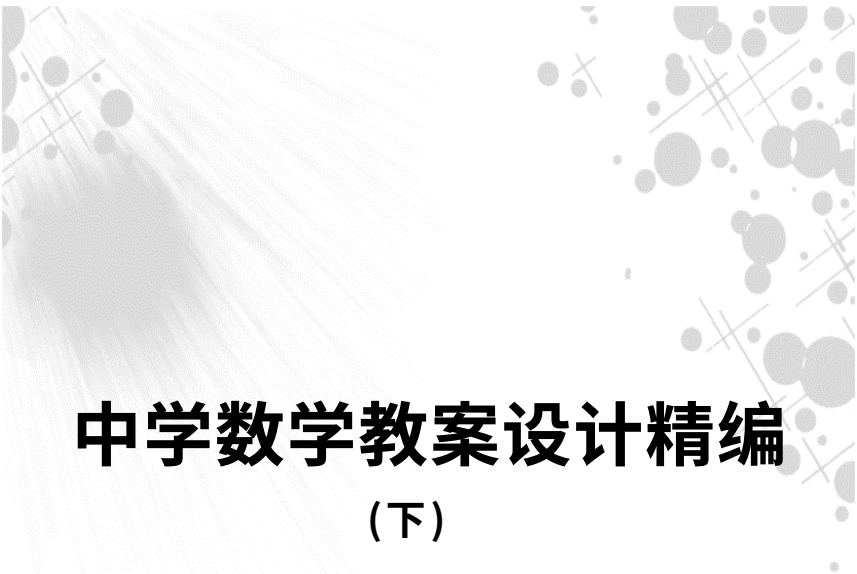




中学数学教案设计精编

(下)

编者董原



目 录

中学数学教案设计精编（六）	1
简单的高次方程”的解法教案设计	1
“分式方程组”教案设计	5
“简单的二元二次方程组”教案设计	9
中学数学六种类型课教学模式	14
中学数学教案设计精编（七）	63
知识形成与实际应用相渗透教学模式	63
数学结构教学模式	66
“发现法”教学新程式与操作	70
“学教式”教学法	76
“数学导学单元教学”结构与方法	82
中学数学启导自学教学法	88
分层教学	94
中学数学教案设计精编（八）	100
初中数学课堂效益（GX）提高模式	100
基本技能训练“三步序”观察教学法	104
考试讲评习题教学法	106
数学“自学指导教学法”的操作程式及说明	119
高中数学自学辅导（三环节）单元教学程式	127
教案、学案并举的自学辅导教学法	128
初中数学心理启导教学法	131
中学数学创造教育体系	139

中学数学教案设计精编（六）

简单的高次方程”的解法教案设计

【教学目的】

- 1.使学生了解一元高次方程的概念，掌握用因式分解法和换元法解一元高次方程。
- 2.使学生了解高次方程求解的基本思路是降次，即把一元高次方程化为一元一次或一元二次方程。
- 3.通过教学培养学生分析问题和解决问题的能力。

【教学重点】高次方程向会解的一次或二次方程的转化。

一、复习

1.将下列各式在实数范围内分解因式：

- (1) x^2-4x+3 ；(2) x^4-4 ；
- (3) x^3-2x^2-15x ；(4) x^4-6x^2+5 ；
- (5) $(x^2-x)^2-4(x^2-x)-12$.

教师指出：

在分解(4)、(5)题时，应利用换元的思想，分别把 x^2 和 x^2-x 看成 y ，于是就有 y^2-6y+5 和 $y^2-4y-12$ 。从而把四次多项式转化为二次三项式，使问题易于解决。

2.我们学习过哪些方程？如何求它们的解？

教师指出：我们除学习了一元一次方程和一元二次方程的有关概念和解法外，还学习了分式方程，无理方程。解分式方程的基本思路是化分式方程为整式方程，

方法是去分母或换元，解无理方程的基本思路是化无理方程为有理方程，方法是去根号或换元，今天我们学习简单的高次方程，请同学们研究它的解法。

二、新课

1.一元高次方程的定义：一个整式方程经过整理后，如果只含有一个未知数，并且未知数的最高次数大于2，这样的方程叫一元高次方程。如： $x^4-4=0$ ， $x^3-2x^2-15x=0$ ， $x^4-6x+5=0$ ， $(x^2-x)^2-4(x^2-x)-12=0$ ，

等都是一元高次方程，但方程 $\frac{x^3+1}{x}=2$ 不是一元高次方程，它是一个分式

方程。

2.一元高次方程的解法：

(1) 一元高次方程突出的特点是什么？

(2) 利用学过的哪部分知识可以解决这个突出的矛盾？

教师指出：

解一元高次方程的关键就是把高次方程化成一元一次方程或一元二次方程，从而达到解一元高次方程的目的，一元高次方程的解法有因式分解法和换元法。

例1 解方程 $x^3-2x^2-15x=0$ 。

解：将方程左边分解因式，

$$x(x^2-2x-15)=0,$$

$$x(x-5)(x+3)=0.$$

由此可得： $x=0$ 或 $x-5=0$ 或 $x+3=0$ 。

所以原方程有三个根： $x_1=0$ ， $x_2=5$ ， $x_3=-3$ 。

注意：只有方程整理成一边为零时，才能用因式分解法解此方程。

例2 解方程 $x^4-6x^2+5=0$ 。

这个高次方程是只含有未知数的偶次项的一元四次方程，叫做双二次方程。这类方程，通常利用换元法来解，即把 x^2 换成未知数 y ，则这个双二次方程变为关于 y 的一元二次方程， $y^2 - 6y + 5 = 0$ ，求出 y 值后，就可以进一步求出原方程的根。

解：设 $x^2 = y$ ，那么 $x^4 = y^2$ 。于是原方程变为：

$$y^2 - 6y + 5 = 0.$$

解这个方程得 $y_1 = 1, y_2 = 5$ 。

当 $y = 1$ 时， $x^2 = 1, x = \pm 1$ ，

当 $y = 5$ 时， $x^2 = 5, x = \pm \sqrt{5}$ 。

所以原方程有四个根：

$$x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = \sqrt{5}, x_4 = -\sqrt{5}.$$

注意：用换元法解方程时，求出辅助未知数 y 的值后，应代入所设关系式，进而求出原方程的根。

例 3 解方程 $(x^2 - x)^2 - 4(x^2 - x) - 12 = 0$ 。

若把方程左边展开，整理后得到一个不好解的一元四次方程，因此根据此题的特点，可用辅助未知数 y 代替方程里的 $x^2 - x$ ，使方程变为关于 y 的一元二次方程，求出 y 的值后就可以进一步求出原方程的根。

解：设 $x^2 - x = y$ ，原方程变为 $y^2 - 4y - 12 = 0$ 。

解这个方程得 $y_1 = 6, y_2 = -2$ 。

当 $y = 6$ 时， $x^2 - x = 6$ ，即 $x^2 - x - 6 = 0$

解得 $x_1 = 3, x_2 = -2$ 。

当 $y = -2$ 时， $x^2 - x = -2$ ，即 $x^2 - x + 2 = 0$ ，

因为， $\Delta = -7 < 0$ ，所以这个方程没有实数根。

因此，原方程有两个实数根： $x_1 = 3, x_2 = -2$ 。

教师指出：

在具体操作过程中，把 $x^2 - x$ 当作一个“整体”，可

直接利用十字相乘法分解，即

$$(x^2-x-6)(x^2-x+2)=0,$$

$(x-3)(x+2)(x^2-x+2)=0$. 这样省略了许多代换程序。

三、练习

1. 解下列方程：

$$(1) x^3+7x^2-60x=0;$$

$$(2) x^4-14x^2+45=0;$$

$$(3) (x^2+x)^2+(x^2+x)=2.$$

2. 用换元法解方程：

$$(x^2-3x)^2-2(x^2-3x)-8=0.$$

四、小结

1. 一元高次方程的定义。

2. 简单的一元高次方程的解法有：因式分解法和换元法，两种方法的共同之处是把高次方程转化为一元一次方程或一元二次方程。

五、作业

1. 解下列方程：

$$(1) (x+1)(x^2+x-6)=0;$$

$$(2) x^3-8x^2+15x=0;$$

$$(3) 3x^4-2x^2-1=0;$$

$$(4) (6x^2-7x)^2-2(6x^2-7x)=3.$$

2*. 解下列方程：

$$(1) (x^2+2)(x+3)=6;$$

$$(2) x^3-2x^2-5x+10=0;$$

$$(3) (x+1)^4-10(x+1)^2+9=0;$$

$$(4) (3x^2-2x+1)(3x^2-2x-7)+12=0.$$

“分式方程组”教案设计

【教学目的】

1. 认识分式方程组的形式，掌握用去分母解可化为二元一次方程组的公式方程组的方法。

2. 能设辅助未知数，把适合用换元法解的分式方程组化为整式方程组；初步了解换元法在解方程中的意义和作用。

3. 记住解分式方程组也必须验根，并会进行检验。

4. 通过分式方程组转化为整式方程组的转化过程，教育学生认识事物的矛盾是可以在一定条件下转化的，要努力创造条件，把“未知”转化为“已知”、用“已知”来解决“未知”，促进矛盾转化，达到解决问题的目的，这种转化也正是数学的重要思想方法，进行辩证唯物主义的观点教育。

【教学过程】

一、复习

$$1. \text{解方程: } \frac{2}{2x-3} - \frac{1}{x-4} = \frac{1}{x-1} - \frac{2}{2x-7} \quad (x = \frac{5}{2})$$

(通过此题复习解分式方程的基本思想，解分式方程有可能产生增根必须进行检验及先分别计算两边的解法方法)

2. 解二元一次方程组有几种方法？解方程组

$$\text{方程组} \begin{cases} 2x - y = 10, & \text{①} \\ x + y = -1 & \text{②} \end{cases}$$

二、新课

1. 给出例 1 (课本 P171 例 4) 解方程组

$$\begin{cases} \frac{y+6}{x-2} - 2 = 0, & \text{①} \\ \frac{x}{x+4} = \frac{y+1}{y-3} & \text{②} \end{cases}$$

指出 这个方程组是由两个分式方程组成的方程组，称分式方程组，实际组成方程组的方程里含有分式方程时，这个方程组就是分式方程组。

解分式方程的基本思想为“化分式方程为整式方程”，同样，解分式方程组的基本思想为“化分式方程组为整式方程组”，也就是把方程组中的每一个分式方程都转化为整式方程，如何转化呢？有的题目仍然可以去分母。比如本例，①式两边都乘以 $x-2$ ，化简，得 $2x-y=10$ ；②式两边都乘以 $(x+4)(y-3)$ ，化简，得 $x+y=-1$ ，解方程组

$$\begin{cases} 2x - y = 10 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

由复习2得 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}$

解分式方程组时，由于变形过程中，曾用含未知数的整式去乘方程的两边，并约去分母，因此可能产生增根，所以验根这个步骤对解分式方程组来

说，也是必不可少的。例1经检验， $\begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}$ 是原方程组的解。

2. 给出例 2 (课本 P172 例 5) 解方程组

$$\begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{2} & \text{①} \\ \frac{8}{x} - \frac{3}{y} = \frac{3}{10} & \text{②} \end{cases}$$

先请学生试着做一做，此题因易受上例负迁移的影响，学生容易考虑到用约去分母、变为整式方程的方法，于是得到

$$\begin{cases} 12y + 12x = xy, \\ 80y - 30x = 3xy. \end{cases}$$

这里含有二次项 xy ，是二元二次方程组，目前是无法解的。在学生感到困惑时抛出过渡题：解方程组

$$\begin{cases} 4M + 6N = \frac{1}{2} \\ 8M - 3N = \frac{3}{10} \end{cases}$$

$$(M = \frac{1}{20}, N = \frac{1}{30})$$

求出解后，引导学生观察、比较例 2 与过渡题之间的关系，得出“可把

$\frac{1}{x}$ 和 $\frac{1}{y}$ 分别当成一个整体，用新的未知数 M 、 N 来代替，使分式方程组变

为一个二元一次方程组”的结论，这种“把一个式子看作一个整体，用一个新的未知数来代替的方法叫换元法。”它是一种很重要的数学思想方法，“换元”的优越性是把复杂的问题简单化，在原有的解法的基础上拓宽了解题的思路，解决了问题。

解该例时同时指出：“换元”只是把分式方程组转化为整式方程组以求出原方程组的解的手段，目的是求出原方程组的解，所以求出新的未知数的值后必须进一步求出原未知数的值，不可忘记。

解完例 2 后，进一步问：“换元时的设法是否只限

制刚才这种互为倒数的情况呢？”从而得出：

设 $M = \frac{2}{x}$, $N = \frac{3}{y}$ 也可以, 使系数更小, 更容易求解。

三、巩固

A 练习

1. 解下列方程组：

$$(1) \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{3}{4}, \\ \frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{2}, \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{5}{y} = 0, \\ \frac{x}{x+4} - \frac{y+3}{y-3} = 0, \end{cases}$$

2. 指出下列方程组如何换元？换元后的方程组是什么？

$$(1) \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1, \\ \frac{3}{x} - \frac{2}{y} = -1, \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} \frac{5}{x-3} + \frac{5}{2y+3} = -4, \\ \frac{6}{x-3} - \frac{2}{2y+3} = 5, \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 2(x + \frac{1}{5}) + \frac{3}{y-1} = -1, \\ 4(x + \frac{1}{5}) + \frac{3}{y-1} = 8, \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} \frac{y+3}{x-1} + \frac{4-y}{2x+1} = 5, \\ \frac{y+3}{x-1} - \frac{4-y}{2x+1} = 1, \end{cases}$$

$$(5) \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{3}{2}, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{7}{10}, \\ \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = -\frac{6}{5}. \end{cases}$$

3. 解上题 (2)。

四、小结

本节课我们主要学习了分式方程组的解法，解分式方程组的基本思想为“化分式方程组为整式方程组”，“分式”与“整式”是一对矛盾，在方程或方程组中这一对矛盾可以互相转化。一般，任何事物的矛盾都是可以在一定条件下转化的，人们在解决实际问题时，总是努力创造条件，把“未知”转比为“已知”、用“已知”来解决“未知”，促进矛盾转化，达到解决问题的目的，这种转化也正是数学的重要思想方法，本节课我们介绍了两种化分式方程组为整式方程组的方法：①约去分母，变形为整式方程组；②换元，变形为整式方程组，用换无法解答时要回代求出原未知数的值，最后两种方法都要进行检验。

五、作业

1. 课本 P177 习题十一：2。
2. 补充：练习 2 (3)、(4)、(5)。

“简单的二元二次方程组”教案设计

【教学目的】

1. 使学生掌握由一个二元二次方程和一个可以分解为两个二元一次方程的方程组成的方程组的解法。
2. 通过学习分解降次解二元二次方程组的方法，使学生领会数学中普遍存在的转化思想。

【教学重点和难点】

重点是：用分解降次的方法解二元二次方程组。

难点是：正确地将一个二元二次方程转化为两个二元一次方程。

【教学过程】

一、复习提问

1. 二元二次方程组有哪几种类型？

2. 解方程组：
$$\begin{cases} x+y+1=0, \\ x^2+4y^2=8. \end{cases}$$

3. 上述方程组属于哪种类型？有什么特点？用什么方法来解？答案是什么？

二、引入新课

前面我们学习了用代入法解由一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组，那么对于第二种类型的方程组，即由两个二元二次方程组成的方程组应如何去解呢？由于这类方程组较为复杂，解法变化也多，我们只学习其中较为特殊的一类方程组的解法。

三、讲解新课

例1 解方程组：
$$\begin{cases} x^2+2xy+y^2=1 & \text{①} \\ x^2+4y^2=8 & \text{②} \end{cases}$$

分析：

(1) 我们看到这是两个二元二次方程组成的方程组，而我们已经会用代入法解一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组，那么，我们提出这样的设想，能不能将上述方程组作一个转化，使之成为我们会解的形式呢？

(2) 转化的关键当然是如何把二次降次为一次或者把两个未知数减少为一个未知数。

(3) 认真观察方程①的特点，其左边是完全平方式，若将右边的1移到左边就可以将方程①变形为左边是两个一次因式乘积的形式而右边是零，通过分解可以把它化为两个二元一次方程 $x+y+1=0$ 和 $x+y-1=0$ ，分别与

方程②组成方程组 $\begin{cases} x+y+1=0, \\ x^2+4y^2=8; \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x+y-1=0, \\ x^2+4y^2=8; \end{cases}$ 解这两个方程组就可得原方程组的解。

解：由①得 $x+y+1=0$, $x+y-1=0$.

∴原方程组化为：

$$\begin{cases} x+y+1=0, \\ x^2+4y^2=8; \end{cases} \quad \begin{cases} x+y-1=0, \\ x^2+4y^2=8; \end{cases}$$

分别解这两个方程组得原方程组的解为：

$$\begin{cases} x_1 = -2, \\ y_1 = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = \frac{2}{5}, \\ y_2 = -\frac{7}{5}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 = 2, \\ y_3 = -1; \end{cases} \quad \begin{cases} x_4 = -\frac{2}{5}, \\ y_4 = \frac{7}{5}. \end{cases}$$

例2 解方程组 $\begin{cases} x^2+y^2=20 & \text{①} \\ x^2-5xy+6y^2=0 & \text{②} \end{cases}$

分析：观察这个方程组中方程②的右边为零，左边又可以分解为两个一次因式的乘积： $(x-2x)(x-3y)$ 。因此方程②可化为两个二元一次方程，它们与方程①分别组成方程组

$$\begin{cases} x^2+y^2=20, \\ x-2y=0; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2+y^2=20, \\ x-3y=0. \end{cases}$$

解这两个方程组，就得到原方程组的所有解，求解过程由同学们自己完成。

从以上两个例题的学习中同学们可以总结点什么体会吗？

(1)由两个二元二次方程组成的方程组在一定的条件下可以转化为一个二元二次方程和一个二元一次方程组成的方程组。

(2)转化的条件是方程组中有一个方程可通过因式分解将二元二次方程降次为两个二元一次方程。

例 3 解方程组

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 4 & \text{①} \\ (x-y)^2 - 3(x-y) + 2 = 0 & \text{②} \end{cases}$$

分析：观察方程组中是否存在可化为两个二元一次方程的方程。经过例 1、例 2 的学习不难发现，这个方程组不仅有方程可以分解，而且两个方程都可以分解为两个二元一次方程，那么，它可以转化为几个新的方程组？

先把方程①分解为两个二元一次方程与方程②组成两个方程组：

$$\begin{cases} x+y = -2 \\ (x-y)^2 - 3(x-y) + 2 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = 2, \\ (x-y)^2 - 3(x-y) + 2 = 0; \end{cases}$$

由于方程②也可以分解，故上面的方程又可以分别化为下面四个方程组：

$$\begin{cases} x+y = -2, \\ x-y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x+y = -2, \\ x-y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = 2, \\ x-y = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x+y = 2, \\ x-y = 1. \end{cases}$$

解这四个方程组，就可得到原方程组的解。

解由①得 $(x+y)^2 = 4$.

$\therefore x+y=-2$ 或 $x+y=2$.

由②得 $x-y-2=0$, $x-y-1=0$,

因此, 原方程组可化为四个方程组:

$$\begin{cases} x+y=-2, \\ x-y=2; \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=-2, \\ x-y=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=2, \\ x-y=2; \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=2, \\ x-y=1. \end{cases}$$

解这四个方程组, 得原方程组的解为:

$$\begin{cases} x_1=0, \\ y_1=-2; \end{cases} \quad \begin{cases} x_2=-\frac{1}{2}, \\ y_2=-\frac{3}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} x_3=2, \\ y_3=0; \end{cases} \quad \begin{cases} x_4=\frac{3}{2}, \\ y_4=\frac{1}{2}. \end{cases}$$

注意: 在解例3时应注意不能只得到两个方程组, 如 $\begin{cases} x+y=-2, \\ x-y=2; \end{cases}$

$\begin{cases} x+y=2, \\ x-y=1; \end{cases}$ 也不能把同一个方程得到的两个二元一次方程组成一组,

把四个二元一次方程构成新方程组的方法是:

$$\begin{array}{ll} x+y=-2 & x+y=2 \\ x+y=2 & x-y=-1 \end{array}$$

四、巩固练习

1. 把下列二元二次方程化为两个二元一次方程:

(1) $x^2-3xy+2y^2=0$ ($x-y=0$, $x-2y=0$)

(2) $2x^2-5xy-3y^2=0$ ($2x+y=0$, $x-3y=0$)

(3) $x^2-6xy+9y^2=16$ ($x-3y=4$, $-3y=-4$)

(4) $x^2-4xy+4y^2-2x+4y-3=0$

($x-3y=3$, $x-2y=-1$)

2. 解下列方程组:

$$(1) \begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0, \\ 3x^2 + 2xy = 20; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ 2x^2 - 3xy - 2y^2 = 0. \end{cases}$$

五、小结

以上例题的解法告诉我们,对于第二类型的方程组,如果其中至少有一个方程能分解为两个二元一次方程,那么这个方程组就能转化为两个第一类型的方程组或四个二元一次方程组,从而求出解来,我们把这种方法叫分解降次法。解题时要先认真观察方程组的特点,选择恰当的解法。

六、作业

解下列方程组：

$$1. (1) \begin{cases} x^2 - 2xy - 3y^2 = 0, \\ y = \frac{1}{2}x_2; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x^2 - 4xy + 3y^2 = 0, \\ x^2 + y^2 = 10. \end{cases}$$

$$2. (1) \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 25, \\ 9x^2 - 12xy + 4y^2 = 9; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 9, \\ (x - y)^2 - 3(x - y) - 10 = 0. \end{cases}$$

中学数学六种类型课教学模式

长春六中数学组在多年教学实践的基础上,总结出了“中学数学六种类型课教学模式”。该“教学模式”

反映了数学教学中的某些规律性的问题，在实践中起到了提高教学质量的作用，具有一定的理论和实际意义。

中学数学“六种类型课”是指概念课、规律课、例题课、习题课、总结课、讲评课六种课；教学“模式”是指在讲这些课的基本规律中所形成的具有较普遍应用意义的模型或样式。

基本内容

1. 概念课

讲好概念，是讲好数学的基础。其主要步骤和要求是：

(1) 引入

- 目的——为理解概念，给概念下定义打基础；培养观察力、抽象力等；激发学生的学习积极性。
- 途径——从实际中引入，或从数学知识的联系、发展、矛盾中引入。
- 注意——例子要简明，要有启发性，引入时间尽量减少。

(2) 定义

由学生或教师给概念下定义。下定义应注意合乎下定义的原则，要注意有步骤地培养学生给概念下定义的能力。

(3) 剖析

- 要点——剖析概念的内涵（本质属性）与外延（概念包括的对象）。
- 目的——进一步理解概念，为推导性质定理和判定定理打基础。
- 注意——（i）要注意概念的式子化、图形化、便于应用；
（ii）与这个概念有关联的，特别是容易混淆的概念对比；
（iii）形式要灵活多样，顺序要合理安排。

（4）应用

- 目的——深化、巩固概念、发展思维能力，形成技能。
- （途径）
 - （i）用外延进行判别练习；
 - （ii）用内涵进行计算、推证。

（5）小结：系统总结概念的有关问题和注意事项等。

2. 规律课

这里的规律是指：定理、公理、推论、公式、法则。规律是数学最基本、最主要的内容。所谓学数学，主要就是学规律。讲规律课的主要步骤和基本要求是：

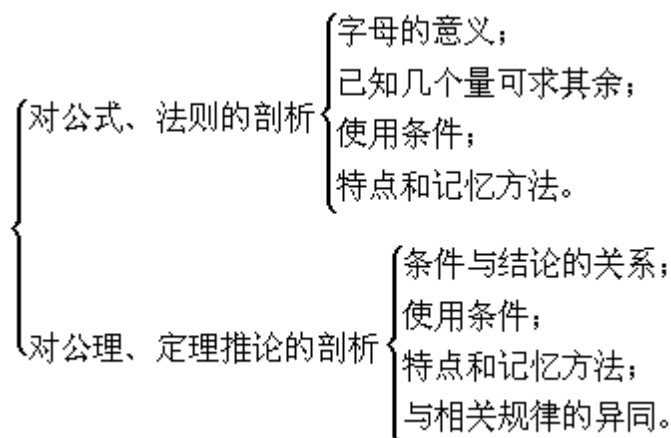
（1）发展规律

- 目的——正确认识和理解规律，培养发现规律的能力，调动学习积极性。
- 途径——从实例引入，或从数学本身的例子引入，从中去发现规律。
- 注意——例子要简明，要有启发性，时间尽量减少。

（2）证明规律

- ①确信规律的正确性；
- ②加深对规律的理解和记忆；
- ③培养逻辑推理能力，发展智力。

（3）剖析规律



注意：形式要灵活多样，要突出为应用服务。

(4) 引申规律

规律的一般形式（一般不应超教材）；特别是规律的特殊形式（那些常用的，需要特殊记忆和掌握的形式）。

(5) 应用规律

这是学习规律的目的。

途径 {	单一性应用（技能训练）：要搞实，要全面。
	综合性应用：深化单一性应用，打通知识间的联系，发展能力。

注意：针对性、梯度性、灵活性、多变性（如一题多变）。

(6) 小结

系统总结规律的有关问题，形成更完善的认识结构和注意事项。

3. 例题课

例题课是揭示概念和应用规律的课，它与一般的练习不同，核心是揭示解题规律。它是培养能力，发展智力的重要途径。例题课要做到：

(1) 课前准备

例题课的课前准备有特殊意义，必须做到：

①精选例题

例题要有典型性（便于揭示规律）、针对性（针对学生存在的问题或需巩固加深的基础知识、技能、数学方法），这是基本的，还要重视启发性、多解性，要少而精。

②合理安排

用于揭示应用规律的例题，要用典型性最强、又较容易的例题；巩固、深化应用规律的题，要由易到难，要有梯度性、联系性。

（2）课堂实施（基本步骤）：

①说明目的：指明这节例题课要解决什么问题，以集中学生精力，搞好师生配合。

②揭示规律：即通过个性（典例）揭示共性（解这类问题的规律），这是例题课讲得好坏的根本标志。

注意：最好引导学生自己去总结规律；必须要学生理解为什么这类问题有这样的解题规律，防止死记硬背。

③巩固练习

目的——巩固、深化对规律的理解和认识及注意点。
途径——口答、板答、笔答。一般先口答（较简易的）。
注意——发现典型（错误的、最优的）要小题大作，加强刺激）。

④小结

进一步总结规律的基本点和应用时的注意点，以及这一解题规律和已学过的解题规律的共性与个性，使解题规律形成网络。

4. 习题课

习题课是当学生基本掌握知识应用规律的条件下开设的、以学生为主的练习课。可分为独立型练习和引导型练习。

(1) 课前准备

①精选习题：习题要有针对性、一般性，这是基本的。其次要注意灵活性、新颖性、启发性、综合性，这是上好习题课的基础与关键。

②妥当安排：要由易到难，要有系统性、阶段性，梯度要适度。

(2) 课堂实施（基本步骤）

①说明目的：使学生知道通过练习要解决什么问题，让学生有目的、自觉地练习，防止盲目做题。

②学生练习

形式——主要是口答、板答、笔答。
注意——引导型练习一般先口答、后板答、笔答；独立型练习，一般采用笔答。

③巡视指导：这是上好习题课的主要点。要特别注意：

发现典型错误要小题大作；
发现有创见或最优解法要表扬、推广；
引导要恰当，既不把学生卡住，又不要包办代替。

④小结

5. 讲评课

这是独立练习或测验后开设的课。目的是分析、解决学生在试卷中反映出来的关于“三基”和学习方法态度等方面存在的问题。

(1) 课前准备

①**出好试题**：没有好试题，就没有好的讲评课。试题要有全面性（应包括“三基”的基本内容）、典型性、针对性，要有一定数量的综合性、灵活性和个别独立性强的题目。

②**阅好试卷**：形式可多样，但必须全面掌握学生在试卷中反映出来的“三基”和学习方法、态度上的问题。

③**抓好典型**：一是关于“三基”存在问题和最优解法的典型；二是在学习态度、方法上特好或特差的典型。这是上好讲评课的最基本素材。

④**选好素材**：需讲评的内容往往很多，必须注意取舍，突出重点，解决主要问题以主带从。

(2) 课堂实施

①**略述概况**：成绩和主要问题（为典型分析打基础）；点名表扬学习态度好、进步快和成绩最好的学生，不点名的提出学习成绩下降，特别是学习态度不好学生情况（时间尽量减少）。

②**典型剖析**：这是讲评课好坏的根本标志。剖析“三基”存在问题的典型，要注意：

对基础知识存在的问题，一定要使全体学生明白，是由于对什么概念、公式、法则、定理、公理，记忆、理解错误而产生的；要小题大作，斩断错根；

对基本技能和解题思维方法上存在的问题，要使全体学生明白，是由于对数学思想、方法和这类问题的解题规律认识、理解、掌握不够而产生的；要防止就题论题或轻描淡写。

对存在问题特别大的，评后还可当类似题要求学生课后再练。

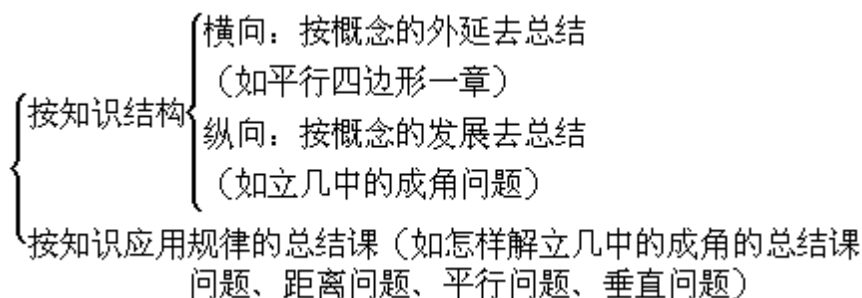
③**公布答案**：形式可多样，但一定要使全体学生知

道每个题的正确答案。

6. 总结课

总结课是要把所学的知识结构或应用规律串成串、捆成捆，使其系统化，形成更好的认知结构，便于记忆、理解和应用。

(1) 两种类型



(2) 总结要求。要有科学性、全面性、要突出重点；要突出知识或思维结构（这是根本点）；要有针对性（主要是针对学生存在的问题）。

(3) 注意事项。一般采用总结练习结合，但应以总结为核心；既要突出各部分的联系形成好的知识结构，又要注意解决多部分存在的主要问题，主次要因具体问题而定。

以上是六种类型课的教学模式。

应当说明的是：“模式”是给教者一个处理教材、选择教法的参考纲要，是可详可略的，有些步骤也可不要，有的还可增加。

如讲指数方程这节课，指数方程的定义，我们只从细菌分裂的实例（ $2x=1024$ ）引入，定义后，马上转入研究特殊几种指数方程的解法。因为这个定义学生很容易掌握，而且这节课主要是指指数方程的解法。又如圆锥曲线

统一的极坐标方程 $\rho = \frac{ep}{1 - e \cos \theta}$ 这节课，对公式剖析时，除字母意义，使用

条件、特点和记忆方法这些“模式”中提到的外，还增加了 θ 取 0° ， 180° 、 90° 时 ρ 与 p 的几何意义，因为这些几何意义对进一步理解这个极坐标方程，和使用这个方程解有关问题都有较大的意义。对具体的每堂课，可以是六种类型课中的一种，也可以是其中的几种类型课的综合课，后者还是最常用的，利用“模式”时，不是简单地使用“加法”，而是根据教材和学生的实际，灵活选取，连成一体。

为了具体说明“模式”的使用，这里简要介绍宋玉清老师的全校公开课“反正弦函数”，这是一节比较典型地反映“模式”的一节课。

（一）概念的引入

1. 复习提问：① $y=3x+1$ ； $y=2x$ ； $y=x^2$ ($x \in \mathbb{R}$) 哪些函数有反函数，哪些函数没有反函数？为什么？当学生正确回答后，教者又提出②把函数 $y=x^2$ 的定义缩小，取值子集 $x \geq 0$ (或 $x \leq 0$) 时 $y=x^2$ 有没有反函数？如果有，写出它的反函数。($y=\log_2 x$ ($x > 0$))

根据学生的正确回答，教者作了如下的总结：(1) 只有确定函数的映射是一一映射，它才有反函数；(2) 一个函数在它的定义域内没有反函数，但在定义域的子集上可有反函数；(3) 求反函数时，如不能用 y 的代数式去表示 x ，就要引入新的符号，如“ $\log$ ”。通过复习与总结，为引入概念奠定了良好的认知结构。

2. 用反函数的知识研究三角函数的反函数，教者首先提出：正弦函数 $y=\sin x$ 在它的定义域内有没有反函数？为什么？学生正确回答后，教者又提出，若要使其

有反函数,得怎么办?(学生答,取定义域的一个子集。)教者又提出,从图象可看到这样的子集有无穷多个,选取哪个子集为最优呢?经

过师生共同研究,选取 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 这个单调区间为最优。

这样教者就从学生已知的反函数的知识和三角函数知识中引入反正弦函数的概念。

(二) 概念的定义

通过“引入”,学生对反正弦函数的本质属性已掌握,但学生对反正弦函数的定义形式比较生疏,因此由教者直接给出。但 $y=\arcsin x$ 的定义域、值域要学生回答,并说明理由。

(三) 概念的剖析

经过概念的引入和定义,对概念的内涵与外延虽然已经揭示了,但还不够深刻,加以符号化、式子化后又给概念的内涵与外延蒙上了一层迷雾,必须认真剖析。即剖析 $\arcsin x$ ($-1 \leq x \leq 1$) 的内涵外延。强调指出:

$\arcsin$ $\sin x$

($-1 \leq x \leq 1$) 有两层意思: ① $\arcsin x$ 是 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上的一个确定的角; ② 这

个角的正弦值等于 x 。总起来说就是 $\arcsin x$ 是表示 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上并且正弦值

等于 x 的一个角, (当 $-1 \leq x < 0$ 时, $-\frac{\pi}{2} < \arcsin x < 0$, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $0 \leq \arcsin x < \frac{\pi}{2}$, 当 $x > 1$ 或 $x < -1$ 时, $\arcsin x$ 没有意义)。为了加深, 还以“一题

开花”的形式向学生连续问了几个问题: 如 $\arcsin(-\frac{1}{2})$ 等于什么? $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$

等于 $\frac{2\pi}{2}$ 对不对, 为什么? $\sin(\arcsin \frac{1}{3})$ 等于什么? $\sin(\arcsin 2)$ 等于什么? $\sin(\arcsin x)$ 等于什么? 并导出公式:

$$\sin(\arcsin x) = x \quad x \in [-1, 1]$$

(四) 概念的应用

这里主要是把概念转化为技能(巩固内涵、外延已在其中), 一是用反正弦函数表示角, 二是用概念求定义域和值域(例子略)。

(五) 小结

这节课同学需掌握三点: ① $\arcsin x \quad x \in [-1, 1]$ 的意义, 理解并记忆公式: $\sin(\arcsin x) = x \quad x \in [-1, 1]$; ② 用反正弦函数表示角; ③ 求反正弦函数型的函数的定义域值域。

六种类型课教学模式的由来、根据和实效

“模式”主要来源于该组的教学实践, 开始总结了怎样讲概念和规律, 并在全国数学教学会上介绍, 事后大家觉得这个总结很有实用价值, 接着就逐步总结出其它类型课的教学规律, 并在教学实践中加以改正、完善, 这就成了现在这样的“教学模式”。

与此同时, 也运用了有关的教学理论和在全国有较大影响的教学方法。这里主要有辩证唯物论, 特别是它的认识论; 控制论、系统论、信息论; 心理学中的刺激反映论, 认知论; 启发式, 发现式, 最优教学法, 自学梯度法等教学方法。

该组长期用辩证唯物论, 特别是它的认识论的基本

观点指导教学。我们确信，理论来源于实践，我们教师是教学的实践者，是最有条件发现教学规律的，也是最权威检验教学规律的。“模式”来源于我们教学实践，同时又用它指导教学实践，所以我们确信“模式”是有科学性，是有生命力的。内容决定形式，这是唯物论的基本观点，不同的教学内容应有不同的教学形式。教学内容不外乎概念、规律以及它们的应用，这样按教学内容可分为概念课、规律课、例题课、习题课、讲评课、总结课六种课型，因而我们形成了反映每种类型课基本规律的客观“模式”。当然，我们总结出的“模式”，有的比较接近客观实际，有的可能离客观实际甚远，但只要按实践、认识、再实践、再认识的途径去努力，它就会越来越完善。对“模式”我们也是辩证去看的，否定模式是不对的，但把模式绝对化同样是不对的，客观事物在发展，“模式”也在不断变化。

附：上海青浦教学教改实验

国家教委确定 1991 年基础教育方面要做好 10 项工作，其中包括积极推广青浦数学教学改革的经验。为此，晓达老师在本文中介绍了青浦数学教学改革的经验，以及学习青浦经验的心得体会和进行教改实践的经验。

1. 情感意志的巨大力量

青浦教改十几年，他们不断总结、提炼全县广大教师的教学经验，至 1989 年，揭示出数学教学的四条基本原理，其中第一条就是情感意志原理。这条原理指出：

教师应当以实际行动关心全班学生的成长，深入了解他们的生活习性，学习特点和兴趣爱好，建立深厚的师生感情，让学生“亲其师，信其道”，……从各个方面感染学生，使学生耳濡目染，激发学生学好数学的情感，

勉励学生克服困难的意志。相反，要是一位教师对学生漠不关心，上课无精打采，甚至对一些中差生歧视、讥笑，那将在这些学生的心灵上投上阴影，后果是不好的。

青浦县顾冷沅数学教改实验小组早先是从解决怎样才能使学生上课时注意力集中，专心听讲，学好数学这个问题引进的。他们在 1982 年对该县 244 名一般中学学生作抽样调查，发现不管在任何情况下，注意力都比较集中的学生仅占 10.2%，不少学生是在压力、厌烦或不感兴趣等不良刺激支配下从事学习，效果相当差。

他们也发现，有的教师讲课，学生不但专心听讲，而且学得很有兴趣。

比如，有一位教师上“对数表”这一课时，她拿了一张纸进课堂，对学生说：“这张纸厚约 0.083 毫米，现在对折三次，厚度不足 1 毫米，要是对折 30 次请同学们估计一下厚度为多少？”学生纷纷估计，显出了积极性。老师说：“我经过计算，这厚度将超过十座珠穆朗玛峰迭起来的高度。”同学们都很惊讶，甚至怀疑。于是列出算式： 0.083×230 ，说：“计算 230，要费很多很多时间，而且很容易算错。如果我们学会使用对数表，那么很快就能得出结果。”在这个情景下，她开始讲解对数表的构造，查表求对数的方法，当真数小于 1 或大于 10 时怎么处理等等。全班同学听得仔细，练得认真，个个都在动脑筋。下课铃响了，有的学生还急着问老师现在能不能算 230？老师说，下节课再学一学反对数表就行了。下一节课同学们仍然集中注意学习，最后剩下一刻钟左右，师生共同利用新知识解决了 0.083×230 的问题。这两节课，课堂气氛和谐活跃，当堂效果测验成绩优良。到期末复习，遇到“2100 是几位数，它的最高两位数是多少”

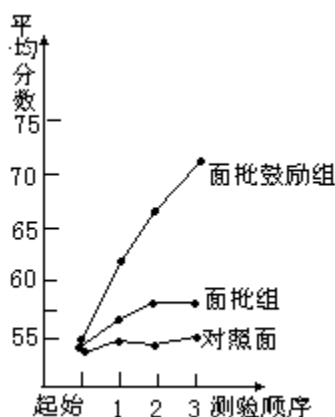
这样的题目时，人人都能熟练地完成。

教改实验小组通过收集、整理教师经验，经过筛选、实验，得出了四条比较有效的教学措施。其中一条是：让学生的迫切要求之下学习。也就是教师在教学中要一种适合学生心理的问题情景，造成学生认知冲突，即使学生处于一种迫切要求解决问题的积极的心理状态，引起学习新知识的极大兴趣和强烈愿望。

要使学生对学习数学有兴趣，甚至有强烈愿望，首先是学生能够学懂、学会数学。如果学生对老师讲的东西听不懂，习题做不来，怎么能使学生对数学发生兴趣呢？他只会怕数学，讨厌数学，或者说自己不是学数学的脑袋瓜，对学习数学缺乏甚至失去信心。这就要求教师对学生、特别是对学习有困难的学生怀有深厚的感情，相信每个学生都是能够学好数学，并且想方设法使学生能学懂、学会数学。有两个例子对青浦教改实验小组影响很大。一个例子是他们在五个班级同时实施同样的几条试验措施，一段时间后测试教学效果，有一个班级效果显著突出。经过去该班听课考察和了解学生，发现这位数学教师与学生感情特别好，因而教师在指导学生学习方法时很有效，全班学生大多喜欢钻研数学问题。这个事实使他们认识到：即使像数学那样的理科，情感也起着相当大的作用。

另一个例子是，原来有一个“差班”，一次数学考试，班平均成绩与平行班相比，低了 10 多分。后来由一名有经验的教师接上该班，开学第一课，她从班级实际水平出发，出了一张难度不高的试卷进行考查，成绩很好，连过去从未及格过的学生也得了 60 多分。许多家长都不相信，来校询问老师。老师解释说：“这次考了最基本的

东西，您的孩子虽然基础差，但是还能答上一部分。可见今后只要再努力一些，完全可以学好数学。”家长的信心倍增，学生意志受到勉励，果然课堂气氛大变样。然后，这位教师又针对不同学生的特点，及时了解他们对知识的掌握情况，查漏补缺，策励进步。随着全班学生学习情况的好转，平时考查的要求也逐步提高。两个多月后，与平行班水平拉齐，“差班”转变了。这位教师说：“初中出现差生，这绝大部分是环境 and 教育上的问题，我对教好任何一个班级都是有信心的。”



过去有人比喻数学是一个“筛子”，它能把优秀人才筛选出来。现代社会需要更多的人学习更多的数学，反映到教育上，于是有人提出数学教学应成为一个“水泵”，通过对学生的帮助、鼓励，激励更多的人掌握更多的数学。大面积提高数学教育质量，就要使数学教学从“筛子”转变成“水泵”。上面那位老师的教育思想，是完全符合现代社会对数学教学成为“水泵”为一个要求的。1986年，青浦教改实验小组曾对情意与认知的迭加效应进行过研究，他们以对学生作业批改分成面批、面批加适当鼓励和一般处理三组，其结果如图所示。面批能进行知识结构方面的反馈，其效果明显优于一般处理的对照组；

面批加鼓励,则使认知与情意迭加起来的双通道反馈,其效果大大超出于单纯面批组。

青浦教改实验小组通过总结、提炼众多教师的教学经验,并进行教育科学实验研究,揭示出情感意志对学习数学的重要作用,因而提出在教学中“既引导学生的个性意识倾向性,又注意发展和培养每位学生良好的气质、性格等心理特性,把认知过程与情意过程统一起来。”这里需要强调指出的是他们十分重视学习目的性教育,阐明所学知识的现实意义,即所学的数学知识在社会主义现代化建设中的作用,来激发学生的学习动机。这样的数学,就把为国家富强、人民幸福与学习数学联系起来了,使一般的情感意志在潜移默化中逐渐地得到了升华,既完成教书的任务,又达到育人的目的。

2. 反馈调整,提高成绩的有效方法

反馈是青浦教改实验小组总结出来的又一条教学基本原理。关于这条原理的功能,他们得到如下结论:

教学过程中的信息反馈,可使整个教学机构的特性对于各个教学效应器特性的依赖关系减弱。换句话说,如果原来教学效应器的特性差,例如学生基础好差悬殊、教师水平低一些等,因而教学效率不高的话,那么恰当使用信息反馈方法作调整,就可以弥补这些方面的不足。

这个结论同样是从青浦教师的教学经验中总结出来,并经过科学实验和研究得出来的。

1980年前后,正是教改实验小组10年教改计划第一阶段三年教学调查(1977.10~1980.3)行将完成之时,他们在全县数学教学质量调查和数学竞赛中,对成绩突出的一个班级进行了比较研究。发现这个班级的任课教师采用“一本练习本”,并及时批改作业,一般在当天即

可了解学生对知识技能的掌握情况，对个别学生存在的问题，就通过个别面批指导的方式，帮助他们学懂学会，如果多数学生掌握不好，就在下一课先解决还未掌握的知识和技能。同时从该校校长处了解到，这位教师任教一个新班级，一般不出数月，学生成绩就会高于同类班级。

接着，他们通过一年的经验筛选，得到了四条比较有效的教学措施。其中之一就是来自上述教师的经验，并被概括为：及时提供教学效果信息，随时调节教学。简称“效果回授”。随后，又将四条教学措施进行为期三年（1981.9~1984.8）较严格的科学实验研究。

1982年，实验小组又重点调查了青浦县的七名成绩低下的学生。结果发现，除个别属智力特别差外，其余均由于在教或学上的一时故障，问题积累，以致脱节。他们从中得到所谓“差生”形成过程中教与学的发展情况。

[学生] 某小问题→问题积累→脱节→自信力降低

[教师] 小问题未予重视→未及时查漏补缺→成见→期待丧失

与此同时，上述经验在科学实验中和别的学校采用，都收到了同样的效果。有一所乡校，学生基础差，师资水平也不高，学生家庭缺乏辅导条件，回家作业常常完不成。这所学校结合本校特点，采用校内、校外两本练习本。一本在课堂上做，教师当堂巡视，及时辅导；另一本供回家练习。另外，教师还根据各单元教学应当达到的目标抓了单位练习，区别不同类型的学生进行知识掌握情况的分析，出现问题随时补救。日久之后，学生成绩提高很快，大量“差生”进步尤为明显。他们在那

里开过一个现场会，大家认为这种方法可以弥补农村学校基础差、水平低的不足，可以大面积提高数学教学质量。

1984年，三年科学实验完成，认为效果回授是“大幅度提高学生学习成绩的主要原因”(相对于尝试指导)，“中等生尤其是差等生的提高更为明显”；“可以有效地弥补学生基础差、教师水平低等不足”。在以后全县大范围推广(1984.9~1987.8)时，对一些条件比较差的学校，首先着重于推广“制订教学目标、教学效果及时回授”的经验。实践证明，效果回授又是易于为大多数教师所掌握的一种方法。这个经验较详细的表述就是：

制定合理的教学目标分类细目，把每日每课的教学细节性反馈调节与阶段教学结果的反馈调节结合起来，这些措施都可以大大改善教学系统的控制性能。

这里谈了两个问题，即制订教学目标和反馈调整。

关于教学目标，实验小组在理论和实践的结合上进行了具有创造性的探讨，这里只谈谈与实际教学有关的如下两点：

1. 目标必须准确或者说合理

为此，首先要以教学大纲为依据；其次，要结合学生实际。青浦在正式组织推广时，先是把教学研究中已经看得准的东西，结合本县实际情况，订入教学常规，要求全体教师都能遵行。数学学科教学常规的第一条就是“学习大纲，钻研教材，重视基础教学”，要求重点研究解决：哪些是中学数学的基础？有一定基本功的学生和基础较差的学生，对他们各应提出什么要求？

学习大纲，首先要领会教学目的。它是各部分包括“教学内容和教学要求”的总纲。纲举才能目张，不然

就会只见树木、不见森林。现在，小学和初中已是义务教育，所以学习现行大纲的同时，还应该学习义务教育的教学大纲。只有这样，才能准确地制订每一课的教学目标。

大纲规定的教学目的、教学要求是比较原则的；一般地说来，是最低的要求。所以作为一个称职的教师，还必须结合学生的情况来确定。比如绝对值，大纲的具体要求中规定是理解概念，能口答任何一个有理数的绝对值，了解数的绝对值的几何意义。在一般教材中，常有：

- ①求一个数的绝对值，
- ②已知一个数的绝对值求这个数，
- ③ $|a|$ 当 a 大于、等于和小于零的值

表示这样三种不同要求的习题。这时，教师应根据学生状况提出不同的要求。基础比较差的学生可以只要求达到①，达到了①就可以学习有理数大小的比较及其运算；而对于基础较好的学生，就可以要求达到②乃至③。还有这三种不同的要求或目标，可以安排在不同的阶段来完成。这些，就要求教师学习大纲、钻研教材，并了解学生情况才能办到。

这里，我们还需要补充一句，对于学生也要根据情况订出不同的目标。即有的学生达到及格，有的达到良好或优秀。定高不如定低，先低后高。这样，就可起到我们在情感意志原理介绍中讲到的数学教学要成为“水泵”而不是“筛子”，使学生建立起自信心，并不断追求高目标。

2. 目标必须是可检查的

也就是说目标要具体，要用外显行为，如会说什么、

会做（解、画、证明）什么等语句来反映。因为只有这样，才是可检查的。也就是说，才便于作为反馈调整的根据。

现在根据义务教育大纲编写的教科书已在一些学校试验，有的教科书如人民教育出版社编的代数课本按小节到有“教学要求”，可以参考。

关于反馈调整，青浦经验提出要“把每日每课的教学细节性反馈调节与阶段教学结果的反馈调节结合起来”。前面所举两位教师的经验都是每课细节性反馈调整的例子，第一位讲的是课后，第二位讲的是课内，也做了单元调整。一般地说，课内应该是主要的，观察学生反应表情，提问，课堂练习时巡视、指点等都是常用手段。课外也是不可少的，有的教师采取面批。我们在前次情感意志原理的介绍中已经提到面批比一般性批改要好。因为师生之间的信息流量增大，能够抓准并解决学生当天学习中存在的知识缺陷，不致使问题积累而逐步变成“差生”。

这一点，对数学来说特别重要。大家都知道，数学的特点之一就是它的系统性。前面的知识没有学会，甚至有点缺陷，就会影响后面的学习。所以学习数学必须循序渐进。这个原则要落实到每个学生身上。为此，就要每日每课、课内课外进行反馈调整，使每个学生在学新课之前，对新课所必需的知识和技能都已切实掌握，不发生听课的困难。

阶段教学结果的反馈调整，其特点是着眼于整个阶段的教学目标是否达到，时间相对要多一点，可以用测试进行诊断，并针对目标进行个别的或全班的补救。

反馈调整应该与情感意志结合起来，这样就能起到

“迭加效应”，不仅能提高学生的学习成绩，而且还能促进他们心理的健全发展。

现在，有的教师只是批改作业、考试评分，而不重视调整；有的甚至嫌弃学习有困难的学生。这样做都不利于学习成绩的提高，不利于学生的健康成长。

关于反馈调整的必要性，青浦实验小组还有如下一段论述：

全班划一的教学与各类学生的基础、需求、素质差异发生矛盾。这就需要教师巧妙地在班级授课制的同时，实现教学个别化的有效企图，其中运用好反馈调整手段是行之有效的。我们知道，教学是个动态过程，它必须通过教师与学生之间的信息联系和信息反馈，才能实现其控制与调节，以便达到预期的目标。

这就是说，反馈调整是在班级条件下实施因材施教的一种手段。我们在前面着重讲了对教与学有困难而进行调整的一面，这是很必要的，特别是在我国将逐步普及九年义务教育的条件下是尤其必要的。但也不能忽视基础好的学生。如果讲的内容学生觉得很容易，不能满足他们的求知欲，这就得加快进度或加深拓宽知识、提高要求，以促进他们的充分发展。只有这样理解反馈调整才是全面的，才能促使数学教学质量的全面提高。

3. 自主活动，现代教学论的核心

青浦数学教改实验小组通过筛选得到四条有效教学措施之一，是“在采用讲授法的同时辅之以‘尝试指导’的方法”。他们说的“尝试指导”，就是在教师指导下，在创设问题情境、形成学生认知“冲突”后，引导学生进行探究知识的尝试；在获得知识后，又进行变式练习的尝试。

这里，举他们“等腰三角形的判定”的教例的要点，以见一斑。

教师先让学生复习等腰三角形的性质后，出示一等腰三角形，说 $\triangle ABC$ 中 $AB=AC$ ，因为不留心，它的一部分被黑水涂没了，只留下一条底边 BC 和一个底角 $\angle C$ 。同学们想一想，有没有办法把原来的等腰三角形画出来？

接着就让大家来画，教师巡视；画好后，让同学互相交流，并不时参加同学间的议论；然后，请两名学生说明各自画图的方法：

第一名画 $\angle B=\angle C$ 而得 $\triangle ABC$ ；

第二名画 BC 的中垂线而得 $\triangle ABC$ 。

教师在肯定了两种不同的画图方法之后，提问：你们认为这样画出的三角形都是等腰三角形吗？于是指出这节课的内容：等腰三角形的判定，并引导学生从第一种画法中分析已知是什么，求证是什么，以及怎样来证明。

在学生得出用全等三角形来证明 $AB=AC$ ，并需要添辅助线后，就让学生“动笔做做看”。这时，教师又巡视了解尝试情况，适时地让学生交流、思考还有哪些不同的证明方法。然后，让学生分别说明他们的各种不同的证明方法，其中也包含错误的证法。在说明过程中，正确证法得到了肯定，错误证法得到了纠正。在这个基础上，让同学们用语句来叙述这个判定定理。

在得出定理后，教师又引导学生运用这个定理和其他一些定理来尝试证明经过精心设计安排的由浅入深、由简单到复杂的一系列变式例题，使学生掌握运用知识于各种情况。

“尝试指导”是符合辩证唯物论的认识论的。毛泽

东在《实践论》中指出，认识过程中有两个突变即飞跃。一个是“从感性认识到理性认识之能动的飞跃”，这个飞跃是“经过思考作用，将丰富的感觉材料加以去粗取精、去伪存真、由此及彼、由表及里的改造制作功夫，造成概念和理论的系统”，再是“从理性认识到革命的实践这一个飞跃”。这两个飞跃，正是认识上的关键，也是认识上的难点。因为它必须经过认识主体自己的思考作用，对感性材料进行改造制作的功夫才能产生并完成。所以这是思维最积极、最活跃的时刻，因而也是最困难的时刻；完成了飞跃，也就使思维得到了锻炼，从而发展了认识能力即思考能力。教学过程是在教师主导下，学生获得知识和学会运用知识的过程，在这个过程中发展学生的思考能力，尝试指导正是达到既学会知识又发展能力的一种教学方法。

青浦三年的实验研究证实了这一点。采用尝试指导和效果回授的实验班，历次学期考试成绩，无论合格率和优秀率，均高于对照班；而且，考试内容的灵活性越大，差距也越大。关于阅读能力和思维能力的测验成绩，实验组与对照组的差异也比较显著。他们分析，可能是实验组的学生对于尝试的兴趣越来越浓厚，获得和运用数学知识的能力有所发展。他们曾做过这样一个实验；一个班用尝试指导与效果回授，一个班只用效果回授，对照班则用传统教法，统计结果如下表：

班 级	实验因子	学习成绩 (第一学年末)	能力测验成绩 (第一学年末)		后续学习成绩 (第二学年末)	
			思维	阅读	代数	几何
甲 班	尝试指导 效果回授	85.53	58.72	67.31	84.03	87.71
乙 班	效果回授	94.98	42.00	52.31	81.64	79.19
对 照 班	——	68.48	43.45	45.21	58.19	58.55

从表中容易看出，效果回授对提高成绩最为有效，而发展能力则主要在尝试指导。

实验结果还表明，优等生成绩稳定，中差生特别是差等生成绩提高，分化缩小了；这种方法，不仅条件好的学校能够做到，就是农村学校也是做得到的，而且能在不加重学生负担的前提下按计划完成教学任务。于是，从 1984 年秋季起，他们把“尝试指导”订入教学常规在全县推广。

通过在更大的范围的教学实践，他们把尝试指导进一步提炼成“活动原理”：

教师应当指导学生通过尝试、探究和交往等自主学习活动，把教学改革基点放在使全体学生都能独立思考上，从而改变以往那种封闭的、割裂的、被动听受的旧教学模式，使接受式教学与活动式教学相互补充，使学得与学得相结合，达到“学而时习之，不亦说乎”的境界。

他们还总结出加强学生自主活动的一些措施：

1. 引导学生边听边想边尝试，启发他们发现问题、提出问题、分析问题和解决问题。

2.选择部分教材让学生自学，教师质疑。

3.用“引而不发”、“开而弗达”的方法诱导学生用探究数学结论。

4.例题教学适当运用变式，讲究不断设置障碍，逐步增加创造性因素，以达到闻一知十，举一反三。

5.阅读课外书籍，开展各种数学小组活动，等等。

他们还指出，尝试的内容和提出的问题，应当是关键性的、明确的，而且应当与学生的认识水平相符合，能够引起学生的积极思考，并能够得出结果，过易和过难都会达不到尝试的目的。即要摘的果子目标明确，而且“跳一跳、够得着”。再一点是必须给学生以充分思考的时间；对于思考“误入歧途”的要给以适时指引。

1982年，中国教育学会数学教学研究会成立大会学术讨论中，关于教学问题，认为首先要正确处理教与学的关系：“教学是教与学的统一。学生是学习的主体，是内因；而学生的学习，又是在教师的组织、引导启发下进行的；而教师则按照国家有关的政策法令、教科书和教学规律，在教学过程中充分发挥主导作用。因此，如何摆正教与学、主导和主体的关系，使教与学统一起来，是搞好教学的关键。”并提出“要研究怎样通过教学，激发学生学习的自觉性和积极性；研究在教学过程中怎样引导学生主动去观察、思考、探索，力求通过自己的努力来获得知识；研究怎样培养学生的独立工作能力，以达到教学的最终目的，不仅使学生学会知识；而且使学生学会学习。总之，就是研究怎样充分发挥教师的主导作用，使学生真正成为学习的主体，能够主动地、生动活泼地进行学习。”（《中学数学教育论文选编》，人民教育出版社，1983年第1版，第14页）

各地教师在正确处理教与学的关系方面创造了不少好经验，青浦实验小组在这方面总结出比较系统的原理和方法，就是其中突出的一个典型。

在教学中确立教师的主导作用，学生是学习的主体，教师要引导学生主动地去观察、思考、探索来获得知识，使学生学会学习，是新技术革命形势的需要，是社会主义现代化建设的需要，是现代教学论的核心，是评价教师教学的主要标准。

在新技术革命形势下，知识增长的速度加快了，这就要求培养学生独立获取知识的能力；现在发达国家生产力的增长中，60%~70%来自科学技术，这就要求培养学生发明创造的能力。80年代，世界各国掀起了教育改革的新高潮。目标是什么？我以为可以这样说，就是如何培养出有创造力的人。未来学家呼吁教育“是给孩子们来点‘TLC’的时候了。……它们是新的基础课，新的信息社会的三个要求——思考、学习、创造（think, learn, create）。”（〔美〕J.奈斯比特和P.阿布尔丹：《展望90年代——西方企业和社会新动向》，方宝定等译，国际文化出版公司，1987年第1版，第146页）我们要搞社会主义现代化建设，“科技是关键，教育是基础”。最近中央又指出“科学技术是第一生产力”这一真理，并正在变成全国人民的共识。这就要求我们培养的所有人才，不仅“都应该有理想、有道德、有文化、有纪律，热爱社会主义祖国和社会主义事业，具有为国家富强和人民富裕而艰苦奋斗的献身精神，”而且“都应该不断追求新知，具有实事求是、独立思考、勇于创造的科学精神。”（《中共中央关于教育体制改革的决定》，见《教育体制改革文献选编》，教育科学出版社，1985年

第1版,第2页)在数学教学中大力宣传并努力实践“活动原理”,改变只把数学的结果——概念、法则、定理、公式等教给学生,改变“题海战术”的做法,正是为了培养这种学习的能力、思考和创造的能力,以及科学精神。

4.循序渐进 形成知识系统结构

科学知识都具有一定的系统结构,数学知识尤其明显。只要一接触数学,就会强烈地感受到数学有着不可违背的顺序系统与结构。减法必须以加法为前提,乘法必须以加法为基础,除法必须在加、减、乘之后;从数来说,其运算也必须从个位数至多位数,从整数而有理数,从而形成有理数四则运算的系统结构。

由于我们的教学是分割成一课课来进行的,而且有时一课之后,还可能隔上几天,因而教学中很容易把本来是有系统结构的知识变成零星孤立的知识。这样,使知识难以理解、掌握,也难以巩固。因此,对于系统性极强的数学科的教学,要特别强调循序渐进,并形成知识系统结构。青浦教改实验小组在他们的教改实践中提炼出来的四条教学原理之一,就是序进原理。

教师应努力让学生掌握知识的系统结构,而不是零星的知识。……在数学教学方法改革实践中,我们十分讲究课堂教学的层次、结构和张弛节奏,尽量使新知识与学生认知结构中已有的适当知识、经验建立合理的实质的联系;尽量使课与课之间建立精当的序列关系,这主要表现在知识的连贯,迁移关系,易错易混问题的有计划复现、预防和纠正以及螺旋式的巩固提高。

这里,既讲了序进原理所要达到的教学目标,也讲了达到教学目标的教学方法。下面,对教学方法作点简

述。

这里提到的教学方法有三 1.讲究课堂教学的层次,其中重要一点是尽量使新知识与学生已有的适当知识、经验建立合理的实质的联系;2.尽量使课与课之间建立精当的序列关系;3.复习巩固、螺旋提高,形成知识系统结构。前两点主要是讲平日学习新知识的教学,后一点是讲单元、阶段的复习。因此,我们将分为新知识的教学和复习的教学两部分来论述。为了方便,对知识的系统结构再作些说明。

一门学科的知识结构,一般是指该学科知识的逻辑演绎体系。欧几里得的《几何原本》,就是人类最早完成的这种知识结构,以后,它就成为构建一门学科知识体系的标准,而且以能否构建出一个知识的逻辑演绎体系来衡量能否称为一门科学的标准。

但是,这种逻辑结构的知识体系,对初次接触这门学科的人来说,由于缺乏感性知识的支持而难以理解;对于小学、初中学生来说,更由于思维水平的限制,更难于接受。因此,作为小学、初中的数学,必须经过教学法上的加工,成为这门学科的教学体系,即教材。这首先是作符合学生认识水平的处理,即由简单到复杂,从具体到抽象,并逐步过渡到逻辑结构体系。这个过程,一般要持续到高中以至大学的基础课阶段。其次,作为基础教育,它不仅要为进一步学习打基础,还要教会学生运用所学知识解决日常生活和工作中的实际问题,因此,教材中还要配置一些例题和习题,特别是经过加工的实际问题,以巩固知识、训练技能和发展能力,包括解决实际问题的能力。我们所说的系统结构,主要是指经过上述加工的知识系统结构,同时,尽可能让学生掌

握知识的逻辑结构。

那么教学时是否就可以按教材顺序“照本宣科”了呢？我们前面已经指出过由于课程的分割安排（这是各学科知识间的大系统结构和脑体的生理调剂所必需的）会造成知识的孤立和遗忘，更由于班级教学与学生差异的矛盾，因此教学必须把教材与班级学生的实际结合起来，精心备课，精心设计，才能使学生形成知识的系统结构。现在，我们就从新知识教学和复习两部分来论述。

一、新知识教学

一般有准备、学习、小结和应用四段，每段都有其特殊作用与要求。

1. 准备

学习新知识必须以学生已有的知识和经验为基础。因此，根据学生实际提出一些实际问题，不仅是为了创设“问题情境”，而且是为了形成学习新知识的必需的感性知识基础。再是为每一个学生准备好学习新知识所必需的旧知识和技能，使“他们都不会发生由于学过的知识和技能存在缺陷而造成学习新知识的困难。”这是使循序渐进“真正落实到每一个学生身上”的必要条件之一，也是建立课与课之间序列关系的第一步。以上准备工作，有的要在课内来做，有的特别是准备旧知识和技能因人而异，大多要在课前解决。

2. 学习

学习新知识，这时要随时注意与旧知识建立联系，其目的是为了使學生知道新知识的来龙以理解新知识，建立起良好的认知结构，而不是为联系而联系。

联系方式有以旧引新，新旧对比，在新知识的推导、运算过程中用到旧知识等等。这里有一点需要指出的是

要根据学习迁移的原理,区别新旧知识间认知结构的不同状况,如分式与分数相类似、正负数运算与正数运算差异大、系数与指数易混淆等,针对学生具体状况,确定教学措施。这是备课中要着意研究的问题。

3.小结

应在整理新知识为主,恰当指出与旧知识的联系与区别以建立起新的认识结构。

4.应用

这里指的是在基本理解了新知识之后的例习题教学。这时,要区分例习题的不同作用,如加深理解知识,或训练技能或应用知识解决问题,处理好知识间的联系。应用知识解决问题的例习题,要根据学生水平因材施教,给出不同的综合运用知识的题目。

二、复习

其目的在于巩固知识和把知识系统化,形成系统结构的知识更利于巩固和应用。复习有经常性有阶段性之分。前者已大致在前一部分中有所说明,这里主要讲述在阶段性复习中形成知识系统结构。

阶段性复习可分单元、期中、期末和毕业复习,不过在知识系统化方面,除了范围、复杂程度的不同外,并没有什么不同。以单元知识系统化为例。

首先是使学生掌握本单元知识间的关系,概念与概念之间、原理与原理之间以及概念与原理之间的联系与区别,通常是列出一张表。可以学生自己做,也可以在教师指导下完成,但一定要通过学生思考而不是背诵,在自己脑子中形成这个系统结构。注意列出的表是可以不同的,不必强求一律。

其次是与以往单元知识间的联系,如分数概念、性

质及其运算，联系整数概念、性质及其运算；正负数概念、性质及其运算，联系正（整、分）数，整式联系整数，分式联系分数等等。

再是建立学科间知识的横向联系，主要是数与形之间的联系。

总之，要使知识系统化，使学生建立起良好的认识结构，换个说法，就是让学生做到融会贯通，豁然开朗。这样系统化就不仅是巩固，更重要的是提高，包括螺旋式提高。

还应该提到，由于数学学习必须经过思考、练习的特点，复习也要学生做一些精心设计的独立作业。

序 号	I	II	III	IV
有序的经验系统	让学生在 迫切要求 之下学习	组织好课堂 教学层次 序列	在讲解的同时 辅之以尝试	及时反馈教学 效果的信息， 随时调节教学
符合中国 传统的学 习理论	学思从志 德业相辅	循序渐近温 故而新	学而时习躬行 践履	自反自强教学 相长
吸收现代有关知 识和成果	如“动机需 要”理论、 态度学习的 原理	如布鲁纳的 知识结构论 与奥苏贝尔 的认知结构 同化理论等	如皮亚杰的活 动理论与操作 内化原理、列 昂节夫的“活 动与个性”的 心理学体系等	如教育控制论、 布卢姆的掌握学 习理论、阿纳什 维利的自我评价 体系等
有效学习 的基本原 理	情意原理	序进原理	活动原理	反馈原理

青浦数学教改实验小组的四条教学原理已逐一介绍了。这里还要提到的是：

一、这些原理是从实践中提炼出来的，而所以能够

提炼出来，除了科学态度与科学方法外，还与实验小组的同志们，特别是顾泠沅同志不断学习古今中外的教育著作分不开的。下表可以看出他们实践、学习、研究的过程，也作为介绍的总结：

二、1990年10月，国家教委组织的专家研究小组的通过实地考察研究，认为这些原理“充分揭示了数学教学中，系统基础知识的教学与发展智力、培养能力的关系；教师的主导作用与学生主体精神的关系；认知过程与情感过程的关系；新知与旧知的关系；接受性学习与活动式学习的关系；以及反馈与控制的关系。它们是符合数学教学规律的，对学生的知、情、意、行的全面发展是十分有益的”。

附：合理安排课堂教学程序，努力提高数学课堂教学质量

——兼评“同底数的幂的乘法”一堂观摩课

顾泠沅数学教改实验小组，经过十几年的探索、实践，总结出一套大面积提高数学教学质量的办法。经验是很丰富的。北京师范大学曹才翰教授对青浦县教改实验小组周一凡老师所作“同底数的幂的乘法”的观摩课进行了讲评，并以此总结了他们实施的一种教学结构。

这种结构包括下面五个环节：

1. 把问题作为教学的出发点；
2. 指导学生开展尝试活动；
3. 组织变式训练，提高训练效率；
4. 归纳结论，纳入知识系统；
5. 根据教学目标分类细目，及时回授调节。

一、关于教学目的

我们认为评价一堂课的好坏，首先是看这堂课的教学目的制定得是否合适？其次看为达到目的所选择的教学内容、教学措施是否得当？最后看教学目的是否达到？达到的程度如何？

制定教学目的，一要根据中学数学教学大纲规定的中学数学教学的总目的；二要根据教材的地位作用；三要根据学生的情况。把这三者综合起来考虑才能正确确定教学目的。

根据中学数学教学总目的，初中数学教学的目的之一一是培养学生熟练的运算技能。而就初中来说，运算技能的基本支柱是运算律与指数律，特别是指数律，它的熟练与否将会影响后面的多项式乘法、因式分解，甚至以后的指数、对数运算。所以让学生熟练地掌握指数律是应该作为要求的。

从这一节的教材地位来说，前面写的是多项式的加减问题，而多项式加减实质归结到单项式加减，其基础是合并同类项。这节课开始要学习多项式乘法运算，而多项式乘法运算，也和加减运算一样，归结到单项式的乘法，其基础是指数律，即同底数幂的乘法。因此，这节课是以后课的内容展开的基础，学习好坏将会直接影响后面内容的学习，所以从教材地位来说，也要求熟练掌握同底数幂的乘法法则。

从学生的情况来看，一是刚学过指数概念，对指数概念中所含名称：底数、指数、幂的含义还不十分明确。二是再加上以前学过的系数的概念，增加了正确理解法则的困难；三是同底数幂的乘法法则容易与合并同类项混淆，这更给熟练掌握增添了障碍。

系数 底数 指数

合 并 同 类 项	相 加	不
变 不 变		
同 底 数 幂 的 乘 法	相 乘	不
变 相 加		

第四，所谓熟练运用就是能把基本法则运用到各种情形中去：即运用到底数是数、单项式和多项式；指数是正整数及表示正整数的字母。

综合上述，以于“同底数幂的乘法”法则的教学目的应是“熟练掌握”。为了使“熟练掌握”，一方面要正确理解法则。让学生自己得出法则，是正确理解法则的措施之一。同时还要扫除正确理解的障碍，即消除一些容易混淆之处。另一方面，通过把法则运用到各种情况中去来达到熟练运用。

这样看来，周老师制定的教学目的的两条：1. 让学生自己得出运算法则；2. 使学生正确熟练地运用法则，我们认为基本上是正确的，而且注意到了上面所分析的这些特点。为什么说是“基本上”呢？因为“同底数幂乘法法则”是学生初次接触，这样在一节课里，既要正确理解，又要熟练运用，要求似乎高了一些，这样势必要加大课堂内容的容量（从教案上来看，内容是很多）；同时，要熟练运用还必须要学生亲自去操作、去实践，这在这一节课的 45 钟里不太可能，实际上从这节课的安排来说，还只是明确一些运用法则的注意事项。所以我们认为教学目的定得高了。这节课的目的就放在“正确运用法则”就可以了。至于“熟练运用”就放在下节课去完成，那就比较合适了。

由此我们看到，任何一种教学方法、模式、结构，都基于以上三点：1. 中学数学教学的总目的；2. 教材的

地位作用；3.学生的情况。只有吃透这三点，才能制定出一个恰当的教学目的。这样，教学方法、模式，结构才会发挥出其应有的作用，其存在才会有意义。否则，离开了大方向去孤立地谈论某种方法、某种模式、某种结构的优劣，是没有多大意义的。我们也正是在这三点上下功夫，这是教师的基本功。

下面对教学过程作些分析：

二、关于“提出问题、创设情境”

这就是顾冷沅数学教改实验小组提出的“把问题作为教的出发点”。他们非常重视新课的引入。

按照认识论的观点，总是由具体到抽象，由个别到一般，这样反映在教学上，就是常常把感知教材作为教学的出发点。像这节课内容，常常像课本上那样，从一些具体教学例子引入异归纳法则。

但是，他们不是这样做，而是把问题作为教学的出发点，即提出一些具有挑战性的问题或富于思考性的问题作为教学的出发点。作为这节课，由教师叙述：多项式相减，可归结为单项式加减，而单项式加减的基础是合并同类项。可以想象，多项式相乘可以归结为单项式相乘，那么单项式相乘的基础是什么呢？于是提出如何计算 $2x^3 \cdot 3x^2$ 的问题。

作为这节课来说，这样处理有以下几点好处：

1.问题是思维的出发点，有问题才会去思考。对于学生来说，提出一些他们想解决而又不能很好解决的挑战性问题，激起他们去思考，使他们在迫切要求下来学习，激发学生学习的心向。

2.这里的问题与后面单项式乘法是联系在一起的，是作为整个教学环节中的一环。而由感知材料作为教学

的出发点，是就法则论法则，是比较孤立的，两者比较起来，现在较能发挥教学情景的作用。

3.学生的回答可能是各式各样的，有差异，也会有共同点，这就为进一步展开学生思维创设了教学情景。

4.学生的思维是开放性的，根据你自己的知识与经验，你认为怎么答就怎么答，而不像有的教学措施是设好圈套让学生钻。

所以把“问题作为教学的出发点”是应该加以肯定的，其中有很丰富的内容。

三、关于“在试探和议论中发现新知识”

这里实际是指导学生开展尝试活动。教学过程是教师主导与学生主体统一的过程，这两者结合得好坏，决定着教学质量的高低。顾泠沅教改实验小组在学生学习的方式上采用接受式学习与活动式学习相结合；在教学方式上采用教师的讲授与学生的尝试相结合。

这里，所谓“接受学习”是奥苏伯尔提出的，意指学习的全部内容是以定论的形式呈现给学习者。这种学习不涉及学生任何独立的发现，只需要他将所学的新材料与旧知识有机地结合起来（即内化）即可。而活动式学习，即活动—发现学习，简称发现学习，是布鲁纳提倡的，发现学习意指：不是把学习的主要内容提供给学习者，而必须由学生独立发现，然后内化。这两种学习方式各有优缺点，所以把它们结合可以互相弥补，发扬优点。

具体到这节课，具体过程是这样的。

$x^3 \cdot x^2 = x^5 \rightarrow$ 同底数幂乘法法则 $\rightarrow$ （定论形式出现）
（发现一般规律）

$2 \times 3 \cdot 3 \times 2 = 6 \times 5$ （内化—新旧知识联系）

这里的试探即尝试,不是桑代克提出的尝试错误(试误),试误是一种盲目性的试探(尝试),而是以学生为认识主体的自主学习活动方式之一,即是一种在教师指导下,让学生自己通过究其原因、试其难易,从而获取知识技能,发展认识能力的活动。

具体到这节课,始终都是放开让学生自己活动、探索,同时教师始终没有放弃指导。如:

- ①教师分析几个不同结果中指数各是如何来的;
- ②教师对答对的予以肯定,对答错的予以剖析;
- ③教师进一步提出问题: $a^3 \cdot a^7 = ?$
- ④教师引导学生观察发现 $10 = 3 + 7$ 的规律;
- ⑤教师提出一般的情况 $a^m \cdot a^n$ 的答案是什么;
- ⑥让学生叙述法则;
- ⑦叙述不完整的,教师及时纠正;
- ⑧进一步提出三个同底数幂相乘如何?

从这里看出教师一步步把问题引向深入,并进一步扩展。可以设想一下,如果没有教师的指导,其效果将会是什么样子的。

可以说这两种结合:从学习方式上来说,接受式学习与活动式学习结合;从教学方法上来说,教师讲授与学生尝试结合,为教学过程中,教师主导与学生主体的有效的统一,找到了一条切实可行的途径,有其理论与实践的意义,这是值得肯定的。

我们还想指出的这节课在培养概括能力方面下了功夫。教学中三大能力的核心是逻辑思维能力,而思维能力的核心是概括能力。所以概括能力的强弱表明了一个人的教学能力的强弱。

概括是一种思维过程,它含有两层意思:其一,在

思想上将某种事物已分出来的一般的、共同的属性或特征结合起来：其二，把分列事物的本质属性或特征，推广为同类事物的本质属性或特征。它有两种形式，即经验概括和科学概括。所谓概括能力，就是为找出一类事物本质特性和把本质特性推广到同类事物中去，形成系统表述的能力。

先说说这节课在概括的两层意思上做得怎样。首先通过实例，逐渐分离出同底数幂相乘法则的几条特性：底数不变，指数相加；以及单项式乘法法则的几条特性：系数相乘、底数不变、指数相加。然后分别把它们结合起来，构成了同底数幂相乘法则和单项式乘法法则，这是一层意思。其次，有了法则以后，再把它推广到同类事物中去，这里，推广到底数是数字单独字母、多项式；指数是数字、字母的情况，以及三个同底数的幂相乘。这两种概括在这节课里都体现得很好。

再说说在概括的形式上，首先是经验的概括，即通过具体的例子： $x^3 \cdot x^2 = x^5$ ， $x^3 \cdot x^7 = x^{10}$ ，概括为 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ 。这类概括是通过具体例子的外形上的特征概括的。其次，在这个基础上进一步上升为科学概括。一方面从数学道理上进一步明确，另一方面，上升到语言叙述，（这就为自然语言与数学语言互译奠定基础）。我们的目的就是要达到科学的概括，这节课没有停留在经验的概括，而是在经验概括的基础上，不失时机地把它提高到科学的概括，我们认为这样做是很好的，对培养学生的概括能力是有积极意义的。

总之，在这部分中，两种结合与两种概括意义及形式都做得很好，很成功，这就为全堂课的成功奠定了良好的基础。

四、关于“通过变式练习促进深化”

顾泠沅实验小组非常注意变式训练。他们认为组织变式训练，培养学生举一反三、灵活转换、独立思考的能力，提高训练效率，减轻学生过重的课业负担。

根据这节课的教学目的，这里变式是有三个意图：

1. 进一步正确理解“同底数幂的乘法法则”。其中含有四个特征：相乘、同底、底数不变、指数相加。以防止学生顾此失彼。舍掉一个（或两个）特征，使其不成为法则，从而从反面加深对正面法则的理解。例如练习 1 的 (1) (2) (4)。

2. 提高新旧知识的可分辨性。通过变式对一些以前学过的，对现在法则容易产生混淆的内容（如合并同类项）；以及以前容易发生错误的概念（如指数 1 认为没有指数）进行分辨，从比较中加深对正面法则的理解。如练习 1 的 (3) 及练习 5。

3. 扩大应用范围，提高法则的可利用性。这里就是概括的第二层含义。如练习 3，练习 4，练习 5 等。

利用变式要注意两点：

1. 在初步理解（或了解）正面的法则以后，再进行变式，这样有个正确的导向和比较的依据，否则会越变越糊涂，会适得其反。

2. 变式要有目的，这节课主要是围绕对法则的正确理解和应用来变式，不是为变式而变式。“万变不离其宗”，从变中加深对不变（法则）的理解。

这节课对以上两点以及对变式的构思，我们认为做得很好的，是下了功夫的。

五、“关于把新知识纳入整体结构中去”

顾泠沅教改实验小组把“归纳结论，纳入知识系统”

作为教学结构有机的组成部分之一。他们认为，应随时组织和指导学生归纳出有关知识和技能方面的一般结论，然后结合必要的讲解，揭示这些结论在整体中的，相互关系和结构上的统一性，纳入知识系统”。

学习概念、法则只能一个个地去学，这就带来一个问题，这些概念、法则到底在整体知识结构中地位如何，它与其他知识的相关性如何，就不十分清楚了。如果不顾及整体，只是局部、孤立、划地为牢地大练特练，常常只收到事倍功半的效果，这就是当前教学中的一种通病。这已经引起了大家的注意，有的提出整体教学，顾泠沅教改实验小组正是吸取了这种思想，提出“把新知识纳入整体结构中去”。

从这一节课来说，一开始就把同底数幂的乘法与后面单项式乘法挂钩，周老师是这样提的：“我们已经学过整式的加减运算，运算基础是合并同类项，现在进一步学习整式的乘法运算，整式可分为单项式和多项式，先学习单项式乘法。”接着“提出问题，如何计算 $2x^3 \cdot x^2$ ”。

最后小结时又提出：“这节课我们从单项式和单项式的乘法运算的需要出发学习了同底数的幂的乘法”。（又一次强调）；接着又说：“合并同类项，是整式加减运算的基础。同底数幂的乘法，是整式乘法运算的基础。”

这样，前呼后应，始终把同底数幂的乘法与整式乘法联系起来，并且类比合并同类项是整式加减的基础，指出同底数幂的乘法，是整式乘法运算的基础。我想学生通过这节课，对同底数幂的乘法的地位和作用，有个初步的了解，并为后面讲整式乘法提供了一个导向和启示。这是应该加以肯定的。

总结这节课，除了目的中“熟练地运用”提得稍高

些外，其他一切都很好。设计合理、选择内容恰当，教学安排科学，充分调动了学生的积极性，是一堂非常成功的课，这说明顾泠沅教改实验小组的经验是科学的，是经得起实践考验的。

附：学青浦，见成效

一、推广青浦经验要坚持做实事

1987年5月，广西壮族自治区教研部组织我们去青浦学习，推动了我们学青浦。我们认为，青浦经验的启发诱导加效果回授的确好，值得学，应该学；而要学青浦，作为一个教研员就必须把组织工作落到实处。两年来我们做了如下几件事。

1. 1987年9月，地区发了“教学研究”，专题介绍青浦的做法与效果，发至全地区280多所中学数学组。

2. 1988年3月，召开全地区各县中学数学教研员会议，专题研究如何开展学青浦工作。

3. 根据基层意见，1988年5月~10月，我们又先后发了1200份详细的青浦经验，及140本介绍青浦教改经验专著的《教学改革的实践与认识》，并去自治区教研部借来青浦教学录相，转录后由各县再转录回去，组织广大师生观看；同时地区教研员下乡时，也亲自带录相去放，有时其他科教师也来看。学生看后说：“老师这样讲，我们才不打瞌睡，也不愁不会做作业了。”数学老师的反映更为强烈，别科老师看后也说：“很有启发。”

4. 1988年冬，先后组织两批教师共102人，前往桂林十四中、柳铁五中等学青浦有成效的学校参观学习，这些老师回校后不少人成为推广青浦经验的骨干。

5. 1989年春，为全地区初中数学教师订购《青浦县

中学数学教改实验教案选编》(第一集) 1200 多本, 几乎全地区中学数学教师人手一册。

6.地区教研员深入县、乡、校, 向县、局教研室、学校领导、教师、学生宣传青浦经验约 40 次, 开座谈会约 20 次。由于争取了地区教育局领导的支持, 他们就曾不下 10 次在各种会议上宣传学青浦, 起了很大推动作用。

7.1989 年 6 月, 又与青浦县教研室联系, 为全地区初中数学教师代购《教案选编》(第二集) 1100 多本。

8.1989 年秋, 全地区共有 29 所中学, 47 个班, 2618 个学生参加了青浦数学教改实验, 其中地区的点有 3 个。

9.1990 年秋增加了一所镇级试点学校, 该校数学几乎全面铺开教改试验, 别科也逐渐开展。

10.1990 年侧重于督促各试点学校, 坚持改革, 不断改进教法, 总结提高。1990 年 12 月份召开全地区初中数学教改实验经验交流会, 收到有关学青浦经验的论文有 28 篇, 有 3 篇选入了地区出版的中学理科论文集。

11.1991 年元月, 带领全地区学青浦实验班教研员及教师代表 11 人去广州参加由中国教育学会数学教育研究发展中心和广东省数学教学研究会举办的“学习青浦数学教改经验研讨班”。回来后, 又在全地区各县教育局长会议上传达, 要求各县局长支持, 并成立推广青浦经验实验小组, 进行具体指导。

二、推广青浦经验要坚持四句话

第一句话是: 激励兴趣。这是基点。

首先要培养学生学好数学的信心、兴趣和正确的思维习惯。数学是“思维之花”, 要调动学生学数学的积极性, 关键在于调动学生肯于和善于积极思维, 使他们爱

听数学课。韩非子说：“尽己之力者，下君；尽人之力者，中君；尽心之力者，上君”，便是这个意思。

我们要求：通过集体备课，寻求能打开学生思维的钥匙，即每上一节课都要尽力选择不同的例题和方法，造成该新课的悬念，立障设疑，激励学生探索。如讲三角形的三边关系时，龙州一中一位教师拿了两根细木条（一长 7cm，一长 10cm），让学生考虑如何选择第三根木条（最长是多少？最短是多少？），才能组成一个三角形？学生兴趣盎然，纷纷发言，从而得出三边关系的规律，印象鲜明。然后再出示由浅入深的几组题目，由学生完成。两根木条，看起来是小事一桩，但一拿出来，马上就吸引了学生的注意力，作用可谓不小。

第二句话是：善于诱导。这是重点。

学生兴趣激发起来后，碰上较难的内容如何深入诱导，更为重要，青浦教案选中为我们提供了许许多多的范例可以借鉴；当然我们也必须自己有所创造，有所前进。比如讲多边形内角和定理，大新桃城二中一位教师先复习三角形内角和定理，并回忆四边形内角和的求法，然后出示五边形、六边形…、 n 边形的图形。当提出要求用已学的旧知识求五边形和六边形的内角和时，全班活跃起来，有的说把五边形转化为三个三角形，有的说还可以转化为一个三角形、一个四边形，很快都得出了五边形、六边形的内和角。这时，教师说：如果是 n 边形，内角和又怎样求呢？学生很自然地想到也把 n 边形转化为三角形，如何转化？叫学生加辅助线。教师发现学生加辅助线时，有三种情况，一是在 n 边形内一点向各顶点连线，二是从 n 边形某一顶点向其他各顶点连结，三是从 n 边形某边上取一点向其它各顶点连线。第三种

方法是教师没有料到的，这种方法也可以做。教师便引导学生用三种不同方法推出 n 边形的内角和定理。

显然，这样教，教得活、学得生动，记得牢。

第三句话是：变式训练。这是热点。

青浦经验中的一个热点便是发展学生智力、能力，而进行变式训练是激发学生思考、真正理解题意，切实区别概念，增加训练频率的有效方法，所谓变式训练就是一题多变、一题多解、一题多用，发展到更深一层，还可以叫学生自己变题、编题。我们地区各实验班都很重视这种做法，取得了较好效果，例子很多，不列举了。

第四句话是：效果回授。这是特点。

要面向全体学生，要大面积提高数学教学质量。青浦抓住了照顾差生，效果及时回授，这是他们经验的特点，也是教师高度事业心与责任感的体现。我们地区不少实验班的教师都照着这样做了。比如，宾阳蒙村初中，学生入学平均分低到 19.1 分，该校校长亲自上差班数学课，学青浦，坚持搞效果回授，做到课堂作业随堂讲评、家庭作业不及格的一律当面指导，补做对为止。成绩好的学生也能通过第一课堂活动，增加他们的营养。又如宁明寨安中学，地处中越边陲的山村之中，该校实验班也实行效果回授，作业中的错题一律重做；单元测验中做错的，弄明白后再补考。他们这样扎扎实实地搞，教师的确辛苦，但换来了数学成绩突飞猛进的提高。

三、推广青浦经验初见成效

基层学校正式开展学青浦试验刚一年多，效果是令人鼓舞的，举四例如下。

县城学校：龙州一中初三年级的一个实验班，地区统考数学均分纵向对比表：

实验前	实验一年后	
二年级 期考 61.2分	三年级 升学考 95.2分	1. 学生参加全县数学竞赛团体分第一。 2. 教师参加地区数学优质课评比二等奖，参加自治区数学录像课评比获三等奖。

乡级学校：宾阳黎明乡初中二年级三个实验班，地区统考数学均分纵向对比表：

实验前			实验一年后		
一年级期考			二年级期考		
56.7分	61.1分	69分	77分	78分	82.1分

村级学校：宾阳蒙村初中二年级一个班，地区统考数学均分纵向对比表：

实验前		实验一年后	实验两年后
初中入学试	一年级期考	二年级期考	地区中考
19.1分	26分	53.6分	78分

地区试点班学校：大新桃城二中初二年级（21）班，地区统考均分横向对比表：

			平行班		实验班
			19 班 (44 人)	20 班 (41 人)	21 班 (56 人)
第一 学 期	代 数	均分	47.8	31.6	78.9
		及格率	27.3 %	14.6 %	92.9 %
		优秀率	6.8 %	无	57.1 %
		差生率	18.2 %	19.2 %	1.8 %
第二 学 期	代 数	均分	53	81.3	81.3
		及格率	41.3 %	21.4 %	92.4 %
		优秀率	4.3 %	2.2 %	65.4 %
		差生率	10.9 %	42.2 %	无

			平行班		实验班
			19 班 (44 人)	20 班 (41 人)	21 班 (56 人)
第三 学 期	代 数	均分	55.3	34.5	70.3
		及格率	47.3 %	7.1 %	75.9 %
		优秀率	7.3 %	3.6 %	37 %
	几 何	差生率	11 %	41 %	1.9 %
		均分	65.2	45.3	83.5
		及格率	54.5 %	23.2 %	92.6 %
		优秀率	34.5 %	9 %	72.2 %
		差生率	无	26.8 %	无

注：该校 1982 年新办，招收学生主要是大新中学、桃城一中选剩的，基础差，如 1986 年秋季学期，初一 3 个班 168 人期考，只有一个人及格。（广西南宁地区教研室雷藻香）

附：我校是怎样学习青浦经验的？

1991 年春，我校参加数学教育研究发展中心在广州

举办的“学习青浦县数学教改经验观摩研讨班”的老师回校后，向大家介绍了研讨班的情况，同时，印发了研讨班的材料，并结合观看青浦两位老师的观摩课录像，进行了热烈的讨论。大家感到，青浦经验确实是非常成功的经验，很实际，很有学习价值，在大家心坎上写了个“服”字，并下决心学习青浦经验改进我们的教学。

时近一年，青浦经验已在我校产生了巨大作用，促进了教学质量的提高，下面谈谈我们初步的做法和体会。

一、学习青浦经验，改进教学方法

1. 创设情景，启发诱导，仅举三例说明我们数学教师进行教法改革的尝试。

在讲完绝对值概念之后，让学生回答： $|x|=5$ ，求 x ，教师巡视后发现，不少学生只有一个答案 $x=5$ 或 $x=-5$ ，为使学生完整理解绝对值概念和解答本题，教师要求学生用一块白纸画上一条数轴，并在表示“5”的那个点 A 上涂上浓浓的墨水，然后绕着原点对摺，将会发现，表示“-5”的那个点印上了墨水（假定为点 B）。这便说明：绝对值等于 5，应是 A、B 两点所表示的数，即 ± 5 ，学生感到通俗分懂。

为使学生掌握乘方的意义及其计算方法，教师拟一道思考题： 2^3 等于 8，还是 6？请大家用折纸的方法解答。有的说是“6”，有的说是“8”。然后，教师用正确的折法说明正确答案是“8”，而不是“6”。因为它表示 3 个 2 相乘，而不是 3 个 2 相加。

有关线段和差倍半作法，是几何图形的初学内容，而且是十分重要的基础内容。几何老师用直木片当作 AB 线段，直竹片当作 CD 线段（比 AB 短），然后通过竹、木片的不同造形——创设情景，引导学生完成这方面的作

图。

2.在试探和议论中,发现新知识。这是青浦经验中,继“提出问题,创设情景”之后的第二个措施。在教学中,我们也作了尝试。

在教学等腰梯形的判定定理和性质定理时,教师首先出示一个等腰三角形,并让学生回答等腰三角形的性质,接着,用剪刀剪去一个小的等腰三角形,然后让学生回答:剩下部份是什么图形,具有什么性质?为什么?这样引导学生探究新知识,学生会轻而易举地弄清梯形的判定定理和性质定理。

3.通过变式练习,促进知识深化。这是青浦教法改革的第三个特点。我校数学教师都比较注意通过变式练习,培养学生举一反三、触类旁通的能力以及应变能力。我们把一题多解、一题多变的习题或题组,当作迁移性练习引入新课,以猜想性练习使课堂教学推向高潮,以排疑解难的巩固性练习使学生学得更加扎实、主动,从而加深对所学知识的理解 and 应用。我们感到一题多解是比较实惠的,既可减轻学生负担,又使学生融汇贯通。

如一位教师把初三代数第十四章第十一节中的例 2 改动一下,变为如何确定二次函数的题目:设抛物线经过点 A (-5, 0)、B (-1, 0) 和顶点 C (-3, 2),试求这个二次函数的解析式,此题有三种解法:一是一般法,设所求的函数式为 $y = ax^2 + bx + c$,将三个点的坐标代入,便可求解。二是用配方法,突出顶点,设所求的函数式为 $y = a(x + 3)^2 + 2$,将点 A 或 B 的坐标代入,不难求得 a 值,而确定这个二次函数,三是利用因式分解法,设所求的函数式为 $y = a(x + 5) \cdot (x + 1)$,再将顶点

坐标代入, 易求 a 值, 并得结果 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2}$ 。

4. 把新知识纳入知识的整体结构中去。我们以青浦为榜样, 着重研究了以培养学生思维能力为中心的后发式教学, 要求教师立足于把每一节课放在一个知识单元、一册乃至整个初中教材的背景上组织教学, 并要求教师要面向全体学生, 充分调动学生学习的主动性、积极性和创造性, 培养学生探求新知识、学会学习的能力, 进而发展学生的智能, 还要及时掌握学生学习的反馈信息, 适时调控教学活动。

二、学习青浦经验, 让学生有效地学习

“让所有学生都有效地学习”, 是顾泠沅教改实验小组的成功经验, 很适合我校的实际。为此, 作了如下探索:

1. 抓预习。我们认为预习是“激发动机, 让学生迫切要求下学习”的重要手段。因为我校是一所普通的农村中学, 设备简陋, 学生见识少, 很有必要抓好课前预习, 广大教师已习惯于根据教材内容, 布置好预习提纲, 让学生有针对性地进行预习, 并坚持讲课前检查预习情况。因此, 课前预习已成为全体学习的自觉习惯, 提高了学生学习的效果。

2. 把竞争机制引入课堂, 课堂教学是师生双边活动的主要形式, 是教师传道授业、学生获得知识、提高智能的场所。这就要求教师要充分发挥学生的主体作用, 使学生成为学习的主人, 把竞争机制引入课堂是调动学生学习积极性的好办法。我校许多数学教师, 坚持编写体现“温故知新”的迁移性习题和“变式训练题”作为抢答题, 让学生口答或上台板演, 然后根据解答情况进

行评比，课堂气氛十分活跃，常常出现争先恐后的场面，学生感到越学越有奔头。

3.因材施教，培优辅差。这项工作是在面向全体学生的基础上进行的，目的在于培养尖子，提高尖子，帮助差生，促进差生，让他们“进得来，留得住，学得好”，使尽可能多的人都能毕业，成为“四化”建设的有用人才。同时对那些学有余力、基础扎实的学生，要认真培养教育，以便他们学得更加扎实、主动，顺利升到高一级学校继续深造提高。

我们的主要措施有三。一是抓过关，分年级、分层次过好章节关、年级关、学段关，二是举办数学课外小组，以提高优生和中上学生的成绩，三是抓好个别辅导，让偏科生能够全面提高，平衡发展。

学习青浦经验，促进了我校教学质量的提高，我校今年中考成绩有了明显提高，仅以数学中考情况来说，人均 80 分，优良率为 25.37%，及格率为 69.4%，这些成绩的取得是与我们学习青浦经验分不开的。

以上是我校学习青浦经验的点滴体会，愿与兄弟学校共勉。

中学数学教案设计精编（七）

知识形成与实际应用相渗透教学模式

加强素质教育，提高学生解决问题的能力，服务于现实，服务于生活，是数学教学的根本目标。为使学生

将知识应用和知识学习相结合,增强他们应用数学的意识。武威市二中寇世英老师通过具体实例探讨了知识形成与实际应用相渗透的教学模式。

1. 关于模式的三个例子

例 1. 等差数列前 n 项和公式的教学。

为简明起见,只列举几个主要的环节,不作详记细叙。

(1) 提出生活实际问题。某人在银行参加每月 50 元的零存整取储蓄,月利率为 0.75%,按单利计算,不计复利,计算储蓄 12 个月的本利合计是多少?引导学生得出 12 个月的本利合计是:

$$50(1+0.75\% \times 12) + 50(1+0.75\% \times 11) + 50 \times (1+0.75\% \times 10) + \cdots + 50(1+0.75\% \times 1)。$$

(2) 导入课题。12 个月的本利合计的计算就是要求首项为 $50(1+0.75\%)$,公差为 $50 \times 0.75\%$ 的等差数列的前 12 项和,将其普通化,导入课题:

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1 ,公差为 d ,求其前 n 项的和 S_n 。

(3) 推导求和公式。回想小学学过的高斯求和法

$$+2+3+\cdots +100 = \frac{100}{2} (1+100) = 5050,$$

启发学生用列写相加法推导等差数列的前 n 项和公式 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ 。

利用通项公式代换 a_n , 得出另一个求和公式 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$ 。

(4) 计算本利合计。让学生用两个求和公式计算 12 个月的本利合计,结果是 629.50 (元)。如果将 (1) 中的按单利计算改为按复利计算 12 个月的本利合计,就

是以 $50(1+0.75\%)$ 为首项, $1+0.75$ 为公比的等比数列的前 12 项的和, 因而等比数列前 n 项和公式的教学可仿此例进行。可见, 将单利计算与复利计算的问题放在等差数列与等比数列的概念教学中也是恰当的。

例 2. 正六边形作图的教学。

(1) 提出生产实际问题。李师傅要将半径为 5cm 的圆形铁片作成面积尽可能大的正六边形工件, 请你帮李师傅画好加工线。画草图观察可知, 我们的任务是, 画出半径为 5cm 的圆的内接正六边形。

(2) 导入课题。已知 $\odot O$ 的半径是 R , 作出 $\odot O$ 的内接正六边形。

(3) 探讨作图方法。假设 $\odot O$ 的内接正六边形已作出, 启发学生根据弦、弧的关系总结出一般作法: 从圆周上任一点开始, 以圆的半径为半径顺次画弧。

(4) 帮李师傅画线 (略)。

例 3. 球带面积公式的教学。

(1) 提出地理问题。我国土地面积约为 960 万平方公里, 大部分位于地球北温带, 将地球看作球体, 其半径约为 6370 公里, 求我国领土占北温带面积的百分数。分析题意: 要求我国领土占北温带面积的百分数, 核心是要算出北温带的面积, 通过提问让学生回想地理知识: 北温带是从北回归线到北极圈之间的区域, 即北纬 $23^{\circ}27'$ 的纬线圈与北纬 $66^{\circ}33'$ 的纬线圈间的球带。由题设条件可算出这个球带的高是:

$$6370 (\sin 66^{\circ}33' - \sin 23^{\circ}27') \approx 3302 \text{ (Km)}.$$

(2) 导入课题。已知球的半径是 R , 球带的高是 h , 求证: $S_{\text{球带}} = 2\pi Rh$ 。

(3) 推证球带面积公式。用求球冠面积差的办法

或用球带内接圆台逼近的方法求证。并可将球冠、球看作是球带的特殊情形予以统一。

(4) 计算百分数。用已推证的球带面积公式计算我国领土占北温带面积的百分数约为：

$$\frac{9600000}{2 \times 3.142 \times 6370 \times 3302} \times \frac{100}{100} \approx 7.27\%$$

2. 模式的四个基本环节

从上述三个例子可以看出，知识形成与应用相渗透的教学模式应具备下列四个基本环节。

(1) 提出问题，激发求知欲望。根据具体的教学材料，选择合适的实际应用问题作为教学的出发点，让学生带着问题在迫切要求下学习，为知识形成作好情感上的准备。

(2) 抽象概括，导入学习课题（即建立数学模型）。分析实际应用问题，抽象其本质，概括为我们需要学习的课题。

(3) 学习课题，形成数学知识（即对模型进行操作）。灵活运用启发式、讲解式、尝试指导式等教学方法。

(4) 实践运用、形成技能。

数学结构教学模式

什么样的数学教学活动算得上是成功的，这个问题的答案始终带有鲜明的时代烙印。

在 50 年代中，通常认为只要把新旧知识之间的衔接点处理好，这堂课也就成功了。于是，一堂数学课的模式就定下来了：复习旧课，引入新课——概念讲解——例题分析——模仿练习。实际上，这里所强调的“衔接

点”只是知识点之间的逻辑关系，属于纵向的一维联系。

自 60 年代起，数学课堂教学开始注重“知识块”的传授，于是有了单元教学实验。这种教学模式所强调的是每一个章（节）或者一个知识段内部的知识联系，即一个知识点与其所处的章节（知识单元）中其它知识之间的纵向与横向联系。显然，相对于先前的教学模式而言，它是一个进步，因为它对于知识间关系的考虑属于二维的——既有纵向联系，又有横向联系。但是，这种教学模式所注重的仍然只是客体（相对于学生而言）自身内部的关联性，还没有考虑到认识主体——学生自身在认识活动中所表现出来的整体性。

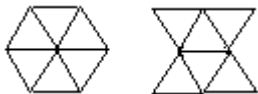
80 年代以来，人们相继提出了学生的数学认知结构的重要性。学生的数学学习是一种特殊的认识活动，学习的结果在很大程度上决定于他们的认识能力或智力，而认识能力的强弱又依赖于他们是否具有良好的认知结构。于是，完善学生的数学认知结构就成了提高学生数学学习水平的根本途径之一。怎样才能实现这一教学目的？南京师范大学数学系马复老师认为，应当采取一种“结构教学”的模式，即在数学教学活动中，不仅传授知识及知识间的联系，还要展示这些知识所反映出来的数学思想方法，同时，注重学生与知识之间的情感交流。简言之，是由知识，方法，情感所构成的一种三维的信息交流。具体说来，知识的指标，含有数学知识的内涵和不同数学知识之间的内在联系——包括纵向的与横向的联系，即数学知识结构的体现，方法的指标则包括在数学知识产生与发展过程中表现出来的数学思想方法和由此而形成的数学基本观念，即构造数学知识结构这一过程的体现；情感指标则偏重于学生心理活动中的非智

力因素方面，它包含意向、动机、需要、兴趣等内涵。我们认为，这种结构之间三维（立体）的信息流通，将产生一种正向的整体效应，进而有利于完善学生的数学认知结构。从这个意义上说，结构教学应当是我们所力图追求的一种数学教学模式。

常州市教研室主任杨裕前老师上的一堂平面几何引言课，可以作为“结构教学”的一个例证。杨老师面对的是初一学生，他们的平面几何认知水平仍停留在低级的直观认知阶段，而课本的几何知识结构却具有较强的逻辑性，形成较严密的演绎推理体系。显然，这两个结构之间不协调。如何使得两者之间产生一个自然的沟通渠道，从而使得信息交流得以畅通，这是平面几何教学的重要环节。杨老师的教学过程则达到了上述目的。

“我来自常州，在地图上，常州位于上海和南京的中点。”“自行车的轮子为什么一定是圆的？可以是三角形或正方形吗？”“杯子中装了一些水，想象一下，当你向杯中倒入一些油以后，在油与水之间是什么？”一连串的问题和说明，一方面使学生感受到几何学与生活的密切联系，产生一种亲切感，进而形成较强的学习兴趣；另一方面，又不露痕迹地展示了抽象的点、线、中点、面等概念的本质属性，巧妙而自然地在学生的认识结构与几何知识结构之间构筑了一个信息流通渠道。随后，学生在杨老师的指导下，兴致勃勃地折纸——将正方形分为两个相等的部分。在探索具体折法的过程中，他们逐渐认识到：只要过“中心”任意折一下（等于划一条线），就能够达到目的。这表明，在无数种折法可以等分正方形。于是学生对于对称中心、对称轴、全等、任意、无限等概念，有了直观的了解。而搭火柴游戏——拼正

三角形，不仅使学生体验到数学思想方法的意义，还通过对以下问题的讨论，加深了对数学美的感受：在这两个图形（图 1—（1），图 1—（2））中，你喜欢哪一个？大多数学生认为图 1—（1）美，因为它和谐、对称、完美。而有一个学生却回答：我更喜欢图 1—（2），理由是它不仅是对称的，而且更“经济”，13 根火柴拼出了 8 个正三角形，每个正三角形平均只用 $13/8$ 根火柴（图 1—（1）是平均 2 根）。这表现出学生对于“数学美”的评价标准除了对称、和谐以外，又多了“简单性”这个指标，而这实实在在是“数学美”的一条标准。



在平面几何学习的过程中，学生的显著困难之一是“逻辑推理”的能力难以提高，而其中最初的难点在于树立“推理”的意识，初学几何的学生最习惯的是凭直观：它们看上去就是全等的，为什么还要证明？如何改变这种观念？杨老师用一对图形让学生辨别（见图 2）。

单凭视觉，学生的感受是：圆 01 较圆 02 小。事实上，圆 01 与圆 02 大小相同。于是，学生们自发地感受到不能过于“信赖”自己的眼睛，否则会“上当受骗”，从而初步认识到数学的证明是必须的。

以上教学过程表明：结构教学的特点是将数学思想方法与数学知识融为一体，并且时刻注意学生与知识间的情感交流，这将在学生的认识结构与几何知识结构之间开凿一条沟通的渠道，进而达到完善学生的数学认知结构的目的。

“发现法”教学新程式与操作

教学有法，而无定法，用什么样的教学方法教学生，对于把学生培养成为什么样的人，具有重要作用，例如传统的注入式教学方法，课堂上老师尽管讲，很少给学生独立思考与独立活动的机会，这样，学生就会缺乏主动性、独立性和创造性，也就很难培养出一批勇于思考、勇于探索、勇于创新的人才。因此，如何改革教学方法，用科学的教学方法教学，是关系到为祖国建设培养人才的重要问题。

“发现法”教学的尝试

发现法又称探索法，指教师在教学生概念和原理时，只是给他一些事实（例）或问题，让学生积极思考、独立探究、自行发现并掌握相应的原理和结论的一种方法。一个平庸的教师奉送真理，一个高明的教师则教人发现真理，发现法无疑是培养学生能力的先进教学方法，在日常教学中，安徽省合肥市探化中学严怡老师选择适当的教材内容进行了“发现法”教学的尝试。下面结合“韦达定理”的教学谈谈具体的一些做法。

1. 在复习的过程中设立新问题的情境

学生原有的知识或技能是获得新知识的基础，因此，在引入新课前要安排必要的复习。但思维是从问题开始的，故在复习时必须精心策划，为下一步问题的提出创设情境。

引入新课前先做这样的复习提问：

(1) 我们学过哪些解一元二次方程的方法？

(2) 写出一元二次方程的求根公式（为证明韦达定理铺垫）。

(3) 说出下列方程的根（出示小黑板，板书设计要便于下一步学生的观察）。

第一组	方程	x_1	x_2
①	$x^2 - 5x + 6 = 0$	3	2
②	$x^2 + 5x + 4 = 0$	-4	-1
③	$x^2 - 3x - 18 = 0$	6	-3
④	$x^2 + 2x - 3 = 0$	-3	1

第二组	方程	x_1	x_2
①	$2x^2 - 5x + 2 = 0$	$\frac{1}{2}$	2
②	$2x^2 + 5x - 3 = 0$	$-\frac{1}{2}$	3
③	$3x^2 + 7x + 2 = 0$	$-\frac{1}{3}$	-2
④	$5x^2 - x = 0$	0	$\frac{1}{5}$

这样既复习了旧知识，又为学习新知识打下了埋伏，为“问题”的出场布置好了“舞台”。

2. 设计问题，引发学生发现思维的火花

朱熹说：“大疑则大进”，陶行知有诗曰：“发明千千万，起点是一问”，由此可见，设计有探究因素的问题，设计让学生“跳一跳，能摘到桃子”的问题，是打开大门、登堂入室的钥匙，能引导学生进行探索，激起学生思维波涛，所以问题设计得好坏是发现法成败的关键。

在复习提问引入新课后，设计下面的问题：

(1) 请你观察第一组的四个方程，它的两个根与常

数项有怎样的关系；与一次项系数有怎样的关系？

(2) 第二组的方程与第一组有什么不同？做怎样的转化可将第二组的方程变成第一组的形式？上面所研究的结论对第二组方程是否适用？

(3) 若 x_1 、 x_2 为一元二次方程 $x^2+px+q=0$ 的两个根，那么根与系数有怎样的关系？

若 x_1 、 x_2 为一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两个根，那么根与系数有怎样的关系？

教师要组织和发动学生围绕上述问题一环扣一环、步步深入地进行思考和讨论，引导学生通过对具体的方程进行观察、分析、比较，发现一般的一元二次方程根与系数的关系，当学生完成这一发现时，他们的表情是欣喜和愉快的。

3. 自行证明结论，让学生尝试成功的喜悦

正值学生沉浸在发现的乐趣之中时，教师因势利导告诉学生，这里还有个“小小的遗憾”：我们的发现还只是猜想和假设，它要成为真理是需要经过证明的，否则，就是再用十个、百个具体的方程来验证也是徒劳的，你们能用一元二次方程的求根公式证明吗？学生情绪振奋，积极去完成证明。这时教师指定一名学生板演。

教师总结板演后随即指出：这个结论经过了证明，现在可以作为定理了，实际它是 16 世纪法国数学家韦达发现的，被称为“韦达定理”。此时学生充满了自豪，觉得自己也有能力去发现一个重要定理了。

这节课教师打破了以往“给出定理—证明定理—讲解要点—巩固定理”的模式，引导学生进行“观察—寻找—猜想—分析—证明”。经历一番科学家发现一个定理的“浓缩”过程，从而培养了学生独立探究、解决问题

的能力。

“发现法”教学的操作说明

1. 采用发现法对教师提出了更高的要求

有人认为发现法是以学生“发现”来代替教师的“讲授”，教师可以“省力”了，其实不然，因为发现法不是学生本人盲目地、无组织地去探求和发现，而是在教师指导下学生的发现学习，在这个过程中，不仅仅突出了学生的主体作用，也使教师的主导作用得到了完美的体现。教师要选择教材内容，要创设问题情境设计问题，要组织提问和讨论，要抓住关键时刻促使学生思维产生飞跃，这些都要求教师有过硬的课堂教学“功夫”，敏捷的应变能力，同时教师必须真正通晓知识的基本结构，才能对教材作发现程序的加工。主要是：挖掘抽象材料的具体形式，挖掘结论的探索过程，挖掘结论反映的方法因素等。此外，教师还必须摆脱普通成人的思维方式和习惯，了解学生发现学习的过程，沿着学生的思维进入“角色”，才能用学生的“脑袋”代替教师的“嘴巴”，要做好这一切，教师是需要投入较多的时间和精力。

2. 针对教材内容选择教学方法

发现法的作用是激发和培养学生的发现思维。发现思维是教学思维的重要组成部分，是科学发明创造的“智慧之窗”，它主要包含直觉思维、归纳思维、类比思维、辩证思维，与之相应的，发现法则细分为下面几类：

(1) 直观发现法：对所学的新知识通过学生眼睛的观察大脑的思维进行发现，多用于图形性质的发现。如在“一元二次不等式”的教学中可采用这种方法。先做

出 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 的图象 (比如: $y=x^2-x-6$), 让学生从图象上观察, x 取何值 $y=0$ 、 $y>0$ 、 $y<0$, 从而发现一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0$ 、 $ax^2+bx+c<0$ ($a>0$) 的解集。

(2) 归纳发现法: 让学生对某些单个的、特殊的事物进行分析和比较, 从中总结出规律性的东西, 从而进行发现, 前面所举的“韦达定理”一课的教学就是用的归纳发现法。

(3) 类比发现法: 是把所要学的新知识和与之有关的旧知识进行分类比较, 发现它们之间的共同特点和规律。比如: 分式的通分类似分数的通分, 在进行“分式的通分”一课教学时, 可采用这种方法, 引导学生从分数的通分联想类比到分式的通分, 从而发现分式通分的方法。

(4) 剖析发现法: 引导学生对所学新知识的已知条件进行剖析和研究, 逐步深入, 推导出未知的结论。在进行“例题”的教学时, 几乎都能用到这种方法。

在初中数学教材中, 可使用发现法进行教学的内容是很多的, 教师要根据教材内容来选择合适的发现法。

安徽省 1993 年中考数学压轴题“一反常态”, 它既不是“二次函数”, 也不是“三角几何”, 而是一道“统计初步”题:

有 20 个数据:

210, 208, 200, 205, 202, 218, 206, 214, 215, 207, 195, 207, 218, 192, 202, 216, 185, 227, 187, 215。

算得它们的平均数是 $\bar{x} = \frac{1}{20}(210 + 208 + \cdots + 215) = 206\frac{9}{20}$ 。

现在计算平均数时，也可以这样进行：将上面各数据同时减去 200（因这些数据都在 200 左右摆动），得出一组新数据：10, 8, 0, 5, 2, 18, 6, 14, 15, 7。

-5, 7, 18, -8, 2, 16, -15, 27, -13, 15。

计算这组新数据的平均数，得

$$\overline{x'} = \frac{1}{20}(10 + 8 + \cdots + 15) = 6\frac{9}{20}$$

于是所求的平均数是

$$\overline{x} = \overline{x'} + 200 = 6\frac{9}{20} + 200 = 206\frac{9}{20}$$

试从这个具体问题推出一般情况下的计算公式，并证明用这种方法计算数值较大的一组数据的算术平均数的正确性。

此题是通过观察分析具体的事例，进而归纳推导平均数的简化计算公式，需要的正是学生的发现思维能力。但是，不少教师却认为这是“偏题”、“超纲题”，大部分学生因“没有复习到”而“做不出”，1993 年中考合肥市的数学平均成绩比 1992 年下降了 10 分左右，其原因之一可能是该题失分较多。笔者曾在一个考点看到学生从考场出来纷纷反映此题“不知如何下手”，甚至“不知题目是什么意思”时，心里也在为“没复习到”而忐忑不安。这时，我的几个学生出来说：做出来了，是“老师平时常让我们这样想问题的”。“得之在俄顷，积之在平日”，平日里乐此不疲地试用“发现法”，终于得到了一点回报，真让人感到欣慰，由此使我对发现法有了进一步的认识：它的确有利于培养学生的发现思维能力。

这件事值得自己反思的是：尽管深知“培养能力”的重要性，但骨子里还是抱着“应试教育”不放。所以，

改革教学方法,注重培养能力,这些平时尝试倒还可以,到了初三毕业复习的关头是万万不敢“离经叛道”的,那时“中考”的大旗在招唤,身不由己,还得跳入“题海”之中,不厌其烦地搞题型、套解法,什么“添辅助线的六种方法”、“二次函数解析式的四种形式”、“韦达定理应用若干”等等,恨不得把所有类型的题目都让学生做一遍才放心,觉得非此难以应付“中考”。如果说“中考”是初中数学教学导向的话,那么安徽1993年中考的数学试题似乎告诉了我们:“培养能力”势在必行,必须贯穿在数学教学的始终,否则是连“考试”也“应付”不了的。教师要改变初三毕业班数学课的复习方法,带领学生脱离“题海”这个“苦海”,让数学教学这只小船驶向“素质教育”的彼岸。

“学教式”教学法

1. 指导思想

教学方法按其本义,理应包括教的方法和学的方法两个方面。但长期以来,只重视教法的研究,而忽视学法的研究。实践证明,忽视学法,教法也失去针对性并减弱其实效性。

教学活动中,学生是主体,知识是客体,教师是导体。教学方法的研究,必须以学生为重点,充分调动和发挥学生的主观能动作用,培养和发展学生的自学能力,教会学生掌握科学的思维方式,能独立地进行“再创造”的学习。这样才能从根本上克服“短期效应”,从而有利于提高学生的自身素质。

未来学家指出:“未来的‘文盲’,是没有学会学习

方法、不会钻研问题、没有预见力的人”。环顾宇内，古今中外对人类做出重大贡献的政治家、科学家、教育家和艺术家，无一不是“青出蓝而胜于蓝”的创造者、开拓者。继承、创造者、开拓都需要勤奋自学，并具有较强的自学能力。所以不论从教育的超前功能，或是未来人才的培养、或是从教学论的观点来分析，重视和强化学法研究，把培养自学能力置于教与学的首位，的确是一个值得探讨的课题。

云南省昆明市八中李绍亮老师认真研究和学习了中国科学院心理研究所提出的“数学自学辅导教学法”、湖北大学黎世法教授提出的“六课型单元教学法”、布鲁纳的“发现法”等，结合实际，提出“学教式”教学法（即“学”在“教”前）的教改方案，并在两个教学班（一个择优班、一个普通班）进行教法改革的试验、探索，一个周期结束，成绩喜人。实践证明，新教法具有可靠性、科学性和实效性：

值得注意的是，学生的主体作用得到保证和强化，学生接收信息、处理加工信息的能力增强。在数学学习中，开始从“平面型”向“立体型”转化；在回答问题中，由于提供了放大的时空，因此思维的深刻性和独创性得以加强，并促进了网状思维的形成和发展。

例如在三角的同角关系的测验中，出了一道学生从未见过的条件恒等式的证明题：“已知 $\operatorname{tg}^2 \alpha = 2\operatorname{tg}^2 \beta + 1$ ，求证 $\sin^2 \beta = 2\sin^2 \alpha - 1$ ”。57 个学生中，有 13 个得满分，而其证明均非来源于同一个模式，有 8 种不同的证法思路。例如有的同学从 $\operatorname{tg}^2 \alpha = 2\operatorname{tg}^2 \beta + 1$ 入手，变换条件为 $\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = 2(\operatorname{tg}^2 \beta +$

1) $\Rightarrow \sec^2 \alpha = 2\sec^2 \beta$ 而推出结论；有的同学将条件变为 $\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} =$

$$\frac{2\sin^2 \beta + \cos^2 \beta}{\cos^2 \beta} = \frac{\sin^2 \beta + 1}{\cos^2 \beta} \Rightarrow \sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \beta) = (\sin^2 \beta + 1)(1 - \sin^2 \alpha) \text{ 而}$$

推出结论；有的同学从结论入手，作变换 $2\sin^2 \alpha - 1 = 2\sin^2 \alpha -$

$$(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = \frac{\tan^2 \alpha - 1}{\tan^2 \alpha + 1} \text{ 而推出结论；有的同学将}$$

等式两边分别化为 $\frac{\tan^2 \beta}{1 + \tan^2 \beta}$ 而达到证明目的；有的采用分析法证明恒等式等。

多种不同证法的构思，各有特色、不落俗套，表现出学生思维的灵活性和广阔性，显示出其潜在的创造性学习能力。

实践证明，“学教式”教学法，来源于对学法的研究，把发展学生的创造性思维能力和培养学生的自学能力置于教与学的首位，是对传统的注入式教学法的挑战，它将“老师教，学生学”，转变为“老师教学生学”的一种教学模式，“教的目的不是教”。

2. 实施环节

“学教式”教学法的实施过程分为“引导、自学（信息输入）、答疑、自测（信息反馈）、精讲、小结（信息加工）”6个环节，它们的关系是相辅相承的，构成一个系统工程。其中“自学”是基础，“精讲”是关键。“精讲”集中体现了教师的主导作用，“精”什么？“精”到什么程度？怎么讲？这是首先必须解决的问题。一般说来，教师不重述教材中学生自己能看懂、学会的内容，不缩小学生自己应进行的思考范围。“精讲”也不是“压缩饼干”，讲几条纲就可以了。该讲的内容必须讲深讲透，

不该讲的一句也不讲。例如概念课，要突出重点、难点和思路以及概念的原始模型和意义；基本技能课中，公式的由来及公式之间的逻辑关系要讲，公式的推导过程可少讲；基本方法课中，要突出重要的解题方法和常用技巧，突出思维分析，不讲或少讲解题过程。既然是“精讲”。就不能“满堂灌”，可以以教师讲评为主，也可以采用师生双边评讲等形式，或讲中有议、议中有练、练中有讲、练中有结，或边讲边练、边练边讲，具体可根据内容和对象来灵活运用。

对于“精讲”课，在实践中，划分为四种课型，即“概念型”、“技能型”、“方法型”、“综合型”。不同类型的课，有其不同的内涵、特点和针对性。

这种教学模式，具有放大时空（因自学也可以在课余或家中自习时进行）的特点、缩短吸收知识信息周期的效能（因为若干个知识点组成的一个知识单元可以整体齐下），以及强化学生自我调节意识的功能，并在实践中，使非智力因素（如意志、品质、兴趣等）得到锻炼和发展，从而也寓“育人”于教学之中。

3. 操作说明

根据这种教学模式的结构及学习过程的心理特点（如培养兴趣与习惯，增强自控能力等），在教学实践过程中，从科学方法论的观点出发，研究和提出反映这种教学方法的教学原则，作为教与学的基本原则是很有必要的。

从教学的实践活动中，我们归纳出如下 5 条原则。

（1）学生自主的原则。实行“学”在“教”前的教学方法，就是教要为学服务，教师的作用主要是帮助学生学习。《学记》曰：“君子之教，喻也。道而弗牵则和；

强而弗抑则易；开而弗达则思。和易以思，可谓善喻矣。”这就是说：要引导学生而不是牵着学生走；要鼓励学生而不是压抑学生；要指导学生学习的方法而不代替学生作出结论。这样才不至于压抑学生，而促使学生真正开动脑筋独立思考。古人都有这样深刻的见解，我们现代人，则应更具有现代人的意识。

实施学生自主的原则，就是要做到“二不三要”。

二不是：

一不重述教材中学生自己能学会的内容；

二不缩小学生自己应该进行的思考范围。

三是要是：

一要使学生自己会阅读教材、理清知识结构；

二要养成自学习惯，学会读书的科学方法；

三要培养作摘要、写心得和归纳总结的能力。

(2) 培养兴趣的原则。赞可夫指出“教学法一旦触及学生的情绪和意志领域，触及学生的精神需要，这种教学法就能发挥高度有效的作用”。人的情感与认识不可分割地联系着，愉快时感知比较敏锐，记忆比较牢固，想象比较活跃；反之，消极情绪则会压抑认识活力的开展。孔子曰：“知之者，不如好之者”，指出培养学生的兴趣，才能充分调动学生本身的精神力量。所以在实施“学教式”教学法时，重视学生情感因素显得十分必要，必须从培养学生的兴趣入手，使学生感到“易”、“趣”、“活”，感到学习是满足求知欲的一种快乐。

(3) 渗透性原则。心理学家证明：人的大脑左半球的机能主要进行与语言、逻辑有关的思维活动，活动方式是连续而有序的；右半球的机能主要完成与形象、运动以及模糊处理有关的思维活动，活动方式是非连续而

无序的，即弥漫的。这就有助于解释学习中为什么有顿悟、灵感。人脑是一个约有 14 亿个神经细胞的运转系统，这表明人具有广阔的潜在意识和智力，再加上今天处于科学技术飞跃发展中，人们耳濡目染，受到更多的有意义的信号的刺激，知识面比前人更加广阔，这就为挖掘潜在智力，超前开发和使用提供了科学的根据，这也是笔者实行“学教式”教学法，放大时空，适当超前，单元齐下的科学根据。

在实施“学教式”教学法时，必须使用和贯彻渗透性原则。所谓渗透性原则，包含两个方面：从学习论上讲，可以在还不完全懂得的情况下，以体会的方式进行学习，即“知之为知之，不知为不知，是知也”；从接受知识信息上讲，可以超越知识积累的某些固定的程序或阶段探索性地提前学习那些对于自己来说比较重要和较新的知识。这就是说不要把“明白”与“不明白”的界限看得那样死，二者事实上是模糊的，经常处于相互渗透和转化之中，要有足够的数量积累，才会产生质的飞跃变化。所以实行渗透学习，三步并作两步走，这种压缩式的超前学习完全可能，而且实践证明效果是较好的。这是针对传统的单一化学习方式的弊端而建立起来的一种面向未来的学习方式，是一种常以一定的幅度和难度的快速过渡和跳跃来完成某种学习的学习方式。

(4) 探索—发现原则。探索—设立问题情境，引导学生自己分析问题，探索解决问题的方法和途径。

发现——在教师的引导下，运用正确的思维规律，从已知走向未知，以达到“再发现”科学结论的目的。

运用“探索——发现”的过程，就是反复运用直觉思维和逻辑思维的一个再创造的过程，使学生学得了探

究问题的基本方法和程序，既获得了科学知识，又了解了知识发生的过程，理解得深、记忆得牢，有利于知识的广泛迁移，这样既达到传授知识又实现培养能力的目的。

(5) 反复原则。反复原则在“学教式”教学法的实施中，更显得重要，因为较大跨度的较大跳跃学习，暂时会形成空白，需靠逐渐渗透和反复练习来填补，由例及理、深化理解、熟练技能、掌握方法和应用。知识的理解与深化依靠解题的反复练习，而技能的掌握，方法的熟练，又促进知识的消化和应用。练习要起承前后后和铺垫作用；练习要适当减少记忆型练习，要注意增加理解型或分析型练习；练习要富有启发性，要有回味的余地。

实践证明：正确贯彻和使用上述原则不仅必要，而且也符合客观规律，有利于提高教学质量，培养高质量的人才。

“数学导学单元教学”结构与方法

1. 实验目的

改变传统的教学思想，改革陈旧的教学方法，面向全体学生，减轻学生过重的课业负担，变讲堂为学堂，使学生逐步由学会变成会学，发展学生智力，培养学生独立获取数学知识的能力，减少差生，大面积提高数学教学质量。摸索出一条大面积提高教学质量的经验。

2. 导学单元教学的基本作法

吉林省教育学院王国珍、孟祥静等老师实验总结的导学单元教学突出“单元”、“导学”这两个特点：

“单元”是教学的基本单位，一个相对完整的教学过程。这里所说的教学单元与教材体系的单元有所不同，一般比教材中的单元要小，划分单元的依据是：

教师依据教学大纲，在全面分析教材的知识结构的基础上，根据学生知识水平与学习能力，把教材内容联系最紧密的一部分划分为一个单元。每个单元的知识具有相对的独立性，是一个比较完整的教学过程，一般入门的知识划分的单元要小些，在学生基础差，学习能力低的情况下，划分的单元也要小些。完成一个单元的时间一般最少需 2 课时，最多需 8 课时。

“导学单元教学”的程序大体上按以下四个环节进行：

导学→精讲→训练→总结

(1) 导学。这一环节是学生在教师指导下，积极、自觉地在教师导学提纲的指引下，自学教材的过程。

教学的基本步骤是导言——发提纲——学生自学，教师巡视指导——课堂小节四步进行。

导学提纲的编写要从教材的编排体系和知识的系统性出发，结合任课年级学生实际，合理处理教材，达到突出重点，分散难点，降低梯度，达到启发开拓思路的目的。导学提纲的编写要突出下列几个特点：

一要有导向性。

导学提纲要紧扣教材，教材是国家规定的内容不能进行随意删减，要按教学单元编写自学内容，并加以揭示，使学生通过自学掌握基础知识；

二要有启发性。

导学提纲对教材难以理解的内容，通过启发性的揭示，并选配一定数量的思考题、讨论题，使学生初步了

解和掌握知识；

三要有阶梯性。

导学提纲主要以基础知识为主,但是也可拉开档次,使中差生和低、中、高年级的学生的学习能力均有提高；四要有多样性。导学提纲的设计要多样化、标准化,题型一般不直接用“是什么”的形式来回答问题,而采取变式题型,并要力争具有启发性、超味性；导学提纲另一个原则就是不直接涉及根本原理的问题,因为这些问题要留到以后的教学程序解决。

通过导学课一是要培养学生自学能力,二是使学生基本掌握本单元的基础知识。

(2) 精讲。这一环节是教师依据本单元的教学内容和导学课的反馈及前馈的信息出发,进行启发式精讲、解惑的过程。

精讲课上教师要做到：

一是要进一步解决学生在导学课中不甚了解或掌握不好的问题；

二是把导学课中新学的知识或重点进一步强化、深化和系统化。精讲课教师要注意充分调动学生积极性,组织学生讨论、练习。

讨论要紧紧围绕本单元重点、难点进行,教师除要了解讨论情况,把握方向外,还要及时对讨论中提出的问题加以指导、点拨,把讨论引向深入,使学生从而了解知识的规律性。

精讲课一般是按照下面五个程序进行：

提出问题——讨论——精讲——练习——总结

(3) 训练。这一环节是教师指导不生,根据已经掌握的理论进行数学训练和解决具体问题的过程。

在这个过程中,教师以编印好的训练提纲为基点,通过由单一到综合的训练过程,使学生达到巩固基础知识,形成综合运用知识的能力。编写训练题是以单元教学目标为依据,以单元知识点为重点,对单元之间的知识和相互联系进行科学处理,做到从单一到综合,由浅入深,避免盲目训练和题海战术,要进行变式训练,有阶梯性。既有巩固强化知识技能的双基题,又有深化纵横的综合题,并有较灵活、较难的选做题。要求教师选题要紧扣教材,难度适中,各类学生均学有所得,力求知识覆盖面要全,题型多样化、标准化,使学生从练中即从实践中对导学、精讲获得的理论有更深入的认识,为总结课打下基础。

训练课的程序是:

- ①交待本节训练课的具体任务和要求;
- ②引导启发学生掌握做训练题的技能;
- ③指导学生做训练题,可以进行研究、讨论;
- ④检查学生完成训练题的情况,讨论重点、难点,肯定准确答案;
- ⑤课堂小结。

(4) 总结(验收)。这一环节是在教师指导下,让学生总结概括这一单元的知识,并对学生进行验收的过程。

第一步总结,主要是学生在教师的指导下自己动手动脑整理知识、原理、方法,使知识概括化、系统化、综合化,从而形成能力。

总结通常有两种方式:

一是教师可以发提纲或简明表格,用提纲或表格引路,指导学生独立进行总结;

二是在学生讨论总结的基础上，师生共同总结，把理性知识提到一个新高度。

第二步是单元验收考试，即利用所学理论再实践再验收的过程。要求学生独立完成试卷，不许看教材和查资料，不许互相抄袭、研究。验收考试后，教师进行讲评，要求教师评卷及时，如成绩不过关，可采用回头讲、回头练的方法进行强化训练，做到学多少会多少，不欠帐，达到优秀卷（90 分以上）。使学生所学知识进一步综合化，所形成能力进一步熟练化，验收达到标准化、合格化。

总结（验收）课教学程序是：

- ①启发引导学生归纳总结本单元所学的知识内容、原理、体系、规律，并开展讨论；
- ②教师进一步给以肯定或补充本单元学生必须掌握的知识内容并整理笔记；
- ③鼓励学生再次质疑问难；
- ④验收考试，如验收不合格则不能进行下一单元，要再进行回头课、回头练。

在教学的实践中，有时出现总结课重复精讲课的问题，为了区分这两个课型的界限，经过多次的研究和探讨，大家找到了一个基本规律，那就是总结课是师生共同总结出一个单元所学的知识内容，并使这些知识内容系统化、条理化和规律化。不是教师全面讲知识，而精讲课是教师针对学生在导学课时没弄懂的和容易混淆的问题，教师进行精讲、点拨的过程，主要是针对基础知识，这就是这两个课型界限所在。

“导学单元教学”的四个基本程序，即

导学——精讲——训练——总结

也不是一成不变可以根据教学单元的大小、学生实际情况进行变换。

3. 实验的理论依据

(1) 导学的教学思想基础。传统的教学方式主要是以老师讲授为主，现代教学思想认为教学过程是教师的“教”和学生的“学”共同活动的过程，是教师的主导作用和学生主体作用相结合的过程。教师起主导作用，负有“道德、授业、解惑”的重任；学生是学习的主体，学生的学习活动必须通过自身的积极努力，靠学生自己去动脑、动手、动口，主动获取知识。导学就是把教师上课习惯用的以讲为主变成以导为主，要把学生上课习惯用的以听为主变成以自己学习探索为主，变注入型为导学型。

(2) 单元教学的理论基础。传统的教学是按课时划分教学内容，结果破坏了知识的完整性，使知识支离破碎，现代教学思想要求授课单位要与知识结构、学生能力相结合。在实验中按教材的内在规律结合学生实际把知识联系最紧密的部分划分一个单元，把单元作为一个教学单位，既保持知识的相对完整结构，又使学生易于接受。

(3) 传授知识和培养能力相结合的教学理论基础。传统教学是以传授知识为主，现代教学则要求传授知识和培养能力相结合，知识的掌握和能力的培养是密切相联系的。能力是接受知识的心理条件和基础，能力愈发展，对知识的学习愈有利；而学生的能力是在学习知识过程中不断培养和发展起来的，两者之间是互为条件、互为因果关系的。在实验中力争使学生学会，更要使学生会学，使学生在阅读、讨论、训练、质疑、总结等环

节中培养学生的各种能力，做学习的主人。

(4) 遵循认识论的原理。教师要遵循认识论的原理进行教学。人们的认识产生于实践，“实践—认识—再实践—再认识”是认识的普遍规律。特别是学生的由“感性认识到理性认识”的飞跃，“理性认识到实践”的“飞跃”的实现过程，需要教师对学生进行积极的启发，引导学生积极思考是非常必要的。在实验中把“导学单元教学”程序设计为导学——精讲——训练——总结（验收）这一顺序，使之符合人的认识论。

4. 实验的基本过程（略）

中学数学启导自学教学法

教师如何教，学生如何学才能提高学生的数学成绩，这一直是我们想方设法要解决的问题。带着这个问题郴州市教研室李旭华老师深入到各中学听课，认真总结了中学数学教师的一些好的经验和做法，研究了传统教学和一些新的教学法，根据师生的教学规律，提出了启导自学法的基本模式。其指导思想是发挥教师的主导作用和学生的主体作用。目的是吸收传统教学法的精华，启导学生思维，培养学生自学能力，开发学生智力，提高教学质量。

1. 启导自学教学法的理论依据

遗忘是大脑的一个重要特征。学生的知识和技能，如果不加以运用和巩固，它就会随着时间的推移而逐渐淡漠遗忘。而教学中很多基础知识（概念、原理、法则、定理和公式等等），是学生运用知识，发展智力，形成能力的前提。而且学习这种复杂的过程，不是一次就完成

得好的，孔子说：温故而知新。所以我们把复习巩固作为教学的一个步骤。

我国春秋时期的《学记》就提出了启发式的教学原则，启发式的教学是教学生学习，学生是教学的主体，启发式对培养学生学习的主动性、积极性和创造性有很大帮助。所以我们把拟定自学提纲，启发引导学生自学，学生自学作为启导自学教学法的核心。

讲述法是最古老也是最普遍使用的一种教学方法，它与师生关系共存，因为每一项知识都由学生自己掌握是不可能的，毕竟还有许多高深的、陌生的东西，同学们在经过自己的探索而求之不得时，就需要教师讲述，这就需要发挥教师的主导作用。所以我们把讲述法列为启导自学教学的一个重要步骤。练习是掌握数学知识、运用数学知识解决实际问题的一个不可缺少的部分，所以练习是课堂教学的一个重要环节。它是学生从懂到会，从知到行，知识转化为技能，进而发展智力的重要途径，也是消化巩固知识，牢固掌握概念的重要手段。由于思维定势，一般学生在做错了题后，如果没有人指出，是较难发现错误的。所以这时由教师和别的学生指出错误之处是非常重要的，学生自己也是难以忘记的。心理学告诉我们，青少年的注意力难以持久，学生在课堂教学即将结束的时候，思想往往容易开小差。所以一堂课的内容小结由学生完成，可刺激学生的中枢神经，使之处于兴奋状态，使思想保持集中。同时学生小结，可以培养学生的归纳综合能力，由此我们归纳出了教师教学的几个主要步骤：复习，拟定自学提纲，启发、引导学生自学、精讲、改错、归纳总结。学生学习的几个主要步骤：预习、自学、再次自学、练习，小结。启导自学教

学的基本模式也就基本上出来了。

2. 后导自学教学的基本模式

后导自学教学分课堂教学和指导学生家庭学习两个程序。不但重视课堂教学，也重视指导学生在家庭中学习。

课堂教学的基本模式是：

(1) 复习。

(2) 布置自学提纲并进行提示、启导。

(3) 学生自学（初步理解）教师巡视，个别辅导。

学生议论提问题。

(4) 教师根据教材的重点和难点，学生自学中的疑难问题进行讲解。

(5) 学生再次自学（理解），也可知识布置一些思考题由学生边自学边解答，教师巡视，个别辅导。

(6) 学生练习。

(7) 教师根据学生练习中的问题进行讲解。

(8) 学生小结，教师总结。

(9) 布置作业，并提出下节课预习内容。

指导学生家庭学习的程序是：

(1) 复习。

(2) 做作业。

(3) 预习下节课的内容（了解）。

3. 后导自学教学法的具体做法

教与学无定法，但有章法。我们强调采用后导自学教学法时一定要结合学生实际，灵活应用，而不要套用。可根据概念课、习题课、复习课三种课型的特点科学地运用后发自学教学法。

(1) 概念课教学的具体做法

① 复习：教师可根据新课要讲的内容，复习与这节

课有关的内容。

②自学提纲一定要从学生的实际,教材的内容考虑,一要有启发性;二要有条理;三要突出重点。布置自学提纲后,教师要有针对性地进行启发、引导、提示,刚开始学新内容和学生基础较差时,时间可长些,可详细些。

③刚开始运用启导自学教学法时,教师可以带领学生一起读,帮助学生逐步适应自学这个环节。学生在自学时相互之间可以议论,有不懂的地方也可以向老师提问,教师在学生自学的这段时间里,可重点指导自学能力差的学生看书。

④教师在备课中一定要掌握教材的重点和难点,针对学生在自学中可能出现的问题备课。然后按备课的设计和学生的自学中提的问题进行讲解。

⑤学生再次自学,教师可采取再次挖掘教材中稍有一定难度的问题,让学生再次带着这些问题自学,也可布置一些思考题,让学生边看书,边解答。

⑥学生练习,布置的练习一要紧扣教材内容;二要根据学生实际;三要适量。题型可灵活一点,可搞一些选择题,改错题等。

⑦教师在备课时,要估计学生练习中容易出哪些问题,观察中下学生在台上及台下练习中的错误,然后改错讲解,也可由学生改错。

⑧由学生根据学的内容进行归纳小结,教师肯定学生的成绩,然后根据学生小结的情况予以肯定或更完整地进行归纳总结。

⑨根据这节课的内容并按学生的实际水平布置作业,可适当布置一些不要求每个学生必做的思考题。然

后布置下节课预习内容。

概念课后指导学生家庭学习的程序：

①要求学生回家后花一定的时间首先回顾一下当天所学习的内容，可像过电影一样在头脑中按顺序映现一遍，记不住的再翻一下书，再认真看一遍书，如果还涉及到一些旧知识，把旧知识也复习一下，归纳起来，形成一个知识链。

②做作业一定要独立完成，如果有些内容不记得，可再看书后做作业。不会做的题要打上记号，可问同学的思路，也可第二天问教师，杜绝抄作业的现象。

③花一定的时间预习第二天的课程，达到了解的目的。

检查学生是否预习了，可采取与家长配合，教师抽量的办法进行。

(2) 习题课教学的做法

①复习这节习题课的所有知识，也可有重点复习。

②对要讲和学生做的习题进行提示启导。

③可布置学生看有步骤、有答案的例题，也可由学生自己做题，这可视情况而定。教师同样要个别辅导，学生讨论提问题。

④教师根据学生看例题或做习惯的情况讲评，教师也可讲解一些例题。

⑤学生再次看例题和重新布置一些习题让学生做。

⑥学生练习这步程序可以和上面的步骤合二为一。

⑦教师改错或学生自己改错。

⑧解题步骤和方法由学生归纳小结，然后由教师总结。

⑨布置作业，并提出下节课预习内容。

习题课后与概念课后指导学生家庭学习方法一样。

(3) 复习课教学的做法

①提出复习提纲和要求。

②学生根据提纲和要求看书，找出复习内容的知识链。

③教师讲评。

④学生根据讲评再看书、议论，找出最完整、最科学的知识链。

⑤学生练习。

⑥教师改错或由学生改错，也可讲解例题。

⑦学生小结，教师总结。

⑧布置作业，提出下节课预习和复习内容。

复习课后与概念课后指导学生家庭学习方法一样。

课堂教学及指导学生家庭学习的时间由教师根据学生的实际情况和教材内容的难易程序合理安排。

启导自学教学法对启导学生思维，培养学生自学能力，提高教学质量都有一定的作用，对其它各科的教学也有一定的帮助。实验教师黄英畏谈了自己的体会：启导自学教学法不同于传统教学法的地方是把学生当作学习的主人，课堂气氛活跃，师生双边活动好。学生自学时教师可以台下巡视，个别辅导，学生不管自觉和被迫都必须看书，避免了过去教师讲课，有部分同学开小差的现象，教师在讲课时根据学生自学提出的问题有针对性地讲解，学生与教师更接近了。有时上课，教师还感到很轻松。

中学教学启导自学教学法还有许多问题值得研究。

如：

(1) 在一个班级中，如何使绝大多数同学都能适应

这种教学法，而且避免两极分化。

(2) 学生在家预习如何才能保证。

(3) 怎样引导学生第一次自学和再次自学。

分层教学

众所周知,提高教学课堂教学效率是减轻学生负担、提高数学教学质量的关键,长期以来,众多的数学教育工作者围绕这一主题进行了广泛深入的探讨,取得了可喜的成果,但对课堂教学内容如何与学生实际相吻合的探究尚嫌不足。广东省中山市教委教研室徐山洪、洪慧慈等老师从这一角度探讨了影响课堂教学效率的原因及提高数学课堂效率的途径:

1. 无事做是数学课堂教学效率不高的主要原因

无事做是指学生在课堂上没有把精力用之于学习的一种状态,影响课堂教学效率的原因是多方面的,在现阶段,究其主要原因,是部分学生在课堂没有或很少有适合自己的学习内容,因而不认真听讲、积极思考、独立主动完成作业,学无所得,对教师的教无兴趣,这部分学生处于无事做——学习兴趣不高——学习行为习惯不良的恶性循环中,初中实施义务教育后对 600 名学生的课堂学习状况和有效学习时间即有事做的时间的调查,结果如表一、表二:

表一 学生课堂上无事做状况调查统计表

项目	基本听不懂	教师安排不当	已掌握所教的内容	学习行为习惯不良	总计
人数	160	236	46	78	520
百分比	26.7	39.3	7.7	13	86.7

注 教师安排不当而无事做指只有少数学生有事做，多数学生无事做。

表二 课堂有效学习时间分布表

时间 区间 (分钟)	0 5	5 10	10 15	15 20	20 25	25 30	30 35	35 40	40 45	平均
人数	3	50	63	72	85	114	137	70	6	24.7
百分比	0.5	8.3	10.5	12	14.2	19	22.8	11.7	1	54.9

1.由表一、表二可以看出，因课堂听不懂和已掌握所教内容而课堂处于无事做状态的学生为 207 人，占 34.3%，这与课堂有效学习时间在 20 分钟以下的学生数 188 人比较接近，因部分学生在课堂上也自学，所以有一定差异，即使是学习行为习惯不良的学生，也有相当一部分是因为学习数学遇到了困难后无法克服，逐步对学好数学失去信心而形成不良的学习习惯。

2.由表二可知，有效学习时间在 35 分钟以上的仅 76 人，占 12.1%，这说明仅有 12.1%的学生有较高的课堂学习效率。

3.由表一可以看出有 39.3%的学生因教师的安排不当造成了学习时间的浪费。

4.由表二可以看出，学生的课堂平均有效学习时间

仅 24.7 分钟,占课堂 45 分钟的 54.9%,这说明多数教师在实施义务教育、学生差异迅速扩大的新情况面前束手无策,仍是用老一套办法对学生进行同步教育,而不能兼顾不同层次学生的不同需求。因此,兼顾不同层次的学生需求是提高教学质量、减轻学生课外负担、提高课堂教学效率的主要途径。

2.人人有事做是提高课堂教学的前提

部分学生无事做是数学课堂效率低的主要原因,那么每一个学生安排与他学习程度和要求相吻合的课堂学习内容就成为提高课堂效率的前提,数学有其独特的特点,对原有基础有极大的依赖性,学生不学懂前面的知识是不可能学好后面的新知识的,如果对所有学生教以同一内容,势必有部分学生听不懂,部分学生吃不饱。因此,数学课堂教学首先面临的任务是“承认学生的差别,让不同层次的学生学习不同的内容,达到不同的教学目标,取得不同的成功”这种有差别的数学课堂教学的实施就为每一个学生提供了取得成功的可能。

据此,采取如下一些措施:

(1)澄清学生底子。对学生已有的数学基础、智能、学习行为习惯三方面量化计分,由高到低分别记为 5、4、3、2、1 分,将这三方面的分相加得到学生的数学素质基本分。进而对学生分层(见表三)。

表三学生数学素质分层表

层次	1	2	3	4	5
分数	3~4	5~7	8~10	11~13	14~15

(2)分层要求。唯物辩证法的基本观点是实事求是。既然差异存在是客观实在,那么就应该承认差别,对不

同层次的学生分别要求。因此,根据学生实际,对 1~5 层学生分别提出不同的教学目标就成为数学教师提高课堂教学效率的基本出发点。不同层次间教学目标的关系是:“较底层次的教学目标+ 新增目标=较高层次的教学目标”。这样,使不同层次的教学目标既有差别,又有联系,符合学生实际。

(3) 确定课堂教学内容与要求。根据不同层次的教学目标,确定不同层次的教学内容与要求,使每一层次的教学内容与要求和这一层次学生的“最近发展区”相吻合,这样,各层次的学生都可接受。

3. 人人在做事是提高课堂教学效率的关键

要学生人人在做事,就必须让学生学得懂、有所得,进入以成功为起点和终点的良性循环。因此,要求教师根据系统论、控制论、信息论的基本原理,参考复式教学的经验,面向全体学生,科学安排课堂教学内容,使每一个学生能在教师的安排下参与适合自己程度的学习内容和学习活动的全过程。

对此,采取以下做法:

(1) 增强信念。中学教师一般不熟悉复式教学的方法,为此,要从观念上认识到在课堂上学生人人在做事是义务教育对我们提出的要求,而且通过努力是可以做到的。在初始阶段,我们参照表四安排课堂教学活动。

表四 课堂教学安排

教学活动	教师活动	学生活动	占时间百分比	备注
讲课	面向 2、3、4 层兼顾 1、5 层	2、3、4 全程听 1、5 层部分听	50	可以根据实际进行调整、教学内容的出现要有梯度
辅导	面向 1、5 层兼顾 2、3、4 层	1、5 层争取教师辅导 2、3、4 层独立学习	50	
矫正	2、3、4 层集体进行。1、5 层个别进行	各层听相关内容		

这样，仅仅要求教师压缩过长的讲授时间，增加辅导和练习时间，并在可能的情况下兼顾 1、5 层次的学生，一般教师通过努力是可以做到的，而做到了这一点，就保证了 1、5 层次的学生也在课堂内认真学习。

(2) 平行安排各层次的内容。尽量用题组的形式，在同一时间内，安排不同层次的内容，让不同层次的学生选择他们适合的内容。有条件的学校要多采用投影仪、计算机等现代教育手段，使学生能得到较多的知识。如学生的课堂练习可以写在胶片上，用投影仪显示，这就避免了上黑板给下面学生造成的干扰。

(3) 注重反馈矫正。要学生人人在做事，就必须随时掌握学生的学习活动，及时帮助学生解决学习过程中的问题，教师要尽可能利用先进的手段对学生的学习进行监控，重点检查各层次学生中的典型人物，发现问题，及时矫正，尽可能避免因学习过程中出现困难而丧失学习积极性的情况发生。

同时，通过“练习——矫正”的多次反复，使学生真正掌握所学内容。

(4) 加大调控力度。通过课堂调控，使全体学生处于认真学习的状态，为此，要根据学生的实际，增减学

习内容,使学生在学的过程中不出现空档,尽可能避免因教师调控不力而形成的时间浪费。

(5) 重视个别化教育。对于 1、5 层次中基本上不适应班级教育形式的学生,可用小纸条的方式指定其特殊的学习内容,以期他们在课堂教学中学有所得。

(6) 运用激励手段。对学生的分层,仅限教师掌握,对于学生,只要求他们选学适合自己的内容,对学生的点滴进步,要及时予以肯定,同时,要创造机会,让第一层次的学生也有表现自己的机会和可能,要通过不同的标准的评价使每个学生都看到自己的进步,体会成功的喜悦,促使学生进入以成功为起点和终点,自我发展、自我完善的良性循环。

(7) 教师自我评价。课堂教学是否真的达到了人人做事的目的,教师应通过学生进行自我评价,一是每堂课进行一下测评,看各层次的学生是否达到了各自的期望目标,这可以由教师根据各层的教学目标,出 6~8 道小题,由学生选做 5 道,以此了解教师所教的内容学生是否掌握。二是每堂数学课结束后,要求每个同学在练习本上写下他在这一堂课的有效学习时间,以作为教师自我评价、改进课堂教学的依据。

总之,提高课堂教学效率要根据学生的实际和数学的特点,在班级教学的形式下尽可能让每一个学生都进入“有事做——在做事——有成功”的良性循环中,使每一个学生处于紧张有序的学习状态中,学有所得。

中学数学教案设计精编（八）

初中数学课堂效益（GX）提高模式

由著名数学家和教育家陈重穆教授亲自主持的《初中数学提高课堂效益（简称 GX）》实验研究课题，已完成第一轮的三年实验。“实验表明，《GX》对减轻师生负担，全面提高质量有明显作用。”1994 年秋开始的第三轮实验，参加的班级，由第一轮的五校六班扩大到约 40 个班，地区由重庆扩大到云贵湘噪声诸省。在实验中，课题组写出了一批论文，其中由陈重穆教授和宋乃庆副教授合写的《淡化形式，注重实质》、《减轻负担、提高质量》先后在《教学教育学报》发表，受到了数学教育界的重视。

改革开放的深入，经济、科技和社会的发展，要求更多的人学习更多的数学，九年义务教育的实施，对数学教育、特别是初中数学教育提出了严重的挑战：能否改变负担重、费时多而很多学生数学质量不高的现状，使所有受过五或六年初等教育的学生都能在不多于规定的课时内学到现代社会所必需的数学？《GX》的实验正是为了回答这个问题而提出来的。课题组在 80 年代初西南师大数学系王秀泉教授主持的“大面积提高初中数学教学质量”的教改实验基础上，按照义务教育《初中数学教学大纲（试用）》的精神和要求，设计实验、编写教材，深入课堂进行研究，总结经验。现在，第一轮实验已经完成，实验结果向我们表明：GX 是可能的。

《GX》在设计和实验过程中，形成了“积极前进，循环上升；淡化形式，注重实质；开门见山，适当集中；先做后说，师生共做”的“32字诀”。它集中体现了《GX》的思想、原则和方法。

《GX》的思想用一句话来说，就是用最少的时间，使所有学生学到更多且有用的数学。稍分开来说，张孝达老师总结为如下三个主要思想，或者说三条标准。

1. 学习有用的数学

淡化形式，注重实质，开门见山，都反映了这个思想。作为义务教育的数学教学内容，首先是让学生获得现代社会所必需的数学基本能力，使他们能够有信心地去解决他们在日常生活和工作中遇到的数学问题，所以有用，即实际有用，进一步学习有用，应是GX的首要思想和标准。

至于什么是有用，它是随社会的发展而发展的，每个时代有每个时代的特点及其要求。“在过去的四分之一世纪里已……大大地扩展了数学科学的范围和应用。……已造成了关于数学的本性和作用的一场革命——一种必然要在学校里反映出来的革命。如果我们的学生要为未来的世界作好准备的话。仅仅反映着遥远的过去的数学教育不再能适应目前的需要了。”这是美国国家研究委员会在1989年发布的一份报告中提出来的。我以为这对我们同样适用。我们必须重新审定我国中小学的数学教学内容，使我们的学生能为未来的世界作好准备。由于《GX》有陈重穆教授等西南师大的数学家参加，已使《GX》中的数学内容和重点有了一些新意，这就更加使人热切地希望，为了使我国中小学数学课程能够反映“数学本性和作用的一场革命”。我国的数学家能够作为

一个群体参与今后制订中小学数学课程的前期工作，就它的范围、内容和重点提出意见和建议。

2. 用最少的时间

如果第一条是效益的必要前提，那么这一条就是高效的必然要求。特别地，这一条对当前要求切实减轻学生负担，具有极其重要的现实意义。对此，《GX》采取了三条主要措施，一条是改变教材结构，把有些内容适当集中、分层讲练，以取得结构效益。北京、上海在 80 年代初都有过这方面的实验，这次在《GX》中采用了，又取得了好成绩，一条是积极前进，在前进中加深理解和熟练巩固。《GX》把汉克尔说过的“复习算术的最好方法是学习代数”用之于教材改革，取得了减少时间、提高质量的效果，一条是开门见山，少说多做，过去教材较少研究的这个问题，现在《GX》把它提了出来，经实践检验，不仅减少了课时，减轻了负担，而且提高了质量。

过去，我们多是从逻辑性和可接受性去研究中小学的数学课程结构问题，现在《GX》从效益的角度来研究课程教材的结构，这为我们提出了一个意义重大、前景广阔的研究领域。

3. 学生积极参与

教学效益的最后检验是学生是否学到了手。大面积提高数学教学质量，就是要使所有学生能把数学学到手，或者说掌握数学。应当说，80 年代我们在大面积提高质量方面取得了很大的成绩，并且认识到。为了做到这一点，除了要处理好教学内容及其难度外，在教学方面，就是要使学生主动积极地参与到学习中来；学生是学习的主体，教师的主导作用在于导学、助学、促学。所以

各套义务教育的教材已在这方面做了许多努力。但从实际教学看，改变还不是很大。而今《GX》教材在这方面有突破性进展：先做后说，师生共做。这就较为彻底地改变了“课上教师讲解，课下学生做题”的传统数学教学模式。使学生从课上到课下都必须主动地参与学习的全过程，使教师必须改变在不完全了解学生的情况下讲解知识而成为导学、助学和促学。国外已有这样的一种教材。《GX》在这方面迈出了难能可贵的第一步。相信以后会继续发展下去。

学习积极性主要来自学习内容。或因内容新奇而欲知之，或因其难而欲究之，因其有用而欲得之，因有成绩欲益进之，所谓创设情境，就是创设学生欲知、欲究、欲得、欲进的问题情境。而先做后说中的先做也是一种情境。学生在做中动手动脑，从做中发现问题。这时产生问题情境，可能比通过老师讲述、演示而创设的情境更具吸引力，更加有效且节省时间。不少老师不是为“启而不发”、创设情境不易、好的情境更难而困扰吗？那么就让学生先做吧。从做中去发现问题，而后再在老师指引下，激发起探究而知之得之的积极性。从做中学应该是数学教学的一条重要原则，也是一个有效的教学方法。

显然，上面所说的三条是互相关联的，不能作孤立的、尤其是绝对的理解。问题的实质也不在三条或一句话，而在于《GX》找到了有效、可行的“32字诀”。顺便说一句，“32字诀”颇具民族特色，好懂易记，便于操作，适合于我国数学教师的现状。

《GX》的实验给我们很多的启发，尤其难得的是给了我们一种信心：GX是可能的。尽管《GX》教材，也包括“32字诀”还需要不断完善，甚至还可能作大的修改，

但可以预期，它是会走向完善的。课题组正是以锲而不舍的精神，在完成第一轮实验、继续二三轮实验的同时，准备着进行中试。在此之际，谨对陈重穆教授暨课题组的同志们表示由衷的钦佩，祝愿《GX》在中试中取得更大的成绩。

基本技能训练“三步序”观察教学法

九年制义务教育数学教学大纲指出：“初中数学教学中要培养的基本技能是，能够按照一定的程序与步骤进行运算、作图或画图，进行简单的推理。”贵州省道真仡佬族苗族自治县忠信中学胡军老师在义务教材初一代数的教学实践中，根据教学大纲的要求，利用“三步序”观察法的思维模式，在培养基本技能方面作了有效的探索。

1. “三步序”观察法的思维结构

“三步序”观察法的思维模式是：

“整体—部分—个别（个体）”

其操作程序是：对一个问题通过观察、分析、比较，先从整体到部分，再从部分到个别（个体），又由个别（个体）返回到部分、整体，这种思维模式依据人的认知规律，着眼于学生行为习惯的控制和培养，知识的获得与发展。

我们知道，在数学学习中，数学技能、技巧可用刺激、反应、强化的方式获得，据此安排的教学程序、教学信息传道和反馈、训练内容、方式、步骤等将围绕着数学技能的形成、数学问题的解决这一核心，而“三步序”观察的思维过程正是这种从内在的心理变化到外部

动作的转化，反过来也是外部对象的动作向内部的心理动作转化过程，即外部信息内化的过程，它是信息加工理论和行业理论的综合运用。

2. “三步序”思维模式的应用

在数学的“教”与“学”活动中，突出的特点就是数学

问题的解决，而问题的解决恰好又是“整体 $\leftarrow$ 部分 $\leftarrow$ 个别（个体）”的认知过程，为了使学生养成这种思维习惯，可从如下几个方面着手进行训练。

(1) 在计算中的应用

例1 计算 $22 + (-2) \times 5 - (-0.28) \div (-2) \times 2$ 。(人教版代数课本第一册(上) P134 10⑥，以下同)。

分析：根据“三步序”的思维方法，可将原式分散为 (1) 22 ；(2) $(-2) \times 5$ ；(3) $-(-0.28) \div (-2) \times 2$ 三个部分，再分别计算出 (1)、(2)、(3) 的结果，得到 3 个个体，再将 3 个个体组合成原式，问题即可解决，以上过程，可用下述关系表示：

$$[I] \leftarrow (1) + (2) + (3)$$

$$\begin{aligned} & (\text{原式}) \quad 22 + (-2) \times 5 + [-(-0.28) \div (-2) \times 2] \\ & + (-40) + 0.07 \end{aligned}$$

(2) 在解方程中的应用

$$\text{例2 解方程 } \frac{x}{0.7} - \frac{0.17 - 0.2x}{0.03} = 1 \quad (\text{P}_{202} \text{例7})$$

分析：采用“三步序”思维模式，先把原方程左边分解成两部分。即 (1)

$$\frac{x}{0.7}, \quad (2) \quad \frac{0.17 - 0.2x}{0.03}, \quad \text{利用分数基本性质将 (1)、(2) 中分母化为整数,}$$

得 (1) $= \frac{10SF}{7}$, (2) $= \frac{17-20SF}{3}$ 。原方程可变形为:

$$\frac{10x}{7} - \frac{17-20x}{3} = 1$$

去分母时, 又把 $(17-20x)$ 作为一个整体强化, 可得 $30x-119+140x=21$ (这里又把 $-7(17-20x)$ 作为一个个体), 使 $+140x$ 的符号顺利解决, 避免了发生结果为 $30x-119-140x=21$ 的差错。这样做使学生明白了分数基本性质与等式性质的区别。即使用分数的基本性质是在方程中每个单一的一个分式中进行, 而对于一个分式又分别同时考虑分子、分母 (这时又把这个分式看作整体, 将分子、分母看成个体)。在用等式性质去分母时, 将整个方程看成一个整体, 方程左右两边各项分别为每个个体。

(3) 用于求代数式的值

例 3 已知 a 、 b 互为相反数, c 、 d 互为倒数, x 的绝对值等于 1, 求 $a+b+x^2-cdx$ 的值。

分析: 根据题意, 本题可分解为三个部分, 即由 a 、 b 互为相反数, 得① $a+b=0$, 由 c 、 d 互为倒数, 得② $cd=1$, 由 x 的绝对值等于 1, 得③ $x=\pm 1$, ④ $x^2=1$ 。令原式为 $[I]$ 。则 $[I] = ① + ④ - ② \times ③$ 。易得结果为 0 或 2。

总之, 利用“三步序”观察的思维模式对初一学生进行基本技能训练, 有利于学生探索解题规律, 提高解题能力。

考试讲评习题教学法

考试是教学的重要环节之一, 考试后通常要进行讲

评。目前比较普遍的讲评做法是：订正答案、纠正解题中出现的有关概念、计算、书写格式等方面的错误，进行理解题意、正确应用公式解题等方面的教育。毫无疑问，这些是讲评对教师的起码要求，然而，讲评还应有更丰富的内容，这是因为：

①一份好的试卷，具有较高的客观性、科学性和代表性，做过的题目本身就可能蕴含着很大的“剩余价值”。如果利用讲评机会对这类题目进行再探讨，这部分“剩余价值”不仅垂手可得，而且有利于启迪学生思维的创造性。

②学生在考试中，将所学知识与智慧、能力融为一体，进行知识的再生产，其学习效果、思维品质和非智力因素等在一份答卷中充分地显示出来。教师通过反馈的诸多信息，容易直接把握学生脉搏，据此所进行的查缺补漏和引申推广，具有准确、及时、针对性强的特点，有效地避免了教学的盲目性。

③学生在做答卷时都经过一番思考，无论结果是否正确，对题目已有不同程度的理解，并形成深刻印象。在这个基础上稍加点拨和延拓，学生容易实现由认识到实践的第二次飞跃，收到事半功倍的效果。

④按照认知心理学观点，只有当学习者知道学习效果如何时才能发生学习。因此，考试后的讲评阶段学生往往会表现出很强的学习欲望，这种自我意识的参与无疑是激发学生学习兴趣、增强学习效果的凝聚力，有利于提高思维速度和学习效率。

所以，考试讲评以它特有的教学情景，为我们提供了教学的一个十分宝贵的机会。及时把握这一良机，充分发挥试卷“余热”，把考试讲评与习题教学结合起来，

这对于减轻“题海”对学生的压力，深化课堂教学改革，具有实际意义。湖北枝城市一中曹诗菊老师结合教学实践，总结了如何利用考试讲评进行习题课教学的方法：

1. 反面入手，剖析典型错误

众所周知，学生解题正确与否和得分多少是以标准答案为参照的。假若某个学生的解题过程与标准答案大相径庭，自然不能得分。但必须看到，在这个错误的解题过程中，很有可能隐藏着某种积极因素，具有一定的讨论价值。如果教师讲评时对这类错误不立即下定论，而是从反面入手，引导学生对错误加以展开，深入剖析，揭露假象，然后得出正确结论。那么，不仅能使“误”者茅塞顿开，而且可以引起“对”者的再次思索，使不同层次的学生都受到教育。

例 1 已知 $\lg(x+3)^2 = 2$ ，求 x 。

讲评时，先介绍一位学生的错误解法：

解法 1：

$$\because \lg(x+3)^2 = 2, \therefore 2\lg(x+3) = 2$$

$$\text{即 } \lg(x+3) = 1, \therefore x+3=10, \quad x=7.$$

上述解答有根有据，很有迷惑性。接着，启发学生从对数运算法则和字母取值范围两方面对解法 1 进行剖析，发现错在由 $\lg(x+3)^2 = 2$ 化为 $2\lg(x+3) = 2$ 这一步。由于 $\lg(x+3)$ 中， x 可取不等于 -3 的一切实数；而在 $2\lg(x+3)$ 中， x 只能取大于 -3 的实数， x 取值范围缩小了。于是得到正确的解法。

解法 2：

$$\text{原式可化为 } \lg(x+3)^2 = \lg 100,$$

$$\therefore (x+3)^2 = 100, \quad (x+3) = \pm 10,$$

$$\therefore x_1 = 7, \quad x_2 = -13.$$

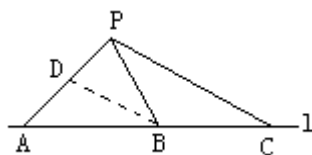
比较两种解法，使学生进一步明确了对数运算既要正确运用法则，又要受字母取值范围的制约，仅从某一方面考虑有可能导致解题的错误。

2. 另辟蹊径，寻找最佳解法

对于多数学生已经做对的某些题目，也有必要在讲评时进行讨论。这是因为有的学生在应用数学知识时，往往只在特定的情况下能够套用公式、定理，不善于寻找简捷解法，所以引导学生多角度认识、多方面联想同一数学问题，是培养优良思维品质以及提高解题技巧的重要途径。讲评时，应注意既要培养学生一题多解的能力，又要培养学生寻求最佳解题方法的能力，前者有助于开拓思维的创造性和收敛性，后者则有助于提高学习效率。

例 2 设 A、B、C 是直线 l 上的三个点，P 是直线外一点。已知 $AB=BC=\alpha$ ， $\angle APB=90^\circ$ ， $\angle BPC=45^\circ$ ，求 $\angle PBA$ 的正弦，余弦及正切的值

评卷中发现学生大部分采用下述解法：



如图，过 B 作 $BD \parallel PC$ 交 AP 于 D 点，则

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} \angle APB &= 90^\circ \\ \angle APB &= \angle BPC = 45^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
 & BD \parallel PC \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \frac{AB}{BC} &= \frac{AD}{DP} \\ AB &= BC \end{aligned} \right\} \Rightarrow \\
 & \left. \begin{aligned} \Rightarrow PD &= PB \\ \Rightarrow AD &= DP \end{aligned} \right\} \Rightarrow AD = PB \\
 & \therefore \operatorname{tg} \angle PBA = \frac{PA}{PB} = 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{于是 } \sin \angle PBA &= \frac{2\sqrt{5}}{5}, \\
 \cos \angle PBA &= \frac{\sqrt{5}}{5}.
 \end{aligned}$$

讲评时，首先肯定学生对过程的分析和解题方法都是正确的，然后引导大家回顾正弦定理，重新考虑这道题的解法。很快，同学们由正弦定理得出简捷解法：

由 $AB = \alpha$ ，在 $\triangle APC$ 和 $\triangle PBC$ 中，根据正弦定理得

$$\left. \begin{aligned} \frac{AP}{\sin C} &= \frac{2\alpha}{\sin 135^\circ} & \text{①} \\ \frac{PB}{\sin C} &= \frac{\alpha}{\sin 45^\circ} & \text{②} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \text{①} \\ & \text{②} \end{aligned} \text{得 } \frac{AP}{PB} = 2$$

$$\begin{aligned}
 \text{于是 } \operatorname{tg} \angle PBA &= \frac{AP}{PB} = 2, \quad \sin \angle PBA = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \quad \cos \angle PBA = \\
 & \frac{\sqrt{5}}{5}.
 \end{aligned}$$

3. 以点带面，开展“多思”、“多变”

“变通”是发散思维的一个基本特征，所谓“变通”，是指对典型习题进行“一题多变”，“一题多思”，其实质

是思路的变换和贯通。试卷所提供的题目，一般都经过优选，不乏适于开展“多思”、“多变”的好题。讲评时，以某题为基点，让学生的思维在“多思”、“多变”中向各个可能方向发散，可以大大提高思维的广阔性，在能力的形式上达到新高潮。这是因为在问题的变通过程中，既可以把学生思维由浅显引向问题的纵深，获得更高层次的认识；又可以密切相关知识的内在联系，促进知识的融会贯通，当然，“变通”要掌握好深度和难度，不可牵强附会，过于繁杂。

例 3 若 a 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三边，求证： $b^2x^2 + (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2 = 0$ 无实根。

此题学生容易用判别式 $\Delta < 0$ 证明：

$$\begin{aligned} \because \Delta &= (b^2 + c^2 - a^2)^2 - 4b^2c^2 \\ &= (b^2 + c^2 - a^2 + 2bc)(b^2 + c^2 - a^2 - 2bc) \\ &= [(b+c)^2 - a^2][(b-c)^2 - a^2] \\ &= (b+c+a)(b+c-a)(b-c+a)(b-c-a), \end{aligned}$$

由三角形两边之和大于第三边，可知

$$b+c+a > 0, \quad b+c-a > 0, \quad b-c+a > 0, \quad b-c-a < 0, \\ \therefore \Delta < 0, \text{ 此方程无实根。}$$

以上题为基础，可作下述变换：

(1) 若 a 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三边，求证二次函数 $y = b^2x^2 + (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2$ 的值恒为正。

(2) 若 a 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三边，求证抛物线 $y = b^2x^2 + (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2$ 与 x 轴无公共点。

(3) 证明不等式 $b^2x^2 + (b^2 + c^2 - a^2)x + c^2 > 0$ 的解是一切实数。

这样的变换既沟通了一元二次方程，二次函数、二次不等式的知识，又总结了应用判别式 $\Delta < 0$ 的各种情

况，象这样由一题变换发展起来的系列题目，由于经历了循序渐进的过程，因而大大降低了解题难度，同时锻炼了学生的迁移能力和应变能力。

初中数学“自学指导教学法”整体思想及教学结构

初中数学《自学指导教学法》实验教材是上海教育学院的科研成果，从1984年开始，这套教材已先后在全国三十个地区、一百六十余所学校进行推广性实验，取得了较明显的效果。山西省临汾市教科所祁明哲、山西省临汾市第四中学郭金寿等老师就该教学法的整体思想及教学结构，从理论和实践上作了探讨：

1.《自学指导教学法》整体思想

《自学指导教学法》是在教师的指导下，让学生经过自学，再进行针对性重点讲授的一种课堂教学方法，基本教学过程由六个环节组成：

概述→自学→讨论→讲授→练习→作业→小结

它以现代的教学论思想指导教学活动，符合学生的认识规律和数学知识的内在规律；体现了“学生为主、自学为主、练习为主”的原则，在整个教学活动中能较充分地发挥教师的主导作用、学生的主体作用、教材的示范作用以及师生之间、学生之间的交互作用。

《自学指导教学法》六个环节的有机联系，促成了教师、学生、教材之间的和谐统一。改变传统教学中师生间单纯的授受关系和同步化、封闭化的课堂教学模式，加强了学生自我认识、自我评价的过程，有利于充分发挥学生的天赋和创造才能，减轻学生课业负担，提高课堂教学效率。

《自学指导教学法》以皮亚杰的发生认识论和布卢姆的掌握学习的思想为理论根据，教材的处理上突出了

基础知识的发现过程和知识结构,学生在操作性的阅读中,通过“看”与“做”的有机结合,动脑、动手、发现知识,完成认识的感知、顿悟和推理的认识过程,较好地发挥了主体在认识活动中的主动性,有助于学生在自学时产生积极的反映和及时强化,同时由于教材的程序与规则非常具体,有利于克服粗心和冲动行为,从而减少了失误,有利于学生智能的构建。

心理学家认为,智力不表现在知识、技能、熟巧本身,而是表现在获得这些具体活动的动态上。前苏联梅钦斯卡亚学派和加里培林学派的研究证明,概念的掌握并不是以概念的现存形式移植到学生的头脑中去的。加里培林学派认为,概念是活动的产物,科学概念的掌握必须以形成掌握概念的认识为条件,这些认识活动不能依靠自发形成,而在于对学生掌握概念过程中的认识活动加以控制,使他们按照一定的计划有步骤地形成必要的智力动作。《自学指导教学法》通过定向、行为、反馈三个环节的不断循环,构成了学生学习的全部过程,这样就有效地促使了学生“外部”知识技能的内化过程,从而提高了学生的学习能力。

《自学指导教学法》六个环节的相互联系、相互作用,构成了这种教学法的整体功能系统,有利于运用《系统论》的方法论,控制、调节教学过程,使之趋于高效、优化。

布卢姆指出:“掌握学习策略的实质是群体教学辅之以每个学生所需的频繁的反馈与个别化的矫正性帮助。”

《自学指导教学法》新的结构运用了反馈的原理,在自学、练习、作业处安排了两次反馈,使学生及时传出对新知识理解程度的信息,教师能及时针对问题调节教学

步骤,进行补充讲解和矫正性的帮助,促使学生动作技能与心智技能的综合运用,从而使新知识纳入原有的认知结构之内,也就是“内化”过程,这样,新的认知结构就在“顺应”和“同化”之间的不断平衡中得以形成。

2.《自学指导教学法》的系统功能

巴班斯基指出:“被划分出来的教学过程的各种成分的存在和发展不是孤立的,而是相互渗透的,或者是相互体现的。”《自学指导教学法》的课堂结构具有整体性、相关性、层次性、动态性等显著特点,六个环节的渗透与沟通,强调了局部、元件的优化和整体的优化,有利于教师在动态中协调内外部各种因素关系,以所有部分的功能都服从整体的最优化目标,从而取得最佳的整体效应。

(1) 概述的教学一般可分为两步:

一是温故,即加强知识的纵向联系,达到以旧引新的目的,旧知识的内容必须与本节教学内容有相通之点,有内在联系,这样有利知识的渗透与迁移;

二是定向,教师简要地揭示自学内容,确定自学提要,即新知识的框架,给学生一个鲜明的“图式”,以达到新旧知识的最初同化。

以《三元一次方程组的解法》为例,可先复习解二元一次方程组的思想方法,而后引出三元一次方程组的概念及其解法,板书下式:

三元一次方程组 $\xrightarrow[\text{转化}]{\text{消元}}$ 二元一次方程组 $\xrightarrow[\text{转化}]{\text{消元}}$ 一元一次方程。在自学提

中,让学生明确: 1. 什么叫三元一次方程及三元一次方程组? 2. 解三元一次方程组先考虑什么? 应注意什么?

总之，概述的教学，要着眼于扫清学生阅读中的障碍，提高学生感知教材的能力，起到搭桥、铺垫的作用。

(2) 自学这一环节，重在培养学生良好的阅读行为习惯，自学的过程是主体在认识活动中的一个主动的过程。

正如皮亚杰所说，“学习必须是一种主动的过程。”学生在阅读教材中，经历了一系列复杂的心智活动，思维首先通过对教材的感知，达到理解，继而进入由想象而产生的评价和创造阶段。教师如何把握学生思维发展的不同阶段，针对性地了解学习情况，是十分必要的，是一项十分重要而有意义的工作。因此，教师要注意并做好学生自学期间的巡视工作，去获得知识信息，达到课堂内的及时反馈。这一小步子是教师精讲的过渡与基础，是控制、调节教学步骤的有效途径，绝不能忽视。

巡视中，要注意对象和方法，不能无的放矢。可按照好、中、差三种类型，结合教材的重点，了解三至五人。一是了解学习速度，二是发现共性问题，三是进行个别化帮助。对优生要提出不同情况的设问，对差生的重点辅导，不能只注意思维的结论，而要了解其思维的过程，看是否有概念问题。如果仅从文字表象的观察中轻率地下结论，往往会失去真正有价值的信息。学生也会因此而失去真正教育的机会。布卢姆认为：“教师与学习者之间一对一的关系是代价最大的帮助形式，在个别教学条件下，学生们能得到更多的强化和鼓励，而且，只要个别教学过程继续进行的话，学生就必须积极地参加到学习活动中去。”因为差生学习的能力倾向低，在教师没有充裕时间讲解的情况下，自学中会感到一定的难度，达到掌握一项学习任务所需的时间量会大于优生，

及时提供个别化的矫正与帮助能使每个学生学会未掌握的重点。学生如果“得到了客观与主观的认可，那么学生的自我观念以及对外部世界的看法都会发生深刻的变化。”（布卢姆语）

自学中，要强调学生按照《阅读准则》进行自学，把阅读、思考、操作统一起来，多种感官参与活动，多渠道吸收知识，才易收到好的效果。

（3）讨论是自学紧密相连的，是自学的延伸，一般在小组或同桌之间进行。

通过讨论，变单向交流为多向交流，能较好地发挥师生之间、学生之间的相互作用，达到及时弥补漏缺、矫正误差、加速知识的同化。布卢姆认为“当学习能够转化为一种合作过程，人人都能从中得益时，小组研究程序可以说是十分有效的。它使得每个成员都能提出自己的困难，并且通过不褒此贬彼的方法加以矫正。”

讨论可分小组讨论，学生质疑，师生总结三个步骤来完成。小组讨论初期，由于一些学生的自制能力差，往往会出现聊天说闲话的情况，再加上初中生正进入青春觉醒期，性的朦胧意识已初步形成，男女间的授受不亲，也会造成讨论中的心理障碍。另外还会出现机械的对得数而忽略实质问题的倾向。对此，教师要给予正确的引导，教给他们方法，使学生逐步养成习惯，获得学习上的成功而产生积极的内心体验。

古语云：“学起于思，思源于疑”。讨论中，培养学生质疑问难的能力是至关重要的。心理学研究证明，学生对学生提出的问题的兴趣要大于对老师提出问题的兴趣，因为学生提出的问题是在同一思维水平上产生的。教师要注意鼓励学生大胆提问，对于一些问题提得较好

的同学要及时表扬,使学生产生一种“心理安全”感,这样在自由、和谐的课堂气氛中,学生的大脑皮层就会处于兴奋状态,学习效率也就会大大提高。

对于学生提出的问题,教师可引导学生互答解决。一些有价值的问题,还可适时组织学生开展讨论,进行争辩,这样既为能力较强的学生提供了发展机会,又可以发挥智力的群体效应,使一些差生在激发态智力中,摄入大量有效信息,提高比较思维、联想思维和评价思维的能力。如《列方程解应用题》一节,有些学生可能会提出与例题不同的多种解法,这正是学生创造思维的表现,教师便可组织学生进行讨论,发展求异思维,达到知识的融会贯通。

(4) 讲授这一环节是教学中的核心环节。

应是在学生自学、讨论基础上的讲授,是对获取的信息的处理与加工。反馈原理告诉我们:学习就是学习者吸收信息并输出信息,通过反馈和评价知道正确与否的整个过程。这个定义表明只有吸收信息、输出信息,没有反馈信息和评价信息,并不是一个完整的学习过程,教师讲授的意义正在于此。讲授时要做到精要、准确、指向性强,即在有限的时空内抓住重点知识,揭示内在联系,强化学生的印象和记忆,这样就能使学生有较充裕的时间和机会参加学习实践,促使知识尽快转化为能力,达到动作和印象的统一形成。布卢姆说:“如果教学以及学生的时间使用变得更有效的話,那么大多数学生掌握一门学科可能只需花很少的时间。而学得较慢与学得较快的学习者所需的时间也许会从六比一下降到二比一以下。”

从信息论观点来看,教学过程是师生信息双向传递

的过程。都是要尽最大可能为学生提供有效信息，提高教学活动频率。因为学生对教材已有一定的感知，讲授的起点一般应放在“领会”的水平线上。如果教师的讲授仍然在学生“识记”和“了解”的水平线上徘徊，巨细无遗、滴水不漏，必然造成学生的逆反心理。这种无效信息也必然增加学生学习上的依赖性，认为教师反正还要从头讲，不认真阅读也没关系，这样就使学生在第一次感知教材时受到严重的心理干扰。

教师要注意从学生的实际出发来处理教材，如“用代入法解二元一次方程组”这一节，可针对性地讲授关于一次方程的变式和确定的问题，其余知识均不涉及，使学生明确在变式时应着眼运算简便这一原则来进行。这样学生就吸取了新的有效信息，有助于学生深刻地理解教材的难点。再如《三元一次方程组的解法》这一内容，教师可先分析一下例题，对消元转化的注意点进行强化，下来可让学生练习特殊形式的三元一次方程组的解法，这样训练可培养学生举一反三、触类旁通的能力，既提高了教学活动的频率，学生的创造才能也得到充分发挥。

(5) 练习、作业这一阶段是学生知识结构形成的重要阶段，也是教师的后续教学。

“经过训练达到熟巧的认识策略可以迁移到不同领域的新概念学习中去。”通过这一实践环节，学生逐步达到熟练技能，掌握知识，发展能力这一较高层次的学习水平。因此在学生按照教材的要求进行演练、操作时，教师的巡视、辅导更有其特殊的意义。控制论的创始人维纳说：“一个有效的行为必须通过某种反馈过程来取得信息，从而了解目的是否已经达到。”学生练习过程中，

教师要注意检查练习效果，来测定教学目的是否已经达到，并针对普遍性的问题，进行矫正性补救。特别要及时帮助差生发现错误，订正错误，尽量缩小他们与其他学生之间的学习误差。述要注意因材施教，使一些好学生吃得饱，在掌握知识和一般发展上达到高质量。

(6) 小结一般可在学生自检、他检的基础上，师生共同完成。

这样比单纯地由教师讲效果好得多。学生自检和他检的结合构成了他们完整的学习过程，既调动了学习积极性，又强化了自我认识 and 自我评价，对下一步的学习是十分有益的。

总之，六个环节的教学要相互渗透，融汇一体，切实达到每个“部件”的科学合理的结合。这样才能有效的发挥《自学指导教学法》教学结构的系统功能，学生在接受全面的教育中，智力活动才会处于“极限”状态。

数学“自学指导教学法”的操作程式及说明

《自学指导教学法》分六个步骤进行，即概述、自读、讲述、练习、小结、作业。吉林省九台市第三中学郭倩老师的具体做法如下：

1. 概述

概述指老师利用很短的时间，对将要进行的教学内容所做的一段承上启下的导言。导言虽没有什么固定模式，但老师的主导作用在这一环节却要充分体现。有句成语叫做：“善始者事过半”，如何通过导言抓住学生的注意力，使学生对即将要学的知识处于跃跃欲试的心理状态，这需老师在课前精心设计和准备。根据《自学指

导教学法》的特点，常采用如下几种形式：

(1) 总结式：一般情况下，新知识都是旧知识的继续和深入。所以在概述中用简短的语言总结概括上节课所学的知识，指出本节课将要学习的内容与旧知识的联系，及还要学习什么内容。这种概述方法能使学生有一个良好的心理准备，使得新旧知识自然地过渡。

(2) 对比式：根据数学知识结构的特点，运用启发对比式的概述，使学生首先对所学知识产生感性认识，似乎有点“似曾相识”的感觉，于是产生急于打开书本进行阅读的心理。

例如，在学习查立方表这课内容时，这样概述：如果查一个数的平方，可在 N 的直行查头两位有效数字，在 N 的横行查第三位有效数字，当有第四位有效数字时，要用到“修正值”。当要查的数是表外数时，我们可遵循“把底数的小数点向左或向右移动两位。”那么查一个数的立方是不是也用这种方法，当查表外数时遵循什么规律呢？与查一个数的平方有哪些相同和不同之处呢？请同学们打开书……这样调动起学生的学习情绪。象多项式、二次函数的性质等教学内容都可用此法概述。

(3) 设疑式：根据课本内容，恰到好处地置疑设问，激发学生急于了解问题实质而阅读课本。

例如在学习含有以常数为分母的方程解法时，提出这样问题：我们已学习了一元一次方程的解法步骤，当方程中含有以常数为分母时，怎样解决呢？同学们一读就懂，但一解就错（同学们疑惑不解），那么什么原因导致我们解错呢？（容易在两边都乘以各分母的最小公倍数时，单独的一个数字或字母漏乘，或者分子是多项式而前边是负号时，去分母后只给第一项变号），请同学们

阅读后，自己查找原因。这就使同学们急于找出易出错的原因而认真阅读课本。

(4) 任务式：对于易理解、易接受的内容，常借概述内容向同学们布置任务，要求自读后，找同学到前面谈对知识的理解。老师和其他同学补充，这更易调动学生自读的情绪，使之很好完成本节内容。

概述这一环节虽然仅是一节课的开头，但它对完成整个教学内容的好坏却起很大作用。

2. 自读

教学参考书中说：在中学，随着学生理解力的提高，在发展计算能力的同时，在逻辑思维能力方面的训练和培养应逐步加强。中学生阶段越来越多的知识，可通过学生预习和复习等环节来掌握和巩固。所以要逐步培养学生的读书自学能力，根据自学提要，结合概述内容，使学生通过自己阅读课本而获取知识。自读过程中，学生既要动脑思考课本内容，又要动手画出重点语名、定义或有关概念。有时遇到难以理解的地方，结合老师在助读中提出的问题，使学生提高对知识的理解程序。自读要根据学生不同年龄段采用不同方式。对于刚刚入学的初一学生来说，他们不会自读，也不懂得自读的含义。这时老师要领着学生完成这一环节。采用的方法是：

(1) 领读。针对自学提要中提出的问题，引导学生一个问题一个问题地阅读课本，一字一句仔细地看，再根据课本内容，完成基本操作题。

(2) 导读。根据提要，指导学生阅读本节内容。主要概念要理解记忆；公式的推导要了解掌握，能联系实际，能用自己的语言叙述定义或有关概念。

(3) 助读。对于学生难以理解的内容，老师要以提

问题的形式或讨论的形式给学生提示或启发,帮助学生理解知识,减少坡度,降低难度。

到初中二、三年级,由于学生已养成自读习惯,也掌握了自读的方式、方法,所以要求学生在自读过程中学会理解,学会迁移,并会用分析类比的方法进行同化,学过一单元或一章后,要求学生整理出知识的网络图。这不但使学生对知识的系统化、规律化有了更进一步的掌握,同时也提高了学生的学习能力。在自读过程中,老师还可通过桌间巡视,对那些学习有困难,理解问题能力慢的学生给予适当的提示和点拨,帮助他们树立信心,完成自读这一环节。同时还可通过巡视,回答学生提出的问题,掌握自读的信息反馈,便于在讲述中掌握尺度。

3. 讲述

通过自读,学生已基本掌握了有关概念、公式或解题方法。但对知识的整体结构、联系还缺乏认识和理解,还需老师做进一步的讲述,所以这一环节是充分发挥老师的主导作用,抓住重点、突破难点的关键一环。通过讲述使学生进一步了解各部分知识的联系和结构,澄清易混易错的问题。一般我常采用以下几种方法讲述:

(1) 提问法。把本节课的主要内容以提问题的方式提出来,要求学生回答,老师做必要的讲解和板书。把巡视获得的反馈信息和易混易错的问题也提出来做详细的讲解,使学生对知识有足够的认识和理解。

(2) 类比法。根据学生习惯于把遇到的新问题同化到原有知识图式中去的做法,在课前复习的基础上,引导学生把所学新知识与相类似的旧知识进行异同类比,从而认识问题的本质属性。

例如二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象和性质这一课就是用类比法讲述的。课前复习了特殊的二次函数 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 的图象和性质, 通过自读、讨论, 学生很快掌握了二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象和性质及其变化规律。并且有深刻的理解和记忆。

(3) 理解法: 在课堂教学中师教生效果佳, 而生教生也时常事半功倍。当教学内容较易理解时, 我也时常找一些基础较好、语言表达能力强的同学完成“讲述”这个环节。把需讲述的问题分解成几个小问题, 分别由几个同学完成, 然后由其它同学补充, 教师做必要的订正, 这对于学生加深对知识的理解程序, 提高学生的语言组织和表达能力, 是一个很好的锻炼, 对激发学生学习的积极性有很大的促进作用。不同的内容采用不同的讲述方法, 使学生对每节课都有新鲜感。

4. 练习

课堂练习是学生获取知识、巩固知识、运用知识、培养能力的必要途径。中学数学教学大纲中指出: 练习是中学数学教学的有机组成部分, 对学生掌握基础知识和基本技能, 培养能力都是必不可少的。所以在指导学生练习过程中注重一个“读”字, 每教一个知识, 就力争让学生学会一个知识。练习题目要精选, 题量、难易程度适当, 对解题有困难的学生给予必要的辅导; 对学有余力的学生出一些考察能力或有技巧性的练习题目, 充分发挥他们的数学才能。练习题还要有目的、有选择、有层次。所谓有目的, 就是紧紧围绕重点内容, 有选择, 是本着少而精的原则; 有层次即由浅入深, 先易后难。

例如, 在教同底数幂的乘法时, 选择如下几组题供学生练习:

第一组:

$$\textcircled{1} 10^5 \times 10^6$$

$$\textcircled{2} 2^3 \cdot 2^7$$

$$\textcircled{3} 10 \times 10^8$$

$$\textcircled{4} 5^3 \times 5$$

$$\textcircled{5} 10^2 \times 10^n$$

$$\textcircled{6} (-2)^2 \cdot (-2)^3$$

第三组:

$$\textcircled{1} y^{m+1} \cdot y^{m-1}$$

$$\textcircled{2} y^n \cdot y \cdot y^{n+1}$$

第二组:

$$\textcircled{1} a^7 \cdot a^3$$

$$\textcircled{2} x^4 \cdot x^3 \cdot x$$

$$\textcircled{3} x^n \cdot x^n$$

$$\textcircled{4} -b^3 \cdot b^7$$

$$\textcircled{5} a^n \cdot a^{2n}$$

$$\textcircled{6} y^4 \cdot y^3 \cdot y^2 \cdot y$$

第四组:

$$\textcircled{1} (x+y)^2 \cdot (x+y)^2$$

$$\textcircled{2} (x-y)^3 \cdot (x-y)$$

$$\textcircled{3} 3^m \cdot 3^{m-1}$$

$$\textcircled{4} (-5)^m \cdot (-5)^{n+1}$$

$$\textcircled{3} (x+y)^3 (x+y) (x+y)$$

$$\textcircled{4} (x+y)^{m+1} \cdot (x+y)^{m+n-1}$$

有时还可出一些易混易错或一看就会,一做就容易错的习题。如在学生练完以上四组题后我又拿出第五组题:判断对错,为什么?

$$\textcircled{1} b5 \cdot b5 = 2b5 \quad (\times)$$

$$\textcircled{2} x5 + x5 = x10 \quad (\times)$$

$$\textcircled{3} (a+b)^n + (a+b)^m = (a+b)^{m+n} \quad (\times)$$

$$\textcircled{4} (a-b)x + (a+b)x = (a+b)2x \quad (\times)$$

在练习时还采用多种形式,如口答、笔答、板演、讲释等。总之,力争把知识落到实处。

5. 小结

采用自学指导教学法教学,小结十分重要。一节课有一个好的小结,给学生再现一个系统、完善的知识结构,对学生消化、理解、记忆本节课知识有着不可低估的作用。通过小结,可突出本节重点内容,有关概念、公式及法则,解题要领等,还可指出本节课知识所在单

元或一章的作用和地位,也可通过例题及有关概念的讲述向学生渗透数学思想、数学方法及进行辩证唯物主义教育。也可指出易混易错的问题以引起学生的注意。

一般来说课堂内容难度大的由老师做小结,易理解的内容由学生做小结,其它学生及老师再给予补充。如果时间充足,还可让学生笔答做小结,然后找一名学生宣读,师生共同完善。这样做能使学生对知识有较深刻的理解,同时也锻炼了学生的概括能力和语言表达能力。

6. 作业

对于课后作业,我一般采取“活留活批”的方法。根据课堂练习的反馈信息,留作业讲究一个精字,不留大数量作业,就是同一个班的学生,作业量也不一样。学习好的学生除完成基本作业题外,还有附加题或思考题。一般学生完成基本题就行,使各类学生各有所得。对于课堂上的反映快、做题准,解题速度快的学生有时也可以不留基本题,只留思考题。强调学生做作业要实、准、洁。作业的批改,有时全批全改,有时抽样批改。有时同桌交换批改或自批自改。无论采用哪种方法,一定要达到批后就改的目的。

教学实践要注意以下几点:

(1)充分发挥以教师为主导,以学生为主体的作用。采用《自学指导教学法》教学,充分体现了老师的主导作用和学生的主体地位。课前老师的概述实际就是向学生展示本节课的教学目标。学生根据教学目标也就明确了学习目标。于是便参与了实践教学目标的全过程。通过自读、回答问题、练习、小结等一系列的教学活动,又充分确立了学生的主体地位。师生通过信息交流,反馈矫正,正是“主导”与“主体”的密切结合。

(2) 激发学生的求知欲望。《自学指导教学法》的六个环节，紧密相关，紧抓学生思路，适合学生认识事物的心理过程。所以学生一打开书本，便有一种“急于求成”的心理状态。按照教学程序，步步为营，思维活跃，动眼、动笔、动口、求知欲望强。

(3) 注意能力的培养。通过一个阶段的教学实践，学生的阅读能力明显提高。刚刚入学的初一学生在第一学期期中考试后，老师的领读、助读相对大大减少。学生已基本上路，并能在“自读”过程中提出一些实际问题，课堂发表见解的人逐渐增多，学生的语言表达能力逐步提高。例如在学习列一元一次方程解应用题这一单元知识时，在老师的启发下，每一个题型，学生都能自己总结出规律和解题方法，并且思路清楚。

(4) 缩小两极分化的差距。在“自读”这一环节中，老师通过桌间巡视，有意对差生点拨启发，对发现的疑难问题，在助读或讲述中有所侧重。使差生在参与学习过程中紧紧跟上各个环节，动脑、动眼、动手实际操作，延长他们实际参与的学习时间，尽量控制这部分学生掉队的可能性，进而缩小两级分化的差距。

一个人事业成功与否，一方面取决于智力因素，另一方面取决于非智力因素。而非智力因素的发挥是来自多方面的，家庭的影响，学校的教育，学生的自我控制，性格，意志等等。在学校，教师一方面对学生坚持不懈地进行品德教育，一方面经常与家长取得联系，互相沟通，共同调动培养学生良好的学习动机和兴趣。而《自学指导教学法》的各个教学环节，对于发挥学生的非智力因素，在客观上就起到了督促作用，使学生在实际参与的学习时间，达到最佳状态。

自学指导教学法取得了明显效果。第一轮实验的两个实验班成绩明显高于对比班。

高中数学自学辅导（三环节）单元教学程式

1. 实验目的

提倡学生自学，培养学生自我学习、探究知识、自我完善的能力，这是教学改革的重要内容。湖南陈志平老师设计实验的自学辅导（三环节）单元教学法进行数学课堂教学的改革实验，目的是：激发学生的学习动机和求知欲望，提高学生阅读自学、独立思考的能力，更加深刻、系统、灵活地掌握和运用数学双基，提高教学质量，促进学生全面发展。

2. 实验步骤与方法

自学辅导（三环节）单元教学法，以知识的结构，联系为依据，把教材一章课文划分为若干单元，每单元按照“指导阅读”、“讨论进解”、“归纳提高”三个环节进行教学，每环节配合相应练习题，使学生加深理解知识，训练运算技巧，提高解题能力。

第一环节：指导阅读，基础练习。自学，是有目的、有计划、有指导的自觉学习。每章教学起始课，简要介绍本章主要知识结构，重点和难点，本章知识与前面知识的联系，应用本章知识能解决哪些类型的问题，交代本章学习单元的划分。让学生纵览全章，对将要学什么和怎样学，有一个大概的感性认识，激起强烈的求知欲望。然后按单元编印“自学提纲”，指导学生分粗读、细读、精读三个层次，逐步深入地理解课文，挖掘知识，掌握技能。在阅读之后，完成一些直接运用公式定理能

解的基础练习题。学生阅读时，教师主要是加强巡视，辅导差生，指导优生，检查练习，解答疑难，了解自学效果。

第二环节：讨论讲解，巩固练习。学生阅读自学时，教师通过询问、答疑、检查，及时掌握了学生接受知识的情况。针对课文中的重点、难点、易混的概念、难解的习题，教师应发挥主导作用，进行认真的讲解，深刻地挖掘课文的内涵与外延。讲解应具有开拓性、巩固性、总结性，引导学生在一题多解、一解多题上思考、讨论。在这个环节的教学中学生要完成适量中等难度的习题，有时还要求对一题写出多种解法。通过练习巩固概念、开拓思路、培养操作能力。

第三环节：归纳提高，加强训练。阅读和笔记，是培养提高学生自学能力的双翼。单元教学结束，指导学生写单元小结，使知识进一步系统化、技能进一步综合化，并组织紧扣基础知识又略有提高的单元内容或跨单元的综合练习对学生加强训练。另外，还要有少量综合性强、难度较大的思考题供学生选作，使部分学习基础较好的学生得到更多的锻炼机会。这一环节的教学通过加强辅导，训练、检查、讲评，能使学生知识和能力有较明显的提高。

教案、学案并举的自学辅导教学法

所谓“自学辅导教学”就是在教师的指导和辅导下，以学生自学为主的教学方式。数学学习是训练学生逻辑思维能力的最好途径之一，然而数学又是非常抽象的一门科学，如何激发学生学习数学的兴趣，培养学生逐步

掌握独立自学数学的方法，是中学阶段数学教学的一项重要任务。

众所周知，教师每节课都要写教案，受此启发，对于有一定自学能力的学生（一般要求初二以上）让其课前写“学案”，并且在课堂上留出一定的时间完成 1~3 道作业：这样既可以激发学生的学习兴趣，又可以培养他们的自学思维能力。福建寿宁南阳职中周啸翔老师将他设计实验的这一教学过程概括为“自学写学案、释疑抓重点、总结做练习”15 个字，称之为“教案学案并举的自学辅导教学法”。

下面是设计的“学案”。

数学自学方案

自学课题		
自学目的		
本节重点		自学过程（草稿）
本节难点（概念等）		
自学需复习的知识和参考的资料		
自学中存在的难题		
课后还存在的问题		

课前教师把下一节课的内容及“自学目的”布置给学生，让他们自学完成“学案”为第一环节。

第二环节：

教师上课时重新引导学生自学概括。由于学生已自学过，故上课以提示讲解为主，一般时间不超过 15 分钟。紧接下来分别提问差、中、好学生，与学生共同探讨本节内容的重难点，及时发现存在的问题，然后由教师引导解决，即释疑抓重点，这是重要环节，一般需用 20

分钟左右完成。

第三环节：

对本堂课做一小结，然后根据剩余时间的多少布置1~3道作业让学生当堂完成，并写“学案”中最后一栏（课后还存在的问题），最后一起上交。这样教师既可以从作业中发现存在的问题，又可以从“学案”中反馈自学信息，以便于下节课前解决，收到双重效果。

现以初中《代数》§13.4“函数”为例说明。

第一步，课前布置

(1) 自学课题：§13.4 函数

(2) 自学需达到的目的：

①通过实例引出变量、常量的概念，从而加深运动的观点，说明数学来自于实践的思想。

②理解由常量、变量引出函数的概念，及如何求自变量范围；③培养自学能力，对概念有初步理解。

第二步，课堂讲解

(1) 简要提示自学过程：

①从两例子 $S=60t$ 、 $A=\pi r^2$ 中，60、 π 均为常量，而 S 、 t 则可取不同数值 $\Rightarrow$ 常量（常数）、变量概念，接着提问一名差生：什么叫常量、变量？然后教师再提问简评自学中完成的练习题 1。

②教师讲解例3、例4，从而由变量间的关系 $\Rightarrow$ 函数概念（让一名学生讲述概念内容），对“ x 在某一范围内”、“ y 有唯一确定的值”、“对应”等关键词或句要说明解释。接着引导归纳例 1 中求函数自变量范围的类型：整式、分式、根式。如何求自变量范围，在课本提示的“注意”中强调考虑“实际范围”，对求函数值只简单提示，最后提问练习题 2；

(2) 分别提问差、中、好学生，讨论本节重难点是什么？是否突破？由学生讲，教师提示，再由学生来发现重点：四个概念的理解、求函数自变量范围；难点：函数概念的理解。再提问自学中存在的疑问。学生即提出：

1 (3) 正 n 边形的内角 a 与边数 n 之间的对应关系 $a = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ 中的变量

是指 a 、 n ，那么如果说变量是 a 与 $n-2$ 是否对？求函数自变量的取值范围有否其它类型？教师针对学生疑问举例说明，对函数自变量的范围及对数式的类型进行说明，从而完善初中求函数自变量范围的题型。接着教师再

例子：求 $y = \frac{1}{\lg x}$ 、 $y = \frac{5x}{\sqrt{x}-1}$ 中自变量 x 的范围。由教师讲解分析。

第三步，教师总结四个概念的内容及求自变量范围的考虑方向

①使代数式本身有意义；②使实际问题有存在意义。然后布置作业 P.50.2 (3) (6) (7)，4，并填写“学案”最后一栏，一起上交。

初中数学心理启导教学法

如何大面积提高初中数学教学质量，已成为当前数学教师的重点研究课题。四川省通江县中学张晓斌老师根据山区学生的实际，进行了教法改革实验，设计并进行了心理启导教学法改革。

1. 总体设计

(1) 目的：“心理启导教学法”主要根据教育心理

学原理，启发诱导学生学习心理，激发学习兴趣，训练思维，培养自学能力。简言之，激发兴趣是动力，训练思维是中心，培养能力是目的，突出以学生为主体和教师为主导，它是教会学生学习的教学方法。因而本实验是通过教学方法的改革，挖掘学生的非智力因素，开发学生智力，培养学生的自学能力，从而大面积提高初中数学教学质量。

(2) 时间：(略)

(3) 条件控制：实验班对比班两个班均采用同一种教材，初一入学时两班数学成绩相当，男、女生人数一样，三年中各班人数基本保持不变。

(4) 步骤：

首先，培养兴趣，使学生愿学；

其次，耐心指导，使学生会学；

最后，自学辅导，使学生创造性学。

根据初中生年龄特征，确定了相应的训练阶段，并提出分段的达成目标。

级别	学习阶段序	教与学的内容	自学水平序
初 一 年 级	扶学阶段	教师领读、串读,精讲、精启,传知授法;学生独立练习,校对答案和订正错误,了解自学方法	了解性自学能力
	引学阶段	教师给出提纲,精讲教材内容;学生依纲自学,独立练习,初步掌握自学方法	理解性自学能力
	导学阶段	教师精讲,沟通联系,形成知识结构,巡回指导;学生依纲自学,独立练习,基本掌握自学方法	掌握性自学能力
初 二 年 级	启学阶段	教师整理、归类,沟通所得知识;学生自学练习,写解题小结,形成整体性认识,掌握自学方法	应用性自学能力
	半自学阶段	教师注重启导;学生自学,独立完成练习,运用所得知识分析和解决部分变式问题	分析性自学能力
初 三 年 级	自学阶段	学生无纲自学,能提出一些问题,会分析和解决问题;教师着重在学生自学中点拨和精讲	综合性自学能力
	深化阶段	学生综合运用已有的知识和方法去探求新知识、新方法,能独立思考 and 勇于创新,自学能力得到巩固发展并迁移;教师精讲,拓宽知识,组织经常性探究活动	创造性自学能力

2. 具体措施

(1) 通过多种教学途径,培养学生学习兴趣

兴趣是学习最好的教师,直接影响着课堂教学的进行乃至效果。良好的学习情绪能促使学生心理活动的有序与无序的良性转化。主要有如下一些做法:

① 介绍数学史料,调动学习兴趣

根据教材内容顺序和教学进度,利用新课导入或课

外活动、专题讲座等，适时向学生介绍有关数学史料，以激发学生学习数学的兴趣。

如在初一入学时，用一周左右时间，介绍数学发展史和学习数学的方法，以“为什么要学习数学”为题，分成四个方面讲解：

- A. 数学的产生和发展；
- B. 数学包括的内容；
- C. 学习数学的用处；
- D. 学习数学的方法。

通过历史上一些生动有趣的故事的介绍，学生越听越入“神”，从而调动了学生学习数学的兴趣。

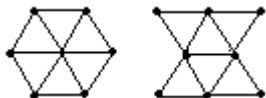
又如学习“实数”后，编写“无理数的故事”的材料，并印发给学生阅读，学生不但了解到数学发展的艰难，而且学到数学家攀登科学高峰的顽强拼搏精神，既深刻理解了无理数的实质，又增加了学习数学的兴趣。

②利用数学美，引发学习兴趣

爱美之心，人皆有之。在中学时期，学生的爱美心理尤其突出。在数学教学中，有意识地通过数学美，把看似枯燥无味的数学，变成形象生动、简单和谐、具有美感的数学，使学生获得美的感受，启迪学生美的心灵，培养他们正确鉴赏美的能力和良好的思想意识。进而感染学生热爱数学，学好数学，增强学习欲望，培养创造才能。

如搭火柴游戏——拼正三角形，不仅使学生体验到数学思想方法的意义，还通过对以下问题的讨论，加深了对数学美的感受；在这两个图形（图1、图2）中，你喜欢哪一个？大多数学生认为图1美，因为它对称、和谐、完美。而有少部分学生却回答：“我更喜欢图2，理

由是它不仅是对称的，而且更‘经济’，13根火柴拼出了8个正三角形，每个正三角形平均只用 $13/8$ 根火柴，而图1是平均2根。”这表明学生对于数学美的评价标准除了对称、和谐以外，又多了简单性的指标，而这实实在在是数学美的一条标准，从而引起了学生学习几何的兴趣。



利用数学美，可以探索解题途径、启迪解题思路、优化解题过程、总结解题规律等，这里不再一一列举。

③利用认知冲突，激发学习兴趣

实践证明，利用认知冲突培养兴趣，不失为一个好方法。例如在讲“一元二次方程”时，教师首先提问：

A. 什么是一元一次方程？并举例说明；

B. 一元一次方程中最关键的项是什么？然后在学生举的例子中添加一个二次项，再问学生：

这还是一元一次方程吗？这是什么样的方程？

这时原有的“旧知”和教材的“新知”在学生心理上产生了认知冲突，学生渴望得到答案。

老师不失时机地马上问：你想知道吗？请同学们自学教材上指定的内容，并给出自学提纲。

这样处理，一开始就调动学生积极思维，活跃了课堂气氛，并且还为以后学习一元高次方程的概念作好了准备。除利用教材中前后内容的联系，引起知识上的“新旧冲突”外，还可以利用教材中例、习题的一题多解和作业错误，引起方法上的“简繁冲突”和思维上的“正误冲突”、“动静冲突”等，来激发学生的学习兴趣。

④利用爱表现心理，提高学习兴趣

初中学生的年龄和心理特征之一就是爱表现自己，自我意识强。我们在教学中注意尽量为学生创造“自我表现”的机会。如在授新课中，鼓励学生先读先做，敢于向教材内容提出异议或新的见解；提倡学生向老师提问，与教师进行争论；课中练习让学生在黑板上演练，互相评价，订正错误。在这些活动中，学生感到了“自我存在”的价值，因而对数学学习怀有满腔热情。

⑤利用电教媒体，增强学习兴趣

投影仪用于课堂教学，有着“粉笔加黑板”所不可比拟的教学效果。三年中我们把讲的一些重点、难点内容制成幻灯片，借助投影仪用于各种类型的课中，增强了课堂教学的效果。由于形、光、色、声都作用于学生的感官系统，使紧张的学习过程变得轻松愉快，从而增强了学生的学习兴趣

⑥开展多种活动，巩固学习兴趣

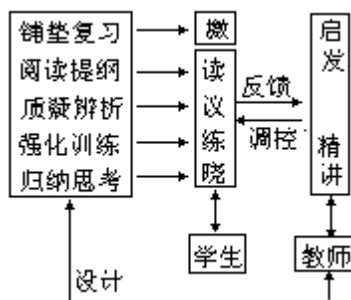
封闭式的课堂教学往往使学生感到沉闷和压抑，影响学习情绪。为了创造良好的数学学习环境，我们组织了学生参加数学课外兴趣小组、计算机小组，参加各级的数学竞赛，举办数学墙报，开展每周一题征解，撰写数学小论文等多种形式的学习活动。

(2) 采用“心理启导教学法”，培养学生自学能力

①“心理启导教学法”的课堂教学结构

“心理启导教学法”是根据学生学习心理特征，突出在教师启发引导下以学生自学为主的教学方法，重视基础知识的发生过程和认识过程。它一般包括“激、读、议、讲、练、晓”六个环节。其核心结构是自学、启导、精练，对于每一新授课：通过“铺垫复习”，帮助学生在新旧知识之间搭桥、铺路，扫除障碍，激起学习欲望；

通过“阅读提纲”，引导学生自学新课内容，认识新知识，掌握读书方法；通过“质疑辨析”，让学生针对学习过程中可能存在的模糊不清的认识、容易忽视的问题、易犯的错误和疑点，以及教材的难点、重点进行议论，把新课内容弄透，消除学习的隐患；通过“强化训练”，使学生巩固学习成果，掌握新知识和形成技能，并及时评价对学习目标的掌握程度；通过“归纳思考”，指导学生系统归纳，理清知识脉络，在形成技能的基础上开发思维，发展学生智能。其教学过程是两个双向信息流通的开放系统，即根据学生课堂上的学习表现，教师直接指导、调整学生的学习活动；同时不断修改课前的教学设计，又间接作用于学生（如图示）。这样，在教师引导下，学生心理经历了一个从有序到无序再进入一个较高层次的有序的运动过程，实现了无序到有序的深化，进而增强了教学过程的有序度。



②指导自学——“心理启导教学法”的重点

指导自学就是教给学生读书方法，使学生学会学，以自学为主、指导为辅。

A. 学习定义：

开始时要求完整叙述，能举出例子；逐步要求弄清定义中新旧概念的关系，对定义逐步推敲，掌握概念的

本质属性；再进一步要求与相似的概念或易混淆的概念进行比较，弄清它们的联系和区别。

B.学习定理：

先要求能分清条件和结论，知道定理的初步运用；然后要求能自行证明，并分析证明的思路，再进一步要求比较有关的定理并总结定理在各方面的应用。

C.学习公式：

先要求能用语言和字母正确表达；再要求弄懂公式的推导、推导的层次和方法、公式的运用及应用的条件、公式的特点和记忆方法，并与类似公式进行比较。

D.学习例题：

开始要求分析解题的思路与关键；再要求明白解题的各步依据，探讨有无其它解法；如果是一组相关例题，应要求类比，总结解题规律。但对课堂上自学慢的同学，教师应特别加强辅导，尽量让他们在课内完成学习任务。

③精讲——“心理启导教学法”的关键

所谓“精讲”，就是启发学生动脑去“想”，精讲的时间要短，教师要讲到点子上，要讲出精华，讲得精采，起到画龙点睛的作用。例如进行“平方差公式”的教学时，在学生自学、议论和小结的基础上，只需把平方差公式的特点讲明，再进行变式练习即可。

总之，“心理启导教学法”要围绕着“激发学生非智力因素和培养学生的自学能力”这个中心来展开，使课堂变得生动活泼。

3.初步结果

- (1) 激发了学生的非智力因素
- (2) 数学成绩逐步提高
- (3) 自学理解能力有所增长

(4) 促进了学生的全面发展

实验班的学生不仅数学成绩有所提高,而且其它方面也得到了发展。实验班大部分科目的成绩均优于或略优于对比班。在历次各级各类学科竞赛活动中,实验班学生成绩也经常是名列前茅。

(5) 减轻了学生的作业负担

4. 几点思考

(1) 运用“心理后导教学法”进行教学,对于激发学生的非智力因素和培养学习数学的兴趣有很大作用。但如何测试学生非智力因素的发展情况还有待探讨。

(2) 在实施这种教法时,不能将其六个环节当成课堂教学的固定模式随意套用,应当从学生实际情况出发,抓住其核心环节,根据教材特点,或用其全部,或侧重于某些方面,总之,应灵活运用。

(3) 这种教学方法体现了美国心理学家桑代克提出的八个学习心理规律;体现了现代认知学习的同化理论和迁移理论;体现了教育系统论、控制论、信息论、教育评价等有关原理。但是,此教法的理论原理还有待进一步地提炼。

(4) 这种方法还有待于重复实验的验证,期望在更大范围内推广。

中学数学创造教育体系

21 世纪将是新的科学技术革命向纵深发展的时代,是高度“科学化、专业化、技术化、信息化”的时代。“谁掌握了面向 21 世纪的教育,谁就能在 21 世纪的国际竞争中处于战略主动地位。”(《中国教育改革和发展纲

要》)。众多资料表明:未来社会将需要大批创造型人才,而创造型人才的培养,必须依赖于教育。

数学教育与其他学科的教育一样,同样面临着挑战。各学科都将会围绕着如何培养适应社会发展的高质量人才进行教育改革,而如何培养高质量的创造型人才将是数学教育的重要课题之一。基于这样的情况,笔者暂且将这一课题进行研究的数学教育叫做数学创造教育。本文就中学数学创造教育体系的构思,进行了肤浅的探讨,旨在抛砖引玉。

按照系统科学的观念,中学数学创造教育体系应是一个完整的系统,并且是按照一定的层次由一系列子系统构成的。从人的发展与数学教育的特点出发,江苏海安县教育局王少华认为中学数学创造教育体系至少要由以下几个部分构成。

1. 中学数学创造教育的本质

中学数学创造教育的本质是关系整个数学创造教育理论和实践的带有全局性的问题,是学习、研究中学数学创造教育理论首先应当弄明白的问题。虽然人们对创造教育已经有了一定的认识,但对什么是中学数学创造教育的本质这一问题还没有完整的论述。绝大多数都是从微观出发,偏重于对创造性思维、创造个性、创造性教学方法等专题的研究,而从宏观上研究中学数学创造教育理论的则不多。对于这一问题笔者粗略地归纳为:中学数学创造教育是指运用教育目的论、教学论、教学方法论、教学控制论、创造学等理论,进行动态教学或指导,使学生自觉、主动地探索问题的过程。具体地讲,中学数学创造教育的本质属性至少要按以下三点来描述。

(1) 超前性。教育是一种“超前”的事业，它只有走在时代的前列，才能适应时代的需要，中学数学创造教育更应该如此，它是为适应未来社会需要大量创造性人才而产生的，因而其本质特征的描述不应停留在现阶段、现水平，而应按未来社会对人才的要求，来准确地描绘出基本质属性。

(2) 优化性。中学数学创造教育是以人的教育为其对象的一门科学。研究人的教育，也就是研究人的发展，按照马克思主义的观点，学校应当担负起“教育、训练和培养出全面发展的、受到全面训练的人，即会做一切工作的人。”按照唯物辩证法的观点，人的发展受着多种因素的影响，即在遗传、环境与教育的相互作用和相互促进中发展，其中教育是人的发展的主导因素。既然教育是人的发展的宏观因素，那么怎样才能促进人的发展（当然人的发展不仅要求全面，而且更应当注重发展中的质，特别是促使认知和思维的质的发展），笔者认为必须实施人的优化教育。反映到数学教学中，就是数学创造教育，所以数学创造教育也是人的优化教育的一个组成部分。

(3) 效力性。列宁曾说过：“我们一定会获得科学和技能。如果没有实际本领，任何学校都是一钱不值的。”这里提出了教育的有效性问题，如果学校不能培养出有真正本领的人，那么这种教育不能说是有效的。按照效率的原则，我们可以把数学教育分为高效、有效、低效和无效四种。过去我们所实施的数学教育，多数是属于后三种，高效力的数学教育虽然也有，但毕竟是少数极个别的。中学数学创造教育是以培养创造型人才为目的，应该说属于高效力的范畴。因此高效性是数学创造教育

本质的体现。

2. 中学数学创造教育的目的

教育是以人为对象的实践活动，教育的目的也就是培养和造就一定规格的人才，是教育的根本问题，它决定着教育的方向、内容、形式和方法等诸方面，因此，教育目的是进行教育理论研究的出发点。制定中学数学创造教育目的，必须根据我国政治、经济、文化以及生产力发展的需要，按照学生身心发展规律的要求及数学教育发展改革的趋势进行。据此，笔者认为制定的中学数学创造教育目的应具有以下几种功能：

(1) 使学生形成创造型的素质。培养学生数学才智，发展数学才能，能主动的探索性的获取数学知识，能用数学的观点、方法创造性的感知、分析客观世界事物间的存在形式和相互关系，养成主动创新的习惯。

(2) 提高学生的创造力。这里要弄清创造性素质和创造力的关系。心理学家认为：此二者是相互关联的，前者是非智力因素的综合表现，后者是智力因素的综合表现。创造型素质的形成需要以智力为基础，而创造力的发挥又必须以创造型的素质为条件。为了培养创造力，必须剖析创造力的要素，以便有针对性地加以培养。一般书刊中都把创造力分解为五种智力要素，即观察力、记忆力、思维能力、想象力、实践力，提高创造力也就是通过提高五种能力来达到目的。

(3) 培养学生的意志品质。让学生从数学学习中养成知行统、实事求是、坚韧不拔、奋发进取的精神；学会合理思考，清楚地表述思想和有条不紊的工作和学习习惯；增强在错综复杂的环境中，能分析比较、作出取舍、灵活变通进行最佳决策的能力；增强自制能力，能

善于控制自己的情感，约束自己的言行。

3. 中学数学创造教育的任务

中学数学创造教育的任务就是要把中学数学创造教育的目的贯彻到教育的实践上去，最大限度地开发人的创造力，为此，笔者先谈两点。

(1) 发展数学英才教育。我国是一个大国，有着丰富的人才资源，也蕴藏着大量的潜在天才。近年来，我国中学生在国际数学奥林匹克竞赛中连获金牌总数第一，令世人刮目相看。但是由于旧的数学教育制、旧的人才观和分数主义教育的影响，对于潜在的数学天才，一直没有认真地开发和研究过。显形数学英才往往容易被发现、重视，并在数学竞赛中暂露头角，而隐形的数学英才则往往被埋没。有人认为，数学学习成绩好的学生即数学英才。确实，这样的学生一般智力高、天资聪慧，学力也优越。但也有两种例外情况。

一是有些数学英才生能力很强，但成绩不好；

二是有些学习成绩好的，却能力平平，这涉及到学生对数学学习的兴趣，成绩测验的效度以及对数学能力的认识。

所以仅以检查达到教育目标与否的试题作为鉴别数学英才的标准就值得怀疑。把智力的优秀性为中心的心理发展作为数学英才的基本条件，有助于区别学业不佳学生和学业优良学生；有助于理解为什么英才青少年存在于全国各地。

著名的心理学家阿瑞提说过：“天才的潜在性要比天才的实际出现更为众多。但我们不应忽视这种潜在性的存在。正因为创造力的潜在性被认为要比它的实际实现更为大量存在，教育工作者对于寻找能够激活潜在性的

各种方法非常感兴趣。’由此,我们不难分析出如下结论:中学生由于世界观的初步形成,各方面还很不成熟。学生中的数学英才往往不易被发现的主要原因,一方面与现行评价学生的方法、导向有关;另一方面,就是学生的潜在才能没有能得到教师的激活,往往被“考分”所淹没。因此,发现、发展数学英才教育的重要措施就是寻求激活学生潜在性的各种方法。目前我国开办的实验中学、重点中学、数学奥林匹克学校、特色学校对于发展数学英才提供了良好的环境和师资力量,但在实际中还没有充分发挥它的作用,多数成了升学考试的奴隶,这一局面应尽快改变。重点中学、实验中学,特别是数学奥林匹克学校应在这方面探索出一套新路子来,重点可先放在如何激活学生的潜在性这一专题上。

(2) 改革现行数学教育。现行的数学教育特点:

①重视“封闭式”的数学问题,忽视“开放式”的数学问题;

②重视从实际问题提出数学概念,忽视反过来处理实际问题;

③重视数学的结论及其证明,忽视问题的提出和其蕴含的方法意义;

④重视数学的基础理论的掌握,忽视数学应用能力;

⑤重视单一结论问题,忽视分类讨论题;

⑥重视必然性推理,忽视或然性推理;

⑦重视形象、抽象思维和集中思维,忽视灵感、直觉思维和发散思维;

⑧重视数学的应试能力,忽视数学应变能力等等;随着社会的进步和科学技术的高度发展,目前这种数学教育体制,对培养高素质的人才,已经显得不适应了。

当然，对现行的数学教育，既不能否定一切，推翻重来，也不能抱残守缺、固步自封。