师应及时进行干预和指导。虽然小组出现问题的原因和方式都不会相同,但教师如果事先在准备阶段做出问题预测,并采取一些措施,也能避免临时的手忙脚乱。

④ 小组提前完成任务时,教师应检验他们是否正确守成了任务。如果是真正完成了任务,教师可以开展一些备用活动:帮助其他组完成任务或可以自由活动,前提是不能影响他人。

⑤ 小组讨论偏离主题或讨论一时受阻时,教师应及时发现,及时制止或为小组讨论提供及时的点拨,使小组讨论顺利开展。

课后作业:

继续以小组为单位,通过各种方式(上网、查阅报纸、杂志等)找到相关的内容,充实小组的最后报告,再利用其他的时间让每一

个小组的成果展示出来,由学生代表、教师代表共同评选出奖项。

(重庆二十九中 王真兰)

【案例 12】 合作学习教学案例(二)

——平行四边形的性质(一)

【教材分析】

“平行四边形的性质”是学生在小学已经学过平行四边形的概念的基础上,继续进行的一个概念、性质的探究活动。它既是对平行线的复习,也是让学生通过经历平行四边形概念、性质的探究过程,加深学生对知识的理解,同时发展学生的探究意识和探究能力。

【教学目标】

① 经历探索平行四边形有关概念和性质的过程,在有关活动中发展学生的探究意识和合作交流的习惯。

② 探索并掌握平行四边形对边相等、对角相等的性质,并能简单应用。

【教学重点】

经历探索平行四边形有关概念和性质的过程。

【教学难点】

探索并掌握平行四边形对边相等、对角相等的性质。

【教学方法】

自主探索,合作交流。

【教学手段】

计算机多媒体辅助教学。

【教学过程】

一、观察

用多媒体演示移动两组平行线所生成的图形,让学生结合小学对平行四边形的了解,自主归纳出平行四边形的概念。

二、猜想

① 由平行四边形的定义知道,如果四边形是平行四边形,也可以得到对边平行,从而引出本节课的课题:平行四边形的性质。继续引导学生猜想平行四边形的边与边之间、角与角之间还有哪些关系呢?(同伴交流。)

② 板书学生的猜想,并引导学生做出判断:结论是否正确,是

否是平行四边形特有的？

三、探索

小组合作 ,共同探索“ 平行四边形的性质 ”。

① 明确目标 找出尽量多的方法验证平行四边形对边相等 ,
对角相等。

② 小组合作等级标准 :

合格 :每个结论用了一种方法验证。

良好 :每个结论用了两种方法验证。

优秀 :每个结论用了三种或三种以上的方法验证。

③ 引导各小组分工合作完成这次探索 完成小组合作学习报告。

四、交流

① 全班交流 ,任意抽取一个小组的某成员展示本小组的探索
情况 ,其他小组做补充和评价。

② 老师对小组活动做出评价。

③ 总结平行四边形性质 :对边相等 ,对角相等。(多媒体演示
验证的一种方法。)

五、应用

① 练习

P84. 随堂练习 1。(多媒体演示 ,学生口答。)

② 讨论

平行四边形的两条对角线把它分成几对全等的三角形？为什
么？(多媒体演示 ,运用色彩。)

六、作业 P84. 习题 1、2、3。

(重庆二十九中 陈阳)

附录 合作学习阅读材料

“小组合作学习”初探

——重庆新课程实验情况汇报

一、对“小组合作学习”的认识

新课程标准指出：“动手实践、自主探索与合作交流是学生学

习数学的重要方式”。

在全国新课程培训学习的推动下,在新世纪版教材编写组专家的具体指导下,我们开始了小组合作学习的研究。

合作学习是指学生在小组或团队中,为了完成共同的任务,有明确的责任分工的互助性学习。它包括:合作中分工承担的个人责任、积极的相互支持配合、组员间的相互尊重、沟通、研究成果的共享、评价等几方面的内容。

“小组合作学习”是课堂教学中发挥学生主体作用的一种有效方法,也是引导学生主动学习的重要途径。

自古以来我们中国就有“群策群力”、“众人拾柴火焰高”、“三个臭皮匠顶个诸葛亮”之说,“小组合作学习”就是在新形势下中华民族这一美德的延续和发扬光大。

在“小组合作学习”中我们觉得应该注意以下问题:

1. 正确选择学习内容

适合小组合作学习的内容主要有两类:

一是问题背景复杂,具有开放性、探索性的问题。例如:七年级上册3.6节“探索规律”,七年级下册138页“探索三角形全等的条件”。

二是动手操作类问题,个人难以完成,需要小组的同学分工合作完成。例如:体会“100万有多大”,概率中的摸球游戏,有理数的混合运算中的“24点”游戏,有趣的七巧板,拼图与勾股定理,图案设计等等,像这样适合“小组合作学习”的内容在北师大教材中有很多。

正确地选择合作学习的内容很重要,我们要善于挖掘教学内容,开发课程资源,抓住让“小组合作学习”的契机。那种简单的问题,学生个人就能够独立完成的,不宜于小组合作学习。如果简单问题硬让学生合作学习,只能是表面的热闹,流于形式,没有实效。

2. 认真组织,合理分组

小组合作学习,首先就要将学生进行分组,常见的分组有同桌2人组,前后4人组,或6人组,7人组。我们提倡4~6人一组,按学生学习成绩优、良、差和动手能力强弱进行搭配,可先让学生自由组合,教师适当调整。全班分成若干个优化的“同质”合作学习

小组,有条件的还应该把座位围在一块,以营造学习的氛围,给学生合作交流的机会。这样有利于小组成员取长补短,共同提高,也有利于小组间的公平竞争。

实验学校的陈驭红老师给小组赋予了一个人性化的名称:“快乐组合”。

当然,分组可以相对固定,有时也可以按学生的学习程度、性别等组合,各种组合方式交替使用。

3. 要充分发挥教师的引导作用,使小组合作学习有实效而不流于形式

二、积极探索和实施“小组合作学习”

在“以学习为先导,研究为突破,示范为带动,发展为目标”的总的思想指导下,我们开展了以下工作:

1. 加强领导,培训教师

在市、区、校各级新课程实验领导小组、指导委员会、核心研究组的领导下,市、区、校分级对全体实验教师进行了从理论到实践的培训,这对于教师转变观念,与时俱进,尽快适应新课程的教学起到积极作用。

2. 组织各种研究活动,以示范带动“小组合作学习”的研究

重庆市教科院在重庆外语学校、北碚区组织了全市新课程研究课10余节,各区县级研究研讨会、优质课比赛也是异彩纷呈,渝中区就组织了30余节公开课,每一节课都把“小组合作学习”作为研究的重点之一。市及各区(县)还组织了新课程的论文评比、教案评比、电子说课比赛。重庆教育电视台还开辟了“走进新课程”专栏,渝中区开通了“校校通”的城市局域网,宣传新课程的改革,播放优质课录像,市、区政府、市教科院、区县进修校、教研室、督导室还联合开展了对各校新课程实施情况的专项督导检查 and 随访调研,有力地推进了新课程改革的实施,使教师初步树立起数学教学的新理念,教师们改革教法,指导学法,开展“小组合作学习”的探索、研究,使新课程实验在重庆蓬勃发展,收到很好的成效。

3. 分类实施,分层推进,逐步提高

小组合作学习分课内小组合作学习和课外小组合作学习。重庆外语学校在开展课外小组活动方面做了很好的探索。他们的做法是:利用节假日给学生布置长周期的作业,学生采用自由组合的

形式开展调查、实验、研究、数据搜集、整理等各项活动。他们的研究课题有：

- (1) 重庆工学院使用计算机情况调查；
- (2) 江津市防洪大堤的调查；
- (3) 地摊上的骗局的调查；
- (4) 重庆明日百货打折销售情况调查；
- (5) 怎样选择最优的手机入网方式的调查。

对学生的作品,学校选择优秀的作品在校刊上发表,并上传到学校网页,在学校宣传栏展示。在本次大会中,重庆外语学校学生袁蕊的文章已被采用。

我们把“小组合作学习”分为两个层次:第一层次是小组合作交流(互动交流),主要是学生在独立思考、自主学习的基础上,再在小组内将个人学习成果进行交流,以达到拓宽思路、取长补短的目的,这个层次属于初级阶段,基本上每个实验教师在教学中都做到了这一点。

第二个层次是小组合作探究(研究、探索),主要是小组同学对共同的问题进行分工研究,共同完成,这是较高层次的小组合作学习。重庆外语学校的课外小组合作学习就属于这个层次。

4. 培养合作意识,交给学生合作技巧

为了使“小组合作学习”收到好的效果,我们实验教师在培养学生合作意识的同时,还教给学生合作的技巧,如:怎样组织分工,怎样倾听同学的发言,怎样表述小组的意见,怎样质疑等。

5. 开展对“小组合作学习”评价的研究

“对小组合作学习”的评价在三个方面进行:在课堂教学中教师对“小组合作学习”的评价,期末考试对“小组合作学习”的评价导向,学校对教师开展“小组合作学习”的评价。

(1) 在课堂教学中教师对“小组合作学习”的评价的主要内容有:

- ① 分工情况(要求尽量做到分工明确,责任到人)。
- ② 活动过程。考查学生参与、经历、体验、探索过程的情况,参与人数、动口、动脑、动手情况,既看学生思维的活跃性,又看学生生活的创造性。
- ③ 共同的任务完成情况(目标达成情况)。

④ 小组成果的发布情况(可指定专人,可推荐代表,也可由教师任意抽选)。

⑤ 关注学生在数学活动中所表现出的情感、态度、自信心等。通常的做法是:小组合作学习后,给小组集体评定优、良、合格等级,或者评出“最佳组织奖”、“最佳表达奖”、“最佳作图奖”、“最佳创意奖”、“创新奖”,或者评出“最佳沟通奖”、“配合默契奖”、“共同进步奖”、“集体智慧奖”等等,各种奖名目繁多,总之目的只有一个,激励学生更好地开展小组合作学习,充分发挥评价的激励功能。有的老师还与班主任工作挂钩,每次评奖后给小组全体同学每人操行加0.5分,以激励学生。正如斯莱文认为的那样:“只有当合作的双方或小组因学习获得报偿,并且每个成员负责当好一个角色的时候,课堂里的合作学习才会富有成效。”我理解这里的“报偿”就是评价中的表扬和奖励。

(2) 期末考试导向,强化小组合作学习。

我市渝中区教师在参加珠海研讨会后,学习外地的经验,将七年级上学期末考试成绩分三卷进行。针对学生的学习方式,把考试分为第Ⅰ卷(自主答题卷)满分100分,90分钟完卷;第Ⅱ卷(合作卷)满分20分,30分钟完卷,4~5人合作完成一份试卷;第Ⅲ卷(实践卷)满分30分,学生在寒假中完成。

合作卷的评价分小组评价、教师评价,实践卷的评价分为优、良、中、差四个等级。

这样做的目的是以考促教,以考促改,这对提倡小组合作学习有积极的推进作用。

(3) 开展“小组合作学习”已成为学校评价教师教学情况的一个重要标准。

三、开展“小组合作学习”教学的体会

“小组合作学习”给课堂带来生气蓬勃的新气象,教师普遍感到这是一种好的学习方式和教学形式,大家有以下几点体会:

1. 学生普遍感到数学有趣,学习积极性高。

由于实施新课程和经常开展小组合作学习,使数学变为有兴趣的学科,更贴近生活,是有用的数学,这极大地调动了学生的学习积极性。如做了“有理数的混合运算”后的“做一做”中的“24点游戏”之后,青海省教师反映下课后学生追着他们说:下一节课

我们还要上数学课。任课教师非常感动,说对这节课的感受真是刻骨铭心。

2. 小组合作学习,更能突出学生的主体地位,培养主动参与的意识,激发潜能。

课堂中利用小组合作学习,可以提高单位时间内学生学习、交流、表达的频率与效率,弥补了一个教师难以应对存在差异的众多学生的不足,这是由于合作学习营造了良好的学习、探索氛围,学生互相学习,扬长避短,共同进步。

3. 小组合作学习,有利于“开拓思路、发展能力,提高学生学习效率。”由于在小组合作学习过程中,学生动口、动眼、动手、动脑,培养了探索意识,创新意识,提高了解决问题的能力、策划能力、组织能力、口头表达能力、交际能力、动手能力等。

4. 小组合作学习有利于学生自我意识的形成和发展,在同学间互教互学、交流信息的过程,也是互爱互助、情感交流、沟通的过程,有利于培养学生理解人、尊重人,同时增强自信心,培养探索质疑的学习态度。

在教学中老师常常碰到当学生被某一问题难住忍不住想提示时,学生往往拒绝老师的提示,要自己独立思考,自己解决问题。

5. 小组合作学习能培养合作能力和团队精神。

6. 学生的小组合作学习促进了老师观念转变和角色转变,促进了“教师的合作学习”。

有效的小组合作学习,学生的积极性高涨,思维放开了,对教师形成很大的挑战,我们一些青年教师,面对学生的问题,常感到无从应答,迫使他们更加钻研业务,促进了校本教研的开展。备课活动中教师之间的交流更充分、以至于教学交流即“教师的合作学习”成了教学管理的一个环节。面对小组合作学习,面对学生间的差异,教师对“人人学有价值的数学”、“人人都能获得必需的数学”、“不同的人数学上得到不同的发展”的理念理解得更深,面对小组合作学习,教师不仅发挥组织者、引导者的作用,还应是平等的合作者。

我们的研究还刚起步,非常肤浅,还存在不少的问题。如:

(1) 小组合作学习目的不明确,合作学习内容选择不当,合作学习流于形式,缺乏有效性。

(2) 评价标准不完善。

(3) 对小组合作学习 缺乏技巧和必需的培训。

四、我们的困惑

(1) 担心课程设置时间不够 ,课时少 ,要求高 ,完不成教学任务。

(2) 担心小组合作学习是否在大面积上收到实效。

(3) 新教材知识涉及面广 ,小组合作学习后学生思维发散 ,教师面临挑战 ,需多方面充电 ,这个问题怎么解决。

(4) 目前对小组合作学习的评价主要停留在描述性的定性方面的评价 ,可否定量 ? 怎样评价才更合理、更科学 ?

(5) 如何克服优生主宰小组合作学习 ?

(重庆市渝中区教师进修学校 魏怡敏)

2003. 9. 28

注 本文是“新世纪(版)数学(7—9 年级)第二届全国实验区研讨会”大会上的发言稿。

第 5 章

成长记录袋

- 成长记录袋概述
- 成长记录袋的价值
- 成长记录袋的内容
- 成长记录袋的评价
- 几点思考

第一节 成长记录袋概述

随着新课程的推进,成长记录袋已经作为一种重要的方法,被应用到教学和评价的领域。但是,由于人们认识上的偏差,在实践领域中还存在着这样和那样的问题。2002年底国家“促进教师发展与学生成长的评价研究”项目组对新课程实施中的教育评价现状进行了一次广泛而深入的调查研究。调查结果表明成长记录在使用过程中存在以下几个突出的问题:

- 将成长记录袋望文生义地理解为学生学习与发展的评价记录,用成长记录袋收集的主要是各门课程学习状况或学习过程评价表、奖励记录、期末综合素质报告单、重大事件记录、多主体评价记录等,而本应是成长记录主要成分的学生作品的收集,却被使用者给忽视了。

- 在较大范围内(有的是一个实验区,有的是一所学校),让所有学生使用同一种已经设计、印刷、装订好的成长记录,学生只需在规定时间内收集某些信息即可。这一方面不能很好地照顾和体现学生的个体差异,另一方面也不利于学生在评价过程中发挥主体性。

- 将成长记录应用于一般的学科领域,缺乏明确的使用目的(如“展示学生的努力、进步与成就”)、评价目标(如“学生数学应用意识与能力的发展”)和操作要求(如“由学生自主决定在成长记录中收集什么”),使成长记录演变成为一个无所不装的大口袋,难以清晰地反映学生一段时期内在某一领域成长的轨迹和发生的变化。

- 为了收集而收集,没有对成长记录中所收集的学生作品、活动记录、评价记录等丰富而有用的信息进行合理的分析与解释,给学生提供有针对性的发展与改进建议。

在成长记录应用过程中,使用者虽然也十分重视学生的自我评价与反思,但多流于形式,或过于空泛,通过自我评价促使学生

认识自我,提高自我监控能力的作用很难落实。那么有必要明确成长记录袋的含义是什么,其理论基础是什么,它如何应用于初中的数学教学中。

一、成长记录袋的含义

最初使用这种形式的是艺术家和摄影家所使用的优秀作品的档案袋。在这种体系中,作者提交的作品集中了他在某一领域里的优秀产品。比如,画家提交自己在某一阶段最好的素描画或彩色水粉画。收于档案袋里的作品都是提交人的典型作品,选择提交的东西,都是由出示档案袋的人创作的。^①成长记录袋作为一种评价方法应用于教育,即成长记录袋评定(portfolio assessment)源于美国20世纪80年代中后期的“评定改革运动”(assessment reforms movement)。课程评价在20世纪初,处于一个以量化范式下的标准化测验和常模测验为主要评价工具和手段的测验时期(testing era)。在20世纪60年代后期人们开始对它测验的方式进行反思和批判,认为量化的方式把复杂的教育现象和课程现象简化为数字,完全脱离了知识应用的具体情境,师生的主体性、创造性被泯灭,^②所提供的只能是歪曲的教育信息,而且往往丢失了教育中最有意义、最根本的内容。^③70年代相继出现了回应性评价(responsive evaluation)、解释性评价(illuminative evaluation)、教育鉴赏与教育批评(educational connoisseurship and educational criticism)等质性评价模式。随着人们对传统评价的反思与批判,这种变化逐渐渗透到了实践领域,在广大师生的共同努力下,出现了许多全新的质性评价模式,成长记录就是在这些背景下应运而生的。成长记录在语文教学的写作过程中使用的较早,它用于教育也是汇集学生的作品样本,但其目的是为了展示学生的学习和进步状况。

成长记录在教育领域中使用已有二十年的历史,而且使用范围也非常广泛,但是却很难给它下一个确切的定义。美国的教育

①③ Bil Johnson. 学生表现评定手册. 场地设计和前景指南. 李雁冰译. 上海:华东师范大学出版社, 2000

② 钟启泉, 李雁冰. 课程评价论. 上海:上海教育出版社, 2002

家比尔·约翰逊曾经说“如果要求五个不同的教师给档案袋评定下定义,你很可能收到五个不同的答案——其中每一个都没有‘错’。这是档案袋评定的性质决定的。档案袋评定有多种可能性,它们通常是与特定情境或发现这种方法的学校联系在一起的。”

关于成长记录袋,有以下几个代表性的定义:

“成长记录袋是学习的记录,主要包括学生的作品,以及学生对这些作品的反省。这些材料由学生与工作组成员一起来收集,集中反映学生向预期目标进步的过程。”

成长记录袋是“学生作品的有意收集,以反映学生在特定领域的努力、进步或成就。它必须包括内容选择过程中的学生参与、选择的指南、评分的标准,以及学生自我反省的证据”。

“成长记录袋不只是由学生制作、由教师保存的一些材料的堆砌,应是学生材料的系统收集,由学区内大多数甚至全体教师和学生一起整理,在整个课程内容领域使用。”

“成长记录袋不只是装满材料的容器,它系统、有组织地收集相关证据,以监控学生在某一特定学科领域中知识、技能与态度的发展。”

“成长记录袋作为评价的工具,由学生和教师系统地收集相关材料,以检查学生的努力、进步过程和成就,并对很多正式测验的结果做出相应解释。”

由此可见,成长记录袋主要是指收集、记录学生自己、教师或同伴做出评价的有关材料,学生的作品、反思,还有其他相关的证据与材料等,以此来评价学生学习和进步的状况。成长记录袋可以说是记录了学生在某一时期系列的成长“故事”,是评价学生进步过程、努力程度、反省能力及其最终发展水平的理想方式。

对成长记录袋的这些定义中,都含有以下几个共同的必要特征:

(1) 成长记录袋的基本成分是学生作品

在成长记录袋中学生的作品常常是学生的最好的作品,尤其是当这些作品涉及的是解决较复杂的任务时,收集学生最好的作品是有益的。这是因为学生面对复杂的任务时所表现的解决问题的策略常常是不一致的。就像专业人士如艺术家、建筑师或广告

设计者那样把他们精心挑选出的作品放入一个大皮夹中,从各个方面展示他们的才华。这个集合的组织结构和它的内容都会影响人们对其专业水平的评价。

如让学生自己去选择题目,去做象形统计图,学生的作品体现了个性化的能力。

成长记录袋也可以用来显示学生在一段时间内的进步,不同时期的作品能生动地说明学生以前不能做什么,而现在能做什么。当然成长记录袋也可以包含一些教师根据教学需要要求学生收集的资料、问题等,但它们更多的只是作为一些帮助学生学习的教学工具,而没有评价作用。

(2) 作品的收集是有意的而不是随机的

成长记录袋中的作品不是随机的、无目的的放入的,需要教师和学生共同商定放哪些内容,放多少等。如在学期开始时,就确定成长记录袋中放如下的作品^①。

【案例 1】

- 3 份教师布置的家庭作业;
- 3 份数学日记;
- 2 份测验;
- 2 份课堂笔记;
- 1 份个人完成的项目(调查、制作等);
- 1 份小组合作完成的项目(调查、实践活动、制作等)。

(3) 成长记录袋应提供给学生发表意见和对作品进行反省的机会

在上面的例子中,可以不限于在作品的数量上面,关键是能体现学生在数学学习中的一些个性的特点。到学期结束时可以让学生从中选出 5 份作品,代表他(她)这学期的学习情况,反思他们的进步。

^① 马云鹏等. 数学教育评价. 北京:高等教育出版社,2003

【案例2】 成长记录卡

柳州市二十六中初一 66 班设计了五张记录卡：

第一张记录卡是“学生个人基本资料”，包括了学生的爱好、气质、性格类型等项，并附上学生个人近照；

第二张记录卡记录“学生初中阶段数学期末成绩表”；

第三张记录卡记录学生对自己的“期末考试自评”，学生可以写上自己对这门课程的看法，感兴趣的内容，困难的内容，并写下自己对学习这门学科的收获和体会；

第四张记录卡涵盖了“学生初中阶段数学的成功体验”；

第五张记录卡是每月“四心相连式评语”，包括学生的自评、同学的真情告白、老师的鼓励和家长的期盼，此项可以及时和家长沟通，更好地了解学生的成长记录。（图 5-1 为学生自制的成长记录袋封面）。



图 5-1

二、成长记录袋的理论基础

成长记录作为质性评价的一种重要形式,应用于教育领域也只是近 20 年的事,从理论上讲它们都还有许多有待于进一步开发和完善的内容。那么其理论基础是什么呢?

1. 建构主义理论

成长记录是建立在一定的心理与教育理论的基础上的,作为一种教育性的评价形式,它的介入又给数学学习理论带来新的生机。这主要表现在它体现了建构主义理论在数学学习中的作用。

研究表明,每个学生都有分析、解决问题和创造的潜能,都有一种与生俱来的把自己当成探索者、研究者、发现者的本能,有要证实自己思想的欲望,数学课程如果能够为教师和学生提供一个好的教学与学习方式,就能促进学生的这种发展。学生是学习的主体,所有的数学知识只有通过学生自身的“再创造”活动,才能纳入其认知结构,成为有效和用得上的知识。如果用成人化的逻辑将整理好的知识塞给学生,其结果会适得其反。^①成长记录改变了学生在课堂学习中的被动接受状况,学生自己形成、修改、选择作品,并说出每一步操作的理由,这正是学生积极主动地建构自己知识体系的过程,在这个过程中他们更有机会尝试数学的思考与解决生活中存在的数学问题。

2. 维果茨基社会文化理论和最近发展区

成长记录特别强调学习过程中同伴之间的交流,属于一种合作学习的方式,这与源自于维果茨基的社会建构理论较为吻合。而在交流中同伴间通过观察、交流、评价各自的作品,既可以相互学习开阔自己的思路,又可以更深切地体会到自身的优点与不足而在以后的学习中扬长避短。成长记录的个性化特征也非常利于最近发展区理论的实现。在班级教学中,几十名学生的学习经验和基础是存在着很大差异的,传统教学虽然提倡关注学生的个性差异,但是这种对差异性的关注却难以落实到

^① 教育部. 全日制义务教育数学课程标准解读. 北京: 北京师范大学出版社, 2002. 52

行动上。而成长记录则提倡学生结合自己的具体情况来完成老师提出的任务并进行自我展示,所以它更利于实现最近发展区的理念。

3. 多元智能理论

多元智能理论的创始人加德纳认为,每个人都有多种智力,不同的人在这七种智力上的表现是不同的,每个人都有自己最擅长的智力领域,在这个类型的智力活动中会表现更好。成长记录袋正是鼓励学生用多种方式展示其学习,帮助学生扬长避短,发挥潜力。

综上所述,几种理论为成长记录的发展提供了依据,成长记录又在发展过程中使理论得到充实,因此,它们是一种相辅相成的关系。

第二节 成长记录袋的价值

成长记录作为一种重要的手段,广泛地用于教学中。它有许多优势,Ward & Ward(1999)^①进行了归纳,得出了成长记录袋对于教学、学生、教师等方面的价值。

应用成长记录袋的好处有:

(1) 教学方面的好处

- 关注个体差异,因材施教。
- 使评价与课程目标保持一致。
- 使教、学与评价成为一体。

(2) 对学生的建议

- 允许学生有更多的参与,促进学生的主动性与内在动机。
- 允许学生有较多的创造空间,充分发挥自己的特长。
- 评估自己的作业,并对自己在一定时间内的学习进行反省。

^① Ward & Ward(1999). Assessment in the Classroom. P. 192 ~ 193

(3) 对教师的意义

- 有助于教师检查自己的教学效果、学生的学习过程、方法与结果。
- 有助于教师形成对学生的准确期望。
- 有助于教师提供学生发展的客观数据、证据。

本章就针对成长记录袋对于学生的价值,结合7~9年级的数学教学,归纳为如下几个方面:

一、充分体现个性差异

成长记录通过其灵活性的特点,给了学生利用不同方式表达自己思想的机会。《标准》中提到“不同的人,在数学上有不同的发展”,成长记录为每个孩子都提供了充分发挥自己聪明才智的机会,使数学教育成为真正的大众教育。尤其是对那些不善言语的学生,在没有成长记录的情况下,他思想中的创造性、积极主动的学习态度可能就不能展现在老师和同学面前,也就得不到一个全面、合理的评价。如让学生设计图案(如图5-2和图5-3),这样可以充分展示学生的个性。

【案例3】

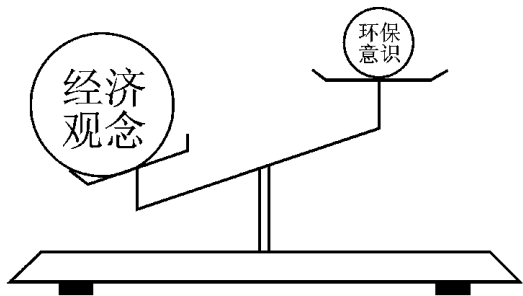


图5-2

【案例4】

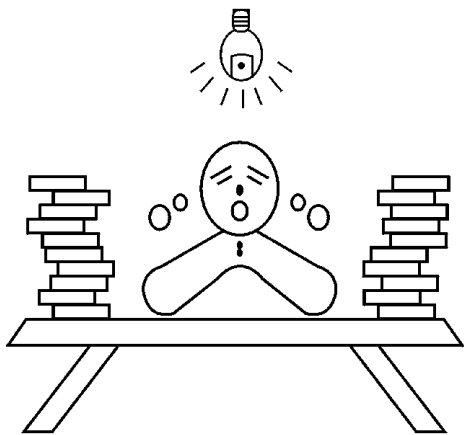


图 5-3

二、促进学生学会数学地思考

“数学思考”是《标准》中所要求的一项重要的目标,通过纸笔测验无法反映学生数学思考的过程,而成长记录可以弥补其中的不足,成长记录的作品制作和收集过程都非常关注培养与评价学生数学地思考问题能力。“数学日记”、“数学随想”等都能反映学生数学思考的过程。下面是一位同学对于生活中的数学的思考:

【案例5】

生活有你更精彩——数学日记

晚饭过后,漫步在街头,目光在漫无目的地扫荡。身旁的小妹饶有兴趣地看着路旁的商店招牌,口中念念有词:“长方形、正方形、梯形……”出于好奇,我循声望去,哦,原来平面图形在这里!它们藏在商店的招牌里。

体育课上,看到男孩们在球场上打篮球的飒爽英姿,发现了球体的藏身之处,运动过后,将桌上的“可乐”一饮而尽,猛然发觉饮料罐是圆柱体。生日那天,戴上尖尖的圣诞帽,才想起帽儿就是近似的圆锥体。哦,找到你们了,立体图形,原来你们在这里。

倒霉,发了高烧,妈妈拿来温度计,哈,多像数轴呀!你也来凑

热闹,被我发现了吧,你隐秘的藏身之地。

摊开地理书,无意中七巧板映入眼帘,哇噻!不愧是“东方魔板”,连地球的海陆轮廓都能拼出,而且形象至极。

炎热的夏天,口渴难耐,切开一个西瓜来降温止渴,随着一声响,鲜红的汁液流出来了,可不禁一惊——球体的截面是圆形。

回到家里,电视机前正坐着手拿彩票,耐心观看摇奖节目的爸爸,不时呆看电视,不时埋头计算概率。此时脑中电光一闪,这不就是可能性的大小?事情发生的概率?

植树节郊外栽树别有趣趣,刨坑时不知哪里飘来一句:“经过两点有且只有一条直线。”运动会上抛掷铅球的成绩判定,主要依据“两点之间的线段长度,就是这两点的距离。”此刻,独自坐在自己的小屋内,环顾四周有圆柱体的电棒,圆锥体的笔头,长方体的书本,圆形的钟表……Oh, dear! 我一拍脑门,这是数学来源于生活,生活中包含数学的道理。

这时再握起笔,感觉少了几分枯燥,多了几分亲切,望着复杂的数学题,微笑着默念道:生活有你更精彩!你让生活充满乐趣!

(开封十四中 2005 届一十班 曹智雨)

三、有助于数学知识的综合和应用

数学知识的综合与运用是新的数学课程中的一项重要要求,为此在 7~9 年级设置了“课题学习”,旨在培养学生的综合应用能力。实际上,成长记录袋是在更广泛的意义上展现学生综合运用知识的能力。下面几个学生合作的作品就反映了这一价值。

【案例 6】我是小小设计师

[贵州省贵阳市第十中学初一(七)班 指导老师:聂坤怡]

要求:以“正方形、圆、三角形、平行四边形”设计一幅图,并说明你想表现什么。

下面是某小组同学作品的展示(图 5-4)。

随着目前科技的发达,人们也越依赖网络,我的这幅画叫 e 网,表现网络给人带来的方便。请看,这一台电脑,它可以给人们娱乐和帮助,当将它联入网络时,可以将你喜欢的东西发送到网络上,让更多的人一起分享,请看,这是一部手机,它可以通过网络发

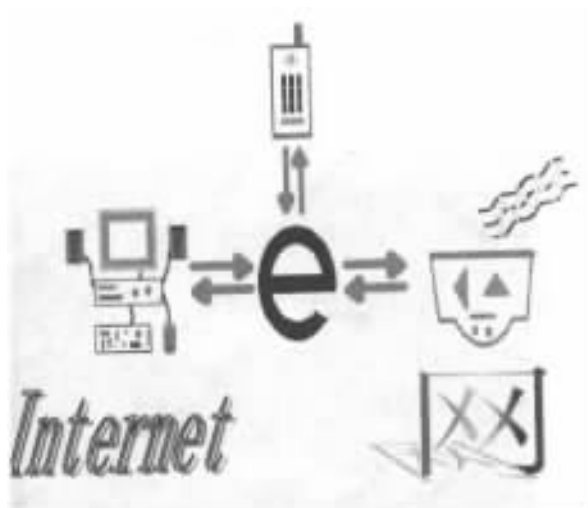
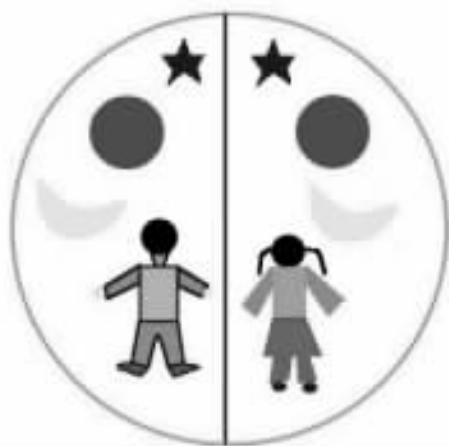


图 5 - 4

送短信息 , 下载铃声 ; 再看这是一台 MP3 机 , 它是用来播放音乐的 , 我们可以通过网络下载优美的音乐。由此可见 , 网络与人们的关系是多么密切。



(孟繁磊)

图 5 - 5

我这幅画表现的是男女平等 , 图中的大圆表示同一个地球 , 太阳、月亮和星星表示的是世上的一切事物。两个人分别表示男女 , 大家都知道 , 中国从古到今都有很多重男轻女的行为 , 生了男孩高

兴,生了女孩伤心,甚至抛弃。而到了现在,重男轻女的人已是少数,因为大家都知道,男女都一样,都可以为人类、为社会做出贡献。



图 5-6

我想表现人与人之间要互相帮助!!!

(尹君)

从上面的作品可以看出,学生不仅整合了各种图形的知识,而且结合具体的情境进行应用,不仅体现了知识的联系,而且也突现了人文的关怀。

四、有助于学生形成良好的情感态度和价值观

生活中的数学使数学知识变得有血有肉,在学习中,学生真正有了自己思考与探索的空间,也有了思考与探索的欲望。如上面的图案设计中,我们可以看到,男女平等的图和人人平等图,在向人们传递一种信念,那就是爱与平等,体现的是一种文化。学生在成长记录中的作品制作、改进和收集的过程中,体会到了数学的价值,也体验到了自己的进步,获得了数学学习的兴趣,并形成了勤于思考、深入探究的学习态度。

【案例 7】

上学期,我给我的成长记录袋取的名字叫“成长的脚印”。因

为那些我写下的一页页的记录是我在数学学习的历程上走过所留下的脚印,它留下了我数学学习的历程,留下了我成功时的“歌声、欢呼声”,也留下了我失败时的“哭泣”声,所以,成长记录袋不仅留下了我的学习历程,也留下了我的感觉、感情、感受,留下了我的生活、我的“声音”——心灵之声。所以,这学期我为我漂亮的袋子又取了“成长留声”这个动人的名字,还在封面上写了两句话:“莫问辛劳有多少,耕耘自有新收获。”我希望我不问辛劳,但问收获。同时我也渴望那收获的季节的到来。

(成都市柏合初级中学 刘万玲)

第三节 成长记录袋的内容

成长记录袋中包含哪些内容?不同的学科、不同的内容因不同的目的而要求不同。从有关的文件和著作中对其内容的描述是从两个方面进行的:一是笼统地描述放什么作品;二是对所放的作品根据不同的标准进行归类。

《标准》指出“成长记录袋中收录反映学习进步的重要资料,如满意的作业;最喜欢的小制作;印象深刻的问题和解决过程;阅读数学读物的体会等等。(第56页)……学生可以利用成长记录袋收集如下资料,以反映自己的探索过程与取得的进步:①在日常生活中发现的数学问题;②收集的有关资料;③解决问题的方案和过程;④获得报告或数学小论文;⑤解决问题的反思。(第70~71页)”这些都是从材料的类型去分析的。由于材料本身的广泛性,很难穷尽所有的方面,所以只是采用列举的方式去刻画它。

有些研究是根据成长记录袋中的内容所具有的不同功能去分的。如按照成长记录袋中目的不同而分为①过程型成长记录袋;目标型成长记录袋;展示型成长记录袋和评估型成长记录袋。有的将两个方面进行结合,如表5-1。

① 董奇. 成长记录袋的基本原理与应用. 西安 陕西师范大学出版社 2002

表 5-1

类 型	内 容	目 的
展示型 (最佳作品)	只收入所学领域(学科特定能力)完成最好的作品(教师应让学生对作品做阶段性的替换)	通过有限数量的作品展示学生的最佳成绩(用于集体评价)
成长型	着重于学生的知识和能力随时间的发展情况,(学生选择起始页或教师设计好)按时间收集,如一题多解、生活中的数学应用	记录变化与成长过程(前期错误与后来理解都应收入),用于加强学生学习的毅力和自信心

从实验区所搜集的成长记录来看,其作品的功能可以归纳为如下几个方面:

一、对学生知识技能归纳、梳理

该作品侧重于学生对于知识的理解和掌握。学生经过一段时间的学习,需要对自己所学的内容进行整理、回顾,在整理的过程中,使学生看到知识之间的联系。比较典型的是单元小结。

在让学生进行知识归纳时,要提出几点要求,如:

- (1) 单元小结 知识要点,方法,典型问题小结,经验总结。
 - (2) 一章大结 本章知识系统总结,总结规律。做到这一章记忆清楚,技能熟练,方法应用自如。
 - (3) 写下学习过程中所遇到的困难和疑惑。
 - (4) 写下学习过程中的收获和独特的思维方法。
- 下面是学生的总结。

【案例 8】

这两周我们学习了二元一次方程组,知道了二元一次方程组的解法,代入消元法和加减消元法,掌握了解二元一次方程组的基本思路是消元,即把二元变一元,把不可解的方程转化成可解的方程。同样在解三元一次方程组时也用这个思路。运用二元(三元)一次方程组解决实际应用题是同学们都感到难的问题,但它有

利于培养我们的分析问题和解决问题的能力,有利于培养我们的创新思维能力。

(广西壮族自治区南宁市第二十二中 吉丽)

再如青岛二十四中的郭雅南同学的作品,如图5-7,是对整式运算进行了总结(整式的加减、整式的乘除、平方公式、幂的乘除、幂的乘方),并归纳了他们班教师和学生共同探索的方法。



图5-7

教师在指导学生进行知识归纳时,要注意抓住重点,突出难点。运算律的获得和应用在教学中比较困难,教师可以尝试着让学生自己去归纳。

【案例9】 数学成长记录:有理数运算律

在我们进行有理数运算时,有的题目死算较麻烦。这时我们就需要借助有理数的运算律来进行简便运算。

让我们先谈谈一级运算——加减法。在加法有交换律与结合律,用字母表示如下。

加法交换律 $a + b = b + a$, 如 $6 + 4 = 4 + 6$ 。

加法结合律 $(a + b) + c = a + (b + c)$,如

$$(1 + 7) + 3 = 1 + (7 + 3)$$

例： $31 + (-28) + 28 + 69 = 31 + 69 + [(-28) + 28] = 100$ 。

这一题利用了加法交换律与结合律。

减法反过来 $a - (b + c) = a - b - c$ 。

让我们再来看看二级运算 乘法。在乘法中有交换律、结合律与分配律 ,用字母表示如下。

乘法交换律 $a \cdot b = b \cdot a$,如 $(1.5 \times 25) \times 4 = 1.5 \times (25 \times 4)$;

乘法结合律 $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ 如

$$(25 \times 25) \times 4 = 25 \times (25 \times 4) ;$$

乘法分配律 $a(b + c) = ab + ac$,如

$$10 \times \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{5} \right) = 10 \times \frac{1}{10} + 10 \times \frac{1}{5}。$$

例： $30 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = 15 \times 1 - 10 \times 1 = 5$ 。

注 除法没有分配律 ,要先转化成乘法以后才能用分配律。

(南京树人国际学校初一(3)班 徐企晗)

还有的同学将学习过程和思维过程展示出来：

【案例 10】 数学成长记录 编制场景

一个海军陆战队队员在荒岛上训练 ,他带了 28 块面包 ,以每天平均用量为纵坐标 0 点 ,他 7 天的吃饭情况如表 5 - 2 : (多吃为正)

表 5 - 2

第一天	第二天	第三天	第四天	第五天	第六天	第七天
+1	- 2	- 2	+3	- 2	+2	- 1.5

他每天各吃多少？

$$28 \div 7 = 4(\text{块})$$

$$\textcircled{1} 4 + 1 = 5(\text{块})$$

$$\textcircled{2} 4 - 2 = 2(\text{块})$$

$$\textcircled{3} 4 - 2 = 2(\text{块})$$

$$\textcircled{4} 4 + 3 = 7(\text{块})$$

$$\textcircled{5} 4 - 2 = 2(\text{块})$$

$$\textcircled{6} 4 + 2 = 6(\text{块})$$

$$\textcircled{7} 4 - 1.5 = 2.5(\text{块})$$

他共吃了几块面包？还剩几块？

$$5 + 2 + 2 + 7 + 2 + 6 + 2.5 = 26.5(\text{块})$$

$$28 - 26.5 = 1.5(\text{块})$$

$$\text{或是 } 28 + (1 - 2 - 2 + 3 - 2 + 2 - 1.5)$$

$$= 28 - 1.5 = 26.5(\text{块})$$

用折线统计图表示(如图5-8)。

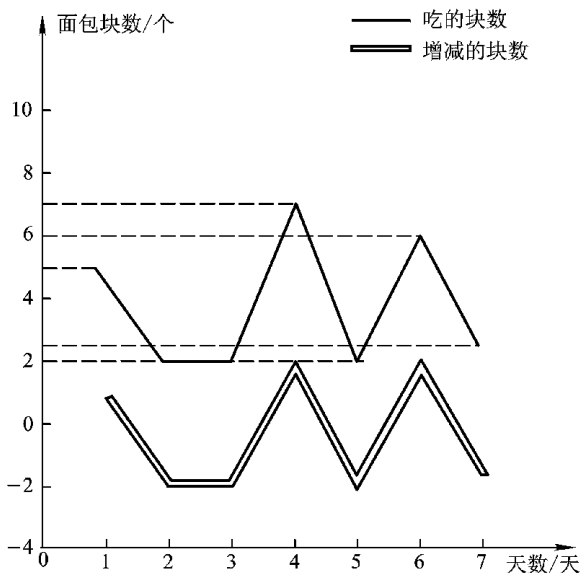


图 5 - 8

二、侧重于能力方面的内容

《标准》中提出了应关注学生数学思考、问题解决能力的培养。而这些能力更多地体现在学生的数学学习过程和学习活动中。由于成长记录袋关注的是学生的学习与发展的过程，所以，成长记录袋的内容对于评价学生数学思考的过程、问题解决的过程

都具有了非常重要的作用。这些方面的作品有：

(1) 应用数学知识开展社会调查,发现社会问题。如生活垃圾的处理、水资源的浪费等社会问题调查。

(2) 运用独特的方法得出结果或独特的解决问题的方法。如一题多解等。

(3) 精致、新颖的有关数学方面的小制作,有创意的小论文。如统计图表的制作、七巧板拼图。

(4) 收集日常生活中发现的数学问题。如旅游、租车预算方案的设计中的数学问题。

如学生收集了关于“一元一次方程的应用”的几个问题：

① 小明父母月收入约 1 280 元,月支出约 1 060 元,每月结余大致相同,若要购买一台 3 300 元的空调,要存钱多久?(解略)

② 一环形交通十字路口已经塞车 150 辆,已知每分钟驶入路口 75 辆车,驶出路口 78 辆车,不考虑其他因素,这个路口要多久才能疏通?(解略)

③ 水库有蓄洪、抗灾、灌溉的功能,一水库额定容积为 10 亿立方米,目前库存容积 4 亿立方米,水库有五个大型泄洪闸,每闸流量为每秒 0.5 万立方米。现在水库上游有每秒 2 万立方米的特大洪水袭来,预计将持续一天时间,问从现在起应开启几个泄洪闸以保水库安全?(解略)

此外,培养学生的反思能力也是成长记录袋中作品的一项重要重要的功能。因此,成长记录不仅要求反映学生的真实水平,而且应能有助于学生进行反思。学生作品的选择可以有多种标准,不管哪种标准,都应该体现这样的一种思想:即关注学生的成长过程和成长的经验。因此,可以让学生把“选择作品的原因”和“学习的体会”记录下来,也可以鼓励学生展示问题的形成过程(见案例 11)。在成长记录袋中既可以放学生成功的作品、最佳的解答,也可以选择学生一些不太成功的作品,易出现的问题的卷子。成长记录袋的激励机制并不意味着它只记录下学生成绩优秀的一面,建立成长记录袋的实质是为了帮助学生学会更好地认识自己,并不断反思自己的不足,成为学习的主人!

【案例 11】 数学成长记录 :上下楼梯的游戏

一日中午,小明、小文和小锋都写完了作业,都觉得很无聊。他们在楼梯口巧遇,这时小锋提议玩一个游戏,游戏名叫作“上下楼梯”,规则是3人同时站在教学楼的中层——第3层,然后猜拳,赢者上一层阶梯(记为+1),输者下一层阶梯(记为-1),输一次又赢一次的人原地不动(记为0)。他们猜了5局后,结果如表5-3。

表 5-3

小明	+1	+1	0	+1	+1
小文	0	-1	-1	0	-1
小锋	-1	0	+1	-1	0

根据表5-3表明:小明上了4层阶梯,小文下了3层阶梯,小锋下了一层阶梯。

后来,小明又为这次游戏用数轴做了一个报告:

为确定三人的位置,小明进行了计算:

$$\text{小明: } (+1) + (+1) + 0 + (+1) + (+1) = +4$$

$$\text{小文: } 0 + (-1) + (-1) + 0 + (-1) = -3$$

$$\text{小锋: } (-1) + 0 + (+1) + (-1) + 0 = -1$$

小明完成了数轴报告,又看了看说:“我们在数轴上的位置是:小明>小锋>小文。因此我走的步子最多,其次是小锋,最后是小文。”

小文似乎是不想名列最后,想为自己讨个公道。他觉得小明的话与事实不符,就用绝对值计算的方法证明了他的想法:

$$\text{小明: } |+1| + |+1| + |0| + |+1| + |+1| = 4$$

$$\text{小文: } |0| + |-1| + |-1| + |0| + |-1| = 3$$

$$\text{小锋: } |-1| + |0| + |+1| + |-1| + |0| = 3$$

结果表明小明走了4步,小锋和小文则都走了3步。

一场数学游戏结束了,小明和小文用刚学过的数学知识做了一次很好的报告。

(南京树人国际学校初一(3)班 方培训)

三、侧重于情感价值观方面的内容

成长记录袋是学生的知心朋友,是学生心灵表达的一种载体,它不仅承载着学生知识获得过程中的点点滴滴,而且还记载了学生的情感和对于数学的信念。它不是独立于知识、能力而独立存在的,而是渗透在知识的学习、能力的获得过程中的。因此,在设计时,要结合知识的回顾、数学思考的过程、解决问题的经历来体现他们的情感。常见的是引导学生在每章后进行回顾与思考时,可以提出几个具体的问题让学生去思考,比如在教学“勾股定理”后,让学生进行回顾与反思,谈谈自己对于学习的情感和学习态度。以下教师的设计可供借鉴。

在回顾与思考时,教师设计了如下的问题^①,让学生去思考。

- (1) 我学到了……
- (2) 我惊讶的是……
- (3) 我开始在想……
- (4) 我再次发现……
- (5) 我感到……
- (6) 我想我将要……

下面是学生对于“勾股定理”内容的总结:

【案例 12】

“我学到了用数格子、拼图的方法探索勾股定理,我为 2002 年世界数学大会在中国举办而自豪,并且大会会标就是用勾股定理拼图。我惊讶的是当我们用四个全等的直角三角形摆出来的其中有一个像转动的风车的图形,却作为与外星人联络的信号;勾股定理怎么会有这么多的证明方法。我们发现在学习数学的过程中,只要自己提出问题,自己去探索问题,自己就能解决问题,学数学使我变得喜爱探索,我相信自己还会破解一些数学奥秘。除了书中的方法外我想我还能用边和角的关系来证明勾股定理。”

此外,教师在评价时,要使用一些人文化的术语,也可以使得

^① 新世纪基础教育课程改革实践与探索 数学(7~9 年级). 北京 北京师范大学出版社 2003

学生的情感得到发展。

【案例 13】 教师评语

“……漫游代数新世界,人变能干方法棒,数据同我来对话,帮我表达新思想,想一想,议一议,试一试,想一想,迈进数学新起点,我们越学越欢畅。”你以此表达对数学的兴趣和喜爱,何愁学不好数学?你在课堂中精彩的发言,令老师对你刮目相看。乐于探究,勤于思考。“ $-3a^2b$ 和 $7ab^2$ 它们为什么不是同类项?”、“老师,我这里还有一种摆法,您看对吗?”注意知识的形成过程,显示了你对于数学一种执著的追求。只是时时应告诫自己,除了兴趣和追求,还要有一种坚持不懈的毅力。在章节小结、小论文撰写中加强与同学之间的合作,作业中注重解题过程的规范性和严谨性,相信自己一定会取得成功的。

(宜昌市第五中学 学生:王李荔 教师:谭进)

第四节 成长记录袋的评价

对于成长记录袋的评价,是根据不同的目的、不同的内容而采取不同的评价方式。但是在制定的过程中,需要经过如下几个步骤:

(1) 提出评价维度。即对学生作品反映的各个方面的属性加以归纳总结和分类。这些维度也反映了评价学生的角度。

(2) 制定评价标准。即对老师所提出的每个维度分别制定若干个从优到劣的标准,比如可以采用5分制给学生评分,达到最高标准的得5分,稍差一点的得4分,依此类推。

在进行评价之前,应先对记录袋中的每份材料进行评价,在此基础上再对整个记录袋进行评价。在进行单份材料的评价时,老师所关注的问题应是较细节的,提出的维度也要相应地比较狭小,对学生一些小的方面如运算错误等也应留意。而在评价整个记录袋时,应注意从宏观上把握,关注比较大的问题,提出的维度也应是概括性较强的。

根据本章第三节的分类,可以从成长记录袋中作品所反映出的学生的知识技能、能力以及情感态度这几个维度去评价。在具体呈现时,常常有分析型评价模式和综合型评价模式,前者是按内容维度呈现的,后者是按照等级形式呈现的。

分析型评价模式是根据各个维度上的不同标准,对学生在各个维度上的表现分别予以评定。比如教师可以考虑3个维度,以5分制给学生评分,则学生在这3个维度上的得分可能分别为4分、3分、5分。这种评价模式有利于对学生各个方面进行具体评价,学生各方面能力都有一个清晰的反映,老师就可以根据具体情况安排以后的教学工作,充分体现因材施教原则。综合型评价模式是把学生在老师所考虑的各个维度上的表现集中起来,作为整体来评定,最后只给出一个分数,对学生做出综合的评价。这种模式的优点在于它侧重于对学生进行综合全面的评价。根据不同的情况可以采取不同的模式。

一、对成长记录袋中作品所反映的知识技能的评价

《标准》中提出,应恰当地评价学生的基础知识与基本技能,“对基础知识和基本技能的评价应结合实际背景和解决问题的过程,更多地关注对知识本身意义的理解和在理解基础上的应用。”(第89页)那么对于成长记录袋中学生作品所反映出的知识技能应从下面几个维度去评价,可采取五个等级水平:

- 对于情境中的概念进行识别
- 借助于情境理解概念和运算
- 概念的呈现
- 概念和运算的应用

水平4:记录袋包含的材料显示:

- 能正确地识别所给材料中的数学概念;
- 显示出对具体情境中概念的意义,并能进行正确的运算;
- 对于概念可以采用多种表达的方式,比如口头的、符号的、图像的、图表的等;
- 概念的应用是恰当的、运算是正确的。

水平3:记录袋包含的材料显示:

- 基本上能够识别所给材料中的数学概念;

- 在具体情境中显示概念的意义,并能进行适当的运算;
- 对于概念进行表示,所给的表示是正确的。
- 概念的应用大部分是恰当的、运算基本正确。

水平2:记录袋包含的材料显示:

- 识别所给材料中的部分数学概念;
- 对于概念的理解有错误,运算不恰当;
- 对于概念进行表示,但是有许多错误;
- 概念的应用小部分是恰当的、运算有错误,但是错误已经改正。

水平1:记录袋包含的材料显示:

- 几乎没有识别所给材料中的数学概念;
- 对于概念的理解大部分是错误的,运算基本上不恰当;
- 没有对概念进行表示;
- 概念的应用和运算是错误的,而且没有改正。

水平0:记录袋不完整,或不包含任何与上述准则相符的材料。

二、对成长记录袋中学生作品所反映的问题解决能力的评价

《标准》中指出,应当重视对学生发现问题、解决问题能力的评价。并强调在7~9年级这个学段评价如下几个方面:

- 能否结合具体情境发现并提出数学问题;
- 能否尝试从不同角度分析和解决问题;
- 能否体会到与他人合作解决问题的重要性;
- 能否用文字、字母、图表等清楚地表达解决问题的过程,并尝试运用不同的方式进行表达;
- 能否解释结果的合理性;
- 能否对解决问题的过程进行反思,获得解决问题的经验。

(第90页。)

根据以上的几个方面,我们可以归纳出成长记录袋中作品所反映出的学生问题解决能力的几个方面,并从这几个方面进行等级评定:

问题解决记录袋的评价规则：

- ① 基本的数学知识或技能的理解；
- ② 对问题情境的解释；
- ③ 对所给信息的应用；
- ④ 选择解决的方法；
- ⑤ 对所使用的方法和答案的获得进行解释和评价。

根据上面的 5 个方面,设定五个水平等级。

水平 4 记录袋包含的材料显示：

- 能正确解释数学术语、符号,运算正确,解题过程中错误极少；
- 显示出对问题有清晰的理解,能对问题情境进行正确地解释；
- 恰当使用所给信息,并且对所给信息的重要性有深入的探索；
- 根据问题选择适当的、多种的解决方法；
- 检查材料运用是否恰当,所使用的方法是否合理,并能结合问题情境对答案进行检查和评价。

水平 3 记录袋包含的材料显示：

- 基本上能正确解释数学术语,运算也很少出错,解题过程中错误很少,并且错处已经被修改。
- 显示出对问题有一定的理解,基本上能对问题情境进行合理解释；
- 恰当使用所给信息,并对信息进行一定的探索,但不深入；
- 选择方法适当；
- 说明所选择的方法,对答案进行检查和评价。

水平 2 记录袋包含的材料显示：

- 对数学术语理解不够准确,有运算错误,解题过程中基本步骤有错误,但大多数已修改；
- 基本上能对问题情境进行正确解释,但对所给信息的使用可能有错,显示出对问题有一定的理解和知道什么是所需要的,但没有深入的探究；
- 滥用、忽略所给的重要信息,或可能采用不相关的信息；

- 不能选择出适当策略；
- 对所用的方法进行适当的解释，但这种解释含糊且带有小错误，所给答案不能在问题情境中得到检查和评价。

水平1：记录袋包含的材料有几张显示：

- 对数学术语理解错误，经常有运算和解题步骤错误，对错误没有修改或没有正确修改；
- 对问题情境解释不正确，对问题是什么一知半解；
- 错误地理解和使用所给信息，并且忽略了重要信息；
- 不能恰当地选择问题解决的方法；
- 不能检查材料，也不讨论怎样对答案进行证实，没有展示所使用的方法或者解释的不正确，所给答案不能在问题情境中得到检查和评价。

水平0：记录袋不完整，或不包含任何与上述准则相符的材料。

三、对成长记录袋中学生作品所反映的情感态度的评价

对于成长记录袋中所反映出来的学生的情感、态度的评价一方面通过学生对于作品的反思中去分析，另外可以通过调查的方式来获取。因为学生的情感、态度是隐含在作品中，通过不同方式来体现的。比如通过学生对于档案袋的命名就可以看出学生的情感体验。

【案例14】

封面上我画的是两个小朋友，代表着在学习方面不懂的时候要互相帮助对方，不管是学习，还是做事情的时候，都要这样。两位小朋友的脚下有很多小草，他们俩说：“我不当这矮小脆弱的小草，风一吹小草就从这边摆动到那边”，我不能像小草一样，风一吹就倒下，对学习要有信心。（成都市柏合初级中学 李小秋）

我写的是“真理诞生于100个问号”，我是要求自己在学习中要多问。勤于发问是一种精神。现在有的同学碍于面子而怕提问，不懂装懂，掩饰自己的不足。这样，一个个小问题积累起来便成了大问题。所以我提倡要多问。科学的真理是在许多问号之后产生的。（成都市柏合初级中学 黄亮）

再就是设计学生成长记录评价表（表5-4），以评价学生的情

感体验。

表 5-4 成长记录评价表

1. 你对“成长记录袋”的态度是()。
(A) 喜欢
(B) 一般
(C) 不喜欢
(以下 2~7 题的几个选项中,可以选多项。)
2. 如果你喜欢“成长记录袋”,那么喜欢的主要原因是()。
(A) 能展示我的数学学习进步
(B) 能展示我的最佳作品
(C) 能整理我所学过的知识
(D) 能帮助我思考
(E) 其他(可以列举 2 条)
•
•
3. 如果你不喜欢“成长记录袋”,那么不喜欢的主要原因是()。
(A) 费时
(B) 对我的数学学习没有太大的帮助
(C) 是教师布置我的任务,不是我自愿选择做的
(D) 无法反映我的思考过程
(E) 其他(可以列举 2 条)
•
•
4. 我对数学产生了浓厚的兴趣,是由()而引起的。
(A) 成长记录袋
(B) 教师表扬
(C) 教师对我们的关心
(D) 数学本身有趣
5. 我对数学学习产生了自信心,主要是由于()。
(A) 成长记录袋
(B) 自己学习的成功
(C) 教师的鼓励
6. “成长记录袋”的作用体现在()。
(A) 使我看到了自己的学习过程
(B) 增加了对数学的兴趣

续表

- (C) 增加了对数学学习的自信心
 (D) 增加了对老师的沟通渠道,加强了与教师的情感
7. 你最喜欢“成长记录”中的下列哪些内容()。
- (A) 自己最好的解题方法
 (B) 最满意的作业
 (C) 印象最深的学习体验
 (D) 发现日常生活中的数学问题
 (E) 单元知识小结
 (F) 对解题或学习某一知识后的反思或发现
 (G) 与老师交换意见,读自己的心得体会与建议
8. 你对“成长记录袋”中应收集的内容有何建议?
9. 你对“成长记录袋”的具体使用方法有何建议?

对于成长记录袋的评价,我们上面是将档案袋中的作品按照其功能进行分类,并加以评价。实际上,在学生的作品中是不好区分这些方面的,其多种功能是交织在一起,不好把它们从具体的作品中分离出来,所以,许多学者给出的是一些综合的评价模式,让学生三个方面的目标综合起来进行评定。内容包括学生对于知识技能的理解、信息的处理和表达、多种方式认识和表达问题、自评、合作学习情况以及情感方面的评价。如 Stenmark^① 给出了具体的评价模式,以供我们借鉴。

Stenmark 指出了评价成长记录袋的几个等级:

水平 4(最高等级)

整体具有吸引力。它包括大量的书面的和图形的、文字的工

^① Stenmark J. K. Mathematics assessment: Myths, models, good questions, and practical suggestions. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1991

作,既有小组的也有个人的工作、还包括课题、调查、图表、图像、表格、照片、录音带和录像带以及其他的能引导学生反思的内容。学生从各种渠道查找了大量的资料,并使用计算器、计算机、网络等现代工具进行探索。作品展示了学生分析信息和组织信息的能力。包含学生的草稿、选择报告的原因、进行活动的过程以及学生的自我评价。通过对起始、中间、最终不同时间学生作品的比较可以看到学生的进步,学生的工作反映出了对数学的热情。

水平 3

有一个比较固定的计划(program)。如水平 4 一样,有大量的、各种类型作品展示。学生能够去解释他们的策略和问题解决的过程。有许多资料和小组的工作,表明学生对基本的概念有一个很好的理解。包括一个阶段的工作。袋中的内容看不出学生的热情、自我评价、大量的调查和学生对于资料的分析。

水平 2

处于水平 2 的成长记录袋是一个适当的计划。有些内容是课本上所要求的。关于学生的课题、调查、图表等学生原创性的内容不太多。学生对于解决问题过程的解释是很少的。可能过于关注某些具体的、狭窄的内容而缺乏与其他内容的联系。

水平 1

处于水平 1 的成长记录袋几乎没有什么创作性的工作,更多的是学生的从课本上照搬的一些材料。看不到学生思维的过程。有一些多重选择和简答题,但是看不出学生在课堂上讨论概念的过程,学生对他们自己的思考过程也没有给出解释。

总之,不管采取什么样的成长记录袋评价方式,不是为了给学生的成长记录袋去划定等级,主要的目的是激励学生的学习。

第五节 几点思考

一、成长记录袋使用的局限性

尽管成长记录可以具体生动地描述学生的发展状况,但是成

长记录中的作品对教学内容的评价是分散的,这种分散性表现在两个方面:一是时间分散,成长记录描述的是一个发展的过程,一件作品往往只能说明一个问题,学生要做完一件作品再做另一件作品,所以也就只能是评完一个内容再评另一个,因此成长记录在对学生进行全面评价时,要经历一个较长的时间过程;二是内容分散,由于绝大多数作品都是学生在课下做的,所以作品内容的选择有较大的随意性,一些情况下,学生的收集过程又缺乏计划性,致使成长记录在评价中,有些时候对学段目标的覆盖面可能是不全面的,所以成长记录是不能完全替代纸笔测验的。

对于一些技巧性比较强的内容,比如有关计算能力方面的问题不宜纳入成长记录。原因是学生对这些内容的掌握主要还是依靠重复性的训练,成长记录不能在这方面为学生提供有效的帮助。如果是用成长记录来训练学生的口算能力,结果肯定是事倍功半,成长记录在这方面的效率是非常低的。一般的习题课是不适宜收集成长记录作品的。从评价角度讲,测试卷完全可以很高效地对技巧性的内容进行测试,成长记录由于时间和内容上的不一致性,则难以对此进行评价操作。

再就是成长记录不是刻意的追求,而是现实要求的体现。并不是每一单元的教学内容都能做出、或都适宜做丰富多彩的成长记录作品。

研究表明^①,成长记录袋较适合于新授课内容的理解与巩固,适用于学生将课堂知识与现实生活相联系,适用于知识的整合与问题解决。适合记录学生对教师讲授内容所形成的自己的理解思路,学生在听课中产生的疑惑,还包括新旧知识的整合,学生对新知识现实价值的认识等等。通过这种记录学生及时地回忆、整理了所学内容,有精力的同学还会对这些内容进行更为深入的思考,这样不仅加深了学生对所学知识的理解还使得新知识及时地得到了巩固。

二、成长记录与传统考试的关系

成长记录袋是一种评价手段,它是一个完整的评价系统的有

^① 王明明. 成长记录在小学数学教学中的应用策略研究. [硕士学位论文]. 2004

效组成部分。

成长记录袋的价值在于它形式灵活,可以包含各种形式的资料(如图片、计划),有利于评价学生学习的各个方面。因此,成长记录袋一方面可以作为传统评价手段的补充,考查那些其他评价方式无法或不宜评价的领域;另一方面,它也可以作为一个独立的手段,考查一些特殊学习领域,如跨学科的学习。所以,可以把成长记录袋放在一个较广泛的领域来考查。

【案例 15】

成长记录袋等同于一个章节测试。

有的情况下,评价系统十分简单,老师可以告诉学生成长记录袋的成绩就是他们的测试成绩。在一些其他手段无法评价的领域,如活动和操作的内容,这种方法尤其有用。表 5-5 就是一份考查丰富图形世界中切、截、展开与折叠、从不同方向看的学生学习情况。

表 5-5

学生姓名: _____

	作品名称	形状特点	编号	自评
切截的几何体				
过程记录				
展开的几何体	作品名称	形状特点	编号	
过程记录				
从不同方向看	作品名称	形状特点	编号	
主视图				
左视图				

续表

	作品名称	形状特点	编号	自评
俯视图				
探究后的感悟				

以上方法就是将成长记录等同于一章的考试。

再就是将成长记录袋融入一个总的评价体系中,与其他手段一起来评价学生的数学学习的过程和学习的成就。

这种方法首先是确定评价的范围。数学课程标准是一种可考虑的确定依据。除了内容以外,还可以考虑到数学的学习过程。确定范围后,可依照每项的评价内容具体确定评价手段。如表5-6就是一个八年级的数学评价计划。

【案例 16】

表 5 - 6 八年级数学评价计划

数学知识	评价
数及其运算	T&A ,T ,T&A&I ,T&I
式及其运算	T&A
空间与图形	T&P ,A&P ,I&A
概率	T&I ,T&P , A&P
统计	A&P
实践与综合运用	P ,I&P ,T&P
问题解决	A&P ,I&P
数学思考	P

注释 P = 成长记录袋 ;T = 考试 ;A = 作业 ;I = 调查或项目。

三、对成长记录的标准化问题思考

成长记录的优势之一在于充分发挥学生的个性差异,在此前提下,成长记录中收集的作品五花八门,教师对作品的评价又是以描述性的评语为主,所以成长记录的标准化问题始终是一个难题。但是二者并不是一对无法化解的矛盾,比如两篇数学日记,一篇是关于几何的,一篇是关于代数的。其内容和形式可能都无法列入标准化的范畴,但是二者仍然具有相同的评价维度,比如思想的创

造性、语言表述的清楚性、学习的态度认真程度、解决问题的态度严谨程度等,但是这种相同评价维度的公平性还有待考查,不同学科如何选取这种有共性的评价维度也是需要研究的。

此外,学生负担问题以及社会对于成长记录袋应用的影响等都会影响到其实施。即使成长记录袋中存在如上的局限,但它仍不失一种有效促进学生评价的方法。研究表明:成长记录对于学生的情感、认识等方面都有积极的促进作用(见案例17),而且密切了教师与学生的情感,使学生在做的过程中,对于数学的认识、情感都有了积极的体验。它成为学生的“知心朋友”,“我把它当作自己学习、生活、成长道路上的一个好朋友。当我遇到困难或不顺心的事时,我向它述说;当我取得成绩时,我向它报喜;当我有一点体会和感悟时,我向它汇报。它促使我不断学习、不断进步^①”。成长记录袋成为学生学习的伙伴,“成长记录袋把我学习、生活中的点点滴滴记录了下来,使我经常回味走过的路程,反思自己的成功与失败的经验教训,使自己不断成长”^②。而且成长记录袋作为一种重要的方式,在培养学生的整体素质方面起到了很好的促进作用,“成长记录袋使我热爱数学、热爱学习、热爱生活^③”。

【案例 17】

四川成都的课题“中学数学自主探究式学习的研究”,对于成长记录袋中所反映的学生情感、学习等方面进行了实验研究。2003年3月,总课题组设计了“成长记录袋”效果调查问卷,对初三二年级二班、初一年级一班进行了问卷调查,调查的情况如下:

- 对“成长记录袋”这一提法认为满意的占 93.75%。
- 对数学学习产生了浓厚的兴趣是由什么引起的。83.33%的学生认为是由成长记录, 62.5%为老师的关心,才使自己产生兴趣的。
- 对于学生产生自信心的原因。有 77.08%的学生认为是建立“成长记录袋”的作用;有 60.42%的学生是自己学习的成功,还

① 王富英. 促进学生发展的数学学习评价. 数学教育学报, 2003, 12(4)

②③ Stenmark J K. Mathematics assessment: Myths, models, good questions, and practical suggestions. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1991

有 75% 的学生认为是老师的鼓励。

- 通过学生写“成长记录”,了解他们的思想和学习近况,沟通师生情感。调查表明,有 89.58% 的学生认为,建立成长记录展示了自己的学习过程。

- 对于成长记录袋中放什么内容,有 85.42% 的学生认为是“自己最好的解题方法”;有 37.5% 的学生认为是“最满意的作业”;有 81.25% 的学生认为是“印象最深的学习经验”;有 87.5% 的学生认为是“发现了日常生活中的数学问题”;有 40% 的学生认为是“单元知识小结”;有 75% 的学生认为是“对解题或学习某一知识后的反思或发现”;还有 69% 的学生认为是“与老师交换意见,谈自己的心得体会与建议”。

还有,有些学生给成长记录袋提出了很多建议,要求增设“实践与应用”、“给老师的悄悄话”、“失败的反思”等栏目。还有一些则要求不要做任何限制,想放入什么就放入什么。

下面是课题组设计的调查问卷。

“成长记录袋”效果调查问卷

同学们:

为了进一步完善“成长记录袋”的内容、形式及操作方法,我们设计了本调查问卷,以了解“成长记录袋”的使用情况。此问卷不涉及对你个人、教师及学校的评价,并且解答不写姓名,请同学们如实解答下列问题,希望同学们积极配合。谢谢!

1. “成长记录袋”这一提法是否符合你们意愿?你认为符合,就在 A 项后打“√”,不适合就在 B 项后打“×”并填写 C 的空。

(A) 适合 ()

(B) 不适合 ()

(C) 我认为取名为_____更佳

(以下 2~5 题的几个选项中,可以选多项。)

2. 我对数学产生了浓厚的兴趣,是由()而引起的。

(A) 成长记录袋 (B) 教师表扬

(C) 教师对我们的关心 (D) 数学本身有趣

3. 我对数学学习产生了自信心,主要是由于()。

(A) 成长记录袋

- (B) 自己学习的成功
 - (C) 教师的鼓励
4. “成长记录袋”的作用体现在:()。
- (A) 使我看到了自己的学习过程
 - (B) 增加了对数学的兴趣
 - (C) 增加了对数学学习的自信心
 - (D) 增加了对老师的沟通渠道,加强了与教师的情感
5. 你最喜欢“成长记录”中的下列哪些内容()。
- (A) 自己最好的解题方法
 - (B) 最满意的作业
 - (C) 印象最深的学习体验
 - (D) 发现日常生活中的数学问题
 - (E) 单元知识小结
 - (F) 对解题或学习某一知识后的反思或发现
 - (G) 与老师交换意见,读自己的心得体会与建议
6. 你对“成长记录袋”中应收集的内容有何建议?
7. 你对“成长记录袋”的具体使用方法有何建议?

“中学数学自主探究式学习的研究”总课题组制

2003年3月11日

第6章

学生自我评价

- 学生自我评价概述
- 学生自我评价方法
- 学生自我评价的实施
- 案例
- 阅读文献

第一节 学生自我评价概述

教学过程是师生、生生互动的多主体参与的过程,因此,在评价时要改变单一由教师评价学生的状况,让学生也参与到评价过程中,即学生自评和学生互评,是实现评价主体多元化的方法之一。

让学生参与评价过程与结果的分析,主要是为了让学生通过自我评价提高他们的自主意识、反思能力与学习的积极性和主动性,从而更加有效地促进其发展。

学生自评和互评是一种非常有效的学习方法,同时也是一种评价学生学习进步的方法。它根植于建构主义的学习理论,这种学习理论强调学习者要对自己的学习负责^①。许多学者认为让学生对自己的学习状况进行自我评价是教育中的一项重要目标^②。因此,许多国家的数学课程标准中,都将学生的自我评价作为评价中的一种方式。《标准》强调“评价主体多元化……学生自我评价,学生互评……”(第91页)。

教师在学生的自我评价中也起到了非常重要的作用,学生借助于评价的问题进行评价活动是离不开教师的指导的。教师应该创设一种使学生能够真实地评价自己的学习状况,反思自己在学习中的成功之处和存在的问题的氛围,这样才能使得学生的自我评价具有实效性。

由于学生的自评和互评是一种新型的评价方法,所以,许多研究都是在实践层面上的,侧重的是自我评价的工具。与其他的评价方法一样,学生自我评价所使用的工具也是多种多样的。首先让学生对自己的学习过程进行反思,记录下自己的成功体验和存在的问题,然后教师针对学生的问题进行针对性教学。一般常用

① Clarke D. Assessment alternatives in mathematics. Carlton Victoria, MCTP, 1992

② Biddulph et al. Constructivist assessment: submission to the Assessment for better learning project. Centre for science and mathematics Education research, university of Waikato, 1989

的自我评价的方法有如下几种^①：

- (1) 学生周记。
- (2) 小组反思。
- (3) 访谈。
- (4) 数学元认知调查。

下面分别对上面几种方法进行介绍。

第二节 学生自我评价方法

一、学生周记

学生写数学周记可以像和自己谈心一样写出学生自己在数学学习过程中的情感、态度、困难之处或感兴趣之处,记录下自己数学学习过程中的成功与失败,反映出自己数学学习的历程。新课程强调发展学生数学交流的能力,而数学周记无疑提供了一个让学生用数学的语言或自己的语言表达数学思想方法和情感的机会。通过数学周记可对学生数学学习的过程有一个全面的了解和评价。因此,数学周记是学生数学学习过程评价的一种有效的方法。而且,数学周记还可以发展成为一个自我报告,评价自己的能力或反思自己问题解决的策略。从这个意义上说,数学周记有助于数学教师培养和评价学生的反省认知的能力。

第5章第二节案例5就是一篇学生周记,它是学生将所学的数学内容应用于生活中的一个记录。为了记好学生周记,我们介绍一些写周记的格式。

格式一:列出所完成的数学活动,并对活动进行反思,如表6-1。

^① NCTM. Mathematics Assessment—a practical handbooks for grades 6 ~8. 2000

表 6-1 数 学 周 记

数学活动	反思
活动一：_____	活动一所涉及的问题：_____ 反思：
活动二：_____	活动二所涉及的问题：_____ 反思：
活动三：_____	活动三所涉及的问题：_____ 反思：

在表 6-1 中,要求学生对活动以及活动所涉及的问题进行反思。在引导学生反思时,教师可以提出如下几个方面的问题:

- (1) 该活动与你以前进行的活动有什么联系?
- (2) 这个问题与其他学科或现实生活有什么样的联系?
- (3) 在校外是如何应用这个问题的?
- (4) 对于活动或活动中的问题,你认为哪部分最具有挑战性?为什么?

格式二:直接给出学生几个问题,让学生围绕着一系列的问题来展开想像和反思。这些问题是^①:

- (1) 本周学习中最困难的是哪些?原因是哪些?
- (2) 你对今天的测验感觉如何?测验中最容易的地方是哪里?为什么?
- (3) 与前面的几周相比,在数学方面你最近的成绩一直是_____。

^① Daniel J Brahier. Teaching secondary Middle School Mathematics. Allyn & Bacon. A Pearson Education Company 2000

(4) 昨天晚上你感觉到最难的家庭作业是哪些问题?今天在课堂上你对这些问题是怎么解决的?

(5) 昨天晚上你做家庭作业花费多长时间?描述你是怎样做的(是独立完成、家长协助,还是电话向同学求助)?

(6) 对本周的教学策略进行评价,课堂教学是有效还是无效?为什么?

除了规范学生数学周记的书写格式以外,应该在学生记周记以前,列出周记评价的几个方面,这样有助于学生理解所要达到的目标。如下面的标准:

“请自由地发表你的思想,要注意以下几个方面的要求:

(1) 表述清晰。能借助于口头的、图表的、图像的、符号的等方式来表述你的数学思考过程,而且表达清晰、简洁。

(2) 表述个人在解决问题过程中的努力程度。

(3) 对问题中所涉及的知识进行归纳、概括、抽象、推理过程进行表述。

(4) 表达自己在数学活动(或解决问题)中的情感体验(激动、紧张、高兴、自信、坚持、伤心、失望……)。

(5) 表达自己的成功和不足之处,阐明自己努力的方向。”

需要注意的是,让学生在数学周记中记录下自己的不足,并对不足之处进行反思也是非常重要的,如下例^①:

我选择评价这次考试来评价主要是我在做题时出现了许多粗心大意的错误。但是我改正了这些错误,并且我对错误的原因给出了解释,并指出了今后要改正和记住的地方。我认为尽早地改正错误对于我今年后面的学习是有很大帮助的。我仍然仔细地检查卷子和作业上的错误并问自己“为什么我在这里错了呢?”“我确信我下一次不再会犯同样的错误吗?”

此外,数学周记对于教师教学也是非常有帮助的,限于篇幅,在此就不再赘述,可参考本章附录部分的阅读文献。

^① Daniel J Brahier. Teaching secondary Middle School Mathematics. Allyn & Bacon. A Pearson Education Company 2000. 236

二、小组反思

在小组合作学习评价一章,我们已经分析了小组合作学习评价的方法。其实从另外一个角度,让学生对小组合作情况进行反思,是培养学生反思与合作能力的一种非常重要的方法。

当学生合作解决问题后,让他们对小组的工作进行反思,然后小组完成一个小组合作学习的反思报告。在让学生反思时,可以提出如下问题:

你们是如何进行小组工作的?描述一下你小组解决问题的过程。

也可以让学生围绕几个句子,完成小组反思的过程:

作为小组合作学习,我认为我们_____。

作为小组成员,我认为我应这样做_____。

作为小组成员,我认为需要_____。

作为小组成员,我赞同我们组中的这两种观点:观点一_____观点二_____。

还可以让学生围绕构造问题进行反思,美国数学教育研究中心^①开发了一系列的反思活动手册,对我们的研究有一定的启迪作用,如建议让学生构造数学问题:

- (1) 给小组某个问题的答案,让他们构造一个相应的问题;
- (2) 给小组相应的数据、符号,让他们形成一个问题;
- (3) 让小组构造一个特定情境中的问题,比如构造两个关于“金钱”的问题,一个是比较容易的,一个是比较复杂的。

此外,在反思活动中,可以选择小组或个人在解决问题中容易出现错误的例子,可以选择学生的试卷或者作业本(采取匿名的形式),让学生进行评定并进行改正。在让他们评定的过程中注意解释错误产生的原因,如何在未来的学习中避免。可以围绕下面几个问题进行思考:

- (1) 你给这个学生什么建议?
- (2) 这些建议对他(或她)有什么样的帮助?

^① NCTM. Mathematics Assessment—a practical handbooks for grades 6 ~ 8. 2000

(3) 你能充分地解释他(或她)到底哪里出错了?

三、访 谈

为了使学生形成反思,可以在单元或章节结束的时候,采取访谈的形式。在访谈中,可以采用下面的访谈表(表6-2):

表6-2 访 谈 表

- 两人一组,围绕下面的问题,互相提问,并记下对方的回答。
1. 在这节(章)内容中,你是如何学习的?请举一个例子。
 2. 你采用的是哪种学习方式?请举例说明,比如听讲、讨论、计算、推理、记忆、调查、实验以及解决问题等。
 3. 你期望自己学什么?你学到了什么?
 4. 最重要的数学概念和思想是什么?请列举出来。
 5. 该节(章)内容最难的在哪里?
 6. 你如何理解你所进行的数学活动?你还有不懂的地方吗?
 7. 你出了什么错误?为什么会犯错?
 8. 当你做的时候,你是如何选择的?为什么你选择了这种方法?
 9. 教师为什么让你做这样的数学活动?
 10. 在学习过程中,你将现在的数学活动与以前所学的内容联系了吗?为了完成这些数学活动你需要知道数学哪些内容?
 11. 除了上述问题外,你还想说什么?

四、数学元认知调查

元认知是思考如何进行数学学习的,对学生进行元认知的调查,可以提高学生的自我反思的能力,同时也是自我评价中的一种重要的工具。

数学元认知调查表

各位同学,请如实回答下面的问题。将答案用“√”表示。

1. 你认为做一个较难的问题比做10个较容易的问题收获要大。

(1) 正确 (2) 错误

2. 你认为听别人讲要比你给别人讲学到的更多。

(1) 正确 (2) 错误

3. 与同伴学习要比自己独立学习效果更好。

(1) 正确 (2) 错误

4. 你认为自己做数学问题要比听别人解释学到的更多。

(1) 正确 (2) 错误

5. 抄黑板和从课本上记是一种有效的学习方式。

(1) 正确 (2) 错误

6. 当你遇到困难的时候,最好是先自己想一下,而不是急于向老师和同学求助。

(1) 正确 (2) 错误

7. 教师不应该让我们去讨论出现的错误,这样会浪费时间,他(或她)应该直接告诉我们正确的。

(1) 正确 (2) 错误

8. 看别人解决问题和自己解决问题学得同样多。

(1) 正确 (2) 错误

9. 自己尝试构造问题是一种非常有效的学习方法。

(1) 正确 (2) 错误

10. 你多做几个小组调查会学更多的东西。

(1) 正确 (2) 错误

11. 你不应该抄袭别人的答案。

(1) 正确 (2) 错误

12. 你认为,从正确的思考过程所学到的东西要比错误的思考过程所学的东西多。

(1) 正确 (2) 错误

第三节 学生自我评价的实施

作为一种学生学习活动和教学活动的重要方式之一,学生自我评价在实施的过程中要结合其他的方式进行,同时要注意结合具体的内容,灵活采取不同的方式,既可以采取上面提到的一种或者是多种方式的结合,也可以根据具体的问题和内容而编制一种综合的评价方案。因此,在教学实施中,要注意如下几点:

一、让学生进行自我评价的问题应明确和具体

让学生进行自我评价,必须明确要评价什么,如何去评价。所以教学中,首先要明确评价的问题。问题越具体,学生就越容易回答。如下面的例子:

“你的档案袋中的作品存在什么问题?应如何改进?”就比较宽泛,学生也不太好回答,如果改为“选择你档案袋中的一件作品,说明如何改进它。”就比较具体,学生回答也比较容易。

再如“课堂教学有哪些问题?应如何改进?”这个问题对学生来说就比较难于回答,如果改为问题“你认为本节数学课中哪些方面值得改进?请例举一个方面,并提出你的改进建议。”就比较具体了。诸如此类的比较具体的问题还有“数学教师是如何激发你的学习积极性的?请例举一、两个方面。”“回顾一下本节你所学的内容,写出两种应用于生活的例子。”等。

二、教学中,使用激励性的语言,激发学生进行自我反思和评价

在学习的过程中,学生往往意识不到或者不能完全表达自己的一些对个人的看法,为此,教师应引导学生,多用一些提示或者是一些鼓励性的语言,激发学生能够进行深层次的自我反思和评价。如下面的提示语,更有助于学生投入自我评价的活动中去。

- 当我_____时,我觉得我像一个数学家一样在工作。
- 在学习_____时,我经历了一个探索数学模型的过程。
- 在学习_____时,我体会到了数学在现实生活中的应用。
- 学数学是一种发展的过程,在学习_____时,我对它有了更深入的理解。
- 在学习_____时,我感觉到了困难。
- 今天,一个吸引我的数学概念是_____。
- 今天,在学习过程中,我体会到了_____与_____之间的联系。

- 今天,我所做的数学题(思考题)是_____,所使用的方法是_____,所进行的推理是_____。
- 我吃惊的是_____。
- 我困惑的是_____,主要采取的解决方法为_____。

三、教学中应灵活运用自我评价的方法

上面我们只列举了几种学生自我评价的方法,其实,上面的分类是根据方法的不同而加以区分的,这些方法并不是孤立的,而是相互联系的,在教学中可以根据具体情况综合地运用。教师还可以根据《标准》中的目标要求,而设置学生自我评价的几个方面的问题,如:

(1) 对基本概念的理解

- 用图像、表格、图片、符号、表达式去表述对概念的理解;
- 涉及到了一些最基本的重要概念;
- 对问题进行了思考,并知道需要讨论哪些。

(2) 基本的技能

- 用适当的数学符号和公式进行了数学运算;
- 准确地使用了数学的语言;
- 对答案的合理性进行了检查。

(3) 问题解决

- 寻求一切可能的方法去解决问题;
- 用适当的方法进行数学推理;
- 问题的思考是清晰的,有条理的。

(4) 数学思考

- 能进行比较深入的数学思考;
- 能清楚地运用数学语言和术语进行交流;
- 对于解决问题的过程和步骤进行详细地检查,对于结果的合理性的表述也比较清晰;
- 在思考和解决问题中,每步都有其合理性,并强调前后之间的联系。

四、要对学生的自我评价报告提出明确的要求

学生进行自我评价,有些是口头的,有些是书面的。书面的形式不仅仅可以培养学生的反思能力,而且也有助于培养学生的表达能力和数学语言的组织能力,因此,在评价时要鼓励学生以书面的形式呈现他们自我反思的过程。为此,需要对于学生的自我评价报告提出一些具体的要求^①:

- 报告的文字清晰、流畅,书面形式引人注目。
- 报告中的数学思想比较突出、说明的问题比较有价值,而且前后逻辑性较强,没有任何科学的错误。
- 报告中的图表清晰、简洁、准确。如果有坐标系,坐标轴画得比较恰当和清晰。
- 代数式、不等式、方程、函数的书写简洁、准确,而且也配有相应的图表。

学生自我评价虽然是一种有效的评价方式,但是,在实施时,应按照评价的不同目标、内容或功能选择不同的评价主体,避免教条地理解和实施主体多元化,如学生的每份作品都要由学生本人、同伴、家长或教师多个主体同时评价,这种做法,不仅不能充分调动和发挥学生本人的主体性以及同伴、家长和教师的积极性,还可能使评价成为他们的负担。再就是在实施多主体评价时,要提供具体的指导和调控,一方面对提供的评价信息与意见要谨慎采用,另一方面要防止学生形成只看他人缺点,对自己却只看优点的倾向。

^① NCTM. Mathematics Assessment—a practical handbooks for grades 6 ~ 8. 2000

第四节 案 例

【案例1】 学生几何家庭作业的自我评价

某美国教师想让学生进行自我评价,她选择几何家庭作业为评价的对象,在让学生进行评价以前,首先制定了评价的标准,如表6-3。

表6-3

等级	完整性	系统性	过程性	易读性
A	正确地完成家庭作业中的每一个问题	很容易确定问题	写出思考的过程和思考的结果	对所有内容的说明清晰,明了;图表简明、有用
B	完成大部分问题	容易确定大部分问题	有数学思考的过程,但是答案不完整	图表有用,但是不很简明;对大部分内容的说明清晰
C	完成小部分问题	无法确定问题	只有少部分的过程	对大部分内容的说明含糊;图表运用不恰当,包含错误的信息

制定完这个评价标准后,教师让学生进行自我评价和同伴评价。

(1) 自我评价

制定计划后,开学第一周,教师就给了学生这个等级表,让他们仔细阅读,然后给自己的作业打一个等级,并在一张纸上面阐述

理由,将这张纸贴在自己的作业本上面交给教师。

(2) 同伴评价

第二天,教师将学生的自我评价的等级进行了记录,并将作业分小组评价(每组只能收到别的小组成员的作业),然后小组给这些作业打等级。将评价的等级和理由写在一张纸上面,附在作业后面交上。然后,教师将学生自评、同伴评价和教师对学生的评价的等级整合起来,发给学生。

(3) 出现不一致

第三天,当教师返还学生作业时,学生 Joe 去找了教师,原因是他自己和同伴给他打的等级都是 A,而教师给他打的是 C。

Joe(以下简称 J):为什么你没有给我作业打“A”?

教师(以下简称 T):告诉我你为什么认为你的作业成绩为“A”?

J:我完成了所有的问题,并且得到了正确的答案。

T:那倒是,但是你的表达不清晰,对第一个问题的说明不明确,第二个问题也存在着同样的问题。

J:所以我得 C?我花了很多时间,而且我得到了所有正确的答案,为什么这还不够?

T:在作业评价表中已经明确了,要尽量用所有的材料简单、明了地说明你的答案以及思考的过程。

J:(生气地打断)我做了所要求的,并进行了解释,为什么还不是“A”?

.....

过后,教师反思为什么会存在分歧,原因是学生没有全面地评价自己的作业。几个月,教师一直用这种方式对学生进行评价,大部分学生得到了不同程度的发展,但是有一种现象是学生很少给自己打低分,而且给好朋友也打高分。看来如何让学生正确地评价自己和他人,的确需要一个漫长的过程。

【案例 2】 浅谈学生评价的一个重要方面——自我评价^①

由于长期受甄别和选拔评价方式的影响,学生已经习惯于等

^① 新世纪基础教育课程改革实践与探索 数学(7~9 年级). 北京:北京师范大学出版社,2003.

待别人对自己的评价。七年级刚开学不久的一次小测验后,当我们老师拿着批过的卷子走进教室时,学生们涌过来开口的第一句话是:“老师,我多少分?”老师反问他们:“你们自己觉得能得多少分?”他们大都摇头说:“没想过,反正您会给我们评分的。”这件事引起了我们的思考。学生们没有对自己的学习进行反思、评价的习惯,可能也不知从哪儿下手进行反思和评价。对于自己是否理解了知识、是否掌握了技能和方法,自己没有必要去思考,反正会有人告诉自己考试的结果。在学生心目中自己对知识的掌握和理解并不特别重要,而被动等待的那个结果却很被看重。为改变这种局面,我们在刚实验时就在课堂中加入了“课堂反思”这个小专题,主要是让学生以小组交流或单独提问等形式,说一下这节课中自己的学习情况、遇到了哪些困难,自己是如何解决的等。这样做的目的是让学生感受到别人对自己的评价固然重要,但如果自己对自己的学习都不能给出一个客观公正的评价,那么这样的学习是在为别人学习,而不是为自己学习。通过一段时间的课堂反思活动,基本上每个学生都能对自己的学习情况做出比较客观的描述,并能找到问题所在。

随着教学改革不断深入,我们逐步感觉到,在学生的课堂反思中,有很多值得其他同学和老师关注和思考的问题。但是如果只是在课堂上说一下,很多好的东西不容易被记录下来。所以,从八年级开始,我们便在课堂上逐步实行了“自我评价本”制度。“自我评价本”包括的大致内容有:

1. 每节课的自我评价。
2. 期中阶段性自我评价。
3. 期末整体性自我评价。

根据每一部分的特点,设置了不同的自我评价题目。

(一) 每节课的自我评价

1. 内容:为了帮助学生逐步建立良好的自我评价习惯,我们制定了每节课的自我评价题目:

- ① 这节课听讲情况如何?
- ② 是否积极参与课堂上的动手操作活动,效果如何?
- ③ 同学们合作交流情况如何?
- ④ 这节课遇到了什么困难?你是如何解决的?

2. 操作 :由学生准备一本自我评价本 ,设计一张表格(表格附后)。利用每节课学习完新课后的 1~2 分钟时间进行填写。教师每周收一次 ,进行批改 ,对较好的案例进行表扬与展示 ,对出现的问题及时查找原因并采取适当的方法进行改正 ,使之逐步完善。如果感觉课堂上时间太紧张 ,可以让学生在做作业之前回想课堂上的情况进行填写。

3. 目的 :让同学在点点滴滴的学习中 ,利用自我评价 ,帮助自己获得适应未来社会生活和进一步发展所必需的重要数学知识 ,以及基本的数学思想方法和必要的应用技能。了解数学在实际生活中的价值 ,增强应用数学的意识 ,增进对数学的理解和学好数学的自信心。养成与他人合作交流的良好习惯 ,使其创新精神和实践能力不断提高。

4. 修改 :每节课的自我评价制度实施一段时间之后 ,我们组织师生进行交流 ,询问学生自评题目设计的优、缺点以及学生有什么好的修改建议。最后由学生和教师共同确定新的自评题目 :

(1) 随着学生年龄的增加 ,学生的自我保护意识也逐步增强。在课堂上很多学生虽然知道解决问题的办法 ,但害怕说的不好而不敢大胆发言。因此 ,学生们建议 :在第①小题后面添加上“课堂上你是否积极发言?”。

(2) 学生们反映 :有的教学内容没有动手操作的要求。如果遇到这样的课 ,第②小题就没有内容填写了。可否让第②小题灵活一点 ,如果有动手操作的内容就评价这部分内容。如果没有 ,就评价本节课自己是否积极地思考如“一题多解”等动脑方面的问题。

(3) 学生们比较喜欢第④小题。因为每节课每个人都或多或少地遇到一定的困难。在这里 ,学生可以倾吐自己的烦恼 ,说出自己个性化的想法 ,还有解决问题的一些打算 ,如向老师请教、与同学交流、自己课下看书理解等 ,可以说是给学生留下了一块自己的天地 ,所以本题一直保留着。

（二）期中阶段性自我评价

经过半学期每节课的自我评价积累,在接近期中考试时做以下几件事情:

1. 学生根据自己这半学期以来的学习情况确定一个等级。如:优、良、合格、不合格。

2. 对期中考试的笔试试卷预测一个分数段。如:自己可能会考到60~70分或80~90分。

3. 期中考试后对半学期的学习做总结性自评,题目如下:

(1) 这段时间以来,是否大胆发言?

(2) 是否积极参与课堂上的动手操作,是否积极思考问题?

(3) 在和同学交流中,你有什么收获?举2个例子。

(4) 本阶段中遇到的最大的困难是什么?解决得怎么样?举2个例子。

(5) 你预测的分数和你的实际分数相差多少分?谈谈你的想法。

（三）期末整体性自我评价

期末整体性评价与期中评价的做法完全一样,对自己整个学期的学习情况进行自评。

最后将本学期的每节课评价、期中自我评价和期末自我评价进行整理,装入个人成长记录袋中。

课程改革是一项任重而道远的事情。很多专家、学者和一线教师都感觉到评价是制约课程改革的一个“瓶颈”。怎样用一种科学的方法来评价学生,使评价真正成为激励学生前进的动力,这是时代赋予我们每个实验教师的责任,愿我们共同努力,为新一轮课程改革贡献自己的力量。

附表 学生的部分自我评价本

日 期						
2003. 2. 17	2003. 2. 18	2003. 2. 19	2003. 2. 20	2003. 2. 21	2003. 2. 24	2003. 2. 25
课 题						
不等关系	不等式的基本性质	不等式的解集	一元一次不等式 1	一元一次不等式 2	一元一次不等式 3	一元一次不等式与一次函数
本节课的听讲情况(是否积极发言)						
在本节课的学习中,同学们都积极发言,课堂气氛良好,上课的听讲情况很好	在本节课中,同学们集思广益,解决了许多问题,上课也能够认真听讲	本节课老师讲课形式能引起同学的兴趣,上课精力较集中	本节课老师让同学们上去讲课,但由于有许多同学没写教案,课堂气氛不甚良好,听讲一般	这节课中,老师讲课十分认真并细心为我们解释原因,上课听讲情况比较好	这节课比较重要,同学们都能认真听讲,积极发言,我的听讲水平也得到了很大的提高	在本节课中,老师让我们学到了知识,讲得生动有趣,上课听讲情况良好
是否参与课堂上的动手操作,效果如何						
在学习过程中,有几个计算确认数值的运算,我参加了这个活动,效果不错	做了几道计算题,从中了解了不等式的性质,效果很好	老师让表示不等式的解集,我设计了出来,但效果不理想,有的同学设计的非常好	参加了,做了应用题,效果不错	老师要求不看例题答案,做例题的问题,学习效果不错	老师让我们写了“做一做”的答案,对例题学习极有帮助	参加了,都能计算出正确答案,效果不错

续表

与同学的交流情况(是否思考各种问题)						
在每次的讨论中同学们都能发表意见,合作很好	大家都提出不懂的问题,并直到解决它	同学们都能积极地讨论老师所提的问题	本节课没有经常讨论问题,交流情况一般	同学们能提出不懂的问题,自行解决,解题水平得到提高,合作很好	大家都各抒己见,课堂气氛活跃,情况良好	同学们都很积极地讨论问题,合作不错
所遇到的困难,打算怎样解决(有哪些精彩的地方)						
没有太大问题	学习了不等式的基本性质,能理解课本上的知识	学习不等式的解集用数轴表示,没太大的问题	学习怎样解一元一次不等式,掌握了基本运算规律	本节课学习的是,一元一次不等式在实际中的应用问题,都能理解其中的意思	本节课还是要更进一步学习一元一次不等式的实际问题,都能领悟其中的道理	学习了一元一次不等式与一次函数的关系,大致掌握不错
本节课教师教课情况怎样						
老师讲课情绪很稳定,使我们都能集中精力	老师带领同学一起思考问题,讲得很好	老师讲得非常不错,能调动同学们的学习积极性	同学讲得不错,能让同学们听懂	老师讲课讲得非常不错,能引起同学们的学习兴趣	老师讲得十分认真,运用了与众不同的教学方式,很是不错	老师讲课的水平有所提高,很好

附录 阅读文献

数学周记是师生心心交流的桥梁

我每周都要求学生写数学周记,学生也很乐意写数学周记。数学周记是师生进行心心交流的地方,如果教师善于利用这一阵地,就可以搭起师生心心交流的桥梁,因此我很注意利用数学周记来沟通师生的心。

情感,是学生学习的强大动力。亲其师而信其道。没有师生的心心沟通,没有师生情感的交流,学生是难以喜欢你及你所教的学科的。学生小小的数学周记本里记载着他们的喜、怒、哀、乐,记载着他们成长的足迹,记载着他们探索知识的历程,也记载着他们对社会上真假、美丑、善恶现象的评价。每当翻开学生的数学周记,面对学生淳朴的流露,真实的话语,我就会情不自禁地在后面批上几句话。想不到就这只言片语,竟然在师生间架起一座情感的桥梁,使我与学生的距离拉近了,学生愿意向我说心里话,我也愿意向学生说心里话,我和学生成了要好的朋友。更重要的是使我懂得了学生在学习上得到了什么收获、遇到了什么困难、需要什么帮助。这给我教学策略的改革提供了良好基础。

一、善用赞语,激发学生学习积极性

我校地处城乡结合的地方,有三分之二的学生来自落后的郊区农村,有少部分学生来自城市。学生基础参差不齐,部分学生缺乏数学学习的兴趣,没有学习的热情,学习成绩总是跟不上。学生周记的水平也参差不齐,有的草草一两句,有的错字百出,有的言不达意,有的平淡如流水账……但不管如何,他们都说出了他们的心里话,都能让人感觉到他们心灵的跳动。

对于学习成绩较好的同学,我会说:你做得很好,好好努力,你一定会有大出息的。你是一个非常聪明又很可爱的男孩。你思维活跃,善于思考,表达能力很强,课堂上常给人以惊喜。作业本上那端正而又有笔锋的字体让同学们很佩服。学习上你很努力,总

能不折不扣地完成老师布置的任务。多么希望你能继续努力！老师期待着。对于后进的同学，我说：你可以算得上是我们班里最聪明的学生之一，无论什么事情，似乎总是难不倒你，但在学习上，老师却要送你一句话：宝剑锋自磨砺出，梅花香自苦寒来。学生每有一点进步，每得到一点成绩，我都说：你是好样的，只要再努力，一定会更好……这样使学生看到了希望，增强了自信心，激发了学习兴趣。经过心与心的情感交流，学生慢慢地喜欢上数学课了，学生陆凤凤在周记中写道：“我发觉我对数学的兴趣越来越浓了，我悄悄地走进数学这个有趣的世界，它含有很多乐趣，很多问题，它深深地吸引着我。”

二、有问必答，有求必应，做良师益友

数学周记除了交流思想感情外，更主要是记下学习心得，记一周来的学习情况，说说一周来在学习上得到了什么收获、遇到了哪些困难，对教师的教学和学生的学习提出意见和建议。通过周记，使师生相互了解，相互帮助，共同进步，共同发展。我要求学生在周记里做如下的总结：① 单元小结：知识要点，思想方法，典型问题小结，经验总结（解题技巧）。② 一章大结：本章知识系统总结，总结规律。做到对这一章内容记忆清楚，技能熟练，方法应用自如。③ 写下学习过程所遇到的困难和疑惑。④ 对课堂教学提出意见和建议。

吉莉同学是一名品学兼优的学生，每次周记她都认真进行单元总结，并对课堂教学、对教师教学提出许多宝贵的意见和建议。如她在周记中写道：这两周我们学习了二元一次方程组，知道了二元一次方程组解法：代入消元法和加减消元法，掌握了解二元一次方程组的基本思路是消元，即把二元变一元，把不可解的方程转化成可解的方程。同样在解三元一次方程组也用这个思路。运用二元（三元）一次方程组解决实际应用题是同学们都感到难的问题，但它有利于培养我们的分析问题和解决问题的能力，有利于培养我们的创新思维能力。

“老师，我想给你提个意见”，刘萍同学写道：我觉得复习数学课应该是每个单元都有得过关才行。我不认为数学还要分重点单元，因为分了重点单元，同学们就会把很多精力放在那些所谓的重点单元上面，从而忽视了其客观存在单元。复习数学要尽量全面

为好。我的批语是：你的意见和建议很好，我和同学们都会采纳你的意见的，谢谢。事后我就按照刘萍同学的建议来进行复习，果然教学效果很好。梁慧芳同学是一个学习中等的学生，她在周记中经常是写在学习上所碰到的困难，希望得到教师的帮助。如梁慧芳同学写道：这一周我们学习了很多内容，我都能很好地吸收，特别是那些二元一次方程组的解法，我掌握得很牢固。可是在数学书（北师大版数学八年级上册）中的第207页随堂练习第一题是叫我们看图写出方程组，对这种题型，我都不知道应该用哪个思路去解答。希望老师能够把这种题型的解法思路写出来，并且还要把每一步是怎么样想出来的过程具体地写出来。经过了解知道，同学们对这种数形结合的问题确实感到比较困难，为此，我特别抽出时间来对这种数形结合的问题做一个专题学习，经过教与学的努力，学生对这类型的问题了解得较为透彻。

还有，同学们在周记中都写到，分式方程的解法容易掌握，只要认真地做就可以把分式方程解出来，但是列分式方程解应用题就难啦，老师教我们用列表法来分析、解决。这个方法很好，但是在求一些复杂的问题就不会做了，像课本（北师大版数学八年级下册）第81页第1题我就不会了。希望老师多出一些列分式方程解应用题的题目给我们做，让我们多练习这种题型。为此我给学生编写了一套列分式方程解应用题的习题，让他们在课余时间练习。得到练习题后，蓝芝同学在周记中写道：我感谢教师能发练习题给我做，我拿到练习题后就如饥似渴地看了一遍，于是动笔，这份练习题是有难度的，我在做题过程中想了很多，用了以上总结的方法（列表法）去做，学会了许多课本里没有的题目。有些题目我不明白，于是我便请教同学，他们都尽力帮助我，我很感谢他们。

不同学生的接受能力和理解能力各不相同，对于同一个课题，大部分同学都能理解和掌握，而有少部分同学还没有理解，这些都能在周记中反映出来。于是我便因材施教，进行个别辅导，不让某一个学生掉队。

数学周记使学生成熟，使教师成长，是师生共同成长的助手，她将带领我们师生共创美好的明天。

（广西壮族自治区南宁市第二十二中学 黄培强）

第7章

数学课堂教与学行为的评价

- 课堂观察
- 教师的笔记
- 学生数学写作
- 数学课堂评价的实施

数学教育学产生于 19 世纪末^①,而课堂教育的问题是数学教育改革中的核心问题。对国际数学教育或者说课堂教育的研究经过了如表 7-1 的三个阶段^②。

表 7-1

20 世纪 60 年代以前	条件—结果的关系研究	课堂是“黑箱”
20 世纪 60 年代~80 年代	过程—结果的关系研究 教育过程的认知研究	课堂成为“灰箱”
20 世纪 80 年代中期以后	教师认知与决策的研究 学生认知与教育媒介的研究 课堂生态的研究等	课堂变为“透明箱”

那么对于数学课堂教学的评价,无论从评价的方式、方法以及评价的主体和内容上都呈现了多样化和多元化的趋势,这种趋势给数学教师提出了巨大的挑战,因为,教师用了 1/3 的时间去做与评价有关的活动,这些活动都是与影响学生学习经验有关的^③。研究表明,当前有关课堂教学评价的工具主要涉及如下几种(表 7-2):

表 7-2

评价的工具	学生数学的思考和理解
课堂观察	借助于开放性问题,观察学生对于概念的理解(从错误的理解到深入知识的内容) 观察学生的交流与思考(口头的和书面的)过程
教师的笔记	描述数学的结论以及数学之间的联系 记录学生的典型的行为
学生数学写作	需要明确主题和相关的因素
学生问题解决的评价	解决问题的过程(如用各种各样的工具、方法等), 态度和毅力(如自信、持久力等)

NCTM. Mathematics Assessment—a practical handbooks for grades 9 ~ 12. 2000. 35.

① Grouws D A(ed). Handbook of research on Mathematics teaching and learning. New York :Macmillan Inc ,1992

② 顾泠远.“中美数学高级研讨班”上的重要发言. 2000

③ NCTM. Exploring classroom assessment in Mathematics a guide for professional development. 1998

而本章就数学课堂教学评价中的课堂观察、教师的笔记、学生数学写作进行介绍,并结合教学阐述其实施策略。

第一节 课堂观察

课堂观察是评价学生学习过程的重要方法,教师可以随时运用观察的方法了解学生学习的过程。观察可以是非正式的,也可以是正式的。非正式的观察是在课堂教学中随时进行的,教师可以有意识地了解学生在学习过程中表现出来的突出特点,并进行记录,在一定的时间加以整理和分析。正式的课堂观察可以运用观察记录表来进行。一般来讲,课堂观察要经历如图 7-1 的一个过程^①。

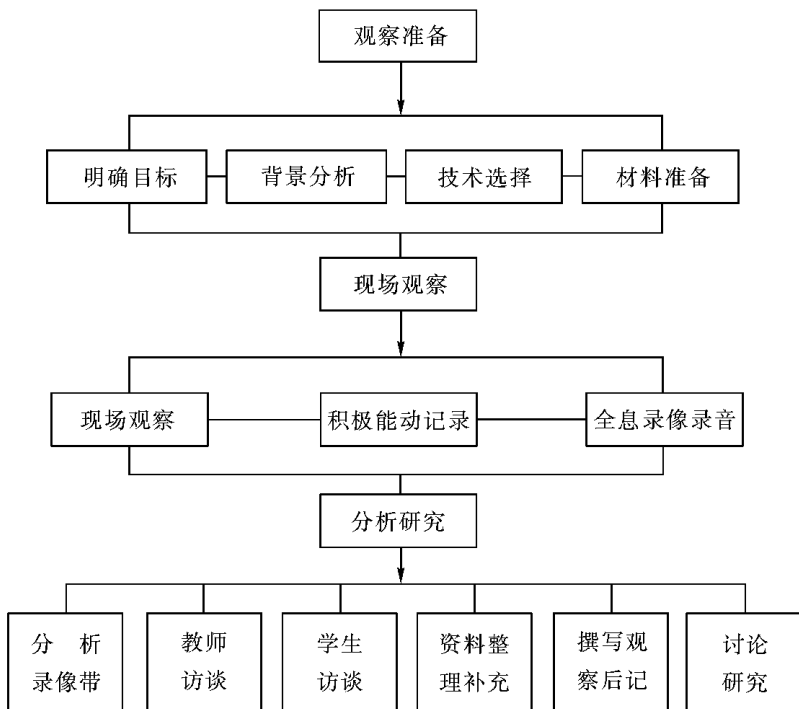


图 7-1

^① 顾泠远等. 国际数学教育改革的大趋势——寻找中间地带. 上海: 上海教育出版社, 2003. 370

观察记录表不仅关注学生知识、技能掌握的情况,又要注重对发现问题、提出问题、解决问题和反思问题的能力和学生在学习过程中的情感与态度的形成与发展的评价;既要注重对学生自己学习能力与水平的评价又要注重与他人合作与交流能力的评价。因此,课堂观察评价的维度有以下四个:①情感与态度;②知识与技能;③思维与方法;④交流与合作。每一维度中又包括几个评价因素,每个因素中又分 a、b、c 三种水平。整个课堂观察评价体系如表 7-3^①。

表 7-3 课堂观察检测表

学生姓名: 年级: 观察时间: 年 月 日

项目	因 素	a	b	c	说 明
情感与态度	1. 举手发言				a——积极 b——一般;
	2. 参与活动				c——不积极
	3. 认真情况(做作业、讨论、思考)				a——认真 b——一般;
	4. 对数学学习的好奇心与求知欲				c——不认真
	5. 克服困难的意志与自信心				a——强 b——一般;
	6. 对数学的价值、与人类生活联系的认识、感悟				c——没有
知识与技能	7. 描述知识特征,说明由来,阐述此对象与有关对象的区别与联系				a——能; b——基本能; c——不能
	8. 在理解的基础上用所学知识于新情景中				
	9. 综合应用知识,灵活、合理选择恰当的方法解决有关实际问题 and 数学问题				

① 王富英. 新课程理念下中学数学学习过程的探究. 数学教育学报, 2003, 12(4): 35

续表

项目	因 素	a	b	c	说 明
思维与方法	10. 思维的创造性(独立思考,从不同的角度提出问题,用不同方法解决问题)				a——能; b——一般; c——不能
	11. 思维的条理性(表述清楚,做事有计划)				
	12. 解决问题的策略、方法				a——较好 b——一般; c——不好
交流与合作	13. 认真听取别人意见并询问				a——能;
	14. 积极表达自己意见				b——一般;
	15. 完成小组分配的任务				c——不能
总评					

使用说明:(1)课堂上,教师要注意观察各个学生的行为特质的程度,选择学生最突出的一两个方面在课堂观察检测表中用a、b、c各种不同的水平记录下来。记录时在相关的栏目打个“√”,若无,则不做任何记号。(2)此评价表可作为卡片的形式使用,每节课记录2~3名学生的情况,一学期对每个学生进行3~4次评价记录,最后根据几次的检测情况,综合得出学生一学期的整体课堂学习过程的评价。(3)课堂检测评价并不只是进行检测记录,而应在检测记录的过程中,对学生及时地进行反馈、鼓励,发挥评价激励与调节的功能。

在具体使用表7-3时,要结合具体的学习内容,对各个评价要素进行具体的使用说明,以便于具体操作。

第二节 教师的笔记

教师需要对于课堂中学生的学习情况和发生的事件进行记录,以便更好地指导教学。实际上,在课堂上面学生进行问题解决、小组讨论、解释结论的合理性,提问问题等,对于大多数教师来说,这是司空见惯的事情,无需记录、整理。但是研究和实践表明,教师进行系统地整理笔记,并对学生反映出来的信息进行加工,不仅有助于改进教学,而且有助于教师的专业成长。具体来讲,有如

下几点^①：

(1) 可以具体提供学生知识技能的学习、数学能力的形成以及情感态度某方面较为具体的一些信息和资料；

(2) 对于学生的学习方式以及教师的教学方式都有促进作用；

(3) 可以更清楚地看到某些学生的成功和不足之处在什么地方。

那么在记录时,可以围绕着某些方面进行。如可以针对学生课堂中学习的行为,小组合作学习的情况,课堂教学时间的分配,课堂中教师所提的问题,教师与学生之间的语言互动等方面进行记录,对于记录表进行反思,以便更好地促进自己的教学。下面我们就针对如上几个方面进行分析。

一、学生行为记录

课堂教学中,学生的行为表现是多方面的,如何记录比较重要的一些行为呢?下面一位教师的案例可给我们一定的借鉴。

【案例1】

假期中,安莉经常考虑如何在课堂上全面地评价学生。她决定评价学生在课堂上学习的任务,那么她想做这两方面的工作:

学生的谈话——在课堂中展示、阐述观点,提出问题,回答同学的提问等;

数学思考——帮助学生理解关键概念的一些评论。

安莉意识到这些目标是基本的、一般的,需要在课堂进行时具体化,但是又不能太烦琐,所以,她用字母去表示学生的谈话和思考:

P——较好地黑板上展示

Q——提出好的问题

O——提出一个观点

I——分享一个好的观点

^① NCTM. Mathematics Assessment—a practical handbooks for grades 9 ~ 12. 2000

R——对于其他问题的回答

然后将这些条目列成表格(如表 7-4),在课堂教学中及时地记下来。

表 7-4 记录表格

姓名		P	O	R	Q	I	
学生 1							
学生 2							
.....							

由上面的案例可以看出,安莉为什么能够开发出日常的评价工具,是因为如下几个方面:

- (1) 关注一个单一的课堂;
- (2) 分析一节课中核心的数学概念是什么;
- (3) 善于倾听学生;
- (4) 开发了评价学生行为的简单表格;
- (5) 设计了一个记录学生某些行为的程序。

二、小组合作学习情况的记录

小组合作学习情况的记录,可以采用表格的形式。下面两种表格都可以用于学生小组合作情况的记录。

(1) 小组工作记录表(一)

这种小组工作记录表主要是记录小组中学生所完成任务的情况。

表 7-5 小组工作记录表

班级：_____ 年级：_____

时间：_____ 日期：_____

	学生姓名	任务
组 1		
组 2		
组 3		
组 4		
组 5		

(2) 小组工作记录表(二)

这种小组工作记录表主要是记录下小组所使用的工具、解决

问题的方法、数学思考的过程、学生的交流与合作情况。具体内容如下：

- 我们小组在活动中使用了下列的工具：
 - 图片
 - 图像
 - 图表
 - 测量工具
 - 计算机
 - 科学计算器
 - 图形计算器
- 我们小组用了下列的方法去解释我们小组的工作：
 - 正确、恰当地进行了运算
 - 正确、恰当地使用了数学的语言和术语
 - 使用了一个数学模型(实物模型、物理模型、图片、方程等)
 - 对于问题的答案进行了多次地检查
- 我们小组使用下列方式进行数学的交流：
 - 有逻辑地进行争论或解释
 - 清楚的数学语言

三、课堂教学时间的分配

课堂中如何合理有效地安排时间？如何实现各个教学环节的有机联系，需要教师对于课堂教学各环节的情况进行记录，主要涉及教学的时段、问题的数量等。在课堂教学中有些研究涉及了如下几个环节进行评价，如复习提问、讲授新课、例题讲解、巩固练习、课堂小结等。如表 7 - 6^①。

表 7 - 6 课堂教学时间分配记录表

项目	复习提问	讲授新课	例题讲解			巩固练习			课堂小结			合计
教学时段												

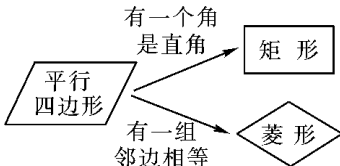
① 顾泠远等. 国际数学教育改革的大趋势——寻找中间地带. 上海: 上海教育出版社, 2003. 381

续表

项目	复习提问	讲授新课	例题讲解			巩固练习			课堂小结			合计
问题数量												
问题平均占时												

【案例2^①】

表7-7 按课堂全息记录制作的教学程序表(片断)

教学环节 (时间)	主要教学过程	板书、投影
课前 (10')	全班背诵平行四边形定义、判定定理,菱形定义,矩形定义,矩形性质定理	
复习提问 (3' 50") (共问20个问题,平均每个问题需时11.5")	1. 复习平行四边形、矩形定义(提问) 2. 复习菱形定义(提问)	投影 特殊的平行四边形 

① 顾泠远等. 国际数学教育改革的大趋势——寻找中间地带. 上海:上海教育出版社, 2003. 5

续表

教学环节 (时间)	主要教学过程	板书、投影				
	3. 复习 平行四边形性质		平行四 边形	矩形	菱形	正方形
	4. 复习 矩形性质	边	对边平行 对边相等	对边平行 对边相等	对边平行 对边相等	对边平行 对边相等
	5. 复习 菱形性质	角	对角相等	四个角都 是直角	对角相等	四个角都 是直角
	(边讲边 问,边答边练, 并将右表中各 纵栏的内容逐 步显示出来)	对角线	互相平分	互相平分 且相等	互相垂直 平分,平分 对角	互相垂直 平分且相 等,平分 对角
		中心对称 图形	是	是	是	是
		对称中心	对角线的 交点	对角线的 交点	对角线的 交点	对角线的 交点
		轴对称 图形	不一定是	是	是	是
		对称轴		两条	两条	四条

表 7 - 8 各教学环节中所问问题的统计表

项目	复习提问	讲授新课	例题讲解	巩固练习	课堂小结	合计
教学时间	3'50"	9'37"	11'40"	17'40"	3'37"	46'24"
问题数量	20	26	27	20	12	105
每问题 平均占时	11.5"	22.2"	25.9"	53.0"	18.1"	26.5"

四、课堂中提出问题的类型

课堂教学中,问题是引导学生学习的重要因素,因此,教师设置各种问题情境,引导学生进行思考、主动参与数学的学习。关于问题的分类,不同的研究者有不同的分法。TIMSS 将问题分为是否型、陈述型和描述、解释型。是否型问题要求学生回答是或者否;陈述型的问题要求学生给出简短的回答,比如给出事物的名称或陈述规则;描述、解释型的问题要求学生给出相对长时间的解答和解释,比如描述数学对象或解释解题方法等。顾冷远教授将问题分为管理、认记、推理、创造、批判。下面就后面这种分类举例说明(表 7-9)。

表 7-9

序号	问 题	问答方式	A. 教师提问					B. 学生答问				
			1 管 理	2 认 记	3 推 理	4 创 造	5 批 判	1 无 机 械	2 认 记	3 推 理	4 创 造	5 批 判
1	请另一组同学回答矩形的定义 (教师重复学生的回答)	先指定 齐答		√						√		
2	请第三组同学回答菱形的定义 (教师重复,语调平和,满意)	先指定 齐答		√						√		
3	请一个同学回答平行四边形、矩形、菱形的性质 (停顿 6",第一次未回答完整)	先举手 再指名		√						√		
4	很好,那么平行四边形是不是中心对称图形? (教师手持教鞭,边指投影边问)	追问		√						√		
5	嗯,它的对称中心? (未回答完整,继续追问)	追问		√						√		
6	对角线是什么?	追问		√						√		
7	是不是轴对称图形?	追问		√				√				
8	我再请一个同学来回答一下矩形的性质 (转问其他同学,扩大参与面)	先举手 再指名		√						√		

五、教师与学生的语言互动

课堂教学是在人与人之间交往过程中进行的。帕森斯就曾指出：“自我与他人的交互作用是社会系统中最基本的形态。”许多研究表明，人际互动通过影响课堂气氛、课堂中的反馈以及学生的课堂参与程度，而影响课堂教学以及学生的课堂参与程度，而影响课堂教学的效果。人际互动过程也是学生个体社会化的过程。在互动中，言语互动是非常重要的一个方面，一般将教师与学生之间的言语互动分为下面几种形式(表7-10)：

表7-10

教师讲	回应	①接纳学生感觉 ②赞许学生行为 ③接受学生观念
	中立	④问学生问题
	自发	⑤演讲 ⑥指示或命令 ⑦批评或辩护权威行为
学生讲	回应	⑧回答老师的提问或按老师要求表述
	自发	⑨主动表达自己的观点或向老师提出问题
静止	中立	⑩静止或怀疑，暂时停顿或不理解

下面是“正方形的性质”一节课的统计表^①(表7-11)。

表7-11 语言互动分类频次统计表(总观察时段 682")

项目	学生自主取向的教学方式				中立		教师主导取向的教学方式			
	①②	③	⑨	合计	⑩	④	⑧	⑤	⑥⑦	合计
频次/(")	10	19	0	29	48	189	216	145	55	416
百分比/%	1.5	2.8	0	4.3	34.8	31.7	21.3	8.1	61.0	

注：表中①~⑩相对应于表7-10的①~⑩。

① 顾泠远等. 国际数学教育改革大趋势——寻找中间地带. 上海：上海教育出版社 2003. 12

第三节 学生数学写作

人们常常将写作与语文等学科联系起来,而与数学几乎无关。事实上,数学是一种文化,一种语言,学生在学习过程中,会逐渐形成自己的数学观,自己的表达方式。数学作文恰恰是学生表达数学思想、数学体验的有效的方式。因此,在数学课堂教学中,将学生的数学写作作为评价中的一个重要方面,体现了数学多元评价的特点。那么数学写作包括哪些内容,应该如何去评价呢?

一、数学写作的内容

一般来讲,学生的数学写作可以结合具体的学习内容进行,比如结合“一元一次方程、一次函数、三角形、四边形、勾股定理……”等进行。

写作时,学生首先用自己的语言确定问题,然后提出解决问题的策略,具体要求如下:

- (1) 列出问题及其答案。
- (2) 说明你学习数学的全部过程,包括所有的计算和推理。
- (3) 有效地组织你的材料,尽可能地使用图表、图像、图片,使得文章通俗易懂。
- (4) 文章严谨、推理严密,计算准确,突出核心的数学概念和数学问题。
- (5) 文章整洁、流畅。

如青岛学生的“阴影面积的多种求法”的作文,就是用图示、语言、表达式等多种表示方式,描述自己的思维过程的,如图7-2。

在教学中,教师要注意对学生写作给予一定的指导、修改,使其进一步完善。Diane Miller^①提出了课堂上教师设计数学写作的几点要求:

① NCTM. Mathematics Assessment—a practical handbooks for grades 9 ~ 12. 2000

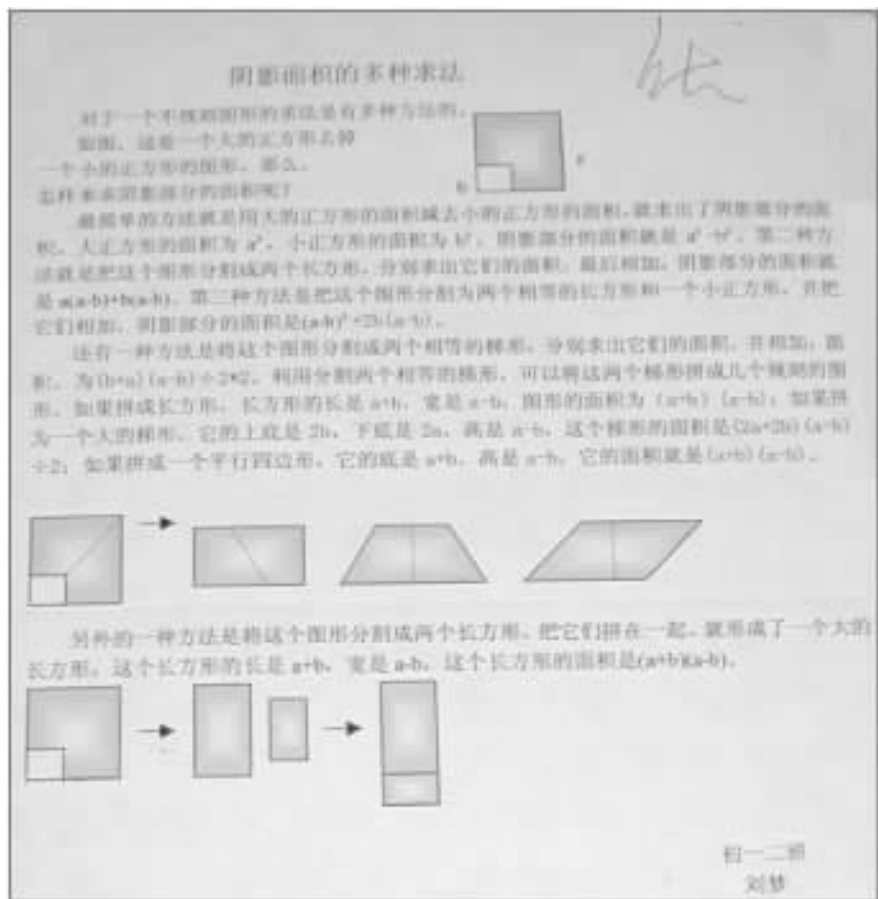


图 7-2

(1) 计划学生写作的时间。

(2) 让学生尝试给他(或她)的朋友、父母或邻居(假设他们都不懂数学)写一篇文章,介绍自己学习数学的情况。

(3) 让学生课前写作文,描述自己是如何实现从上节课的内容(或以前的内容)向新课内容(或新知识)的转化的。

(4) 让学生在课要结束的时候写作文,总结所学的知识、方法、能力和体验。

(5) 教师要参与学生的数学写作活动。

(6) 不要过分重视数学写作的形式,比如语法、修辞等,要注意写作的实质,看是否指向数学的核心概念。

(7) 当学生不愿意进行数学写作时,不要强迫学生去做。

(8) 对学生的写作要有耐心。

二、数学写作的评价

在教学中,要及时对学生的写作给予评价,一方面可以对写作中的一些要点进行评析,另一方面可以对学生的写作态度进行调查。

(1) 学生写作中要点的评价

对于数学写作的评价主要是侧重在两个方面:一方面对于一些基本的术语、图表、数字和符号等形式特征的分析 and 评价,另一方面是对如何有效组织、表达,以及是否指向核心的数学概念和数学思想等实质方面的评价。如下列评价表(表7-12)。

表7-12 评价表^①

姓名:

题目:

评价者:

日期:

A 应用

术语

图

数字

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

5. _____

6. _____

B 核心概念

不存在

少部分

适当

一般

很多

1. 对每一点都提供了逻辑的依据

清晰的逻辑顺序

好的条理能力

每步转化合理

2. 图像和材料的处理

3. 文章中的图、数字和文字

^① NCTM. Emphasis on Assessment. 1996

4. 所展示的理解水平

C :评论

D :总的等级

不存在	少部分	适当	一般	很多
1	2	3	4	5

(2) 学生写作调查表

教师除了及时指导学生进行数学写作外,还应不断地进行调查学生对于写作活动的意见、建议和体验,这样可以用于不断地调整写作的内容和方式。

【案例3】 学生写作活动的调查表

在二次函数单元,你参加了如下活动:

- 对于下面进行了书面评价
 - 二次函数的含义;
 - 二次函数的图像;
 - 二次函数的表达式;
- 写一篇现实中函数的文章(可以小组合作完成)

为了了解你们的学习和写作体会,特设置了如下的问卷(表7-13),请你如实地进行回答。

表7-13

	非常同意 5	同意 4	不确定 3	不同意 2	非常不同意 1
我发现写作活动非常有趣					
写作活动帮助我理解这个单元的一些重要概念					
写作活动有助于我意识到我不懂的地方					
我发现教师给我作文上的批注对我学习非常有帮助					

续表

	非常同意 5	同意 4	不确定 3	不同意 2	非常不同意 1
我对写数学作文反感					
我认为我们不应该写数学作文					
写现实生活中的函数的作文有助于我理解抽象的函数					
写现实生活中的函数的作文有助于我将数学概念和现实生活联系起来					
我认为构建函数模型更重要					
我认为在单元测试中应该包括数学小作文					
我认为在单元测试中应包含作文中的函数问题					

除了用以上几种方式对课堂教学进行评价外,也可以通过调查问卷或课堂教学效果进行综合评价。如可以采用学生听课情况的调查问卷(如表7-14)获得学生对于课堂学习中的一些认识。

表7-14 课堂教学的学生问卷调查

项 目	选 择 答 案
学生的性别	A. 男
	B. 女
学生认为自己的数学水平在全班同学中所处的地位	A. 优秀
	B. 中等偏上(良好)
	C. 中等(一般)
	D. 中等偏下
今天任课教师上的课与平时相比属于	A. 比平时好
	B. 和平时差不多
	C. 不如平时好
我对这堂课的兴趣属于	A. 很感兴趣
	B. 有兴趣
	C. 一般
	D. 不感兴趣

续表

项 目	选 择 答 案
这堂课对我来说	A. 太难
	B. 有点难
	C. 正合适
	D. 太浅显
我觉得老师对这堂课的教学设计	A. 很新颖
	B. 有点新颖
	C. 很普通
这堂课中最吸引我的活动是	A. 教师讲授
	B. 思考和回答老师的问题
	C. 课堂讨论争辩
	D. 分小组 ,同学间讨论
	E. 都不太吸引我
今天有外单位教师听课和录像对我的课堂学习	A. 影响很大 ,不习惯
	B. 有一定影响 ,不太习惯
	C. 基本无影响 ,习惯了
这节课中我发言次数是	A. 5 次以上
	B. 3 ~ 5 次
	C. 1 ~ 2 次
	D. 未发言
在这堂课中我存在下述情况(根据实际情况可选择多项) :	A. 多次想回答问题 ,但不敢或不好意思举手
	B. 多次想举手发言 ,但未被老师叫到
	C. 有问题 ,但没有机会提出
	D. 有不同见解 ,很想提出来但没有机会
	E. 本不想发言 ,但老师点到我 ,只好说几句
	F. 不存在上述情况

第四节 数学课堂评价的实施

数学课堂评价是数学评价中非常重要的一环,其目的不仅仅给予学生学习状况的评定,而且和教学相互促进和结合。因此在实施的过程中涉及两个大的方面:一是实施的过程,涉及设计计划,构建教学的环境,进行观察、访谈,鼓励学生进行高水平的数学写作,改进学生的作品,促进学生进行自我评价和同伴评价,家庭作业分析,测验或考试分析,对成长记录袋进行分析等;二是对学生学习给予等级的评定。下面我们分别予以介绍。

一、数学课堂教学过程的评价

如上所述,数学课堂教学的过程评价涉及许多方面,限于篇幅,我们只选取其中的两个方面进行说明。

(1) 设计评价的计划

如何利用各种评价工具进行课堂教学的评价?如何将这些工具进行整合?答案应该是根据我们评价的目的而采用不同的评价工具。因此,首先设计一个评价的计划是非常重要的。例如,是侧重于观察学生的行为,还是侧重于观测小组合作的情况,或者是侧重于考查学生的问题解决以及思维的状况等。

(2) 建立一个促进学生成功的环境

在确定了评价计划后,首先应该考虑这个计划的实施是在一个什么样的环境中进行的,学生的背景是怎样的。要考虑学生在以往的数学学习中所遇到的困难,容易出错的地方以及学生对于数学学习自信心缺乏等方面,在教学中如何进行改进等,如何给学生提供一个平等的机会,使得他们都能够获得成功的体验。为此,在设置任务时要考虑如下几个方面:

- 任务中包含了学生所熟悉的术语和字词了吗?
- 所选择的情境是否符合学生的背景?
- 所有学生都能理解吗?
- 内容和情境是否能激发学生的学习动机?

- 有没有激发学生学习兴趣的图表、图片、图像？

下面我们可以结合具体实例来说明。

【案例 4】

李明每年都到银行存款 1 000 元,他连续存了 30 年,银行每年的利息是 25%,那么到 30 年时,李明有多少钱？

上面的问题就不算是好的问题,原因是：

- 学生没有银行方面的经验；
- 学生可能没有太大的动机,原因是李明的存款和他没有太多的关系；
- 有些地方的学生无法用计算器或计算机进行计算；
- 利息不符合现实的实际。

二、学生的等级评定

对于学生的学习成果和过程要给予一个等级评定,这样可以使学生了解到自己处于什么样的水平,存在什么样的不足,以便于今后改正。在“成长记录袋”那一章曾经提到了呈现的两种形式:分析型评价模式和综合型评价模式,前者是按内容维度呈现的,后者是按照等级形式呈现的。这里我们就不再赘述,只是通过实例来说明。

【案例 5】

问题:已知一个等腰三角形的一个底角的外角为 105° ,请测量该三角形的顶角是多少度?针对该问题,设定了五个评价等级:

等级 4

精确地画出一个等腰三角形和它的外角的一边；

标出所有的相关信息,比如角的位置,各角的关系；

根据外角 105° 来确定一个内角的度数为 75° ,然后根据等腰三角形的性质确定另外一个底角的度数也为 75° ；

应用三角形的内角和为 180° ,并进行正确的计算,来确定三角形的顶角是多少度。

等级 3

图和表示的符号都是正确的；

但是在计算三角形的顶角中出现了错误。

等级 2

在计算三角形的底角时出现了错误 ,因此顶角的计算也就出现了错误。

等级 1

只是发现了测量 105° 的方法 ,或者想用等腰三角形两个底角相等的事实 ,但是运算不正确 ,或者答案是正确的 ,但是没有计算和思考的过程。

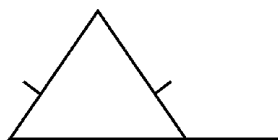
等级 0

答案不正确 ,不合逻辑或者过程错误。

下面我们就用上面的几个等级来评价学生的作业。

等级 4

(图上标出了两个底角为 75° ,一个外角为 105° ,顶角为 30°)



$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ - 105^\circ \\ \hline 75^\circ \end{array}$$

$$75^\circ + 75^\circ + X = 180^\circ$$

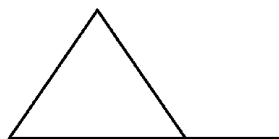
$$150^\circ + X = 180^\circ$$

$$X = 30^\circ$$

答案 :顶角 = 30°

等级 3

(图上标出了两个底角为 75° ,一个外角为 105° ,顶角为 20°)



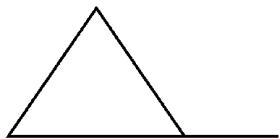
$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ - 105^\circ \\ \hline 75^\circ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75^\circ \\ + 75^\circ \\ \hline 150^\circ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ - 150^\circ \\ \hline 20^\circ \end{array}$$

答案 :顶角 = 20°

等级 2

 (图上标出了两个底角为 85° ,一个外角为 105° ,顶角为 20°)


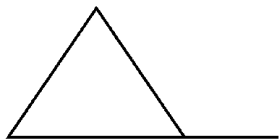
$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ - 105^\circ \\ \hline 85^\circ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85^\circ \\ + 85^\circ \\ \hline 170^\circ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180^\circ \\ - 170^\circ \\ \hline 20^\circ \end{array}$$

 答案 :顶角 = 20°

等级 1

 (图上标出了一个底角为 75° ,一个外角为 105°)


等级 0

$$180 - 105$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ - 105 \\ \hline 85 \end{array}$$

给学生进行等级评定时要注意以下几点：

- 尽可能用较少的分类 ,一般来讲 ,四个左右比较合适。
- 分类要依据学生的实际情况。在分类之前 ,要对学生的回答问题情况进行分析 ,然后再确定分类的内容。
- 给学生进行等级评定时 ,不要看学生的名字。
- 仔细检查学生的作业、作文、解题过程 ,给出的等级要客观、公正 ,并附以简单的说明。
- 个人等级和小组等级应有机结合。

总之,对于课堂评价是一个不断发展和完善的过程,一方面对课堂教学中各个方面进行评价;另一方面综合评价各个方面,对于课堂教学给出一个总的评价。目前许多实验区都是采取后面这种评价的方式。本书限于篇幅,就不再赘述,可参见案例6和案例7。

【案例6】 教学行为评定(表7-15)与教学效果综合评价(表7-16)^①

表7-15 教学行为评定

行为分类					
有意义的内容					
1. 演讲内容与课程内容相关且为学生熟悉					
2. 举例说明概念					
3. 解释原则或意见					
学生参与					
1. 问学生是否有问题					
2. 直接问学生问题					
3. 让学生参与活动					
行为的评价等级					
组织	好		需要改进		
1. 演讲的组织清晰连贯	5	4	3	2	1
2. 使用黑板、讲义等说明演讲组织结构	5	4	3	2	1
3. 告诉学生教师预期学生在演讲中应该记住的	5	4	3	2	1
4. 做小结时,重复要点或摘要	5	4	3	2	1
5. 避免难题	5	4	3	2	1
传达					
1. 讲话慢且清楚	5	4	3	2	1
2. 热心地传达	5	4	3	2	1
3. 避免阅读演讲摘要稿	5	4	3	2	1
4. 避免使用补充用语,如“你知道的”	5	4	3	2	1
5. 避免紧张的姿势	5	4	3	2	1
6. 眼睛注视学生	5	4	3	2	1
7. 使用幽默	5	4	3	2	1

注:表中5、4、3、2、1这五个数表示各项教学行为从“好”到“需要改进”的五个等级所对应的分数值。

^① 顾泠远等. 国际数学教育改革的大趋势——寻找中间地带. 上海:上海教育出版社, 2003. 384~385

表 7 - 16 教学效果综合评价

	各种评课因素	评课因素权重	评价集	评价值
内容提要	目的要求明确	5	(1 2 4 5)	
	讲课正确清楚	10	(4 6 8 10)	
	抓住重点难点	10	(4 6 8 10)	
	难度密度恰当	5	(1 2 4 5)	
教学方法	教师善于引导	10	(4 6 8 10)	
	学生主动积极	10	(4 6 8 10)	
	及时反馈调节	6	(2 3 5 6)	
	讲评善于鼓励	4	(1 2 3 4)	
教学效果	思维容量较大	8	(3 5 7 8)	
	动手动口面广	6	(2 3 5 6)	
	堂练正确率高	6	(2 3 5 6)	
	能力得到训练	5	(1 2 4 5)	
教师素质	教态自然和蔼	4	(1 2 3 4)	
	语言准确生动	4	(1 2 3 4)	
	板书规范醒目	4	(1 2 3 4)	
	应变能力较强	3	(0 1 2 3)	
综合评价参考	好 90 ~ 100 分			
	较好 80 ~ 89 分			
	一般 60 ~ 79 分			
	较差 50 ~ 59 分			
	差 49 分以下			

注 表中评价集括号内的四个数分别指设计的、程度递增的四个等级所对应的分数值。

【案例7】

表7-17 山东省济南市中学数学课堂教学评价表^①

评价维度		评课因素		权重	评课层次			对比因素
					优	良	中差	
A 评析教师教学行为的5个维度 40分	A1 组织能力 15分	组织教材	对教材进行科学合理的调整、充实与处理	5				照本宣科,缺乏创新,重难点处理不妥当;教学目标不符合要求,脱离学生实际;教学过程与教学目标脱节
			突出重点、分散难点、抓住关键					
			教学目标全面、明确、恰当、落实好					
		组织教学活动	教学程序安排科学合理,衔接自然,符合学生认知规律,教学节奏科学协调	6				教学过程设计不合理,时间安排不恰当;内容空、难度过大或过小,节奏不协调;课内活动单调或只追求表现形式,学生不能积极展开思维,无实效
			课内活动新颖实用,形式多样,重视组织学生经历有数学思考含量的“数学化”过程,能引发学生积极思维					
			教法及教学手段运用自如,教学有特色,与现代信息技术自然整合、运用恰当、注重实效					
	组织语言		教态亲切和蔼、语言清晰生动、文明规范	4				教态严肃呆板,语调平板,缺乏激情,不能感染和吸引学生,语言逻辑混乱,口齿不清
			能根据内容的起伏节奏和学生情感变化及时调整音调、音速、新颖别致,富有启发性和感染力					
	A2 注意中心 5分	关注学生	注意力放在学生身上,关注不同层次的学生在参与学习的过程中思维与心智的发展情况	3				注意力放在自己的教案或自己的思路上,只顾自己唱主角,让学生为配合自己服务
		及时反馈	及时反馈与调节学生的活动	2				

^① 曾美露. 中学数学课堂教学评价表. 数学教育学报, 2003, 12(4): 66~67

续表

评价维度		评 课 因 素		权 值	评课层次			对比因素
					优	良	中	差
A 评析 教师 教学 行为 的 5 个维 度 40 分	A3 教学 态度 5 分	尊重 信任	充分尊重和信任学生,以热情和宽容的态度善待学生	3				对学生冷淡 不耐烦,摆出 权威架子,经 常用指责的 方式管理学 生
		激励 评价	注意捕捉合适的时机激励评价学生,有足够的热心和耐心帮助学困生	2				
	A4 教学 机智 5 分	灵活 调整	敏锐、快速的捕捉各种信息,根据学生需要灵活调整教学策略,保证主要目标完成	3				反应较迟钝 应变能力较 差,不善于采 取恰当的解 决问题方法 处理偶发事 件,不善于及 时调整教学 思路,不善于 和学生沟通
		恰当 处理	恰当处理课堂教学中的偶发事件,消除学生心理的暂时形成的不利兴奋点,把注意力重新转移回来,使教学程序恢复正常	2				
	A5 教学 境界 10 分	面向 全体	把握教学目标,正确处理基础和发展的关系,因材施教,使各种不同的学生的需要获得不同程度发展;保证学生参与学习的时空,促使每一个学生都有必需的学习机会和时间	4				不能有效调 动学生积极 性,只注意面 向少数学生
		全面 发展	知识、技能、原理的阐述具有科学性,准确且恰当,有利于学生的数学素养的形成和发展;注重暴露思维过程,提高每个学生的抽象、符号变换、应用、思维、计算等基础能力,让每个学生都会用自身的情感体验和主动参与学习数学	3				把认知性任 务当成课堂 教学中心或 唯一目的;不 重视创造友 好、民主、平 等的教学氛 围,激励学生 主动参与学 习,不重视学 生个性特长 得到充分发 展
		自主 发展	从学生实际出发,教学设计符合认知规律,注重学生自行获取数学知识的方法,促使学生主动参与数学实践;注重学生的个性的发展,培养学生的创造能力(如是否提出开放性问题?提供几种解答?怎样处理学生的解答?)	3				

续表

评价维度		评 课 因 素		权 值	评课层次			对比因素	
					优	良	中	差	
B 评析学生 学习活动的5 个维度 60 分	B1 参与 状态 14 分	参与 形式	参与学习活动的形式多样、恰当， 如师生谈话、合作交流、动手实 践、自主探索等	4					学生无精打采或只有少数学生在按老师要求学习，只重视练习阶段时学生的参与，学生参与学习的方式单一
		投入	学生是否积极参与教学的全过程	3					
		展开	不同层次的学生是否都能积极参与	2					
		深入	学生在参与学习中，师生、生生能 进行深层次的思考和交流，即能 进行实质性参与	3					
		拓展	学生不仅参与学，还参与教，不仅 课内，而且延伸到课外	2					
	B2 情绪 状态 10 分	气氛 活跃	学生是否具有适度的紧张感和愉 悦感	6					课堂气氛沉闷，学生情绪较低落，学生注意力分散，课堂秩序较混乱
		及时 反馈	学生能否善于自我控制，调节学 习情绪，保持良好的注意状态	4					
B3 交往 状态 14 分	交流 充分	能否构建师生、生生及媒体之间 信息交流的立体结构，信息交流 充分	6					师生配合不够，缺少民主，师生或生生之间，讨论的内容属浅层次、低水平或没有经过个体精思就匆忙展开合作讨论，或合作讨论不充分，刚一开锣就草草收场，只追求表面形式，而无视实际效果	
	有效 合作	合作讨论的内容是否有思考性， 有价值；是否有明确分工，每人都 有事可做；是否注重合作前的独 立思考（多少时间？）；是否有足 够的时间和空间展开合作讨论 （多少时间？）	8						

续表

评价维度		评 课 因 素				权 值	评课层次			对比因素	
							优	良	中	差	
B 评析 学生 学习 活动 的 5 个维 度 60 分	B4 思维 状态 12 分	主动 积极 参与 思考	能否引发大多数学生积极思考 , 展现出解决问题的强烈愿望 ,举 手答题率 80% 以上 ,学生是否敢 于提出问题 ,发表见解 (这样的人 次有多少 ?)				6				学生 举手 答 题率较低 ,学 生很少有发 表见解的机 会或对学生 的质疑缺乏 及时、深入 的研讨 ,学生 自主独立思 考的时间很少
		思维 得到 深层 次发 展	学生提出的问题与见解具有挑战 性与独创性 (引发了学生主动创 造 ?)(这样的人次有多少 ?) 学生能否把握经过猜想和探索发 现的结论作为新的思维素材 ,去 努力探索新的发现 (这样的人次 有多少 ?)				6				
	B5 生成 状态 10 分	成 就 感	学生是否都能各尽所能 ,感到踏 实和满足 ;学生是否保持一种积 极进取的心态 ,有强烈的成功欲 望 ,对学习更有信心和兴趣				5				学生 学习 态 度很被动或 紧张 ;缺乏上 进 心 ,自 信 心 ;不积极参 与思考或分 析问题思路 狭 窄 ,不 灵 活 ;易受不良 情绪干扰
		严 谨 感	学生能否调控自己学习的消极心 理 ,调整不利于积极思维的思维 定势 ,惰性、畏惧、自卑、闭锁等不 良心理				5				
综 合 评 价	优点及特色		优	良	中	差	问题及建议				
			90 ~ 100	75 ~ 89	61 ~ 74	60 以下					

第 8 章

新技术与数学学习评价

- 数学学习评价中应当引入新技术
- 评价中的计算机及相关软件
- 计算器与数学学习评价

新一轮的课程改革提倡大力发展现代信息技术,《标准》明确指出:“数学课程的设计与实施应重视运用现代信息技术,特别要充分考虑计算器、计算机对数学学习内容和方式的影响……把现代信息技术作为学生学习数学和解决问题的强有力工具,致力于改变学生的学习方式,使学生乐意并有更多的精力投入到现实的、探索性的数学活动中去。”

在实际教学过程中,新技术的使用也早已不是新鲜事,实验区的师生们给出了许多这方面可圈可点的案例。但是,如何将新技术与数学学习评价相结合,或者说如何借助新技术从事对学生的数学学习评价活动,却尚未引起大家的关注。本节将对此做一些初步的探讨,期望能够引发相关课题的研究。

第一节 数学学习评价中应当引入新技术

当今社会,新技术与数学教育之间的关联越来越密切,以计算机为例:

一方面,计算机正迅速地被各行各业普遍使用,在各种大型的公共场所、在办公室里、在家庭中……到处都可见到计算机的身影,它深刻改变着人们的生产方式和生活方式,甚至思维方式。由于计算机发挥着越来越大的作用,它被人们普遍关注着。从小学到大学,都为学生开设了计算机课程,社会上各种计算机普及班也比比皆是,因此重视计算机知识的普及已成为人们的共识。

另一方面,新课程明确提出:将信息技术与课程整合作为课程改革的方向之一,利用计算机推进教育教学改革已经成为一股不可抗拒的洪流。事实上,我们的数学教育也受着来自计算机的深刻影响。就教学内容而言,由于现代信息技术、特别是计算机的介入,数学教学的内容与重心发生了明显的变化。就教学方式而言,教师在数学课上,已经不再仅仅依靠一支粉笔、一块黑板来组织教学,很多条件较好、经济发达地区的学校都要求教师借助于现代化

的手段和信息技术的支持,更有效地组织教学、更生动直观地表现过程和结果,以鼓励学生的参与,调动学生的学习积极性与主动性。相比以前较为枯燥的学习方式,学生也很乐意接受这种现代化的教学方法。因此,计算机在这数学教与学的环节中发挥着举足轻重的作用,它成为现代信息技术走进课堂、走进学生的学习的一个强有力例证。

计算器也是类似的。近几年,随着电子技术和有关数学理论的发展,现代手持教育技术(特别是科学型计算器、图像计算器)也迅速发展,并在功能上有了很大的突破。其中,函数型计算器由于价格便宜、便于携带等特点,易于在中学中广泛使用。20世纪90年代起,科学计算器的相关学习内容已陆续进入北京、上海等地的数学教材。目前,《标准》已明确要求学生从第二学段起应当使用计算器进行复杂的运算并探索规律。而新《标准》下的小学、初中数学教材也已陆续加入了与计算器相关的学习内容,具体内容包括:“学会使用计算器进行有理数的加、减、乘、除、乘方运算;经历运用计算器探求规律的活动,发展合情推理能力,能运用计算器进行实际问题的复杂运算。”截止到2002年,全国已有很多地市在中考中开始使用科学型计算器。未来,科学型计算器进入考场已经成为数学评价改革的一个重要标志。

这样一来,在数学教材和数学教学过程已逐步推广计算机、计算器的使用前提下,如何在数学学习评价中引入计算机、计算器,以有助于我们从事对学生的数学学习评价活动,应当引起大家的关注。

我们知道,在中国文化的熏陶下,在中国长期以考试为教育指挥棒的现状下,评价制度的改革,已成为保证课程改革的其他各方面顺利进行的必要前提,或者说,如果评价不加以改革,那么任何其他形式的课程改革都不可能深入细致地进行下去。如此看来,若依然沿用传统的评价方式,那么势必会影响到新一轮课程改革实验的发展方向 and 成效,影响到改革的步伐,就技术的使用而言,若将数学学习评价与新技术的使用分割开来,则无疑会影响新技术与课程整合的正常发展。

该怎样做?目前还没有一个可以被所有人认可的实施方案,但路是人走出来的,事物总是在尝试的过程中逐渐发展的。以下

将具体探讨如何有效地借助计算机(相关软件)、计算器,去从事数学学习的评价活动。

第二节 评价中的计算机及相关软件

一、利用计算机可以做什么

如前所述,现在的数学教学中已经较多地关注了计算机的使用。在日常的教学活动与学习活动中,教师愿意使用计算机改变数学教学中枯燥的一面,学生也愿意使用计算机从事各种探究性活动。利用计算机可以给数学教学和学习带来双赢。由此可见,计算机进入学生的数学学习,上得到了行政上的支持,下受到教师和学生的欢迎。根据这一特点,我们可以考虑把计算机引进到数学评价中来。

同时,计算机本身功能强大。教师既可以利用计算机做一些烦琐的统计计算工作,也可以利用计算机考查学生的某些能力,这些能力可能在笔试中不易被发现,或不易被量化评价,学生可以利用计算机展现自己的“另类”才能,表现自己对某些问题的思考,在使用计算机探索数学的过程中展示自己发现问题、分析问题、解决问题的能力。

现在对学生进行评价,不仅要关注结果,更要关注获得结果的过程。过程如何被关注?一个教师面对全班四五十名学生,不可能去观察每一个学生在过程中的每一个行为,因此有可能让学生思维的火花从自己的眼皮底下溜走。而当计算机配合上相应的软件后,就可能成为教师的眼睛、教师的录像机,它具有的记录功能可以再现学生的思维过程,有助于教师更加合理全面地评价学生的学习活动。可见,可以利用计算机进行一些有效的数学评价。

任何一台计算机,都需要一定的软件支持,才能发挥作用。计算机好比是一个纪律严明的部队,它需要装备现代化的先进武器,才能爆发出强大的战斗力。软件就是计算机的武器,有利于学生

数学学习、教师数学教学的软件,就可以使数学学习焕发出强大的活力。目前使用较为普遍的数学软件有:几何画板、Z+Z 智能教育平台、mathematica 等。其中以几何画板和 Z+Z 智能教育平台优势最大,且便于在评价中使用。下面的讨论以我国张景中院士主持开发的“Z+Z 智能教育平台”为例。

二、利用“Z+Z”从事数学学习评价

1. 软件功能

从设计理念上看,“Z+Z 智能教育平台”不是简单的演示工具,而是学生、教师从事数学学习、数学教学的技术平台,它为学生、教师从事数学活动提供了一个工具箱和资源库,使得师生可以借助于它进行“做数学”的活动——包括探索与证明图形性质、做概率实验、制作统计图表、进行代数运算等。

从技术上看,“Z+Z 智能教育平台”具有一般画图、数值计算、多重变换、轨迹跟踪、多页显示、动画运动、对象兼容、数学实验、自动推理等强大功能。

不仅如此,由于“Z+Z 智能教育平台”的主创人员均为职业数学工作者,所以其软件本身就蕴涵着丰富的数学思想,如:

- 公理化思想:在“Z+Z 智能教育平台”中任何图像最终都可归结为点、线(线段、射线和直线)、面、体等基本元素的有机合成。从某种意义上讲,利用“Z+Z 智能教育平台”作图是欧氏几何中尺规作图的一种延伸。因为这种把绘图建立在基本元素上的做法和数学中的公理化思想是一脉相承的。另一方面,几何图形的“动”与“不动”又涉及确定相应问题的“基本量”。例如,在“Z+Z 智能教育平台”中确定一个三角形需要三个条件:三个顶点的位置或三条边的长度,当我们画出一个三角形时,只有同时选定这三个条件,三角形才能被大小不变地移动。又如,当我们想画出 $\angle ABC$ 的角平分线 BD 时,不能随便凭眼睛看,大致画出,如果这样的话,当我们改变 $\angle ABC$ 的大小时,BD 就不再是 $\angle ABC$ 的平分线了。只有选择 $\angle ABC$,通过操作按钮作出的角平分线 BD,才具有逻辑上的意义,此时任我们随意改变 $\angle ABC$ 的大小,都可以保证 BD 是角平分线的性质不变。

- 函数思想:在“Z+Z 智能教育平台”中,作出函数的图像有

两种方法:一是直接输入函数的表达式与自变量的范围,这样就可以直接生成函数图像了;另一种是定义某种对应法则,通过对应点的运动,得到运动轨迹,从而得到函数的图像。前一种方法简单易用,后一种方法更能促使学生探究轨迹形成的原因,寻找动点的运动方式,从而绘制出图像。对这两种方式,究其实质都体现了函数中的一一对应的思想。前者是表达式与图像的对应,后者更多地体现了图像形成过程中——主动点与被动点之间的对应带来的变化结果。

• 数形结合思想:在“Z+Z智能教育平台”中能方便快捷地作出函数的图像,有助于发展学生数形结合的思想。例如,对方程 $\lg x = \sin x$ 解的分析,学生多半不是因为不知道结合图像研究,而是因为更多的学生用手工画出的函数图像过于粗糙、不准确,从而妨碍了对解的情况的分析。借助“Z+Z智能教育平台”,就可以绘制出准确的函数图像,从而帮助学生分析推理。

2. 软件功效

“Z+Z智能教育平台”能综合多种感官,激发想像,促使学生在变化中寻找不变量,发现规律,验证猜想,并能够进行自动推理。

“Z+Z智能教育平台”介入数学学习,不会降低学生的想像力。只要介入适宜,还会促进抽象思维的发展。

根据上述的性能介绍,我们知道利用“Z+Z智能教育平台”不仅可以画出具体的图形,还可以在保持某种性质的情况下,将图形进行变化,让学生通过观察与探索,发现其中的规律,再进行进一步的理性思考,提升思维层次。

例1 过等腰 $\triangle ABC$ 底边上的一点P向两腰作垂线段PF、PG,如图8-1,通过测量工具测量并计算两垂线段的和与差,让P在底边AB所在的直线上移动。①观察和与差的变化情况,能得到什么结论吗?②和学习伙伴相互交流,能证明上述结论吗?③根据这样的思路,你还能设计或猜想相关图形的类似问题吗?

通过观察,学生发现,当P在底边AB上移动时,FP+PG的和不变,当P在AB或BA的延长线上移动时,FP-PG的差不变。进一步可以证明此问题,并研究等边三角形的类似性质。

又如,当教师或学生遇到这样一个问题时:在正方形ABCD中,EF//AB,交AD于E,交BC于F,GH//BC,交AB于G,交CD于

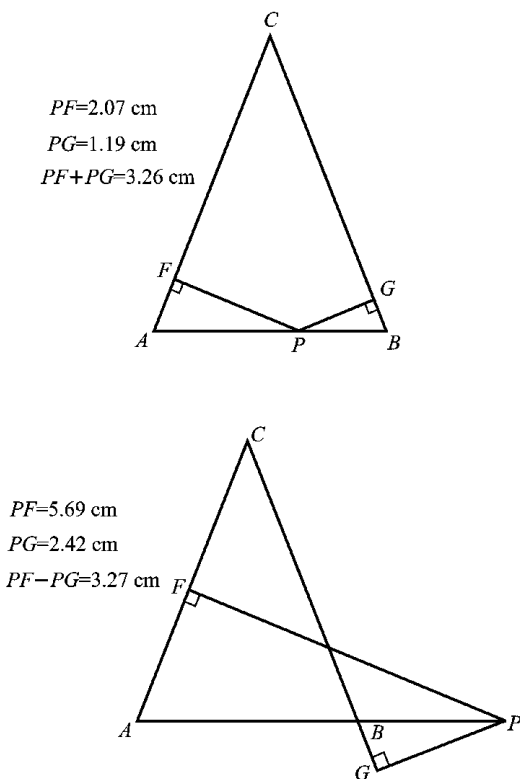


图 8 - 1

H, EF 与 GH 交于 P, 且矩形 CHPF 的面积是矩形 AEPG 的两倍, 求 $\angle FAH$ 的度数。教师或学生应如何画图, 才能保证矩形 CHPF 的面积是矩形 AEPG 的两倍呢? 一般软件都不具备直接作出符合题目中有关面积约束的图形。这时, 为了作出符合题意的图形, 我们需要反过来思考, 即满足什么条件时, 才有矩形 CHPF 的面积是矩形 AEPG 的两倍。结果通过分析我们可以得到 $FH = BF + DH$, 进一步地添加辅助线可以得到 $\angle FAH = 45^\circ$, 于是我们找到了画图的方法, 那就是先在 BC 上任取一点 F, 作出 45° 的 $\angle FAH$, 得到点 H, 从而得到符合条件的图像。于是我们可以得到一幅这样的图(如图 8 - 2 所示), 并呈现给学生, 当我们授课时, 可以将矩形 CHPF、矩形 AEPG 的面积测出, 计算出比值, 同时还可以引导学生发现:

沿着 BC 拖动点 F 时,总有“矩形 CHPF 的面积是矩形 AEPG 的两倍”的条件不变,且可以发现 $\angle FAH$ 总等于 45° 。

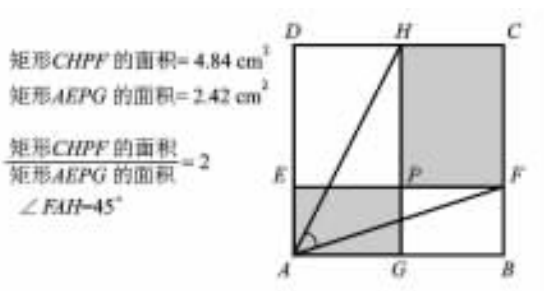


图 8-2

从这个例子,我们可以看出,当一个作品呈现在我们面前时,我们看到的现象或表象往往和它的作图过程相反,而作图的过程就是思考的过程。从这个意义上讲,利用计算机是可以考查学生的思维水平的。

综观“Z+Z 智能教育平台”的功能,我们可以得出这样的结论:要想利用计算机使用好数学软件,不是计算机知识好就可以了,而是要对中学数学的内容及其蕴涵的数学思想方法有深刻的理解。只有这样才能得心应手地作出符合条件的图像,或制作出富有创意的作品。这也是计算机及其相关软件可以介入数学评价的一个依据。因此,让学生在计算机上应用某些相应的软件,根据软件的性能,我们可以有目的、有目标的设置一些操作或问题,利用计算机的使用情况来考查学生对某些数学知识的理解、对某些数学思想方法的掌握。

三、评价方式的新意

1. 形式新颖

首先从外在表现形式上看,这种利用计算机的评价方式比起我们使用了多年的传统的笔试要新颖得多。它不是直接地、完全地通过纸上的运算,手中的笔来呈现思维的结果,而是需要协调调动多个感官,使其通力合作才能完成任务。任务的完成不仅要求动手操作能力,更要求思维活动能力。例如,上面提到的问题:“能

否作出一个正方形 $ABCD$, EF 、 GH 分别平行于 AB 和 BC , EF 与 GH 交于 P ,且满足矩形 $CHPF$ 的面积是矩形 $AEPG$ 的两倍 ” ,学生不仅要知道正方形、平行线的基本作法 ,更需要通过认真细致地思考 ,才能作出符合条件的图形。

再次从内在处理形式上看 ,利用计算机不仅可以使评价者看到被评价者对所提出的问题给出的最后结果 ,还能看到他们的思维过程和对问题的理解程度。正在进行的数学课程改革强调 “ 有效的数学学习活动不能单纯地依赖模仿与记忆 ,动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式……学生的数学学习活动应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程。”在数学学习的过程中应当培养学生的实践能力和创新精神。对学生进行评价 ,不仅要关注结果 ,更要关注获得结果的过程。一张试卷所反映出的最多就是学生数学学习的结果 ,其过程性很难在笔试中表现出来 ,在过程中所迸发出的思维的火花就更难以表达和记录。而利用计算机可以记录过程 ,使得我们对学生进行过程评价变得有可能实现。同时众多学生的操作过程都记录在计算机上 ,小小芯片可储存很多内容 ,且便于携带和保存。

例如 ,给学生一些全等的四边形 ,问题是用这些全等的四边形 ,能否将平面密铺 ? 这个问题可以选用以下几种方式对学生进行考查 :一是给学生实物 ,让学生自己铺 ,然后将铺好的作品和结论上交。这时的考查方式对学生的思维要求较低 ,只是停留在直观操作的层面上。二是什么都不给 ,只让学生将结果画在纸上 ,类似于笔试中的一道题。这时的考查方式对学生的思维要求较高 ,完全要求学生进行抽象的思考 ,想像出每个四边形应在的位置。三是在计算机上给出一些全等的四边形 ,单击并拖动某一四边形可将其平移到任何位置 ,双击该四边形可将其以某一顶点转动 ,同时也可以通过操作按钮将图形翻转 ,在计算机上进行密铺的实验 ,并得出结论。这时的考查方式对学生的思维要求介于一、二之间。有了图形 ,与方式二相比 ,抽象思维的要求有所下降 ,但是在计算机里对提供的四边形进行各种变换 ,其难度是高于直观图形的。学生在面对实物时 ,将图形移来移去 ,或转一转 ,或翻个身 ,他根本就不会意识到这些动作就是在进行平移、旋转、反射等变换变化。然而当其面对计算机里的图形时 ,为了进行下面的操作 ,他必须将

这些动作与数学中相应的变换相联系,才能进行正确的操作,才有可能完成任务。通过这三种方式和学生交的作品,我们都对学生进行评价,三种方式可以得到共同的判断:学生是否能够正确解决这个问题。再继续细化下去,如果两个学生都以方式一或方式二完成了任务,我们从两个人的作品中,无法判断两个人的思维过程和思维差异,也就不可能再对两个人进行进一步的评价。如果两个人都以方式三的形式完成任务,根据计算机的记录,我们还可以进一步了解两个人完成任务所花费的时间、用了多少步骤、都尝试了哪些操作……从而可以了解他们解决问题的方法,可以对两个人给出进一步的评价。

2. 考查内容新颖

(1) 可以考查笔试中不易处理的问题

在传统的笔试中,我们更多地关注了学生对于基础知识、基本技能的掌握情况,特别是“学生哪些不会”被教师尤为关注,在试题上更多地关注了学生的运算、推理能力。对于学生会哪些、擅长哪些、是否具有创新精神、是否在某些特殊的思维领域有卓越才能,都不太予以关注,在传统的考试中,这些“精神”、“能力”的评价也不太好操作,即使有心也无力被评价到。

例如,北师大新世纪(版)数学教材七年级(上)中有一节《七巧板》的内容,该节内容是通过七巧板的制作、拼摆等活动,进一步丰富对平行、垂直及角等有关内容的认识,积累数学活动的经验,并能用适当的图形和语言表达自己的思考结果。这节课是在一个具体的情景中,寻求七巧板图形本身所包含的各种位置关系、数量关系等,并利用线段、角度、垂直、平行等关系进行创造性的拼图工作。在拼图的过程中,既可以考查学生对七巧板中各种关系的认识,又可以了解和培养学生的创造力。而这些方面的考查是传统的笔试难以关注到和评价到的。传统的笔试中,不可能让学生有实物去对比和发挥。但是这些在计算机里则比较容易实现。在“Z+Z智能教育平台”中,可以要求学生做一个七巧板,通过学生的制作,可以得出学生有无掌握七巧板中线段、角度的位置与大小关系。同时在“Z+Z”中也有一副事先预备好的七巧板,我们可以对七巧板中的任意一块进行平移、旋转等操作,然后进行拼图工作。由于是利用计算机进行评价,学生的作品每次都可以被保存

下来,学生也可以很方便地为每幅作品加上文字的说明和注解,可以很方便地制作、移动、保留和携带多个作品,较实物摆放或手工绘制要方便易行,使得评价具有可行性。通过学生的作品,我们一方面能够了解和评价学生的创造力,另一方面也可以了解学生对七巧板的认识。例如,有的学生会给出类似图 8-3 的拼图(板板之间重叠了),显然对七巧板的使用和特性尚不了解。这种问题通常在实物的拼摆中不会出现,因为面对实物时,“眼见为实”,学生的头脑还是比较清楚的,一旦到机器上,学生头脑里一些认识不太清楚的问题就会暴露出来。



图 8-3

(2) 可以考查学生对某个知识点的理解层次

学生在数学学习中要发展自身的各种能力,例如语言转化能力、抽象思维能力、空间想像能力、观察能力、动手能力等等。在实践过程中,每一个学生所具备的能力的高低是不尽相同的,可能有的人更擅长动手能力,有的人更具有较高的抽象思维能力。学生对各种能力的掌握情况是不同的。这些能力不是单纯的笔试就能“搞定”的,而借助计算机,可以通过观察学生使用计算机的情况来分析其各种能力的高低。

例 2 一个探险家在临终前告诉他的儿子:“30 年前,我在 A 小荒岛埋藏了宝藏。在岛上你可以看到一个木桩、一棵松树和一棵橡树。你从木桩向松树走去,记下你走的步数,到达松树后向右转 90 度,走同样多的步数,然后在那里插一个小树枝;回到木桩,向橡树走去,记下你走的步数,到达橡树后向左转 90 度,走同样多的步数,然后再插一个小树枝。两个小树枝的中点就是埋宝藏的地点。”儿子便按父亲所说来到了小岛,松树和橡树都在,但木桩经历了多年的风吹日晒雨淋,已经找不到了。你能利用“Z+Z 智能教育平台”,帮助探险家的儿子找到这一批宝藏吗?

评:这道题可以考查学生从生活语言到数学语言到符号语言的转化,如何将探险家的话,通过转换,在计算机上表示,是解决这个问题的关键。假设 A 表示松树, B 表示橡树,任意画一点 C 表示木桩,只要以 A 为旋转中心,将 C 逆时针转 90 度,得到 D(第一个

树枝),再以B为旋转中心,将C顺时针转90度,得到E(第二个树枝)连接DE,取DE的中点F,此时任意拖动C,发现F的位置都不改变,即A、B、F三点固定构成不变的三角形,通过测量可知三角形ABF是等腰直角三角形, $\angle AFB$ 是直角,即只要以松树和橡树的连线为斜边作出等腰直角三角形,直角顶点的位置就是宝藏的位置。如图8-4。

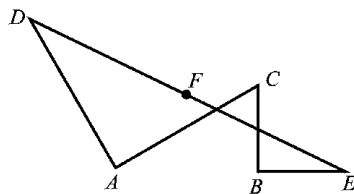


图8-4

需要说明的是,通过计算机可以快速找到答案,但该问题的理论说明或证明,牵涉到解析几何、几何变换的相关内容,因此不要求学生给出。但对于高中学生可以增加这个要求。

(3) 可以考查学生的某些特殊数学能力

只有理解和领悟了数学的思想方法,才能做出富有创意的作品。因此,学生完成一项任务的过程,可以很好地表现出其思维的过程和方法、表现出不同学生对同一问题理解的不同侧重点。计算机对于操作者的操作过程可以实施记录,这也使我们从结果看过程变得有章可循。例如,要求学生绘制一个椭圆,有的学生会采用直接输入椭圆的表达式 $\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\right)$ 的方法,有的学生会根据椭圆的几何意义——到两定点的距离之和为定值的点的轨迹作图,也有的学生会依据椭圆的参数表达式作出图形……如果要求学生用一种方法作出椭圆,那么学生一定会使用自己掌握较好、印象深刻的椭圆定义,因此从学生采用的不同方式方法中,我们可以判断出学生对椭圆的哪种定义或表达方式理解和掌握得较为深刻;如果要求学生用尽可能多的方法作出椭圆,从学生的做法中,我们也可以判断出学生能否将文字性的内容理解透彻,并将其转化为作图的依据和方法。

四、评价案例

1. 选择合适的评价试题

利用计算机及其相关软件进行数学评价是一个全新的话题,从评价试题的选择到评价的实施都还需要大量的研究和实验。这里,笔者只是谈谈自己的一些拙见。

评价应关注学生的数学活动过程,关注基本的数学内容,关注数学本质。因此在评价的过程中,我们往往需要拨开光彩夺目的作品的外部装饰,关注它的制作过程,关注制作过程中学生的思维火花,关注学生有无理解数学知识的内涵,关注学生在操作过程中所表现出的各种数学的和非数学的能力。这是我们利用计算机进行评价的出发点和目标。

因此,我们在选择评价试题时,必须注意以下三点:

第一,从样题中必须能获得相应的测试目标;

第二,所选择的问题不能是一按按钮就可以马上得到正确答案的那种,问题应有一定的思维价值和深度,或者是问题的解决方式比较多样;

第三,所选择的样题,要能发挥计算机及其相应软件的性能和特点,发挥计算机对数学思考的促进作用。

2. 若干评价样例

例3 在正方形的边 AB 上任意取一点 C ,以 $\frac{AC}{AB}$ 为比例,按逆时针方向依次以此比例作出正方形其他顶点在其边上缩放点的点 D 、 E 、 F ,联结它们得到新四边形 $CDEF$ 。对于新的四边形 $CDEF$ 仍以 $\frac{AC}{AB}$ 为比例得到新正方形 $CDEF$ 各边上的对应缩放点,如以 C 为缩放中心,将 D 点按比例缩放,得到 G 。依此类推。

问题:① 四边形 $CDEF$ 是什么四边形?为什么?

② 若将 C 点从 A 拖动到 B ,相对应的 G 点位置会发生变化,追踪 G 点的变化轨迹,你能想像它是什么样的吗?用计算机作出 G 点的轨迹,你认为这是什么图形?你能利用计算机加以验证吗?

③ 若将 C 点从 A 拖动到 B ,相对应的 H 点、 I 点……位置也会发生变化,分别追踪它们的轨迹,你有什么发现?

④ 如果将最初的正方形改为正三角形、正五边形、正六边形……你又能得到哪些结论？

解答与说明：

(1) 本题给出了作图的步骤,对于一般同学,只要懂得基本的操作都可以完成。对于技术较好的同学,可以要求学生作出该图,这样可以判断学生对图形特点的把握情况。如果学生感到有困难,可以给出如图8-5(1)的图形(要去掉粗线)。

(2) 问题①考查的是基本的知识内容,一般学生都可以给出答案。

问题②对学生的思维有较高的要求,通过机器作图得到的轨迹是图8-5(1)中的粗线,可能大多数学生会认为这是一个以AB长为半径,以正方形的一个顶点为圆心的 $\frac{1}{4}$ 圆弧。但只要作出该圆,马上会发现并非如此。如图8-5(2)所示。这时学生尚未学习过解析几何,因此这种利用几何直观的判断方法是比较朴素的验证方法,不同于课堂上较为习惯的推理论证方法,可以考查学生思维的灵活性和广度。

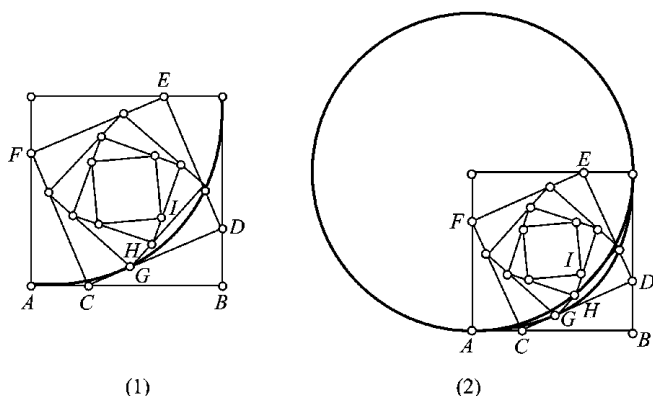


图8-5

问题③则考查学生的作图能力、观察力,较为开放。图8-6中曲线Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ分别是G、H、I点的轨迹,观察轨迹的起点和终点,再继续做下去,就会有所发现。

对于问题④只要通过作图,会有类似的结论。

例4 利用“Z+Z智能教育平台”,用尽可能多的方法画一个平行四边形、正五边形。

解答与说明:

(1) 这是一道较为开放的题目,题目本身的难度不大,但是解决问题的方法却非常丰富。同时只要学生掌握最基本的作图方法,就可以完成该问题。

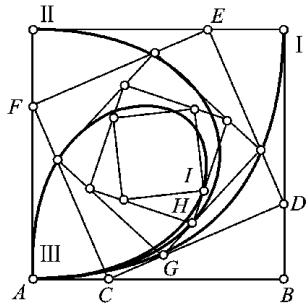


图8-6

(2) 通过学生在机器上的不同画法,可以考查学生对平行四边形、正五边形的性质和判定方法的掌握。类似地,也可以要求学生用尽可能多的方法画菱形、矩形等。

(3) 可能使用的作图方案与评价建议:

1) 平行四边形

① 作线段 AB,任取 AB 外一点 C,过 C 作 AB 的平行线 l,过 A 作 BC 的平行线交 l 于 D;(严格按照定义的做法。)

② 作线段 AB、AD(A、B、D 三点不共线),将 AB 沿 AD 从 A 到 D 平移得 DC,联结 BC;(利用对边平行且相等。)

③ 作线段 AC,取 AC 的中点 O,任作一线段 OB(A、B、C 三点不共线),以 O 为旋转中心,将 OB 旋转 180° ,得 OD,顺次联结 AB、BC、CD、DA;(利用对角线相互平分。)

④ 任作一四边形 EFGH,顺次取 EF、FG、GH、HE 的中点 A、B、C、D,联结 AB、BC、CD、DA。(需要用简短的推理证明。)

.....

以上几种画法,考查的是学生对平行四边形判定的掌握,虽然类似的问题在笔试中也可以进行,但是机试带给学生的感受是和笔试不一样的,笔试中出现这样的问题,学生会觉得索然无味,但是当学生面对计算机时,简单的画图也可以激发他们的兴趣。上面列举了几种画法,可以看出,这几种画法对学生的思维要求是不一样的。当学生能顺利用第①、第②两种方法时,可以判断学生对平行四边形的判定、性质等方面是有所了解的,如果学生能运用类似④中的方法,说明学生可以比较灵活地运用其他相关的知识进

行推理证明了,并能学有所用,有一定的迁移能力。

2) 正五边形

① 任作一线段 AB ,以 B 为旋转中心,将 BA 按顺时针方向(下同)旋转 108° ,得到 BC ;以 C 为旋转中心,将 CB 旋转 108° ,得到 CD ;以 D 为旋转中心,将 DC 旋转 108° ,得到 DE ;联结 EA 。(利用正五边形的内角和与内角。)

② 任画一线段 OA ,以 O 为旋转中心,将 OA 旋转四次,每次向同一方向旋转 72° ,分别得到 OB 、 OC 、 OD 、 OE ,联结 AB 、 BC 、 CD 、 DE 、 EA 。(利用正五边形的中心角。)

.....

不同的作法可以考查学生对正五边形边角(内角、外角、中心角等)关系的掌握。

例5 两个全等的正方形,其中一个正方形的顶点位于另一个正方形的中心处。

问题:① 利用“Z+Z 智能教育平台”绘制出满足题目要求的图形;

② 绘制出两个正方形的重叠部分,并利用“Z+Z 智能教育平台”计算出重叠部分的面积;

③ 拖动“顶点”在“中心”的正方形,观察重叠部分的形状变化和面积变化情况;

④ 从理论上解释在③中观察到的情况。

解答与说明:

(1) 本题考查学生对中心对称图形以及图形旋转变换的认识和把握。通过旋转变换的基本性质,以“全等”为解决问题的主要手段,考查学生解决几何问题的能力。同时题目中还有对学生作图能力的考查。具体地说表现在(2)、(3)、(4)中。

(2) 在上述四个问题中,①是最基本、最核心的一个要求,它牵涉到文字描述与数学图形之间的转换。只要能作出①中所要求的图形,那么解决②、③是很容易的。

(3) 从解决问题的角度看,②、③属于实验、观察、总结、猜测阶段。利用学生能否进行实验探究,能否从实验中排除干扰,得到合理的猜想,我们判断和评价学生的动手能力、发现问题、研究问题的能力。

(4) 如果②、③培养的是一种几何直觉——利用软件对数学思考的促进作用,从直观图形的变化中寻找不变量,那么④的要求就更进一步了,从直观上升到了理性思考,如何从直观经验中提取有价值的规律、经验,从而找到解决问题的途径,是我们对学生关注的重要方面。

具体解答如下:

(1) 作正方形 $ABCD$, 作 AC 、 BD 的交点 E , 以 E 为圆心, AB 长为半径作圆, 并取圆上任一点 F ; 以 EF 为边, 作正方形 $EFGH$ 。如图 8-7 所示。(2) 略。(3) 重叠部分面积不变, 且等于正方形面积的 $\frac{1}{4}$ 。(4) 证明方法较多。例如, 可以过 E 作 $EK \perp AB$ 于 K , $EL \perp BC$ 于 L , 证明 $\text{Rt} \triangle EKJ \cong \text{Rt} \triangle ELI$, 从而得到结论。

阴影的面积 = 1 cm^2
正方形 $ABCD$ 的面积 = 4 cm^2

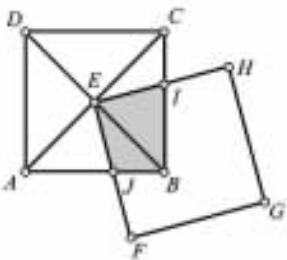


图 8-7

例 6 在计算机上利用“Z+Z 智能教育平台”给出图 8-8 所示的格点和多边形, 其中多边形的顶点可以被拖到任意格点位置, 相邻格点的间距为 1。请完成以下工作:

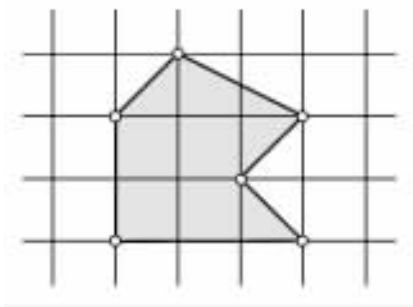


图 8-8

① 计算所示多边形的内部点数、边界点数和面积。

② 按照要求实践并思考, 应如何拖动多边形顶点, 才能满足:

(a) 内部点不变, 边界点增加(或减少)1 个。并计算此时多边形面积。

(b) 边界点不变,内部点增加(或减少)1个,并计算此时多边形面积。

③ 从上面的实践中,你能发现多边形面积(S)与内部点数(a)、边界点数(b)之间有什么关系吗?

解答与说明:

(1) 这个问题是一个实验操作题,它在计算机的环境下,显得尤为生动、可行,是一般笔试环境下难以实现的。

(2) 其中的②是整个问题的核心。探究、实验、猜测都在②中进行着,因此学生在②中的表现是我们关注的重要环节。学生能否在②中探求到拖动顶点的规律,反映出他对图形变化的把握能力。

(3) ③是一个找规律的问题,但是因为 S 的变化与两个变量(a 和 b)有关,所以仍有一定的难度,但如果学生能从两方面看——固定 a ,观察 S 与 b 的关系,再固定 b ,观察 S 与 a 的关系,问题就会变得清晰了,这也可以反映出学生解决问题的能力,分析他有无分类的思想。

例7 在计算机上,利用“Z+Z 智能教育平台”给出一条如图8-9所示的“鱼”。通过拖动控制坐标的点,你可以很方便地对这条“鱼”做如下的变化:

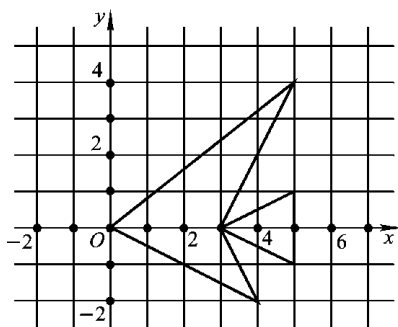


图8-9

- ① “鱼”的横坐标不变,纵坐标加上一个数;
- ② “鱼”的纵坐标不变,横坐标加上一个数;
- ③ “鱼”的横坐标不变,纵坐标乘以一个正数;

- ④ “鱼”的纵坐标不变,横坐标乘以一个正数;
- ⑤ “鱼”的横坐标不变,纵坐标乘以 -1 ;
- ⑥ “鱼”的纵坐标不变,横坐标乘以 -1 ;
- ⑦ “鱼”的横坐标、纵坐标都乘以 -1 。

相信你通过自己的操作,一定会发现坐标变化与“鱼”的变化有什么关系?根据这些结论你能想像出下列问题的答案吗?

① “鱼”的横坐标不变,纵坐标乘以 2 再加上 3,“鱼”会变成什么样?

② “鱼”的纵坐标不变,横坐标乘以 -3 ,“鱼”会变成什么样?

③ “鱼”向北平移 2 个单位,再向南平移 4 个单位,“鱼”的坐标会有什么样的变化?

④ “鱼”沿北偏东 45° 方向平移了 2 个单位,“鱼”的坐标会有什么样的变化?

解答与说明:

(1) 这道题本身借助了“Z+Z 智能教育平台”软件的良好性能,可操作性较强。

(2) 这道题目的前半段,希望通过操作、观察和总结,让学生发现:由于坐标发生了怎样的变化,引起图形发生怎样的变化。问题的方向是从坐标到图像。通过前半段,可以考查学生的分类、抽象、概括能力。

(3) 这道题目的后半段,是前半段的升华。在直观经验的基础上,和前半段思维过程相反,要求学生从图形发生的变化,想像坐标发生了怎样的变化。问题的方向是图像到坐标,同时离开了操作,上升到了抽象思维阶段,可以考查学生的抽象思维能力、接受新知识的能力,以及知识迁移的水平。

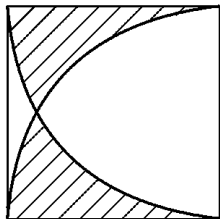


图 8-10

例 8 请在计算机上利用“Z+Z 智能教育平台”画出图 8-10 所示的图形。

解答与说明 这道题如果放在笔试中,是非常容易的一道题,给人的感觉是缺乏新意,意义不大。然而在计算机的环境下实现该题,却不是一件轻而易举的事情(指给所示部分画上阴影),通

过这道题,可以考查学生对集合概念中交、并、补、差的理解和灵活运用程度。因为在计算机的环境下,在“Z+Z智能教育平台”的支持下,通过前面性能的介绍,我们知道要想让计算机做一件事,必须给它它能听得懂的命令,在数学软件中,它听不懂“我手指的地方画阴影”的命令,只能听得懂“某两个图形的交(并、补、差)画阴影”,所以这道手工作图简单的问题,要想在“Z+Z智能教育平台”中实现,作图者必须对集合中交、并、补、差的概念有清楚的认识和灵活的运用。具体可以这样实现:先作出圆A、圆B的对称差,即 $(\text{圆} A \cup \text{圆} B) - (\text{圆} A \cap \text{圆} B)$,再将其与正方形ABCD作交集即可,如图8-11。

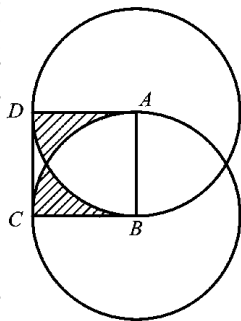


图8-11

第三节 计算器与数学学习评价

一、计算器介入评价的作用

1. 突显评价与教学的一致性

《标准》明确提出了学生在使用计算器从事数学运算方面的要求:进行开平方、求方差等复杂运算,并利用其解决数学问题。既然这是课程目标之一,教师就应当在数学教学的过程中,在学生理解且能正确应用法则等进行计算的基础上,指导学生用计算器完成较为繁杂的计算,并进行探究规律等活动。同样地,这一课程目标也应在评价中得以体现。在考试中,应当允许学生使用计算器,将计算器融入其中,作为考试的一个部分,以考查学生在“计算器的使用”上的学习情况。否则,如果只允许学生在课堂上使用计算器,考场上却不允许,评价与教学脱离,就失去了全面考查学生学习状况的意义。

2. 真正体现数学的应用性

广泛的应用性是数学的主要特征之一。在人类生活、生产和科技中,到处都存在着数量和图形。因此,学习数学的一个重要目的在于应用于情境之中。我们不奢望学生在走出校园后还能记得多少数学知识,能否应用所学知识去认识自然、社会,而学生应用数学研究所面临的问题才是更为重要的。为了培养学生的应用意识,教师需要编拟中学生可接受、可理解的数学应用性问题,以使得学生有机会从事应用数学的活动。我们知道,中小学生学习数学大都来源于他们的现实,应用性问题应该尽量贴近学生的现实,其中的数据应尽量客观、符合实际,而真实的数据常常是比较复杂的,这就需要借助计算器去处理。以往,为了简化运算,我们在编拟应用性问题时常常为了避免数据的复杂性而随意改变它们的值,从而削弱了问题的真实性,使得应用性问题有着很重的人为编造痕迹。

综观近几年的中考分析报告和一些数学习题集,应用性问题越来越注重其真实性,素材基本上来源于现实生活中。而实际问题中的数据一般不是整数,而且处理时常常需要做一些复杂的运算。

例1 小明的父母为了支付小明将来上大学的学费,从小明一出生,每年生日都到银行储蓄一笔钱。设大学学费每年为2 500元,4年共需1万元。又设银行教育储蓄的年利率为11%,每年按复利计算。为了使小明18岁上大学时本利和为1万元,小明的父母每年需存入多少钱?

分析:设每年存入 x 元,根据题意,可列方程

$$x(1+11\%) + x(1+11\%)^2 + \dots + x(1+11\%)^{18} = 10\,000.$$

解之 $x = (10\,000 \times 0.11) \div (1.11^{18} - 1) \div 1.11$ 。

操作计算器 $x \approx 179$ (元)。所以每年约需存入银行179元。

若在以往,编制这样的问题时会考虑到数据计算时的复杂情况,而做相应的修改,凑成适合纸笔运算的形式,或删除一些次要数据,或附加一些虚拟数据。如此一来,久而久之,拉开了学生与真实生活的距离。因此,如果允许在考试中使用计算器,应用题的编制则可以消除对由真实数据带来的烦琐计算的顾虑,而使应用题真正地显示出数学的应用性,发挥培养学生数学应用意识的

功用。

3. 减轻复杂运算带来的麻烦

由于在教学中要求学生使用计算器,而且在运用数学解决问题的过程中尽可能地保持问题情境的真实性,那么学生就不可避免地会遇到许多需要从事复杂运算的情况,既然学生已经了解了相应运算的原理、规则,能够从事相关运算,那么就没有必要再要求他们花费大量的时间去进行复杂的运算。此时,计算机能够替代人脑工作的价值也就应当充分地发挥出来,即使用计算器可以将学生从烦琐复杂的机械运算中解脱出来。花费在计算上的时间减少了,学生将有更多的精力进行思考和推理。同时,使用计算器可以提高计算的正确率,避免一些学生由于偶尔的计算错误而导致整道题失分过多,从而有利于客观地考查学生对于相应数学知识、方法的理解水平。

二、计算器介入下的评价

由于计算器的介入,相应的评价会有许多变化。对命题者而言,首先面临的关键问题是建立合适的测试项目,即用计算器考什么?怎么考?

首先我们应当达成一个共识:计算器的使用不能只限于简单的数值计算,即只需按几个按钮就可以得到正确答案。例如,用计算器求下列各式的值: $\sqrt{2401}$, $\sqrt[3]{-19.78}$, ...。类似的简单操作题仅有助于让学生熟练使用计算器的某些功能,而不能考查其他的更为高级的数学思维。换句话说,一个“合适”的测试题,如果学生不理解问题中所蕴涵的数学知识,即使允许使用计算器也无法圆满地解决它。例如:计算 $1 + 2 + 3 + \dots + 1998$ 。显然,如果学生不能找到一个简便的算法 $(1 + 1998) \times 999$,就无法在预期时间内得到正确答案。

Dorothy Strong 在《计算器与数学测试》(Calculators and Mathematics Assessment)中建议使用如下几个计算器评价项目:

建立计算器特征的理解(四舍五入等);

评价计算技能的熟练程度(使用或不使用计算器);

计算器支持下的问题解决;

评价计算器在涉及公式问题中的使用。

结合当前课程改革的基本思路和《标准》的要求,我们认为,思考计算器介入初中生数学学习评价时可以从以下两方面入手:计算器的对象性,计算器的工具性。

1. 计算器的对象性

这一思路的基本想法来自于将计算器看作学习对象,基于这个定位的评价项目适合以“小题”的形式出现,用来考查学生对计算器本身的认识水平:是否会进行按键操作?(见例2。)是否能理解计算器的相关特征?(见例3。)

例2 使用卡西欧 FX-82MS 型计算器计算 $32^{3/5}$ 时,正确的按键程序为_____。

参考答案 $32x^y(3\div5)$ 。

例3 小明用计算器计算 $2\div3$,按键为 $2\div3=$;他的答案是 0.666 666 666。小颖也用她的计算器进行同样的操作,按键为 $2\div3=$;她的答案是 0.666 666 667。造成二人得到不同答案的原因是什么?

参考答案:小颖的计算器有四舍五入功能,而小明的没有,它将屏幕上最后一个数后面的数字都舍去了。

2. 计算器的工具性

如上所述,仅仅考查学生是否会使用计算器,或操作计算器的熟练程度,这不能成为在教学或评价中引入计算器的最根本目的。按照新课程的基本理念,学生在学习数学的过程中,应当借助先进的、有效的工具帮助自己从事探索、归纳、发现、验证等工作。而计算器在这里更多的就应当作为一种工具,其含义不仅指学生在计算过程中使用计算器,而且应当在从事猜想、探索、发现、证明、检验等活动中使用计算器。

在每一套新《标准》的实验教材中,都有很多数学活动需要使用计算器,可以将这些问题的设置迁移到计算器评价项目的设置中。

以下是几个实例:

① 在折一个长方体形状的盒子时,要使所折无盖长方体的盒子的容积尽可能大,如何确定剪去的小正方形的边长?请借助计算器做出判断。

② 任意找一个非零数,利用计算器对它不断进行开立方运

算,你发现了什么?

三、一些案例

基于“计算器是解决数学问题的工具与探索数学规律的工具”这个定位,计算器介入下的评价项目就应当将计算器的使用渗透到问题解决中,考查学生能否利用计算工具有效解决问题。大致的思路可以是:

制定解题策略,列出相关算法——根据数据以及算法的复杂程度,判断是否需要使用计算器——正确使用计算器——对计算结果进行解释或加工(四舍五入等)。

以下按照这个思路,通过实例,对设计应用性问题与探索性问题两种类型的试题做一些说明。

1. 应用性问题

例4 2002年底某市有人口100万,人均占有绿地面积为 9.8 米^2 ,计划五年内(到2007年底)人均绿地面积增加15%。如该市在此期间,每年人口平均增长率为1.7%,则该市每年平均要新增绿地面积多少?(结果精确到 $0.01 \times 10^4 \text{ 米}^2$ 。)

分析:设平均每年新增绿地面积为 $a \times 10^4 \text{ 米}^2$ 。

制定策略,列方程:

人均绿地面积 $\times$ 人口总数 = 绿地总面积,

$$9.8 \times (1 + 15\%) \times 100(1 + 0.017)^5 = 100 \times 9.8 + 5a。$$

用计算器解方程:

$$a = [9.8 \times (1 + 15\%) \times 100(1 + 0.017)^5 - 100 \times 9.8] \div 5。$$

计算器屏幕显示:49.22157435。

解释、加工计算结果:

$$a \approx 49.22 \times 10^4 \text{ 米}^2。(\text{用 } 10 \text{ 的幂表示,四舍五入})$$

评:虽然在解这类题目的过程中只需用计算器做一些数值计算,但在此之前必须建立一个算法。因此,含有复杂计算的应用性问题是符合我们所说的超越“按钮水平”的评价项目,解题的关键是根据题意制定策略、列出算式。

2. 探索性问题

例5 使用计算器完成表8-1:

表 8 - 1

3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8
3	9	27	81				

从表 8 - 1 中你发现 3 的方幂的个位数有什么规律? 3^{225} 的个位数是什么数字? 为什么?

分析: 使用计算器计算, 得到 $3^5 = 243$, $3^6 = 729$, $3^7 = 2187$, $3^8 = 6561$, 再对计算结果进行分析、判断, 得到 3 的方幂的个位数为 3, 9, 7, 1, 且交错重复出现。

评: 这类试题预先给出算法, 学生据此操作计算器, 为后面的归纳、探索做准备。解题的关键在于通过观察得到一个模式, 而非数值计算。

例 6 如果长度为 a 、 b 、 c 的三条线段可以构成一个三角形, 那么线段 $a^{1/2}$ 、 $b^{1/2}$ 、 $c^{1/2}$ 是否能够构成一个三角形? 如果一定能够或者不能够, 请证明, 如果不一定能够请举例说明。

分析: 首先使用计算器考查几个特例:

当 $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$ 时,

$a^{1/2} = 3^{1/2} \approx 1.7$, $b^{1/2} = 2$, $c^{1/2} = 5^{1/2} \approx 2.2$;

当 $a = 4$, $b = 5$, $c = 7$ 时,

$a^{1/2} = 2$, $b^{1/2} = 5^{1/2} \approx 2.2$, $c^{1/2} = 7^{1/2} \approx 2.6$;

当 $a = 5$, $b = 7$, $c = 8$ 时,

$a^{1/2} = 5^{1/2} \approx 2.2$, $b^{1/2} = 7^{1/2} \approx 2.6$, $c^{1/2} = 8^{1/2} \approx 2.8$;

.....

所以猜测线段 $a^{1/2}$ 、 $b^{1/2}$ 、 $c^{1/2}$ 能够构成三角形。

证明略。

评: 此题要求学生对一个一般性的结论做出判断, 它不同于以往的证明题(要求直接证明某个正确结论), 属于探索性问题(从特殊例子到一般结论)。这类试题的解答需要从几个实例出发, 通过操作计算器进行探索、尝试、猜想, 从而发现其中可能存在的规律, 提出猜想, 并验证猜想。

3. 若干参考样题

① 一个圆柱的体积是 10 立方米, 且底面圆的直径与圆柱的

高相等,求这个圆柱的底面圆半径。(π 取 3.14 ,结果保留 2 位有效数字。)

② 如图 8 - 12 ,要测量小山上电视塔的高度,从山脚下 A 点测得 $AC = 820$ 米,塔顶 B 的仰角 $\alpha = 30^\circ$,山坡的倾角 $\beta = 18^\circ$,求电视塔的高。(精确到 1 米。)

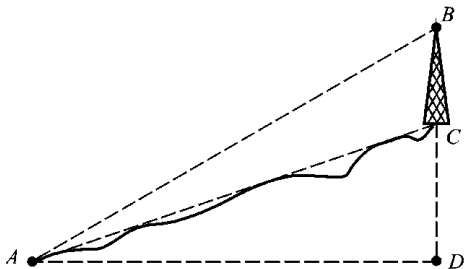


图 8 - 12

③ 为了了解某种节能灯的使用寿命,从中抽取了 10 个进行试验,试验中分别测得它们的使用寿命(单位:小时)是:6302, 6815, 6954, 6453, 6418, 6704, 6635, 6578, 6421, 6370, 试计算这批灯泡的平均使用寿命。

④ 果品公司购进苹果 5.2×10^4 千克,每千克的进价是 0.98 元,付运费的开支 1840 元,预计损耗为 1%。如果希望全部销售后能获利 17%,问每千克苹果零售价应当定为多少元?(第七届华罗庚金杯少年数学邀请赛复赛试题。)

⑤ 计算下列各式:

$$6 \times 7 =$$

$$66 \times 77 =$$

$$666 \times 777 =$$

$$6666 \times 7777 =$$

$$66666 \times 77777 =$$

观察上述结果,你发现了什么规律?能尝试说明理由吗?

⑥ 等腰 $\triangle ABC$ 为锐角三角形,能否判断出 $\cos A + \cos B + \cos C$ 与 $\sin A + \sin B + \sin C$ 的大小?若能,请证明你的结论;若不能,请说明理由。

⑦ (a) 比较 $\frac{1996}{1997} \frac{1997}{1998} \frac{1998}{1999}$ 的大小 ;

(b) 比较 $\frac{19961996}{19971997} \frac{19971997}{19981998} \frac{19981998}{19991999}$ 的大小 ;

(c) 比较 $\frac{19961996 \dots (30 \text{ 个})}{19971997 \dots (30 \text{ 个})} \frac{19971997 \dots (30 \text{ 个})}{19981998 \dots (30 \text{ 个})} \frac{19981998 \dots (30 \text{ 个})}{19991999 \dots (30 \text{ 个})}$ 的大小 ;

(d) 能否将结果进一步推广 ?

四、一个注意点 : 计算器评价与计算技能评价

对于计算器评价 , 很多人产生这样的疑虑 : 计算器进入考场 , 是否意味着学生不再需要掌握基本的计算技能了 ? 回答当然是否定的 , 如果处理得当 , 计算器评价不会影响对计算技能的评价。芝加哥公立学校针对以上疑虑 , 决议了一个成功的计划。(Calculators and Mathematics Assessment) 他们将测试分成两个部分 :

(1) 不使用计算器的部分 , 评估算法、计算目标的掌握。这个部分评价学生对估算、心算和纸笔计算技能的掌握和发展。

(2) 计算器支持的部分 , 评估数学概念、策略、过程和应用目标的掌握。这部分评价学生在 7 个领域的数学技能的掌握情况——算法、数量关系、测量、代数观念、几何、概率与统计和应用。学生可以在这一部分使用计算器。测试的每一部分都提供一份单独的答题纸。

这种处理两种评价关系的方式值得借鉴。当然 , 我们没有必要在试题中明确标明此题不允许或是必须用计算器。笔者曾经问过一名初二的学生 : “如果考试的时候允许你用计算器 , 你怎么做 $-3^4 \div (-3)^2$? (潍坊市 2001 年中考数学试题)” , 她不假思索地回答 : “用计算器。”但可能我的问题暗示性太强 , 她想了想 , 随后又说 : “哦 , 这么简单的运算我才不用计算器 , 自己算还快一点。”可见 , 学生决定是否使用计算器的依据为问题所涉及数据的复杂性 , 而非一遇到计算就必用计算器。因此 , 以往用来考查纸笔计算技能的试题可以保留 , 并要求学生写出计算过程。

主要参考文献

- 1 郭立昌. 科学计算器与高中数学教学整合——卡西欧 FX - 82MS型科学计算器的使用. 北京 :新华出版社 ,2003
- 2 Dorothy Strong. Calculators and Mathematics Assessment. In :Gerald Kulm. Assessing higher order thinking in mathematics. New York :American Association for The Advancement of Science , 1990. 111 ~ 121
- 3 马复. 义务教育课程标准实验教科书. 七上 ,八上. 北京 :北京师范大学出版社 2003
- 4 虞淘. 计算器在数学问题解决中的作用. 中学数学 2003(1)
- 5 王永建 ,王群. 新编数学应用题及解析. 南京 :东南大学出版社 , 2001
- 6 张奠宙等. 新题在线. 南宁 :广西教育出版社 2002
- 7 李道洲等. 初中数学探索性问题. 上海 :华东师范大学出版社 , 1999