

21 世纪数学教育探索丛书
数学教育：动态与省思

——国际视角下的数学教育

郑毓信 著

上海世纪出版集团 出版发行
上海教育出版社

易文网 www.ewen.cc

(上海永福路 123 号 邮编 200031)

各地 *新华书店* 经销 印刷

开本 890 × 1240 1/32 印张 0000 字数 00 000

2004 年 12 月第 1 版 2004 年 12 月第 1 次印刷

印数 1—00 000 本

ISBN 7-5320-0000-0/0 · 0000 定价 00.00 元

21 世纪数学教育探索丛书

主 编 的 话

长期以来,学校数学教育的实际研究几乎完全集中在固有数学知识的传授上.为了成为一名合格的数学教师,首先必须懂数学,如有可能的话,还必须知道用什么方法将这些知识介绍给学生,教师们由此积累数学教学实践经验.现在,人们已渐渐超越了这种简单化的方法,因为数学教育可以提出许多需要回答的理论问题.如果一个数学教师打算使学生更好地学习这门课程,并在教育总构架下发挥充分而适当的作用,那么他就必须回答诸如为什么教、教什么、教谁、怎样教以及效果如何等问题,这样,学科教育的一般理论研究便受到普遍关注.到了世纪之交,探讨数学教育理论问题的著作日见其丰,数学教学经验的总结也以惊人的速度在增加,但人们终于发现,在理论与实践结合的中介环节上却相对薄弱,囿于经验的描述与紧迫的时代需求不相吻合,追求理想的假设与常态的学校生活差距太大.于是如下的国际背景凸现在我们面前:各路人马纷纷走出误区,一线的教师开阔理性视野、提升教学能力与水平成为趋势,理论工作者走进学校课堂寻找解决教学问题的大策略成为时尚,学校数学教育在如此强劲的两极张力中作为重要角色被推上了历史舞台.在此转折时期,从国际、国内不同的角度和多元的表达方式来介绍、探讨 21 世纪数学教育的理论与实践问题,观察、思考我国的数学教育,便自然而然地成为编撰这套丛书的宗旨和要义.

事实上,在如上所述的观察、介绍、借鉴乃至思考中,我们必将发现我国今天所发生的许多数学教育的进展甚至问题,都已与国际社会在

数学教育方面所发生的变化有着无法分割的紧密联系。世界正在密切注视这个教育人口最多的国家，我国数学教育的变革和发展已与国际数学教育的发展息息相关。正是在这个意义上，我国数学教育探索已超出了地域时空的限制，其意义已经具有国际特征。正如全球的数学教育必然包括中国的数学教育，并作为其发展的组成部分，我们也应把我国数学教育的研究与发展置于世界数学教育的视野之中。简单化的优劣之辨的做法在这里已不能揭示我国数学教育所包含的全部内涵与价值，而构筑一个相互吸收、富有本民族特色的新地带，也许才是辩证法指引的必由之路。由此而论，我国数学教育的探索需要扩大其研究领域，突破以往的研究方式，不再是东方和西方、传统和现代、理论和实际的六方对峙，而是融入国际意识的跨文化、大系统、重现场（现实复杂性）的研究观念和方法。在此我们应不惜痛下功夫，扫除那种热衷于空谈、浮游于形式的不良习惯，树立实事求是、返璞归真的好风气，使探索的内涵与价值得以真正的升华和张扬。

顾冷沅

本书前言

本书是笔者于2001年出版的《数学教育：从理论到实践》的姐妹著作，主要收入了自那时以来新完成的一些论文。除去数学课程改革、建构主义、数学教育的国际比较研究等持续热点以外，本书还以较大篇幅对近年来国际数学教育界新出现的一些研究方向，如数学教育的社会转向、后现代主义与数学教育、语言视角下的数学教育等，进行了综合介绍；另外，如果说前一著作较为注重理论与实际教学活动的密切结合，那么，这一新的著作就更为明显地表现出了对于数学教育国际进展的关注——当然，后者又并非单纯的介绍，而是更加注重从理论高度对此作出独立的分析与思考。最后，这一著作并集中反映了笔者关于数学教育深入发展的若干建设性意见，包括数学教育研究之合理定位、专业化小学数学的创建等。

因而，从总体上说，这就是本书的一些主要特征：第一，理论性。致力于理论层面的分析与思考是笔者的一贯追求，特殊地，本书的主要内容就是从理论层面对数学教育的新近发展作出综合分析与审思。第二，针对性。本书的各个论题与数学教育的现状密切相关，笔者并就以促进我国的数学教育事业作为直接的工作目标。第三，前沿性。关于国际上最新研究的综合介绍与分析应当说具有填补空白的性质。

2002年笔者有幸获得香港大学中英信托基金资助，对香港大学再次进行了为期三个月的学术访问，从而不仅有机会接触到更多的文献和新的信息，也有可能静下心来较为系统地作一些研究和思考。尽管这只能说是为进一步的工作奠定了重要的基础，但如果没有这一机会，很多工作事实上就不可能得以完成。为此特向促成这一访问的梁贯成等

先生表示诚挚的谢意！

这一著作的写作过程也正是我国新一轮数学课程改革逐步开展与深入发展的时期。笔者以为，在面对诸多积极成果的同时我们又应注意保持清醒的头脑，而这事实上也就是我们在努力吸取国际数学教育界最新研究成果时所应采取的一个基本立场，即“放眼世界，立足本土，注重理念，聚焦改革。”十分希望这一著作对于我国数学课程改革的深入发展也能发挥一定的促进作用。

最后，笔者并愿借此机会向这些年来一直给予自己很大支持的各位朋友、特别是身处教学第一线的广大教师表示深切的谢意：虽然我们未必有过直接的交流，但笔者的任何一个进步都离不开各位的关注与鼓励，特别是，正是您们的支持与肯定使笔者真正感受到了工作的价值，从而也才可能在这一方向上不断作出新的努力。“不做空头文章，保持知识分子的独立人格！”愿与各位同仁共勉之！

郑毓信

2004年8月于南京大学

目 录

第一部分 国际进展与研究工作的合理定位	1
1.1 数学教育的国际进展及其启示	2
1.2 比较与思考 :关于深入开展数学教育理论研究的 几点想法	16
1.3 数学教育国际比较研究的合理定位与方法论	24
第二部分 审思数学课程改革	34
2.1 审思数学课程改革	34
2.2 简论数学课程改革的基本取向	46
2.3 数学课程改革与教材编写	58
2.4 数学教学方法改革之实践与理论思考	67
第三部分 中国数学教育的界定与建设	84
3.1 文化视角下的中国数学教育	86
3.2 “双基”与“双基教学”认知的观点	98
3.3 中国数学教育的国际“定位”	109
第四部分 数学教育的专业化发展	116
4.1 专业化小学数学的创建	116
4.2 努力提高我国数学教育专业研究生的培养水准	165
4.3 中国数学教师培养工作的当务之急	178

第五部分 数学教育新视角	183
5.1 数学教育研究的社会转向	183
5.2 后现代主义与数学教育	209
5.3 语言与数学教育	245
5.4 建构主义之慎思	264
写在最后 课程改革 2005 :发现问题 ,正视问题 ,解决问题 ,不断 前进	275

第一部分 国际进展与研究工作的合理定位

为什么应当从事数学教育的研究？我们又应如何去从事数学教育的研究？这是任何一个数学教育工作者、特别是理论工作者所应经常自问的两个问题。从更为深入的角度看，这直接关系到数学教育研究工作的自觉定位。“放眼世界，立足本土；注重理念，聚焦改革”^{〔1〕}——这是笔者为自己在当前所设定的一个基本定位，可以说集中体现了这一著作的基本立场。

首先，所谓“放眼世界”即是指应当高度关注数学教育的国际进展。特别是相对于各项具体的研究工作或一般性的了解而言，我们应更加重视对国际数学教育总体发展趋势的综合分析；我们之所以要关注数学教育的国际进展，主要是为了促进我国的数学教育，在这样的意义上；“立足本土”就表明了“放眼世界”的主要目的，或者说，我们应将这两者看成一个有机的整体。其次，由于课程改革正是我国数学教育界在现今的最大现实，因此，作为“立足本土”这一立场的具体体现，我们在当前就应以数学课程改革为中心积极地去开展数学教育教学研究；然而，就现实而言，理论水平较为低下又不能不说是我国数学教育界的一个明显不足之处，因此，我们应当特别重视研究工作理论水准的提高，从而不仅能够从理论高度对课程改革的各个基本问题、特别是课程改革的基本理念作出更为深入的分析，而且能更好地发挥理论研究对于实际教学工作的指导和促进作用。显然，这也就清楚地说明了“注重理

〔1〕 这是笔者2002年10月在香港大学举行的一次数学教育的国际性会议(ICME Comparative Studies)上首次提出的。

念“聚焦改革”的基本涵义。

正是基于上述的立场,在 1.1 节中我们将首先对数学教育国际进展的若干特征与发展取向作出概述,并以此为背景具体指明在当前所应特别重视的一些问题;其次,1.2 节与 1.3 节中关于如何深入开展数学教育的理论研究以及数学教育国际比较研究合理定位的论述显然就可被看成“放眼世界,立足本土”这一基本立场的具体体现或实际应用。

1.1 数学教育的国际进展及其启示

个人要谈论数学教育的国际进展应当说不是件很容易的事,之所以选择这样一个题目则主要是为了突出强调“放眼世界、立足本土”的重要性,更希望通过抛砖引玉能引起更多同志的关注乃至直接参与这一方面的工作。

一、从先前的相关文章谈起

1997 年自己曾有机会对欧洲各国和中国港台地区进行了较为长期的学术访问,回来后根据自己的了解,特别是参照中国台湾“国科会”科学教育发展处数学教育学门(科)资源整合规划小组的有关文件,写了“数学教育研究之关键性论题与发展趋势”这样一篇文章(《数学教育学报》,1998 年第五期),从以下几个方面对国际上数学教育的发展趋势和热点问题进行了分析:

(1)数学教育的专业化与国际化 (2)数学教育的全民化 (3)建构主义与数学教育哲学 (4)认知科学与数学教育 (5)计算机与数学教育 (6)问题解决 (7)民俗数学 (8)数学教育评价 (9)数学师资培养; (10)大学数学教育。

尽管自 1997 年以来已经有七个年头过去了,但是,笔者以为,我们仍可以此为基本框架对国际上数学教育的最新发展作出新的考察与概括;当然,由于情况的变化(和个人的局限性),在此已没有必要就以上各个方面逐一作出分析,而将主要集中于以下四点:

第一,数学教育与数学教师的专业化。

“所谓‘专业化’，在此是指数学教育已经成为一门专门的学问。”特别是：“数学教育既不应被认为完全附属于数学，也不应被认为完全附属于教育，毋宁说，数学教育具有自己的特殊问题，并又正是围绕着这些问题，正在形成系统的数学教育理论。”（“数学教育研究之关键性论题与发展趋势”《数学教育学报》，1998年第五期）

就现今而言，数学教育的专业化可以说已为人们所普遍接受，我们并可在更多的方面看到这种专业化的取向。例如，人们现今所强调的已不只是学科本身的专业化，而且也包括教师的专业化，而后者所强调的主要是这样一个事实：数学教师不应被看成一种普通的职业（job），而是像医生、律师一样代表了一个“知识性的专门职业”（profession）。这也就是说，为了成为一名合格的数学教师，必要条件之一就是应很好地掌握本专业的专门知识。进而，创造性和一定的自主权又应被看成教学工作的基本要求；教师应当根据教学内容和学生的需要，并借助各种教学方法在学习过程中发挥主导的作用，创造出教学环境。”

再例如，专业性组织现已在数学教育领域中发挥了越来越重要的作用，而这事实上也可被看成专业化意识不断增强的一种表现。特别是，美国数学教师全国委员会（NCTM）更可被看成这方面的一个典型例子，因为正是其直接策动了美国自20世纪90年代开始的新一轮数学课程改革，从而与传统的“自上而下”的改革运动构成了鲜明的对照。另外，就世界范围而言，我们又应当特别提及国际数学教育委员会（ICMI）的工作，特别是，每四年一届的国际数学教育大会（ICME，第十届大会于2004年在丹麦召开，主要议题可见本节末的【附录一】），以及在世界范围内组织的若干专题研究（统称为“ICMI studies”，详见本节末的【附录二】），这些都对促进数学教育的发展发挥了十分重要的作用。

第二，数学教育的国际化与比较研究的兴起。

国际数学教育委员会的工作显然已在一定程度上表明了数学教育的国际化趋势，特别是其所直接组织的各项专题研究都具有国际合作的性质；另外，数学教育国际比较研究的兴起，例如像“第三届国际数学与科学研究（TIMSS）”那样的国际比较测试，以及由国际数学教育委员

会直接组织的专题研究‘不同文化传统中的数学教育：东亚与西方的比较’等，也从又一角度表明了数学教育国际化的趋势：人们现已采取了更为广泛的国际视角，并力图从其他国家的实践获得对于自己工作的有益启示或教训。这也正如国际著名数学教育家毕晓普(A. Bishop)在其主编的《数学教育国际手册》一书的前言中指出的：“数学教育是一项国际性的事业……一个思想或一种实践并不能由一个国家直接移植到另一个国家，但人们无疑可以从具有不同哲学、进行着不同实践的其他同行的经验中学到很多东西。其他国家、其他同行的经验可以为他自己的经验提供有趣的对照。”(《International Handbook of Mathematics Education》, Kluwer, 1996, 第3页)

应当强调的是，就数学教育的国际比较研究而言，人们已逐步建立起了这样的共识：比较研究所提供的主要是一面镜子(mirror)，而不是一个蓝本(blueprint)。这也就是说，比较研究最为重要的作用是帮助各个国家对自己的工作作出更为自觉的总结与反思。(详见1.3节)更为一般地说，笔者以为，这事实上也就应当被看成数学教育国际化的“合理定位”：其追求的不应是完全放弃各个国家和民族所特有的文化和传统，如寻求全球性的标准课程等，而是应当帮助各个国家更好地建立适合自己国情的数学教育，即“数学的教与学如何能在各具特色的文化中得到很好的开展”。

第三，多视角的研究与必要的聚焦。

如果说认知心理学的研究与建构主义的兴起可以被看成20世纪八、九十年代数学教育研究最为明显的一个特征，那么，在下述的意义上，这一浪潮的高峰期可以说已经过去：人们现已较为清楚地认识到了相应研究的局限性，从而采取了更为广泛的视角。

正如国际数学教育委员会现任副主席安提卡(M. Artigue)所指出的：“越来越多的人认为，作为最早提出的一种理论，建构主义方法在用令人满意的手段模拟数学的学习过程方面是不充分的，因为，它没有充分地考虑到学习的社会和文化方面。”(“大学水平数学的教与学”《数学译林》2001年第二期)

另外,在一些学者看来,这更应被看成数学教育现代发展的一个基本事实,即其主要的动力或促进因素并非源自数学教育内部,而是依靠从外部各个相关学科吸取了很多有用的观点和思想.在这样的意义上,研究领域的拓宽就可以被看成是数学教育现代发展的一个重要特点.(对此可见 1.2 节)

应当强调的是,相对于单纯的知识面拓宽而言,我们应当更加重视视野的扩展或视角的改变.特别是我们应由唯一强调(或者说,唯一肯定)某种观点转向更加重视对立(或诸多不同)观点的互补与整合.例如,尽管由行为主义向认知心理学的转变可以被说成研究工作的一种深化,但是,我们并不应当因此而行为主义采取绝对否定的态度;毋宁说,与认知心理学一样,这两者事实上都是为心理学的研究提供了一种可能的视角(或者说,理论框架).

再者,在不断拓宽研究领域的时候,我们又应十分注意必要的聚焦.这就是说,我们之所以要采取多种不同的视角和理论,其根本目的就是不断深化对于数学学习与教学活动的认识.应当指明的是,后者在一定程度上亦可被看成数学教育研究深入发展的关键所在.例如,在论及数学教育研究的未来发展时,国际数学教育委员会前秘书长尼斯(M. Niss)就曾指出,在过去三十年中,数学教育研究的发展主要表现为领域的扩张,即致力于不遗漏掉任何对于数学的教和学可能具有重要影响的因素;但在今天我们则应更加注意适当的聚焦,也即对于“复杂性的合理归约”(justified reduction of complexity).(详见“Key Issues and Trends in Research on Mathematical Education”,《Abstracts of Plenary Lectures and Regular Lectures of ICME - 9》2000, Japan)

第四,关于现代技术的再思考.

如果说在先前人们通常较为强调现代技术对于数学教育的革命性作用,也即认为现代技术的应用必然会造成数学教育、特别是教学工作的革命性变化,那么,在现今则可说采取了更为现实和理性的态度.对此由网络与远程教学等方面的发展即可清楚地看出.

具体地说,技术的发展不断为改进数学教学提供了各种新的可能

性,如网络显然为学生的学习与教师的教学活动提供了更为丰富的资源,而远程教学则具有超越地域局限的明显优越性。然而,与盲目的乐观情绪不同,人们现今已经能够更为深入地去考虑一些相关的问题,例如,我们应当如何很好地去利用网络中所提供的大量信息?远程教学能否真正成为日常的教学手段,还是只能被用于某些特殊的场合与时间?等等。更为一般地说,我们究竟应当如何去认识现代技术在数学教学中的应用,特别是,它究竟具有什么样的优点与缺点?

因此,就现代技术在数学教育中的应用而言,人们现今可以说已经表现出了更大的自觉性。特殊地,在笔者看来,我们也就从这样的角度去理解国际数学教育委员会所组织的以下一项最新的专题研究(专题17):技术的再思考(Technology Revisit)。

二、若干新的特点

上面已经提到了数学教育现代发展的四个重要特点;除此以外,数学教育的国际进展还具有以下一些新的特点(应当指明,由于个人的局限性,这一分析并没有能够囊括数学教育国际进展的所有方面;另外,由于主要集中于新的发展,因此,也就没有具体地去论及“数学学习心理学”、“数学教育的评价”等持续的热点)。

第五,对于教师主导作用与教学方法重要性的再认识。

具体地说,这或许可以被看成建构主义20世纪八、九十年代在数学教育界中盛行的一个消极后果:由于突出强调了学生在学习活动中的主体地位(特别是按照极端建构主义的观点,学习是一种纯粹的个人行为,任何的外部干涉都只能起到消极的干扰作用,对此可见5.4节),因此,在这些观念的影响下,教师在教学活动中的重要作用就一度被削弱甚至遭到了完全否定。值得指出的是,就一些西方国家而言,后一现象的出现还涉及到了对教学工作“创新性”的不同看法:与东方“熟练的演绎者”(skilled performer)这一形象不同,在一些西方国家好教师被认为应当是一个“创新者”(innovator)。这就是说,仅仅演绎出一个标准的课程还不足以被看成一个好教师,甚至会被看成缺乏创造力的表

现——也正因为此,这些国家的教师通常不愿意向有经验的教师学习,甚至不愿意使用某些已经被证明较为有效的教学方法。(详见另文“三种不同的数学教学模式——《教学的差距》简介”,郑毓信《数学教育:从理论到实践》,上海教育出版社,2001)

然而,后一种情况近年来已经发生了重要的变化。例如,在2002年10月于中国香港召开的国际比较研究会议上,美国著名比较教育研究专家斯丁格勒(J. Stigler)就曾提及,在先前美国数学教育界通常较为注意学生的方面,而现在则已认识到了教师是提高教学质量的关键因素;进而,就如何改进教师的工作而言,人们在先前往往比较注意如何招募更为优秀的人材来充实教师队伍,以及如何提高教师的素质,现在则已开始认识到教学方法的重要性。

应当指明,对于教师与教学方法重要性的再认识事实上并不只限于上述的西方国家,而是代表了国际数学教育界的普遍取向,后者并就是与前面提到的“数学教师的专业化”直接相联系的。例如,在2001年召开的第十届国际数学教育大会(ICME-10)国际程序委员会的第一次会议上,与会者就明显地表现出了对于教师专业化发展的共同关注:哪些知识对于数学教师来说是必需掌握的?教师进修应达到什么样的标准?由谁来对教师进行培训?我们又应如何为教师提供更多的支持和发展的机会?等等。(详见另文“走向ICME-10”,载《中学数学教学参考》2001年第十期)

第六,研究工作表现出了更大的自觉性。

这里所谓的“自觉性”,主要是指对于总结与反思性工作的普遍重视,包括对研究立场与方法论的深入探讨,从而在一定程度上体现了由不自觉状态向自觉状态的重要转变。

对于所说的变化,由以下一些著作或专题研究的名称就可清楚地看出:《关于数学课程的再思考》(《Rethinking the Mathematics Curriculum》,ed. by C. Hoyles & C. Morgan & G. Woodhouse, Falmer, 1999)《数学教育作为研究领域的界定》(《Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity》,ed. by A. Sierpinska 等,

Kluwer, 1998) ; Technology Revisit (ICMI Studies 17) ; In Search of an East Asian Identity in Mathematics Education (K. Leung , 2002)等. 再如前面已提及的, 在论及数学教育研究的未来发展时, 国际数学教育委员会前秘书长尼斯曾指出, 相对于研究领域的拓宽而言我们现今应当更加注意适当的聚焦, 而且, 相对于特殊现象的研究而言我们又应更加重视普遍性理论的建设——显然, 这些论述同样表明了研究工作的高度自觉性.

值得指出的是, 由于数学教育是一个处于积极发展之中的新的研究领域, 因此, 就现实而言就明显地暴露出了“ 学科界限模糊 ”、“ 研究内容极度多样化 ”、“ 研究方法缺乏必要的规范 ”等弊病. 显然, 对于这些问题我们不应简单地归结为“ 前进中的缺点 ”置之不理, 而应通过认真的总结与深刻的反思逐步予以解决. 在这样的意义上, 上述的由不自觉状态向自觉状态的转变事实上应当被看成数学教育研究深入发展的必然要求, 并构成了数学教育专业化的必由途径.

例如, 作为由国际数学教育委员会直接倡导的专题研究“ 数学教育作为研究领域的界定 ”的实际出发点, 人们提出了以下五个问题 (1) 什么是数学教育研究的特殊对象? (2) 数学教育研究的目的是什么? (3) 什么是数学教育研究的特殊研究问题? (4) 什么是数学教育研究的成果? (5) 应当采用什么样的标准对数学教育研究的成果进行评价? 显然, 这些问题也是每一个数学教育研究者都应认真考虑的, 因为只有这样, 相应的研究工作才能真正成为自觉的行为, 从而也才有可能取得更多、更好的成果.

第七, 课程改革一波三折.

数学课程改革也是各国数学教育界当前所面临的一个共同课题, 但是, 从各国的实践看, 一个重要的结论似乎是应当更为清楚地认识课程改革的艰巨性和曲折性. 例如, 由美国数学教师全国委员会在 20 世纪 90 年代初所启动的美国新一轮数学课程改革尽管在开始时曾得到了普遍好评, 但是, 随着时间的推移, 这一改革运动也暴露出了众多弊病, 而支持者与反对者更因为意见尖锐对立而演绎出了一场轰轰烈烈

的“数学战争”，乃至在今天的美国事实上已经出现了一定程度的倒退。再例如，中国台湾自1992年开始的小学数学课程改革至今已有十年，但方方面面也对这一改革运动提出了十分尖锐的批评意见，甚至出现了剧烈对抗。而随着课程设计由“中小学相对独立”转为“九年一贯制”，这一改革运动事实上也已进入了尾声。最后，由2002年夏在重庆召开的“21世纪数学课程与教学改革国际学术研讨会”上，日本数学会理事长泽田利夫、韩国数学教育学会前理事长崔英翰、国际数学教育委员会前执行委员俄罗斯的沙雷金（I. Sharygin）等人的发言，我们可发现对于课程改革的批评具有相当的普遍性。^{〔1〕}

也正由于数学课程改革出现了普遍回潮，因此，在第十届国际数学教育大会国际程序委员会第一次会议上，与会者们就对“考试导向下的数学教育”表现出了普遍的关注和忧虑。当然，改革的总趋势不可逆转。在这样的意义上，上述的现象事实上为我们更为深入地去开展相关的研究提出了很多重要的课题，特别是，我们应如何更好地去处理以下各个关系：“大众数学”与“20%最好的学生在数学上的提高”；“学生的主动建构”与“教师的指导作用”；“数学与日常生活的联系”与“数学的形式特性”；“学生的个性发展”与“个人的社会定位”；另外，就课程改革的持续发展而言，我们又应当考虑：数学教育政策的制订者应当是谁？我们应如何去对数学教育改革的成功与否作出评价？（详见2.2节）

第八，对于理论与实践关系问题的高度关注。

当前人们普遍地持有这样的看法：如何做好由理论研究向教学实践的转变应当被看成数学教育深入发展的关键；然而，这又正是数学教育界所存在的一个严重弊病，即在理论与教学实践之间始终存在较大的距离。而且，就国际数学教育的总体形势而言，由于视角的拓宽直接导致了研究成果的大量增加，其内容也日趋丰富，因此，上述的间隔有进一步扩大的趋势。

〔1〕 详见张奠宙、李忠如：“加强国际交流与合作，推进数学教育改革——21世纪数学课程与教学改革国际学术研讨会纪要”《数学教育学报》2002年第四期。

应当指明的是,除去由理论研究向教学实践的过渡以外,人们现今已更为清楚地认识到了这两者积极互动的重要性。例如,就数学课程改革的顺利开展而言,著名数学教育家毕晓普就曾明确指出,我们不应局限于“研究—发展—推广”这样一种传统模式,应当认真改变由理论到实践的单向运动。^[1]另外,作为这一方向上的积极实践,我们又可以提及美国数学教育家的柯柏(P. Cobb)的工作:与传统的由理论向实践的单向运动不同,柯柏在从事数学课程开发(curriculum development)时采取了一个新的工作模式,主要特点就是课程设计与实际的教学活动更为紧密地联系起来,并以后者作为对相应的课程设计工作进行及时分析与评价的直接基础,在此事实上就形成了理论与教学实践之间日复一日的小循环(minicycle),并最终较好地实现了理论与教法设计的同时成长。(详可见2.3节)

三、相关的启示

笔者在2001年底还曾写过一篇文章“数学教育 动态与思考”(《数学教育学报》2002年第一期)对国内数学教育的发展情况进行概述,特别是指明在以下四个方面取得了一定的进展(1)数学课程改革正处于积极实施之中(2)建构主义的教育思想已为人们所普遍接受(3)开放题的研究和实践取得很大进展(4)案例分析获得了广泛重视。^[2]

[1] 详可见 A. Bishop, “Research, Effectiveness, and the Practitioners World”, 《Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity—ICME Series》, Kluwer, 1998. 值得提及的是,毕晓普在这一文章中并曾专门提及,为了促进实际的教学活动,研究者应当将自己的成果发表在广大实际工作者所能接触到的刊物上,而不应只是局限于所谓的“学术刊物”。

[2] 当然,就我国数学教育的总体情况而言,我们还应提及“素质教育与创新精神的培养”、“在职教师的培训”等工作。例如,人们之所以对开放题表现出特别的关注,主要就是因为后者被认为是培养学生创新精神的一个有效途径;另外,对于案例的重视则与教师的培训有着直接的关系:案例分析不仅被看成理论联系实际的一座重要桥梁,而且也已成为教师培训工作的一项基本内容。最后,这事实上也应被看成前一时期大规模教师培训的一个直接效果,即是在很大程度上促进了建构主义在中国的传播。

容易看出,我国数学教育的上述进展在很大程度上即是与国际上的相关研究直接相呼应的. 以下也就从这样的角度,即以国际上最新发展为背景具体地指明我们在当前所应特别重视的一些问题,笔者的主要目的当然是为了更好地促进我国的数学教育研究与教学工作.

(1) 课程改革的深入发展.

国际上的相关发展表明:我们应当清楚地认识数学课程改革的长期性和复杂性,而不应持盲目的乐观情绪,更不应刻意地去追求某些短期效果;恰恰相反,我们应对课程改革所可能面临的种种困难与问题保持清醒的头脑,并十分重视对于已有工作的自觉总结与反思,从而就能通过更为深入的研究与实践,包括上下两个方面的积极互动,不断克服所存在的问题与不足之处,保证课程改革的顺利发展.

具体地说,笔者以为,以下即是数学课程改革深入发展的一些关键因素:第一,与对时髦口号的盲目追随相对立,我们应当通过对国际上数学课程改革普遍取向的深入分析决定自己的合理定位,包括对国际上各种新的数学教育或教学思想的合理性及其对我国的“适用性”做出具体研究;第二,切实加强相关的研究,努力建立有效的评价机制,就当前而言,我们应特别重视对已有的工作,包括《数学课程标准》的制订,各种试验性教材的编写,教学方法的改革等,作出自觉的总结与深入的反思;第三,切实改变“由上到下”的运作模式,努力实现理论与教学实践、研究者与广大教师的必要互动,特别是,所谓的“专业引领”必须立足于实际的教学活动;第四,应当清楚地认识课程改革的长期性和艰巨性,特别是,从文化的角度看,这必定是一个渐进的过程,而不可能按照某种事先确定的时间表毕其功于一役^[1];也正是从这样的角度去分析,我们就应努力做到“大处着眼,小处着手”,即应充分肯定各种细小的进步,并通过长期的积累逐步实现根本性的改革.

(2) 中国数学教育的界定与建设.

[1] 社会的进步与数学、教育学等相关学科的发展显然也直接决定了数学课程改革的持续性和长期性.

相应的国际比较研究已经十分清楚地表明了积极开展这方面研究的重要性,特别是,这不仅应被看成数学课程改革顺利发展的一个必要条件,而且也为中国数学教育走向世界提供了重要的途径。因为,中国数学教育传统中的优秀成分、特别是中国数学教学法事实上应被看成我国数学教育工作者对于数学教育这一人类共同事业的重要贡献。例如,美国著名比较教育研究专家斯丁格勒在前面所已提及的那次会议上就曾表达过这样的看法:“数学教学中的问题设计”可以被看成改进教学的一个突破口,而我们中国在这一方面显然积累了大量的经验和教训。

其次,又如“界定”与“建设”这两个词语所已表明的,我们在此所面临的并非仅仅是总结与继承这样一个任务,还应当从理论高度对过去的实践,包括已有的成功经验,作出深入的分析与反思,特别是,我们不仅应对中国数学教育的总体特征与优点作出认真的总结,而且也应对已有工作的缺点或不足之处作出仔细的分析,从而就能较好地实现由不自觉状态向自觉状态的重要转变,并为进一步的工作指明努力的方向。例如,究竟什么是“双基”?什么是“双基教学”的基本涵义及其主要优缺点?我们应当如何去认识“双基教学”与中国数学教育的关系?等等。(详可见3.2节)

再则,作为总结与反思工作的一个重要方面,笔者以为,我们应十分注意如何很好地去利用国际上相关的理论成果,因为,这不仅直接关系到由“经验型”向“理论指导下的自觉实践”的重要转变,而且也关系到如何才能使具有鲜明中国文化特色的数学教育成果对于在西方文化中成长起来的人士也成为可以理解的。(对此可见3.3节)

(3) 理论研究的必要深化。

这首先是指研究领域的进一步拓宽,特别是,我们应当努力追踪国际上的最新发展并积极地去开展相关的研究,如数学教育的社会研究,数学教育的语言学研究,后现代主义与数学教育等。本书第五部分就是这一方向上的一些初步努力。

其次,同样重要的是,我们又应努力增强研究工作的自觉性,即应

当十分注意研究工作的合理定位和方法论,而不盲目地去追随国际上的各种浪潮,特别是,一切的研究工作最终都应服务于促进我国的数学教育这样一个根本目标.

最后,就如张奠宙先生在“关于《数学教育学报》文风的建议”(《数学教育学报》2002年第四期)一文中所指出的,对于研究工作我们应该作出必要的规范,特别是,就当前而言,我们更应该明确反对各种急功近利的浮夸风气,并应大力提倡扎扎实实的工作作风.(对此并可见1.2节)

(4) 重视高级研究人材的培养.

之所以要特别强调高级研究人材的培养,主要是因为这直接关系到我国数学教育事业的未来发展;另外,这也正是我国数学教育的现实,即数学教育工作者的普遍学历已经有了很大的提高,更有越来越多的人正在攻读或准备攻读数学教育专业的硕士或博士学位,从而为我国数学教育高级研究人材的迅速增长提供了现实的可能性.

具体地说,笔者以为,数学教育专业的硕士和博士的培养应以理论学习为重点,从而才能较好地实现知识结构的必要拓宽与重组,特别是,我们应对数学教育的国际进展有较好的了解;其次,与“方法至上”的观点相对立,在高级研究人材的培养中我们应当更加重视研究课题的选择与工作的创新,而不应当只是简单地去重复先进国家已从事过的某些研究;第三,清醒的自我意识与自觉的反思应被看成提高研究能力的重要途径,特别是,这更应当被看成终身学习与自我成长的必然要求.(详可见4.2节)

希望在今后几年中能看到年轻一代在研究工作中发挥越来越重要的作用.

(5) 进一步增强专业意识,充分发挥专业性组织的重要作用.

即如前面所已提及的,这正是数学教育专业化的一个必然结论;另外,笔者以为,这也应被看成我国数学课程改革顺利发展的一个重要保证.

令人高兴的是,在这一方面已经可以看到一些初步的迹象.例如,

2002 年的高师年会与 2002 年 ~ 2003 年的数学教育高级研讨会都有着十分明确的主题(“ 数学教师专业化 : 数学教师教育发展的潮流 ”、“ 中国数学‘ 双基 ’ 教学研究 ”、“ 数学教育研究的创新问题 ”), 从而就对我国的数学教育研究工作发挥了重要的导向作用.

另外, 还应提及的是, 除去 2000 年 8 月所举行的“ 中国数学会中小学数学教育改革研讨会 ”, 中国数学会又于 2003 年 11 月组织召开了“ 全国数学教育改革实践调研会 ”——显然, 这事实上也可被看成专业性组织发挥重要作用的又一实例.

【附录一】

第十届国际数学教育大会(ICME - 10) 的主要议题 [1]

1. “ 专题研究组 ” (topic study group, 简记为 TSG).

(1) 学龄前与初等水平的数学教育的新发展与趋势 (2) 中等水平的数学教育的新发展与趋势 (3) 大学水平的数学教育的新发展与趋势 (4) 天才学生的教育 (5) 有特殊需要的儿童的教育 (6) 成人与终身的数学教育 (7) 职业中的数学教育 (8) 数和算术教与学的研究与发展 (9) 代数教与学的研究与发展 ; (10) 几何教与学的研究与发展 (11) 概率与统计教与学的研究与发展 (12) 微积分教与学的研究与发展 (13) 现代数学论题教与学的研究与发展 (14) 数学教学的创新 (15) 技术在数学教与学中的作用与应用 (16) 数学教与学中的直观 (visualization) (17) 数学史在数学教与学中的作用 (18) 数学教育中的问题解决 (19) 数学教育中的推理、证明与证明活动 (20) 数学应用和数学教与学中的建模 (21) 数学与其他科学或人文学科之间的关系与联系 (22) 数学中的学习与认知 学生的数学概念、策略和信念的形成 (23) 数学教师的培养、专业化与发展 ; (24) 学生对于数学及其学习的动力与态度 (25) 数学教育中的语言和交流 ; (26) 性别与数学教育 (27) 数学教育评估的研究与发展 (28) 数学教育研究的新趋势 (29) 数学教与学的历史.

2. “ 讨论组 ” (discussion group, 简称 DG).

(1) 课程改革的发展、过程和政策 (2) 数学教育中的研究与实践之间的关

[1] 显然, 这也为我们更好地了解数学教育的国际进展提供了一个重要的窗口. 有兴趣的读者可通过以下网站进一步了解这一会议的情况: [www. ICME - 10. dk](http://www.ICME-10.dk).

系(3) 数学教育应当为谁服务?为什么?“大众数学”与“高水平的数学活动”的平衡(4) 数学教育哲学(5) 数学教育的国际合作(6) 数学教师的培养(7) 公众对于数学与数学教育的理解(8) 数学教育研究的质量与相关性(9) 数学教育研究工作者的成长(10) 数学教育研究中的不同视角、立场与途径(11) 数学教育的国际比较(12) 考试导向下的数学教育:是变得更好还是更坏?(13) 教师、课程与体制的评价(14) 数学教材(15) 是否应当实行分流?(16) 数学竞赛在数学教育中的作用(17) 学前数学教育所面临的问题与挑战(18) 小学数学教育所面临的问题与挑战(19) 初中数学教育所面临的问题与挑战(20) 高中数学教育所面临的问题与挑战(21) 非本科的数学教育所面临的问题与挑战;(22) 大学数学教育所面临的问题与挑战(23) 特殊需要学生的数学教育所面临的问题与挑战(24) 远程教学所面临的问题与挑战.

3.“自由交流”(Thematic Afternoon).

(1) 数学教师:召集与持续的吸引,专业化发展与界定(2) 社会与文化中的数学教育(3) 数学与数学教育(4) 数学教育中的技术(5) 从其他学科看数学教育研究.

【附录二】

国际数学教育委员会所组织的专题研究(ICMI Studies)^[1]

(1) 计算机与信息科学对于数学及其教学的影响;

(2) 90年代的学校数学;

(3) 作为服务学科的数学;

(以上所指的三项专题研究的相关论文集已翻译成中文,并合并成《国际展望:九十年代的数学教育,ICME研究丛书之一》一书,由上海教育出版社于1990年出版)

(4) 数学与认知;

(5) 数学的大众化;

(6) 数学教育的评价及其影响;

(以上所指的三项专题研究的相关论文集也已翻译成中文,并合并成《国际展

[1] 对此可见 B. Hodgson, "The ICMI Studies: Background Information and Projects", 《ICMI Bulletin》46 [1999].

望《数学教育评价研究》(ICME 研究丛书之二)一书,由上海教育出版社于1996年出版)

- (7) 性别与数学教育;
- (8) 什么是数学教育研究?什么又是它的成果?
- (9) 21世纪的几何教学;
- (10) 数学史在数学教学中的作用;
- (11) 大学层次的数学的教与学;
- (12) 代数的教与学的未来;
- (13) 不同文化传统中的数学教育:东亚与西方的比较;
- (14) 应用与建模;
- (15) 教师的教育与发展;
- (16) 在教室中和教室以外向数学挑战.

1.2 比较与思考:关于深入开展数学教育理论研究 研究的几点想法

一、从“数学教育学”的创建谈起

作为数学教育理论研究深入发展的一个重要标志,我国学者自20世纪80年代起积极从事了“数学教育学”的理论建设,并已在这一方向上先后出版了多部专著.^[1]与数学教育研究先前主要集中于“教材、教法”的情况相比,这些工作显然表明我们的研究工作已经有了很大进展,更对实际的数学教学活动产生了积极的影响.

事实上,数学教育学系统理论的建立标志着数学教育已经成为了一门相对独立的专门学科,而又正如1.1节中所提及的,数学教育的“专业化”是数学教育现代发展的一个重要特点.例如,在美国数学教师全国委员会于1992年出版的指导性论著《数学教与学研究手册》

[1] 对此例如可参见曹才翰等《数学教育学概论》,江苏教育出版社,1989;张奠宙等:《数学教育学》,江西教育出版社,1991;田万海《数学教育学》,浙江教育出版社,1993;周学海《数学教育学概论》,东北师范大学出版社,1996;吴宪芳等《数学教育学》,华中师范大学出版社,1997;张雄《数学教育学概论》,陕西科学技术出版社,2001,等等.

(《Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning》, Macmillan, 1992)中,其主编格劳斯(D. Grouws)就曾明确指出:“在过去二十年中,关于数学教学的研究得到了迅速的发展……在这一方向上所取得的巨大进展已使数学教育成为一个相对独立的研究领域,其研究者则构成了数学教育研究的共同体。”(前言,第IX页)

当然,对于所说的“专业化”我们不应仅从社会学的意义上去理解,如存在数学教育的专门组织、学术刊物和学术会议等;毋宁说,这主要是指数学教育已经形成了自己特殊的研究问题和研究方法,并通过深入的研究和实践建立起了自己相对独立的理论体系。事实是,尽管不同的国家或地区可能使用不同的术语(例如,在德语和法语国家,人们所使用的主要是“数学教学理论”(Didactics of Mathematics)这样一个术语),但是,这又可以被看成国际数学教育界的一个共同目标,即希望能通过共同的努力建立起作为一门独立学科的“数学教育学”,人们更为此而成立了专门性的国际组织(TME)。〔1〕

尽管存在诸多的努力,但是,从整体上说,笔者以为,数学教育学科理论体系的建立仍有待于进一步的工作。例如,正如《数学教学理论是一门科学》这一书名所已清楚表明的,由R. Biehler等人所主编的这一著作代表了建立“数学教学理论”(数学教育学)的一个自觉努力;但是,在声称“本书……勾勒了科学的一个新分支的最新水平……将对目前数学教学理论研究的广度和多样性给出一个结构或‘拓扑’”的同时,其编辑者在该书前言中又明确指出:“数学教学理论的对象、方法论以及评价其理论是否有效的标准等一系列问题都显得多元化,缺乏统一性。”(上海教育出版社,1998,第2页)〔2〕类似地,国际数学教育委员会前秘书长尼斯在2000年第九届国际数学教育大会(ICME-9)所作的大会报告“数学教育研究中的主要论题与发展趋势”中也曾指出:“尽管

〔1〕对于国际上相关工作的一个简单介绍可见R. Biehler等主编的《数学教学理论是一门科学》,上海教育出版社,1998,前言。

〔2〕也正因为此,这一著作所采取的就是论文集,而非专著这样一种形式。

我们的领域已经发展到了初步成熟的阶段,但这肯定地不是指表现出了协调性和统一性,更不用说一致性,而是在观点和(研究)范式上都表现出了明确的复杂性和多样性。(“Key Issues and Trends in Research on Mathematical Education”,同前)

当然,以上的论述并非是指在建立数学教育学系统理论的过程中我们只能永远步外国人的后尘,恰恰相反,在一篇对中国大陆与中国台湾的数学教育研究进行比较的文章中,笔者曾明确表达了这样的观点:“与中国大陆同行相比,中国台湾的数学教育工作者应当说对国际上的发展趋势有更好的了解……但是……由于受到西方国家、特别是美国的很大影响,中国台湾的数学教育研究在一定程度上就缺乏自己的鲜明特色……相应的研究也往往只是满足于对国外已有工作的介绍或综述,却没有能作出自己的独立工作。”与此相对照;尽管中国大陆的数学教育表现出了较大的‘封闭性’,但是,后者又的确做出了一些对于数学教育有着重要意义的独立工作。(“中国台湾的数学教育研究”,郑毓信《数学教育的现代发展》,江苏教育出版社,1999)

进而,笔者在此所要表明的主要是这样一种观点:我们应当注意处理好学习与创新的关系。特殊地,就目前的论题而言,我们又应特别强调这样两点:第一,在坚持独立研究的同时,我们并应十分注意对于国外最新研究成果的学习和分析比较,特别是,我们应努力吸取其中的积极成分;第二,如前一节中所已指明的,对于已有工作的必要总结与反思应被看成数学教育理论研究深入发展的必要前提,从而,我们就应努力增强自身在这一方面的自觉性,并通过不断的研究与总结去发展相关的认识,包括对研究方向、重点和难点及相应的方法论问题的清楚界定,等等——特殊地,这事实上也应被看成真正建立数学教育学的科学理论的一个必由之途。这也就是说,目前要谈论建立数学教育学的系统理论可能还为时过早,我们在此并应更加重视对已有工作的认真总结与反思,特别是,我们就应以国际数学教育的最新发展为背景去决定自己在这方面的合理定位与研究方向。

二、视野的拓宽与必要的聚焦

对我国所已出版的数学教育方面的论著进行综合分析,不难看出,与20世纪80年代末数学教育研究主要集中于“三论”(教学论、学习论和课程论)的做法相比,现今的研究已经包括了更多的内容。

由于立足于实际的教学活动正是促成数学教育研究领域不断扩展的主要原因,因此,对于上述的发展我们就应持充分肯定的态度。值得指出的是,这种发展在一定程度上也是与国际上的总体趋势直接相呼应的。例如,除去一些传统的课题以外,以下就是国内外数学教育研究的若干共同热点:第一,由于人们现今普遍地认识到了“教师的专业发展为课程改革及推行的核心”,因此,与国内的做法相一致,数学教师的专业化发展在国际数学教育界也获得了普遍重视。例如,在先前已提及的两部综述性论著《数学教与学研究手册》和《数学教育国际手册》中,这一问题都占据了十分重要的位置(分别构成了五个部分中的第二部分,以及四个分册中的第四分册);另外《数学教学理论是一门科学》则更将“教师的培养和教学研究”列为“数学教学理论”(数学教育学)的一项基本内容(八个课题中占第二位)。第二,由于计算机技术对数学教育产生了越来越大的影响——这不仅是指计算机技术为我们改进数学教学提供了一种新的有效手段,而且也是指计算机技术的使用将对数学教育的各个方面,包括课程内容的选择与组织方式等,产生十分重要的影响,因此,无论国内还是国外,“技术与数学教育”这一论题现都已经在数学教育研究中占据了十分重要的地位。第三,关于数学教育目标的深入分析。具体地说,现今人们已建立起了这样的共识:数学教育不应仅仅着眼于数学自身发展的要求,而且应当更为自觉地承担起自己的社会责任,即应当依据社会的需要来确定数学教育的具体目标,包括通过数学教育促进社会的进步或变革。这就正如巴西学者德安布罗西奥(U. D Ambrosio)所指出的:“作为一门科学分支的数学教学理论从本质上说正是对我们自己、对我们社会大框架中的地位、对我们形成未来中所担负的责任所作的批判性思考。”(“数学教与学的文化框架”, R. Biehler 等主编《数学教育理论是一门科学》,同前,第516页)

第四,由于评估对实际的数学教学活动有着十分重要的影响,更可被视为数学课程改革十分重要的一个制约因素,因此;“尽管在先前研究者们对此并未表现出很大的兴趣,但从(20世纪)80年代后期起这种情况已经有了很大的改变”(M. Niss; Key Issues and Trends in Research on Mathematical Education”同前,第4页),特别是,评估方法的改革无论在国内或国际上都已成为人们共同关注的一个热点问题。

但是,除去上述的共同点以外,我们又应看到,国内的数学教育研究与国际上的相关研究相比在整体上仍明显地暴露出了视野较为狭窄的弊病。具体地说,就如1.1节中所已指出的,采取多方位的视角也是数学教育现代发展的一个重要特点,这就是指,除去与数学、心理学和教育学的传统联系以外,现代的数学教育更明显地表现出了与诸多不同学科的重要联系,包括哲学、历史学、社会学、政治学、人类文化学、语言学等。从而,与国内的研究相比,国际上的数学教育研究就包括了更多的新论题或研究方向。例如《数学教与学研究手册》和《数学教育国际手册》这两本著作就分别收入了“争论性论题”与“观点与跨学科内容”这样两个部分,其主要内容就是对源于不同学科交叉的种种新观点作出介绍。另外《数学教学理论是一门科学》的主编在该书前言中则更明确地写道:“我们可以把本书分成这样两部分:第一部分是与课堂教学关系比较密切的,第二部分则是那些从一个较广的视角反思和分析关于学习、思维、知识和文化问题的。……第七章‘数学的历史和认识论与数学教育’包括了从不同角度对数学进行研究和反思,如哲学、认识、历史、文化,以及它们之间的关系和对数学教育的影响。第八章‘数学教与学的文化框架’分析的是制约的因素和文化的、实际的、或许还有科学的、政治的和文化的力量对数学教与学的过程产生着深刻的影响。”(第4~5页)

当然,又如1.1节中所已指明的,在强调拓宽视野的同时,我们又应清楚地看到,多学科的交叉不应被等同于简单的移植。我们更应明确反对完全脱离数学教学的实际、即仅仅是为了“创建”某种新的“理论”(如“数学教育社会学”、“数学教育美学”等)而去从事不同学科的“交

又”恰恰相反,多学科交叉的基本意义应是为我们更为深入地认识数学的学习和教学活动提供新的视角或背景知识,从而,在不断拓宽视野的同时,我们也应当十分注意必要的聚焦,即是应当将数学的学习与教学看成数学教育研究的核心所在。

最后,还应提及的是,多种不同视角的引入显然也表明了由观点的单一性转向多元性的重要性,这就是说,在数学教育中我们应当由突出强调某一种观点转为更加重视对立(或多种)观点的兼容与互补。例如,与心理学研究的“认知转向”相对应,“认知(心理学)观点”自20世纪70年代起在数学教育研究中逐渐占据了主导地位。然而,现今人们则普遍地更为强调“认知观点”与“社会视角”的互补。(详可见5.1节)例如,由美国学者柯柏与德国学者鲍尔斯费尔德(H. Bauersfeld)所进行的一项合作研究就可被看成这一方面的一个范例,因为,这两者在先前分别侧重于所说的“心理学模式”和“社会(互动)的模式”,即其主要关注的分别是各个学生对于数学知识的建构,以及教室中师生与学生之间的互动与所谓的“教室文化”。然而,正是通过交流与合作,他们最终得出了这样的结论:“心理学与社会学的视角都只是说出了问题的一半,在此所需要的是一个综合的途径,即在认真研究各个学生的数学解释的同时,也应清楚地看到这种活动必定是在一定的社会环境中进行的。”(详可见《The Emergence of Mathematical Meaning》, ed. by P. Cobb & H. Bauersfeld, Lawrence Erlbaum Associate, 1995)

三、理论与实践

1.1节中已经提及了作为国际数学教育委员会组织的专题研究“数学教育作为研究领域的界定”的实际出发点人们所提出的五个问题(第8页),以下再围绕这五个问题对如何深入开展数学教育的理论研究提出一些具体的想法。

首先,聚焦数学的学习与教学显然就为“什么是数学教育研究的特殊对象”,以及“什么是数学教育研究的特殊研究问题”提供了直接的解答。特别是,尽管我们应当明确肯定一般教育学的研究成果,包括研究

方法等对于数学教育研究的指导意义或普遍适用性 ;但是 ,数学教育研究的主要目标并非就数学教学的实例去验证一般性的学习规律和教学原则 ,而是要揭示数学教育的特殊规律和原则 .

特殊地 ,笔者以为 ,我们事实上也可从这样的角度对研究工作的理论水准作出具体的分析 ,特别是 ,理论水准的低下不能不说是我国数学教育研究的一个明显不足之处 .例如 ,尽管已经出版了不少“ 数学教育学 ”的专著 ,但是 ,又有多少工作可以被看成“ 专业化 ”途径上的切实进步 ? 还是始终停留于“ 数学 + 教育学 ”的传统模式 ,即是依靠简单的移植“ 建构 ”起了“ 数学教育学 ”的庞大体系 ?!

其次 ,尽管在现实中可以看到各种各样的“ 研究目的 ” ,甚至是纯功利的考虑 ;但是 ,如果从理论的角度进行分析的话 ,人们对于“ 数学教育研究的目的是什么 ”这一问题的看法应当说还是相当一致的 ,即认为数学教育研究的主要目的应是促进实际的数学教育活动 ,或是达到更高的理论水准 ,并认为这里的关键就是要在这两者之间建立更为密切的联系 .

容易看出 ,上述的分析事实上也为如何评价数学教育的研究成果提供了一定的标准 .这就是指 ,数学教育研究的成果应当具有一定的实践意义或理论意义 .当然 ,从根本上说 ,一切理论研究的最终目标又应是促进实际的数学教育与教学活动 .显然 ,就我国当前的数学教育研究而言 ,这也就更为清楚地表明了坚持“ 注重理念 ,聚焦改革 ”这一立场的重要性 ,即应当以数学课程改革为中心去开展数学教育的理论研究 .我们应努力从理论高度对课程改革的各个基本问题、特别是课程改革的核心理念作出深入分析 ,并对课程改革的实际发展作出及时的分析与评论 .也正是从这样的角度去分析 ,笔者以为 ,如果一个数学教育工作者在这些年发表了很多篇的论文 ,或是出版了几十万字的专著 ,但却从来没有涉及课程改革这一主题 ,即如其所从事的研究对于当前的课程改革究竟具有什么样的指导意义 ,那么 ,无论这些工作看上去是如何地高深 ,都不能被认为具有重要的现实意义 ,更不能被看成已经很好地承担起了理论工作者所应承担的社会责任 .这也就如美国著名数学教育

家伦伯格(T. Romberg)所指出的;在今天教育改革的形势下,研究者不可能是一个冷静的旁观者.他们必须意识到正在作出并将不断作出各种政治决定,他们必须对相关的争论作出贡献. (“ Perspectives on Scholarship and Research Methods”, 《 Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning》, ed. by D. Grouws, 同前,第63页)

最后,“什么是数学教育研究的成果”这一问题显然具有很强的规范性质,特别是,我们应对所说的“研究成果”与这方面的“简单事实”作出明确的区分.按照国际数学教育委员会所组织的专题研究,以下即是作出上述区分的一些重要标准:(1)重要的不是知其然,而是知其所以然.这也就是说,在数学教育的研究中,我们不能满足于指明相关的事实,如“熟能生巧”、“温故知新”等,而应对此作出必要的解释,即应当由纯粹的“经验之谈”上升到必要的理论高度.(一些学者曾指出,后一过程可以大致地概括为以下三个阶段:第一,事实的发现;第二,事实的分析;第三,综合.) (2)重要的不是结论本身,而是表明这一结论重要性的特定条件.这就是说,数学教育研究应是自觉的工作,而不是信手拈来的轻松游戏,特别是,研究工作应当具有明确的目的性,即应当对于改进数学教学有着直接的指导意义.(3)数学教育研究的成果应当是可以理解的.这不仅是指研究结果在语言表述上应当具有较大的清晰性和准确性等,更是指作者所使用的概念体系、包括研究方法等也应具有较大的“共通性”(“可公度性”).显然,后者事实上也就从又一角度更为清楚地表明了很好地了解数学教育现代发展的重要性,并应被看成中国数学教育走向世界的一个必要条件.(对此可见3.3节)

以上即是以国际上数学教育的最新发展为背景对如何深入开展数学教育的理论研究提出了一些具体想法.应当强调的是,尽管国际上的相关研究有着重要的启示和借鉴的意义,但是,在作出这种肯定的同时,我们又应清楚地看到数学教育研究相对于地域、文化传统和社会环境的特殊性和差异性.事实上,这也正是国际上相关研究的一个普遍结论,即就数学教育的现代研究而言我们应当明确承认和接受差异.从而,总的来说,我们既应放眼世界,努力追踪国际上的最新发展,同时又

应当切实立足中国数学教育的现实与需要,包括清楚地认识我国特殊的文化传统及其历史演变.

1.3 数学教育国际比较研究的合理定位与方法论

国际比较研究的盛行可以被看成数学教育研究现代发展的重要特点之一,对此由对“第三届国际数学与科学研究(TIMSS)”的普遍重视以及由国际数学教育委员会直接组织的专题研究“不同文化传统中的数学教育:东亚与西方的比较”即可清楚地看出.就现实而言,我国已有不少学者直接参与了此类工作,特别是有不少在境外留学的研究生往往就以中外数学教育的比较研究作为自己的论文选题.因此,就有必要从理论的高度对国际比较的合理定位与方法论等问题作出深入的分析,以使我们的工作上升到一个更高的水平,包括切实改变以下的现象,即我们在各种比较研究中往往只是充当了研究的对象或仅限于提供基本的素材,但却未能在相关的研究中发挥任何重要的作用.另外,这也正是当前国际数学教育界的一个普遍现象,即希望能够通过向外部国家的学习解决自身所面临的问题,后者不仅为所说的国际比较研究提供了重要的动力因素或必要的外部环境,而且人们往往也就以由此而得出的各种结论作为改进自身数学教育工作的直接指导.然而,由以下的“奇特现象”可以看出,这种工作往往具有较大的盲目性和随意性:西方的数学教育工作者现今表现出了对东方数学教育前所未有的关注,而东亚各国却正是从西方的同行那里引进了关于数学教育的各种最新口号和理论主张,特别是东亚各国数学教育改革的一些基本理念,如“大众数学”、“建构主义”等(详见2.2节),往往就渊源于此.显然,这事实上就从一个更为广泛的角度指明了深入认识国际比较研究各个相关问题、特别是比较研究恰当定位的重要性.

一、由“可比较性”谈起

从理论的角度看,这显然是国际比较研究最为基本的一个问题:不同国家的数学教育是否具有一定的可比较性?

为了对上述问题作出明确的解答,笔者以为,我们应首先对所说的“比较”的准确涵义作出说明.具体地说,与通常关于定量分析与定性分析的区别不同,笔者在此所关注的主要是以下两个不同层次的研究:第一,所说的比较研究仅仅是指就相关的现象(诸如同一题材内容的教学、同一问题的求解过程)列举出对象的相同之处和不同之处;第二,所说的研究并不只是局限于列举出对象的各个相同之处和不同之处,而是以此为依据从总体或从某些特定的角度对所涉及的现象作出进一步的分析与评价,包括指明造成差异的可能原因.

以下首先对第一层面的研究作出分析.

笔者以为,就第一个层面的研究而言,对于前面所提出的“可比较性”问题我们应作出肯定的答复.事实上,从2002年在中国香港大学召开的关于“不同文化传统下的数学教育:东亚与西方的比较”的专题研讨会(以下简称为“香港会议”)上交流的论文看,绝大多数都属于这一范围.由于此类研究不仅涉及到了中国(包括香港和台湾)、日本和美国、德国等这样一些经常为人们所提到的国家,而且包括了菲律宾、越南、韩国以及芬兰、捷克等其他一些国家,所研究的题材更涉及到了数学教育的各个方面,包括教与学、信念与价值观、课程设置、教材、情境等,因此,即使在这一层面上也有大量的研究工作可做.

然而,从现实的情况看,也有一些问题应当引起我们的重视,而这主要地就涉及到了比较研究的方法论问题.

第一,为了保证结论的可靠性,我们必须注意“样本”的代表性.例如,从这样的角度去分析,笔者以为,为了对东西方的古代数学教科书进行比较,不是以欧几里得的《几何原本》,而是以德国1552年出版的某一教科书作为西方古代数学教科书的“样本”就不很恰当.因为,由此而引出的结论未必能很好地体现了西方古代数学教科书的共同特点.(详见W. Fischer; “Historical Topics as Indicators for the Existence of Fundamentals in Educational Mathematics”,《Pre-conference Proceedings of ICMI Comparative Study Conference》2002,中国香港)

同样地,依据笔者的调查,简单地认定日本的数学教学可以被归结

为“教师指导下的主动探索”(structured problem solving)似乎也不很恰当(详见 J. Stigler & J. Hilbert 《The Teaching Gap — Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom》,The Free Press, 1999;或另文“三种不同的数学模式”——《教学的差距》简介”,郑毓信《数学教育:从理论到实践》,上海教育出版社,2001),而研究者之所以会得出这样的结论恐怕也就是因为其选择的样本并不具有很大的代表性.类似地,在对中国的数学教育进行研究时,我们显然也不应以中国香港或中国台湾地区作为研究的样本,更不应将所谓的“示范课”混同于日常的数学课程.

第二,在现有的比较研究中人们通常比较注意对象的不同点;然而,从方法论的角度看,我们也应十分关注对象的共同点,并应注意研究从这些共同点可以引出什么样的进一步结论.

例如,在论及东西方数学教育的不同特征时,人们往往可以立即列举出两者很多的不同点,诸如考试严厉对考试温和,教师中心对学生建构,注重演练对强调理解,负担过重对课业不足,强调严密对注意趣味,形式演绎对非形式化,重视模仿对注重创造,相对平均对两极分化,弱于自信对善于表达,等等;但是,如果所问及的是两者的共同点,人们却常常不知如何作答.

然而,我们也应清楚地看到后一种研究的意义.例如,为了避免数学史评价问题上的盲目性,也即不自觉地采用某种带有“倾向性”的标准去进行评价(对此可见第二小节),一些数学史的研究者就曾提出,我们可以中西方古代数学的共同特征作为数学史比较研究的评价标准.(对此可参见郑毓信、王宪昌、蔡仲《数学文化学》,四川教育出版社,2000,第二部分)另外,上面所已提及的关于东西方古代数学教科书的比较研究,其基本的立足点也就是认为它们的共同点代表了数学历史发展中的不变元素,我们并就可以依据后者去决定数学教育的基本定位.

第三,逐一地列举出比较对象的各个共同点与不同点显然是一种“分解性”的工作;与此相对照,在比较研究中我们应更加重视对于对象

各个特性的必要整合。因为,相对于各个细节而言,总体的特征无疑更为重要,特别是,只有依据总体性的认识我们才能更为准确地把握对象的各个具体特点。

例如,在笔者看来,中国数学教育(乃至一般教育)最为重要的特点就是它的规范性质,这并是与西方强调学生的个性发展直接相对立的;另外,从更为深入的层次看,这又体现了这样一种基本的教育观:只要教师教得得法,学生又作出了足够的努力,绝大多数学生都能掌握基本的知识与技能,也即能够从知识上为进入社会作好必要的准备。(详可见3.1节)从而,只有从这样的角度去分析,我们才能很好地理解中国数学教学法的各个具体特征,如对“基础知识和基本技能”的突出强调等,也才可能切实避免以下的错误,即因为中国与西方数学教学的某些做法具有相同或类似的形式,就简单地认为两者具有同样的性质。〔1〕

进而,就数学教育的总体分析而言我们又应十分注意深层次观念的影响。例如,这事实上也就是现今数学教育界何以出现“文化热”的一个重要原因。但是,笔者以为,我们又不应将“文化”主要归结为“信念与价值观”〔2〕而应将思维方式也考虑在内;另外,我们并应将研究的视角由所谓的“教室文化”扩展到整体性的文化传统。例如,这正是中国文化传统的一个重要特征,即较为重视对立面的必要平衡,而后者则又不应该唯一地被看成是一种价值取向,毋宁说,这主要地应被看成是一种思维方式,也即所谓的“一阴一阳之谓道”。(详可见3.1节)

最后,我们当然不能以总体特征去完全取代对各个细节的具体分析,更应注意防止在后一方面的简单化做法。正如一些学者所正确指出的,以下都不能不说是一种过分的简单化,即将东亚各国简单地看成一个整体(这就是所谓的“儒家文化圈”),以及忽视了美国这样的国家可

〔1〕对于后者可参见《The Chinese Learner: Cultural, Psychological and Contextual Influence》ed. by D. Watkins & J. Biggs, CERC & ACER, 1996.

〔2〕对此可参见“Discussion Document for the ICMI Comparative Study Conference” 2001, 中国香港。

以表现出明显的文化多元性。^{〔1〕}

二、进一步的分析

如果比较研究不只是局限于列举出对象的诸多相同点和不同点,而是力图从总体或从某个角度对所涉及的对象作出评价,包括对造成差异的原因作出分析,我们就必须清楚地看到这种研究工作的复杂性和困难性,或者说,严格意义上的比较甚至应被看成是不可能的。

因为,第一,为了作出评价必须用到一定的评价标准,而后者又必定是相对于一定目的而言的,从而,如果不存在为人们所一致接受的评价标准或价值原则,在比较研究中就不可能得出为人们所一致接受的结论,或者说,完全客观的评价是根本不可能的。值得指出的是,这事实上也就是现代科学哲学研究中所经常提到的“范式”之间的“不可通约性”或“不可公度性”(incommensurability)。^{〔2〕〔3〕}第二,尽管数学教育的国际比较研究其主要目的是为了指明造成不同国家(地域、民族等)的学生在数学学习上差异的可能原因,但是,就如澳大利亚学者克拉克(D. Clarke)在相关的论文(“数学教育国际比较研究的进展:对于文化解释的质疑”(“Developments in International Comparative Research in Mathematics Education: Problematising Cultural Explanations”,《Pre-conference Proceedings of ICMI Comparative Study Conference》,2002,中

〔1〕 详可见黄毅英、黄慧英:“‘儒家文化圈’学习现象研究之反思”(Reflections on research on the “CHC” learning phenomenon);以及 D. Clarke,“Developments in International Comparative Research in Mathematics Education: Problematising Cultural Explanations”,《Pre-conference Proceedings of ICMI Comparative Study Conference》,2002,中国香港。

〔2〕 对此可参见 T. Kuhn,《The Structure of Scientific Revolution》,University of Chicago Press,1970。

〔3〕 也正是从这样的角度去分析,我们应认识到,即使就第一层面的比较研究而言,要做到完全的客观性也是不可能的,因为,研究对象事实上具有无穷多个属性或方面,从而在比较研究中就必须有所选择,即仅仅就某些特殊的方面或角度去考察对象的异同,而所说的选择事实上就体现了一定的价值观或理论倾向。当然,我们并不能因此而完全否认此类研究的意义,毋宁说,这表明了这种研究必然具有一定的局限性。

国香港)中所指出的,所测试项目的结构越复杂(如代数、推理、速度等),其与测试对象相关性质(如国别、年龄、学习年限)之间的联系就越模糊,从而任何试图以后者解释前一方面差异的努力也就越难获得成功;同样地,所考虑的因素越多(地区的富裕程度、家长的卷入程度、课程结构、教学方法等),要想揭示这些因素与数学教学结果之间的联系也就越加困难。

也正是从这样的角度去进行分析,在数学史的研究中人们现已普遍地认识到了以下做法的不恰当性,即简单依据西方的标准断言“中国古代数学不存在证明,也没有能形成一定的理论体系”。由于上述认识的建立只能是从理论高度进行深入分析的结果,因此,以下现象的存在也就不足为奇了,即在数学史的研究中我们还仍然时不时地可以看到所说的不恰当做法。例如,日本学者 Kenji Ueno 在论述日本古代数学的一篇论文(Kenji Ueno “From Wasan to Yozan (Western Mathematics)”,《Pre-conference Proceedings of ICMI Comparative Study Conference》, 2002,中国香港)中所得出的以下结论或许就可被看成这一方面的又一实例:“日本古代数学家……未能认识逻辑推理的重要性,也没有能发展起一般的理论。”

另外,在数学教育领域内我们也可看到类似的不恰当做法。就如前面所已提及的,如果我们仅仅依据中国的数学教学较为强调记忆和练习,并普遍采取了大班教学的形式,即在很大程度上以教师的讲授为主,就断定这是一种落后的教学形式,这事实上就是不自觉地采用了西方的评价标准,而又正如一些西方学者已认识到了的,所谓的“中国学习者的悖论”,也即“落后的”教学形式何以可能取得较好的教学效果(详见第三部分),业已清楚地表明了这种评价方式的错误性。

那么,依据所说的不可比较性或比较工作的复杂性和困难性我们是否就应完全放弃这一方面的工作、或是仅限于第一层次上的国际比较研究呢?就这一问题而言,笔者愿意转引国际著名数学教育家毕晓普在“香港会议”上所发表的如下意见:“我们不应只是进行比较,而应从更为深入的层面去进行理解。”(“What Comes after this Comparative

Study , More Competitions or More Collaborations ” Plenary Lecture at ICMI Comparative Study Conference 2002 ,中国香港)进而 ,笔者以为 ,这里的关键又在于我们应当如何去认识所说的比较研究的意义——这也可以被看成关于比较研究的第二个基本问题.

具体地说 ,笔者以为 ,以上的分析事实上表明了评价性结论的相对性 ,特别是 ,在此不应作出关于先进与落后的绝对区分 ,恰恰相反 ,各个国家都应依据自己的立场作出独立的分析与判断 .值得指出的是 ,这一观点事实上就可被看成这次“ 香港会议 ”与会者的一个共同主张 .例如 ,在笔者参加的“ 情境 ”这一工作小组的最终报告上就明确地写下了这样的结论 :“ 我们并不热衷于寻找某种最好的方法或道路 ,我们所注重的是关于数学与数学教育的多种不同的观点和视角 .每个人所感兴趣的都是从一个更为广泛的视角去认识自己的方法或道路 ,并从微观和宏观这样两个方面去对此作出发展 .”另外 ,还应提及的是 ,由各个国家相对独立地去作出分析也是目前正处于实施之中的另一项国际比较研究 PISA 所采取的一个基本做法 .(详可参见 J. Atkin & P. Black ; Change the Subject : Innovations in Science , Mathematics and Technology ” , Routledge and the OECD ,1996)

更为一般地说 ,笔者以为 ,这就应被看成比较研究的一个基本定位 ,即其最为基本的功能就是帮助各国数学教育工作者更为清楚地去认识自己的传统 (包括教学传统和文化传统) ,并能对此作出自觉的反思与批判 .正如著名比较研究专家斯丁格勒等所指出的 :“ 跨文化的比较对于揭示那些无所不在、但又未曾为人们所清楚认识的活动是一个强有力的方法……比较研究促使人们对那些在教学中不加思考而接受的东西作出再检验 .”(J. Stigler & R. Gallimore & J. Hilbert ; “ Using Video Surveys to Compare Classrooms and Teaching Across Cultures ” , 《 Educational Psychologist 》 2000 ,No. 2)这就是说 ,比较研究所提供的只是一面镜子 ,而并非一个蓝本 .

特殊地 ,由于我国现正处于新一轮的数学课程改革之中 ,因此 ,笔者以为 ,以下的工作就更具特别的重要性 ,即应通过比较研究更为清楚

地认识我国数学教育、特别是数学教学传统的优良方面和不足之处,从而能够有效地防止在这一问题上的任何可能的盲目性,特别是,不会因为强调改革而轻易地放弃自己的优良传统。

当然,以上的论述并不排斥我们也可通过比较研究发现和吸取其他国家的有益做法和先进的理论主张,恰恰相反,这事实上应被看成比较研究的又一功能。也正是基于这样的认识,笔者以为,仅以文化的差异为理由而对其他国家的先进经验采取完全排斥的态度,如认为建构主义源于西方从而就是与东方文化格格不入的〔1〕就是完全不可取的。但是,就当前而言,更为重要的问题在于:在明确肯定西方某些数学教育理念或教学方法的先进性的同时,我们也应清楚地看到其必然具有的不足之处与局限性;另外,我们更应深入地研究如何才能使这些理念或方法很好地融入我们的文化传统——在笔者看来,后者就应被看成关于比较研究的第三个基本问题。

具体地说,正如前面所已提及的,对于“文化”的重视是当前关于数学教育的国际比较研究的一个普遍取向。但是,就现实的情况而言,也明显地存在一些不足之处或应当改进的地方。例如,“文化”显然不应成为最后的“救命稻草”,即只是在用其他各种因素,包括教学体制、社会环境、教学态度、教学方法、教学能力、学习态度等,都不能很好地解释不同国家学生的学习差异时,才指出这是表现了“学习的文化相关性”,但却未能对所说的相关性作出进一步的具体说明。〔2〕另外,相对于“融合”、“交汇”等中性的词语而言,我们应更为深入地去研究对外部教学方法、教育思想乃至教育体制的引入究竟主要地是一个“同化”的过程,还是一个“顺应”(或者说“异化”)的过程?

〔1〕 对此可参见 Chiang Chi-pang(蒋治邦)& Chung Jing(钟静);“Confrontation in the Course of Mathematics Curriculum Change”,《Pre-conference Proceedings of ICMI Comparative Study Conference》2002,中国香港。

〔2〕 对此可参见 F. Leung(梁贯成);“Mathematics Education in East Asia and the West: Does Culture Matter?”《Pre-conference Proceedings of ICMI Comparative Study Conference》2002,中国香港。

例如,就中国数学教育的实际发展过程而言,笔者以为,尽管现行的教育体制,包括学校的组织形式、课程设计、教学方法以及教学内容等,主要地都是从国外(包括西方和原苏联)引进的,但相对于整体的文化传统而言,这主要地仍是一个同化的过程(详见3.1节)。另外,这也正是以上所提及的“香港会议”中“情境”工作小组最终报告中的又一结论:“如果试图作出某些变化,那么其成功与否将取决于其与社会和政治环境以及文化传统的相互作用。由其他文化所引进的变化不可避免地将因主体文化而发生变化,这就是说,这是一个同化的过程。数学的性质及其在社会中的作用以及数学课堂的组织方式都是与文化相关的,从而,如果引进了一个新的思想,这些成分就会使之发生相应的变化。”

显然,从这样的角度去分析,任何一个开发“全球性数学标准课程”的企图也就都不可能获得成功,进而,任何国家的课程改革又必定是一个渐进的过程,而不可能毕其功于一役。因为,无论是教学方法或学习方法等都深深地扎根于文化传统之中,从而它们的改革就与整体性文化的变化直接相关,而整体性文化的变化又必然是一个十分缓慢的过程。(当然,我们并不能认为整体性文化是完全不变的,并因此而将“文化传统”简单地等同于“传统文化”,即如将现代中国人的思维方式完全等同古代中国人、特别是儒家所倡导的思维方式。)特殊地,就数学课程改革而言,我们应更加注意分析由外部所引入的新的教育思想或方法等对本国文化传统(以及社会环境等)的“适应性”。这就是说,我们在此不应采取简单的“拿来主义”,而应像日本同行特别擅长的那样,首先花大力气很好地去弄清这些外来成分的本质及其主要的优缺点,再通过必要的调整与发展使之真正适合我们的国情。考虑到我国目前正处于全面实施之中的数学课程改革主要地也是从西方引进了最为基本的一些理念(详见2.2节),这就更为清楚地表明了做好上述工作的重要性和紧迫性。例如,在笔者看来,合作学习这一学习方法与我国的文化传统就具有较大的差距,从而,如何才能使得这一新的学习形式在我国的数学教学中得到成功应用就不只是涉及到了教学方法的变革,而

且也直接关系到人们的基本信念和价值观。值得指出的是,在“香港会议”期间所进行的交流中,中国台湾同行对于“问题解决”这一教学方法也提出了同样的质疑,这当然应当引起我们的高度重视。

最后,应当再次强调的是,以上的论述并非指我们应当固守传统而拒绝变革,或是因变化的困难性而对改革持悲观态度甚至彻底地无所作为,毋宁说,我们在此所面临的首要任务同样是合理的定位——显然,前一结论事实上也就更为清楚地表明了这样一点:我们应以改进本国的数学教育作为数学教育国际比较研究的基本立足点。

尽管以上的分析主要是就数学教育立论的,但其显然也适用于关于一般教育的国际比较研究。

第二部分 审思数学课程改革

“义务教育数学课程标准研制组”与中国数学会分别于2003年10月与11月在沈阳和长沙组织召开了“义务教育数学课程标准修订工作研讨会”与“全国数学教育改革实践调研会”。尽管这两次会议的具体目标略有不同,但两者又有一个明显的共同点,即都希望通过对已有工作的回顾与总结,促进数学课程改革的深入发展。由于数学课程改革也是笔者这些年来所特别关注的一项工作,并曾就这一主题先后撰写了近二十篇论文,因此,上述的会议也就促使笔者对自己先前的工作进行了回顾与总结,特别是,在这一方面有哪些问题应当引起我们的高度重视?什么又是数学课程改革深入发展的关键所在?2.1节就是笔者为上述两个会议所准备的发言稿,其中不仅集中地表明了笔者在这一问题上的基本立场,而且也对先前的工作作出了简要概述与总结,并提出了关于课程改革深入发展的一些具体意见,2.2~2.3节由先前所已发表的文章充实、修改而成,笔者之所以在众多的相关文章中选择这样几篇,主要是因为所涉及的论题比较重要,或是对课程改革的深入发展具有较大的针对性或参考价值,最后2.4节是笔者新完成的一篇文章,集中地对教学方法改革的问题进行了分析——在笔者看来,后者事实上应当被看成数学课程改革深入发展的又一关键。

2.1 审思数学课程改革

“走进新课程”——这一提法十分形象地表明了我国数学教育界在当前的首要任务。我们应当积极地投身于数学课程改革;但是,作为促进数学课程改革顺利发展的一个重要方面或必要环节,我们又应从理

论高度对已有工作作出认真的总结与反思,包括清醒地认识已暴露出来的各种问题或不足之处。“不识庐山真面目,只缘身在此山中”:这就是本文所采取的特定视角,即希望从较为“客观”的立场、特别是从理论高度对新一轮数学课程改革作出较为全面的审思——在笔者看来,这正是学术界所应发挥的一种作用。在过去的几年中笔者也已从这样的角度先后撰写了近二十篇关于数学课程改革的文章,本文也是相关工作的一个概述与总结。

一、研究的基本立场

笔者在“数学教育研究之合理定位与若干论题”一文(《数学教育学报》2003年第三期)中曾集中地论述了这样一个观点:“放眼世界,立足本土;注重理念,聚焦改革”应被看成数学教育研究的基本立场。由于新一轮数学教育改革具有以下两个特殊背景,因此,在笔者看来,这就更为清楚地表明了在工作中采取上述立场的必要性。

第一,正如1.1节中所已指明的,数学教育的国际化正是数学教育现代发展的一个重要特点,特别是,自20世纪90年代以来世界各国更普遍开始了新一轮的数学课程改革,从而不仅为我国的数学课程改革提供了直接的背景和重要的动力因素,也提供了许多有益的经验教训。由此可见,我们在从事数学课程改革时就应采取全球的视角。事实上,由深入的分析可以看出,我国新一轮数学课程改革的各个基本理念与国际上的普遍取向是十分一致的;又由于国际上新一轮数学课程改革在总体上呈现出了“一波三折”的局面,从而十分清楚地表明了改革的艰巨性和曲折性,因此,就当前而言,我们应当特别注意从国外的相关实践吸取有益的启示和教训,以减少可能的错误与损失。

第二,所谓“注重理念,聚焦改革”,其首要的涵义是指在当前我们应以课程改革为中心积极地去开展数学教育研究,因为,后者正是我国数学教育界所面临的现实。进而,我国学术界又应特别重视从理论高度对课程改革的各个基本问题作出深入分析,以切实防止以下情况的出现,即将中国这样一个大国变成了某种尚缺乏理论依据,而只是依

靠一定的行政手段获得实施的教育教学思想的“特大实验室”。〔1〕

二、数学课程改革的基本理念

笔者在先前的一些文章中曾集中地对世界各国新一轮数学课程改革的普遍趋势,即大众化、活动化、生活化、个性化以及人本主义的取向进行了分析。笔者的观点是,这些理念都具有一定的合理性,特别是,这更可以被看成对传统数学教育所存在的种种弊病的直接反对与纠正;但是,作为问题的另一方面,我们又应注意防止认识上的片面性与做法上的简单化,特别是应切实避免由一个极端走向另一极端。

正是从这样的角度去分析,笔者以为,这可以被看成成功实施数学课程改革的关键所在,即应当努力作好诸多对立面的必要平衡,特别是:

“义务教育的普及性、基础性和发展性”与“数学上普遍的高标准”;

“大众数学”与“20%最好的学生在数学上的发展”;

“学生的主动建构”与“教师的指导作用”;

“学习活动的自主性(创造性)”与“学习活动的文化继承性”;

“数学与日常生活的联系”与“数学的形式特性”;

“学生的个性发展”与“个人的社会定位”;

“学生的个性差异”与“思维的必要优化”;

“数学知识和技能的学习”与“学生情感、态度和价值观的培养”。

值得提及的是,对于数学教育基本哲学思想的关注也是数学教育现代发展的一个重要特征(详见另文“数学教育研究之关键性论题与发展趋势”《数学教育学报》,1998年第4期),而这又不应该被看成纯粹

〔1〕也正是从这样的角度去分析,英国数学教育家欧内斯特(P. Ernest)关于英国“国家(数学)课程”的以下评论就应引起我们的高度重视:“工作组实际并没有打算在研究基础上编制国家课程,……事实上,课程委员会数星期内即完成了课程编制。我们看到国家数学课程设置的等级缺乏认识论和心理学理论的实证根据。这些情况和实际背景说明课程发展者(政府)严重失了职。”(《数学教育哲学》,上海教育出版社,1998,第287页。)

的哲学思辨,而是对实际的数学教育教学活动有着十分重要的指导意义.正是从这样的角度去分析,笔者以为,这或许就可被看成中国数学教育的基本哲学思想,即应当努力改变两极化的思维模式,并采取多元的视角和整合的观点.

三、数学课程改革与教材编写

随着课程改革的深入,教材编写工作改革的重要性已经日益突显出来.具体地说,笔者以为,相对于“编什么”和“怎样编”此类具体问题而言,教材编写工作的适当定位是更为重要的.也就是说,我们在此又应更为重视如何去处理在教材与“课程标准”、教材编写与相关的理论研究和教学实践、以及教材与教师和学生之间的关系.

第一,与单纯强调“课程标准”对教材编写工作的规范作用相比,我们应当更加重视“课程标准”与教材编写之间的积极互动,特别是,教材编写者应通过自己的工作实践更为深入地去认识课程改革的各个基本理念,包括必要的反思与批判.值得指出的是,后者正是国际上的相关实践给予我们的一个重要启示.正如贝德纳(A. Bednar)等人指出的,“只有在开发者对设计所依据的理论有反思性认识时,有效的教学设计才成为可能.”〔1〕

第二,“研究领先”应被看成教材编写工作的一项基本原则,因为只有这样,教材编写才能真正超越经验总结的水平而成为理论指导下的自觉实践.由于这正是现行的教材编写工作最为薄弱的一环,因此,这事实上就十分清楚地表明了努力建立“课程改革可持续发展”的良好机制的重要性.

当然,对于“研究领先”我们不应作机械的理解,特别是,这不应被看成由理论到教材编写的“单向”运动,毋宁说,我们在此应更为明确地肯定在教材编写(更为一般地说,就是“课程开发”)与教学实践之间所

〔1〕 转引自威尔逊、迈耶斯:“理论与实践境脉中的情境认知”,《学习环境的理论基础》,华东师范大学出版社,2002年,第76页.

存在的重要联系,特别是,我们应当用所谓的“小循环”去取代传统的“大循环”,也即应当依据实际的教学活动对课程设计工作作出及时的评价与改进。

第三,作为对先前所存在的“一层卡一层”的现象的直接反对,我们显然也应对教材与教师的教学活动以及学生的学习活动之间的关系作出必要调整,这就是说,前者不应被看成对后者的硬性规范或控制因素。另外,从总体上说,所说的关系变化又可被认为是为深入开展相关的研究指明了努力的方向,特别是,这就为真正实现教材的多样化指明了具体途径。

总的来说,在教材编写中我们应大力提倡积极的探索精神和高度的自觉性,从而才能编写出多种各具鲜明特色的教材,并通过长期的努力最终形成具有较高质量的数学教材。(详可见 2.3 节)

四、数学教学方法的改革

对于身居第一线的广大教师来说教学方法的改革无疑是他们在当前最为关注的一个问题,由于后者也可被看成课程改革具体落实的过程,因此,在这样的意义上,教学方法的改革构成了新一轮数学课程改革顺利开展的关键因素。

笔者在这一问题上的基本立场是:我们既应积极地倡导一些新的教学方法,如情境设置、自主探索、动手实践、合作学习等;但又应当防止在这一问题上的盲目性,特别是以“新”、“旧”来判定教学方法的“好”、“坏”,并因此而对某些教学方法采取绝对肯定或绝对否定的态度;与此相对立,我们应当明确肯定教学工作的创造性以及教师在教学工作中的主体地位,并大力提倡教学方法的多样化,从而就能依据具体的教学内容、对象和环境(以及教师本人的个性特征)创造性地去进行教学。

应当强调的是,就当前而言,我们不仅可以听到诸如“在改革中应首先做到‘形似’,然后再追求‘神似’”这样的错误提法,在各种相关的辅导报告或示范性课例中也经常可以发现某些不恰当的提法与做法,

正因为此,这事实上就应被看成切实做好教学方法改革的一个迫切要求,即应当从理论高度更为深入地去认识各种教学方法的特征性质与适用范围,包括从国外的已有实践和研究中吸取有益的启示和教训。

当然,教学方法的改革并非纯粹的理论问题,在此最需要的是结合教学实践作出具体的分析与指导。也正是在这样的意义上,“案例分析”与“课例点评”就可被看成教学方法改革的实际切入点,而这又应被看成做好分析与点评工作的一个具体要求,即应当努力做到“言之有物,言之有理;虚实并重,小中见大。”

关于数学教学方法的改革详可见 2.4 节。

五、两个特别重要的环节

为了做好上述各个方面的工作,我们应切实抓紧以下两个环节:

第一,认真吸取国外的有益经验和教训。

我们应当注意吸收国外先进的数学教育思想与研究成果,但这不应是简单的“移植”,而应立足于独立的分析与必要的批判,很好地把握其实质与优缺点,并应注意研究这些思想与成果是否真正适合于中国的国情。(详可见 1.3 节)

另外,就当前而言,我们又应特别注意从国外的相关实践吸取有益的教训,从而切实避免在课程改革中重复国外已出现的错误。例如,现今有不少关于课程改革的论述打上了“建构主义”的旗号,但事实上却只是对于建构主义的一种“误解”或“曲解”。以下就是国际上由相关实践所引出的一个教训:“有关求知‘建构主义’理论的一个通常的误解是,教师不应该直接告诉学生任何事情,相反,应该让学生自己建构知识。”(布兰思福特 J. Bransford)等编著《人是如何学习的》,华东师范大学出版社,2002 年,第 19 页)

最后,也只有采取国际的视角,我们才能对当前的数学课程改革作出准确的评价与定位,从而切实避免在这一问题上的种种不自觉态度,如断言《国家数学课程标准(征求意见稿)》标志着我国的数学课程改革进入了一个历史性的新纪元。

第二,中国数学教育的界定与建设.

这是一种常见的现象,即在改革的时期人们往往比较注意对于过去的工作与相关传统的批判,然而,这又应被看成极端化思想倾向的一种表现,即对我国数学教育教学传统采取了完全否定的态度.因此,我们就应当十分注意对已有传统的继承与发展.

值得指出的是,这也正是国际数学教育界的一个发展趋势,即对东亚数学(主要包括中国、日本、韩国、新加坡等)的重视与研究——就一些主要的西方国家而言,这是与他们的传统立场直接相对立的.

当然,我们并不能因此而变得盲目地自信起来;毋宁说,这是为我们更为深入地开展相关的研究提供了良好的外部环境,特别是,我们应以国际上的相关研究为背景对中国数学教育、特别是中国数学教学法作出自觉的界定与必要的发展.

上述方向上的一些初步工作可见本书第三部分.

六、结束语:几点认识

最后,从较为一般的角度去分析,我们又应牢固地树立以下的认识:

第一,应当清楚地认识数学课程改革的长期性和艰巨性.特别是,从文化的角度看,课程改革必定是一个渐进的过程,而不可能按照事先划定的时间表毕其功于一役;另外,社会的进步、数学与教育科学的发展也直接决定了数学教育的无限发展性.

也正因为此,我们就应肯定任何一个哪怕是十分细小的进展,并通过不断的积累与积极推广逐步促成根本性的变化;另外,有关方面更应当树立长远的眼光,努力建立课程改革可持续发展的良好机制,包括切实做好人材的培养工作,以及大力资助基础性的理论研究.

第二,数学课程改革的成功实施需要各个方面的共同努力,特别是(1)政府行为和学术组织理论导向与学术批判作用的必要互补,包括建立相对独立的评价体系;(2)课程改革不应被理解为由“上”到“下”的单向运动,恰恰相反,广大教师应当成为课程改革的积极参与

者(3) 理论与教学实践的密切联系, 并应切实立足于促进学生的学习活动(4) 努力创建有利于课程改革的社会氛围, 特别是, 课程改革应当取得广大民众的积极支持.

最后, 需要再次强调的是, 在当前我们应特别注意防止盲目的乐观情绪; 与此相反, 我们应当高度重视对已有工作的自觉总结与反思, 从而就能清楚地认识所存在的问题与不足之处, 并通过深入的研究和新的实践不断取得新的进步.

【附录一】

笔者所已发表的关于数学课程改革的论文:

[1] “关于编写数学课程标准和教材的意见”《课程、教材、教法》, 1999 年第十一期.

[2] “真正建立‘课程改革’可持续发展的良好机制”《数学教学通讯》2000 年第一期.

[3] “从初中‘完全废除’证明谈起——兼论数学课程改革的深入发展”《数学教学通讯》2000 年第九期.

[4] “新一轮数学教育改革的主要特点、难点与关键”《数学教育学报》, 2000 年第四期.

[5] “关于数学课程改革的再思考”《中学数学杂志》2001 年第五期.

[6] “数学教育之动态与思考”《数学教育学报》2002 年第一期.

[7] “数感、符号感与其他”《数学教育学报》2002 年第三期.

[8] “改革热潮中的冷思考”《中学数学教育参考》2002 年第九期.

[9] “解读‘数学课程目标’”《数学教学通讯》2002 年第九期.

[10] “国际教育视角下的中国数学教育”《中学数学教学参考》2003 年第一期.

[11] “积极促进数学课程改革的深入发展”《小学青年教师》, 2003 年第一期.

[12] “数学课程改革应重视教学方法的改革”《广东教育》2003 年第一期.

[13] “数学课程改革: 比较与思考”《中学数学》2003 年第二期.

[14] “试析新一轮课程改革中小数学课堂教学”《课程、教材与教法》, 2003 年第四期.

[15] “ 简论数学课程改革的活化、生活化与个性化取向 ” 《教育研究》, 2003 年第六期.

[16] “ 数学课程改革与教材编写 ” 《中学教研(数学)》2003 年第十期.

[17] “ 数学课程改革深入发展之若干关键问题 ” 《中学教研(数学)》2003 年第十二期.

[18] “ 简论数学教学方法的变革——由三个课例说开去 ” 《教学月刊》, 2004 年第一期.

[19] “ 数学教育研究之规范化与中国数学教育的发展 ” 《中学数学》, 2004 年第一期.

[20] “ 建构主义之慎思 ” 《数学通报》2004 年第九期.

[21] “ 数学教学方法改革之实践与理论思考 ” 《中学教研(数学)》2004 年第七期.

【附录二】

数学课程改革深入发展之若干关键问题——在“ 数学课程改革热点问题圆桌互动式研讨会 ” 上的发言^[1]

首先表明两点: 第一, 提批评意见并不等于反对课程改革, 恰恰相反, 这是一个基本的事实, 即绝大多数数学教育工作者在现今都认识到了数学教育确有其改革的必要性. 第二, 课程改革仅有政府行为是不够的, 还要有学术界的积极参与, 并发挥分析和批判的作用. 更为一般地说, 不同的“ 角色 ” 在此可以发挥不同的作用, 而这事实上也就是数学课程改革顺利发展的实际需要, 因为, 尽管对于课程改革有着不同的声音, 但大家的目标却又是完全一致的, 即是要把课程改革真正搞好.

以下谈几个具体问题.

1. “ 数学课程标准 ” 的修订.

[1] “ 义务教育数学课程标准研制组 ” 于 2003 年 10 月 17 日至 19 日在沈阳召开了“ 义务教育阶段数学课程标准修订工作研讨会 ”. 这次会议的最后一项议程即是上述的“ 圆桌会议 ”. 由孙晓天主持, 主要参与者除郑毓信外, 还有张孝达、张奠宙、范良火、周玉仁、宋乃庆、黄翔、展涛、戎松魁、刘坚和马复. 由于会期的冲突, 笔者未能参加全部的会议, 而只是出席了所说的“ 圆桌会议 ”. 也正因为此, 笔者在圆桌会议上的发言就未集中于组织者事先所设定的四个问题, 而是概括地提出了关于数学课程改革深入发展的若干意见. 这次刊出时笔者依据记录稿进行了充实.

应有全局的观点,这就是说,“数学课程标准”的修订,不应纠缠于某些细节,而应更加突出主要问题,特别是,就当前而言,我们更应认真研究此次课程改革究竟存在哪些主要的问题,我们又应如何去解决这些问题?其次,“数学课程标准”的修改必然有一个较长的过程,而这事实上也就是认识不断深入和发展的过程,从而就不可能毕其功于一役。也正因为此,恰当的做法就是应当清楚地认识所存在的问题,并将这些问题原原本本地告诉大家,包括清楚地指明现已达成的共识,仍然存在的分歧或不同观点,等等。因为,只有这样,才是真正把教师当成了课程改革的主人翁,也才可能有效地激发广大教师参与课程改革的热情。例如,这在当前可被看成一种共识,即“学生情感、态度和价值观的培养”相对于“数学知识和技能的学习”不应被看成某种外在的成分,毋宁说,我们应当更加注意发掘“数学知识和技能”的内在价值,然而,以下的问题现今还不能被认为已经获得了很好的解决,即我们应当如何通过“数学知识和技能的学习”达到培养“学生情感、态度和价值观”这样一个目标,或者说,数学教育与一般教育相比在这一方面究竟有什么样的共同点与特殊性?我们在此应采取实事求是的态度,即认识到什么地步,在“课程标准”中就写到什么地步,并鼓励广大教师在这一方面积极地去进行探索。

再者,从总体上说,课程改革的实践已经揭示出了很多深层次的问题,特别是,如何很好地去处理已得到表现的各个基本矛盾更可以被看成数学课程改革深入发展的关键所在,如“大众数学”与“20%最好的学生在数学上的发展”、“学生的主动建构”与“教师的指导作用”、“数学与日常生活的联系”与“数学的形式特性”、“学生的个性差异”与“思维的必要优化”等对立面之间的辩证关系。需要强调的是,在笔者看来,解决这些问题的一个十分重要环节就是应当深入到教学第一线去,并应十分尊重广大一线教师通过教学实践得到的各种经验与体会。例如,美国的“数学课程标准”(指《学校数学课程和评估的标准》,NCTM,1989)曾采用了“淡化”(de-emphasize)这样一个词语,但在修订时就把这个词改掉了,因为,有不少教师认为“淡化”就是不要了,从而造成了相当多的误解。更为一般地说,笔者以为,课程改革要想搞好,就需要在各个对立面之间做到适当的平衡。具体地说,我们现已看到先前的数学教育有某些做法是不恰当的,但我们并不能因此而走向另一极端,因为,对于我们这么大一个国家来说,后一种做法可能造成很大的损失;与此相反,我们宁可步子小一点,慢一点,也要力求均衡。那么,究竟什么是所说的平衡状态呢?笔者以为,完全为了平衡而去平衡是很难实现的,就像人走路一样,要想走路时完全不左右偏离是不可能的,但是,如果第一步跨出的是左脚,那么,第二步就应跨出右脚,这样走路就不会有很大的偏离,而如果第二步再硬要跨出左脚,这个人就要跌

交了。从而，我们应提倡一种动态的平衡，而关键在于思想上的高度自觉性，特别是，在纠正过去不恰当做法的同时我们应切实防止由一个极端走向另一极端，如由过去忽视“数学与实际生活的联系”转而唯一强调“数学的生活化”，乃至完全放弃了数学课所应具有的“数学味”。

2. 广大教师应当真正成为课程改革的主人翁。

我十分赞赏会议组织者在这次“圆桌会议”所设计的这样一个讨论题：“我们共同做一个充满理想色彩的憧憬：一个什么样的数学课程有助于学生养成终生学习的愿望和能力，……”笔者认为，我们应在更大范围内组织这样的讨论，也应当认真倾听广大老师在这一方面的心声。事实上，就在前几天笔者还曾向一家杂志社的主编建议，开辟“我心中的数学课程改革”这样一个专栏，即是积极动员广大一线教师就这一主题发表自己的意见和看法，因为，只有广大教师积极地参与设计、实施，数学课程改革才有可能真正获得成功。

对此还可联系相关的教师培训工作作一具体分析。就这方面的工作而言，有很多同志反映现在的培训时间太短，内容也不够贴近教学实践。这些说法都有一定道理，但是，在笔者看来，如果我们的培训工作始终采取“居高临下”、“层层灌输”的做法，那么，即使培训的时间有所延长，培训内容的针对性也有所改进，恐怕还是不能真正解决教师在课程改革中所面临的主要问题。在此笔者愿坦率地提及自身在这方面的一些亲身体验。最近几年笔者曾在多种场合作了不少关于数学课程改革的报告，但在报告后却经常听到这样的反映：“对应当如何去进行数学课程改革（包括教材编写工作等）我们原来是清楚的，但在听了郑教授的报告以后，我们却不知道如何去做了！”我跟这些同志开玩笑说：“我是搞哲学的，而哲学的重要特点之一就是要把人搞糊涂。”但这里事实上存在这样一个问题：你原来以为对课程改革是清楚的，其实不一定是真正的清楚，而笔者所希望的并不是由我来告诉你应当怎样去做，而是希望能够通过自己的讲演促使广大教师更为深入地去进行思考，并能由此而获得关于相关问题的独立见解，从而也就能由“糊涂”重新转向“清楚”。笔者以为，这也就是“课程改革的积极参与者”所应采取的一种立场，并可被看成建构主义的学习观在这一问题上的具体应用——显然，从这样的角度去分析，我们也就可以更好地理解前面的主张，即在“数学课程标准”的修订中应当把所存在的各种问题明确地“亮”出来，说得更清楚一些、明白一些，从而就可更好地发动广大教师更为主动、积极地去进行探索，真正成为课程改革的主人翁。

3. 关于教材编写工作。

在一定的意义上，教材相对于“课程标准”而言是更为重要的，因为，广大教师

与学生天天接触到的都只是教材而并非“课程标准”。延续“一纲多本”的做法,新一轮数学课程改革已在教材的多元化这一方面迈出了切实的一步,这是应当肯定的,但是,从更高的层次去分析,仍有不少问题应当引起我们的重视。

首先,与单纯的数量增长相比,我们应当更加注意教材的特色,这就是说,我们应将各具一定的特色看成教材“多元化”的一个重要内涵。事实上,一种教材要想做到面面俱到也是不可能的,但一定要有自己的特色,更应把本教材的特色及可能出现的问题清楚地告诉教师,这样,不仅教师可以对教材加以创造性的应用,各种教材也可在比较中互为补充,共同发展。再者,从长远的观点看,就如解题方法的多元化在很大程度上应被看成解题策略优化的必要准备与实际途径,我们也应十分重视教材的必要优化,特别是,我们应通过深入的实践与不断的总结努力实现理论与实践的同步增长,从而不仅能够较好地实现由“积极探索”到“理论指导下的自觉实践”的重要转变,并能最终编写出多种符合不同要求的优秀教材。

其次,我们又应清楚地看到多方面有效合作的重要性,这就是说,教材的编写不仅应当包括专业的教材编写人员、第一线的教师、数学家与数学教育家,而且也应吸收其他的专业人员,如心理学家、语言学家乃至哲学工作者等。就当前而言,后者也许是一个过高的要求,但是,与低水平的重复相比,我们应当鼓励某些地区或单位在这一方面作出积极的尝试。

最后,教材的编写与使用应保持一定的连续性,特别是,这更应被看成欠发达地区与部分素质较低的教师的必然要求。试想,如果一个教师尚未完全掌握一套教材,学校又已经开始试用另外一套教材,如果这样的情况一直继续下去,最终出现的就只会是一种“疲于应付”的局面,却不可能有任何真正的进步。再者,这又应被看成创造优秀教材的一个必然途径,即需要多次的修改与反复,而不可能依靠临时组合的班子一蹴而就。

4. 理论研究的深入开展.

最后,从长远的角度看,我们并应突出强调深入开展相关研究的特殊重要性。

事实上,以上的论述已从各个不同角度清楚地表明了深入开展相关的理论研究的重要性。例如,为了在教材中很好地体现“逐级递进、螺旋上升”的原则,我们就应针对各个具体的教学内容做出深入的研究,如函数概念在数学的历史发展过程中曾经经历了怎样的演变过程?我们又是是否可以依据这一过程对学生在学习函数概念过程中的思维发展水平作出相应的区分?再例如,为了切实做好教师的培训工工作,我们应对数学教师专业化成长的过程作出仔细研究,特别是,这究竟主要取决于相关的基础知识和技能的学习,还是取决于观念的养成与转变,或就应当被看

成一个社会化的过程？

特殊地,我们并应十分注意对已有工作的总结与反思.如新一轮的数学课程改革究竟对第一线教师产生了什么样的影响?在重点学校与一般学校的教师之间是否存在一定的差距?在先进地区与落后地区之间又存在怎样的差异?在初中教师与高中教师、以及中学教师与小学教师之间又存在什么样的不同?事实上,在笔者看来,这或许就是我们应当高度警惕的另一种“两极分化”,即应当防止由于数学课程改革的开展而在先进地区与落后地区之间形成更大的差距!

再者,除去人力与物力上的必要准备以外,深入的理论研究也应被看成“数学课程改革可持续发展”的必然要求,这就是说,研究工作的深入直接关系到课程改革能否不断取得新的进步,从而逐步上升到更高的水平.希望各个方面都能对此予以足够的重视并作出切实的努力.

最后,笔者愿意以以下三句话作为自己的结束语,它们并集中体现了笔者在相关问题上的一些基本想法:第一,如果说“解决问题,继续前进”(get the answer and move on)集中地表明了20世纪80年代国际数学教育界关于“问题解决”这一改革运动的努力方向,那么,就我国的数学课程改革而言,当前的主要任务就可说是“发现问题,继续前进”,即应当防止盲目的乐观情绪,注意研究存在的问题与不足之处,才有可能通过不断解决问题而取得新的进展.第二,无论就“数学课程标准”的修改、或是课程改革的深入发展而言,我们都应突出主要问题,而不应纠缠于某些枝节、细小问题.正如山东大学展涛校长所指出的,后者事实上也可被看成数学思维的一个重要特点,即应善于从全局着眼,而不是纠缠于细节.第三,已故著名数学家、数学教育家陈重穆先生所提出的“淡化形式,注重实质”已成为数学教育界人士的共识,在从事“数学课程标准”的修改时我们也应很好地贯彻这一思想.例如,与“数学的思想方法”、“数学的思维方式”、“数学思考”等术语的严格区分与选用相比,具体揭示其内涵显然更为重要.

2.2 简论数学课程改革的基本取向

“跨入21世纪,中国迎来教育大变革的时代,百年难遇.……能够亲历大的变革,是我们的一种幸运.‘人生能有几回搏?’……愿我们在改革的风浪中搏击,在改革的潮头上冲浪……20年后,历史将会记得你在大变革中的英勇搏击.”(张奠宙;在改革的潮头上,《小学青年教师》2002年第五期,卷首语)读到这样的词语,怎不令人心情激奋,跃

跃欲试！作为一个数学教育工作者，目前正处于积极实施中的新一轮数学课程改革确实为我们真正实现自己的人生价值、充分展现自己的聪明才智提供了良好机遇。但是，课程改革又不是只凭热情和勇气就能一蹴而就的冒险之旅，历史的回顾更提醒我们应当清醒地认识改革的长期性和艰巨性，因此，在积极参与课程改革的同时，我们就需要保持清醒的头脑，作出“改革热潮中的冷思考”。

在此应当尤为关注的是：究竟什么是新一轮数学课程改革的主要特征和基本理念？就当前而言，在理论方面与教学实践中有哪些问题应当引起我们的重视？我们又应如何去防止或纠正各种不恰当的看法与做法？下面就围绕大众化、人本主义、个性化、生活化和活动化等改革取向对此作出具体分析。

一、“大众数学”的教育思想

新一轮数学课程改革（就义务教育阶段而言）的一个明显特征即是突出地强调了义务教育的普及性、基础性和发展性。正如《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》中所明确指出的：“义务教育阶段的数学课程应突出体现基础性、普及性和发展性，使数学教育面向全体学生。实现

- 人人学有价值的数学；
- 人人都能获得必需的数学；
- 不同的人在学习上得到不同的发展。”

容易看出，就数学教育的基本目标而言，上述的指导思想与 20 世纪 80 年代以来在国际数学教育界有着广泛影响的“大众数学”这一改革运动的基本理念是十分一致的，而以下又应当被看成“大众数学”与 20 世纪 60 年代所盛行的“新数运动”的主要区别所在：“新数运动”主要地应被看成一种精英教育，对此例如由所谓的“双重教育目标”——对大多数学生的低标准与少数学生的高标准——即可清楚地看出；与此相对立，“平等性原则”则构成了“大众数学”（以及新一轮的改革运动）的基本出发点，即是要努力纠正以下的现象：数学教育在现实中所

发挥的主要是“筛子”、而并非“促进者”的功能,即应当切实做到面向全体学生,而不只是其中的少数人或一部分人。

上述的思想显然是完全合理的;但是,作为进一步的分析,我们又应思考这样一个问题:大众数学(以及新一轮的改革运动)所追求的究竟是“数学上普遍的低标准”还是“普遍的高标准”?笔者以为,如果以降低要求、放慢进度来实现“人人都能获得必需的数学”,那么就只需与美国同行的以下论述作一对照就可十分清楚地看到“普遍的低标准”所可能造成的消极影响,因为,在此所需要的正是强烈的国际竞争意识和历史责任感:为了国际竞争的胜利和保持科学的领先地位,美国必须迅速改进自己的数学教育……我们再也不能坐视这样的情况发生了,即我们的儿童并不能通过学校教育从数学上为21世纪作好准备。挑战是明显的,机会就在眼前,是行动的时候了。(详见另文“时代的挑战”《数学教育学报》,1992年第一期)

从而,在积极实施课程改革的同时我们也就有必要提出这样一个问题:尽管现行的各种国际性的教育比较测试,如“国际数学与科学教育测试”这样的大规模比较研究等,存在各种各样的弊病,或者说并不能十分全面地反映教育质量,但是,这毕竟从一个角度反映了各国的数学教学水准。那么,究竟什么是新一轮数学课程改革对于中国未来一代世界排名的具体预期呢?!另外,在笔者看来,新加坡的以下实例则就为我们提供了关于“什么是‘普遍的高标准’”的具体注释:新加坡在第三次国际数学与科学研究中名列第一。然而,令新加坡人感到高兴的却不是成绩好的学生怎么样,而是所谓的差学生也超过了平均水平!”(详见黄翊“与李秉彝教授的讨论”《数学教育学报》,2002年第二期)

最后,在确认教育上的平等权利的同时,我们当然也应考虑到在不同学生之间必然存在的个体差异,这显然就是“不同的人 在数学上得到不同的发展”这一思想的主旨所在。但是,就现实而言,笔者以为,我们应特别注意“大众数学”与“20%最好的学生在数学上的发展”之间的矛盾,这就是说,我们不能因为着眼于大多数而放弃了较好学生的特殊

需要.值得指出的是,后者也正是国际数学教育界在当前的一个共同关注的问题(详见另文“走向 ICME - 10”,《中学数学教学参考》,2001 年第八期),从而,对于上述问题的很好解决就将是对于国际数学教育事业的一个重要贡献.当然,就中国的现实而言,我们又应特别注意以下的问题,即如何能在“大班教学”的现实下较好地实现“最好的 20% 的学生在数学上的发展”.

二、人本主义的教育思想

这也是新一轮课程改革的一个重要特点,即是突出强调了人的发展,强调了学生情感态度和价值观的培养.如“建立旨在促进人的健康发展的新数学课程体系,这是一项十分重要而紧迫的任务.数学教育要从以获取知识为首要目标转变为首先关注人的发展,创造一个有利于学生生动活泼、主动发展的教育环境,提供给学生充分发展的时间和空间”.(“国家数学课程标准研制工作研讨会纪要”,《中学数学月刊》,1999 年第十二期)

以学生的发展为本无疑应当被看成人本主义教育思想的直接体现,从全球的范围看,后者并可说已经取代“实用主义”而在教育领域中占据了主导地位;但是,由于人本主义教育思想与义务教育的基本性质一样,都只是从一般教育的角度去进行分析的,而并非专门集中于数学教育,因此,从后一角度去分析,这里的关键就在于如何去做好由所说的“大教育观”向数学教育思想的具体转化,或者说,如何才能通过数学教育和教学活动很好地去体现、落实相应的一般性教育思想.

正是从这样的角度去分析,笔者以为,数学教育就关注人的发展、促进学生情感方面的发展而言应当具有确定的目标,而且,后者又应是数学教育自身所固有的.这也就是说,数学教育中学生“情感、态度和价值观”的发展应与其在数学知识与技能方面的学习直接相联系,也即在两者之间存在内在的、必然的联系,而并非某种外在的、偶然的成分.

例如,正是从这样的角度去分析,笔者以为,我们就特别应强调通

过数学教学帮助学生树立在数学学习上的自信心 ;但后者又并非是指数学学习应当成为一种毫不费劲的“愉快学习” ,毋宁说 ,我们应当增强学生对数学学习过程中艰苦困难的承受能力 ,从而也就能够通过刻苦学习真切地体会到更高层次上的快乐.〔1〕

最后 ,还应强调的是 ,为了促进数学课程改革的顺利发展 ,我们又应注意从理论高度对“人本主义的教育思想”作出深入的分析 and 批判.〔2〕例如 ,这方面特别重要的一个问题就在于 :应当如何去处理社会需要与个人发展之间的关系 ? 具体地说 ,无论就数学教育或是一般教育而言 ,都应当具有双重的目标 :第一 ,社会目标 ,即应当培养出社会所需要的各种人材 ;第二 ,个体目标 ,这是指教育应当很好地促进各个学生的个体发展.由于在过去人们在此往往只是强调了教育的社会目标而忽视了个体目标 ,因此 ,在这样的意义上 ,现今突出强调学生的个体发展就有一定的合理性 ;但是 ,我们又不应由一个极端走向另一极端 ,即只是片面强调了学生的个体发展而完全忽视了教育的社会功能.事实上 ,现代关于数学教育的社会研究已经清楚地表明 ,在现代社会中根本不可能有与社会、与相应的社会群体完全脱离的个体发展 ,恰恰相反 ,后者必定是主体依据外部环境不断调整自我、并逐渐成为相应社会共同体合格一员的过程.

从而 ,作为数学课程改革的基本理念 ,笔者以为 ,在强调数学教育要从以获取知识为首要目标转变为首先关注人的发展、转变为首先关注每一个学生的情感、态度、价值观和一般能力的发展的同时 ,也应该清楚地指明学生的个体发展就是一个社会化的过程、一个不断地改变自己以适应社会需要的过程.

〔1〕 应当指出 ,后者正是中国数学教育优良传统的一个重要组成成分.对此例如可参见梁贯成 :“ In search of an Asian identity in mathematics education ” ,《 Educational Studies in Mathematics 》 ,2001〔 47 〕 ;或第 3.1 节.

〔2〕 特殊地 ,我们并应十分注意人本主义教育思想的现代发展或演变 ,对此可见另文“ 国际教育视角下的中国数学教育 ” 《 中学数学教学参考 》 2003 年第一期.

三、数学教育的“个性化”

对于学生个体发展的强调事实上就可被看成数学教育“个性化”取向的一个重要内涵,除此以外,所说的“个性化”取向还表现于对“个性化学习”的突出强调。即如“由于学生所处的文化环境、家庭背景和自身思维方式的不同,学生的数学学习活动应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程。”特殊地,人们在此往往又突出解决问题策略的多样化:“由于学生生活背景和思考角度不同,所使用的方法必然是多样的,教师应当尊重学生的想法,鼓励学生思考,提倡计算方法的多样化”;“教学中应尊重每一个学生的个性特征,允许不同的学生从不同的角度认识问题,采用不同的方式表达自己的想法,用不同的知识与方法解决问题。鼓励解决问题策略的多样化,是因材施教,促进每一个学生充分发展的有效途径。”(《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》,北京师范大学出版社 2002 年,第 53、66 页)

对于学生在学习过程中的个体差异我们当然应当十分重视,但是,除去所说的个体特殊性以外,我们也应看到不同学生的学习活动必然具有一定的共同点和普遍性(也正是在这样的意义上,我们才可谈及所谓的“教学规律”),从而,就如以上关于学生个体发展与社会化之间关系的分析,我们在此也应防止由一个极端走向另一极端,即由忽视学生的个体差异转而完全否定了学习活动的普遍规律性以及教学活动所应具有的规定性。

例如,从这样的角度去分析,在解决问题的策略上我们就不应盲目地去追求多样化,甚至认为解法越多越好,毋宁说,在此应认真考虑这样一个问题:“为什么要鼓励学生尽可能地去找出多种不同的解题方法和答案?”

有一种观点认为,提倡算法的多样化,这是为了给 学生留下思考的空间,给学生更多的独立思考的机会,这才会有利于培养学生的创新意识,真正让学生成为课堂中的主人。这种提法应当说有一定的道理,但笔者认为,“给学生留下思考的空间”又只是给学生的独立思考创造了更大的可能性,也即只是提供了一定的机会,而为了使这种可能性真正

成为现实,还有大量的工作要做,特别是,在此更需要教师的适当引导和具体指导.

正是从这样的角度去分析,笔者以为,以下现象的出现就应引起我们的高度重视:在计算教学中,我提倡算法多样化,通过一个阶段的教学,我感觉学生在情感、态度、价值观方面确实有了积极的发展,但也发现学生在计算方面的差异越来越大了.一些思维比较活跃的学生发展得更好了,但是有一些学生对于多种多样的方法没有自己的判断能力,他们无所适从,每一种方法都没有掌握好.”我对上课的学生做了调查:上了这节课后,你觉得用什么方法计算更好?很多学生都坚持用自己的算法.为什么呢?学生大多回答:我只注意自己的方法,根本就沒注意其他同学的方法.因为我的方法得到了老师的鼓励,我就很乐意用这种方法……”(转引自“关于计算教学改革的讨论”,《小学青年教师》2002年第五期)当然,这些都可说是“前进中的问题”;或者说:“只需对教学方法作出必要改进就都可以得到解决”;但是,笔者以为,这里事实上还涉及到了一些十分重大的理论问题,即是如何正确地去把握“创新”的涵义以及很好地去处理“创新”与“继承”的关系,特别是,学生的学习主要应是一种文化继承的行为,从而:“给学生留下更多的思考空间”就不应被理解成“听之任之”、“放任自流”.恰恰相反,必要的优化应被看成教学工作的一项重要内涵.

四、数学教学的“生活化”

强调与现实生活的联系也是新一轮数学课程改革的一个重要特征.

由于数学教育历来存在严重脱离实际的弊病,而且,从认知的角度看,充分利用学生的生活经验显然也有助于他们更好地理解与掌握抽象的数学概念与知识,因此,从这样的角度去分析,数学教学的“生活化”就有很大的合理性;但是,在作出上述肯定的同时,我们又应清楚地看到相关问题的复杂性和困难程度,从而才能有效地防止与纠正各种简单化的认识与片面性的做法.

事实上,数学教育严重脱离实际并非一个全新的发现,而是我国(乃至世界各国)历次数学教育改革一直希望解决、但却又始终未能得到很好解决的一个老问题。显然,这一事实本身就已清楚地表明这一问题的复杂性和困难程度:它不可能依靠某些简单的措施就能轻而易举地得到解决,而应从更为深入的层次上去进行思考和分析。

例如,人们曾经希望通过在数学课程中引入更多的“应用题”就能较好地解决数学教育严重脱离实际的弊病;但是,相关的实践已经清楚地表明,这只是一种过于乐观的想法(对此例如可参见另文“关于‘大众数学’的反思”《数学教育学报》,1994年第二期),毋宁说,这十分清楚地表明了认识活动的环境相关性——就“应用题”的引入而言,这就是指,即使是同样的问题在不同的环境中也完全可能具有不同的意义,特别是,在学校这样一个特殊的环境中,学生们往往会(有意识或无意识地)忽视各种现实的考虑,从而,“现实问题”的引入就未必能达到使“学校数学”更加贴近实际生活这样一个目标。

其次,就调动学生的生活经验而言,我们又应十分重视对于学生通过日常生活所形成的数学知识或经验(可称为“日常数学”)与“学校数学”这两者之间关系的深入分析。

具体地说,由于在先前人们往往突出强调了数学的抽象性和严格性,以致完全切断了“学校数学”与学生日常生活的联系,因此,在这样的意义上,强调数学教学应当贴近学生熟悉的现实生活就是十分合理的;但是,作为问题的另一方面,我们又应看到,尽管学生的生活经验、包括其经由学校以外的生活实践所形成的各种数学知识和技能具有直接性的特点,但同时也有很大的局限性,从而,在充分调动学生生活经验的同时,我们又应帮助他们清楚地认识超出生活经验(“日常数学”)并上升到“学校数学”的必要性。

应当指出,国际上的相关实践在这一方面也已为我们提供了不少重要的启示。例如,尽管有不少国家在数学教学的“生活化”这一方向上进行了积极尝试;但是,在实践中却又经常可以听到这样的忧虑:这是否会导致“生活味”完全取代了数学教学所应具有的“数学味”?应当

强调的是,对于后者我们不应只是简单地扣上“保守派”这样一顶帽子,并认为这只是反映了新的教学理念与陈旧观念和习惯倾向的冲突而不予理睬,毋宁说,这提醒我们应从更为深入的层次去认识问题,特别是,以上的忧虑十分清楚地表明了这样一点:我们所追求的不应是由“学校数学”向“日常数学”的简单“回归”,而应是两者在更高层次上的整合。

另外,国际上的相关实践也表明,调动学生的生活经验既可能对学生的数学学习产生积极的作用,也可能产生负面的影响,因为,学生的生活经验不仅各不相同,更有着十分丰富的内容,从而,就如建构主义所指明的那样,在数学教学中通过“贴近生活”得以调动的学生的生活经验就未必如我们所期望的那样恰能为抽象的数学概念或知识的学习提供合适的基础,还可能包括许多不相干、甚至是有一定干扰性的成分。再者,也有一些研究表明:并非所有的学生都可由‘加强数学与日常生活的联系’受益,恰恰相反,这进一步加强了数学教育中所已存在的不平等现象。(对此例如可参见 S. Lerman 《Cultural Perspectives on the Mathematics Classroom》, Kluwer, 1994; 以及 R. Zevenbergen, “‘Cracking the Code of Mathematics Classroom: School Success as a function of Linguistic, Social and Cultural Backgrounds”, in 《Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning》, ed. by J. Boaler, Ablex Pub. 2000)显然,这些现象都应引起我们的高度重视。

五、数学学习的“活动化”

所谓数学学习的“活动化”,是指对学生主动探索与动手实践的突出强调。《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》写道:“有效的数学学习活动不能单纯地依赖模仿与记忆,动手实践、自主探索与合作交流是学生学习数学的重要方式。……教师应激发学生的学习积极性,向学生提供充分从事数学活动的机会,帮助他们在自主探索和合作交流的过程中真正理解和掌握基本的数学知识与技能、数学思想和方法,获得广泛的数学活动经验。”

由于实践活动、包括感性经验构成了数学认识活动的重要基础,因

此,从这样的角度去分析,上述的主张就有一定的道理;但是,现在的问题是:我们是否应当将学生的主动探索看成数学学习最为重要、甚至是唯一的途径,即如将“探究学习”与通过教师讲授学习数学(“接受学习”)绝对地对立起来,并将这两者分别等同于“意义学习”与“无意义学习”?

事实上,国外的相关研究已经清楚地表明了后一观念的错误性。例如,美国著名教育学家奥苏贝尔(D. Ausubel)就曾明确地指出,由于“意义学习”与“探究学习”涉及到了两个不同的维度,因此就不应被简单地等同起来。值得指出的是,奥苏贝尔的上述分析也有着很强的针对性:作为一种新的改革口号,“发现学习”在20世纪60年代曾在美国教育界风靡一时,人们并对讲授学习采取了绝对否定的态度;许多教育理论家不公正地谴责言语讲授教学,要毫无保留地将它摒弃掉。几十年来,言语接受学习一直被斥责为“鹦鹉学舌”地背诵和机械记忆孤立的事实,是“勿需多事考虑的旧教育传统的残余”,这似乎已经成为一句颇为时髦的口号。(转引自吴文侃主编《当代国外教学论流派》,福建教育出版社,1990,第208页)显然,这种认识上的简单化与片面性也是我们在今天所应注意防止和纠正的。

另外,这或许也可被看成当前的一种“时髦”,即是认为唯一强调学生的主动探索可以被看成建构主义学习观的一个必然结论,但是,笔者以为,这事实上只能说是对建构主义的一种误解(对此可见5.4节);另外,就数学学习而言,我们又应突出地强调这样一点:如果学生始终停留于实际操作的层面,而未能在头脑中实现必要的重构或认知结构的重组,那么就根本不可能发展起任何真正的数学思维——从而,在这样的意义上,我们就不仅不应片面地去强调“动手实践”,而应更加强调“活动的内化”——显然,从教学的角度去分析,这也就是指,我们不仅要使每个学生在数学课上充分地参与活动,还要关注他们在做什么,更要注意分析这些活动对于学生数学思维的发展究竟产生了什么样的影响?

最后,笔者以为,以上的分析事实上也就表明了对于教学方法的变

革我们应当采取十分慎重的态度,特别是,我们不能仅仅因为一堂数学课采取了“学生自主探索”就认定这是以学生为主从而就是先进的,而另一堂课则因为采取了“以教师讲授为主”从而就必定是落后的.对此在2.4节我们还将作出进一步的分析.

六、几点结论

由以上的分析我们并可引出如下几个结论:

第一,应当加强对西方现代数学教育思想的自觉分析.

以上的分析显然表明,我国新一轮数学教育改革受到了西方现代数学教育、包括一般教育思想的很大影响.紧紧追随国际上的相关发展当然无可非议,但是,我们还应当努力提高自身在这一方面的自觉性,特别是应从理论高度对于各种相关的教育和教学思想作出深入的分析,包括必要的批判.

第二,努力做好对立面的必要平衡.

以上的分析也已表明,在新一轮的数学课程改革中,我们既应充分肯定大众化、人本主义、活动化、个性化、生活化等取向的合理性,但同时又应当注意防止与纠正各种绝对化的主张与做法上的片面性,毋宁说,在此最为重要的应是努力做好各个对立面之间的必要平衡.

就本文的论题而言,这主要指:

- “义务教育的普及性、基础性和发展性”与“数学上普遍的高标准”;
- “大众数学”与“20%最好的学生在数学上的发展”;
- “学生的个体发展”与“个人的社会定位”;
- “数学知识和技能的学习”与“学生情感态度价值观的培养”;
- “学生的个性差异”与“思维的必要优化”;
- “学习活动的自主性(创造性)”与“教学活动的规范性”;
- “数学与日常生活的联系”与“数学的形式特性”;
- “学生的主动建构”与“教师的指导作用”;
- “探究学习”与“接受学习”;

- “动手实践”与“活动的内化”。

由于对立面的适当平衡事实上也可被看成中国数学教育传统的核心思想(详见3.1节),因此,在这样的意义上,我们就可断言:优良传统的自觉继承与发展也应被看成数学课程改革顺利发展的一个必要条件,或者说,我们也应在批判(改革)与继承之间做好必要的平衡。

第三,立足教学实际,认真做好总结与反思的工作。

以上的分析表明,对于数学课程改革我们不应持盲目的乐观态度,恰恰相反,我们应对实践中所可能出现的问题有充分的思想准备,并通过认真的总结与反思积极地促进课程改革的顺利发展。

特殊地,笔者以为,与“自上而下”的运作模式相对立,我们应清楚地认识调动各个方面、特别是第一线数学教师的改革积极性的重要性。事实上,就如1.1节中所已指明的,这正是数学教育现代发展的一个重要特点,即与由理论向教学实践的单向过渡这一传统模式相比,人们现已更为清楚地认识到了这两者积极互动的重要性。从而,就数学课程改革的深入发展而言,我们就不应停留于“‘数学课程标准’介绍会”、“新数学教材培训会”之类的推广方式(值得指出的是,后者事实上也可被看成我国传统教育思想的一种表现,即是体现了过强的规范性质,详见3.1节),而应切实立足于实际的教学活动,并通过各方面的通力合作很好解决在改革实践中所遇到的各种问题,从而为课程改革的持续发展作好必要的准备。

也正是在这样的意义上,笔者愿再次强调国外的相关实践所给予我们的以下启示:“教学的文化性质决定了教育改革必然是一个渐进的、积累的过程,而不能期望一下子就能取得突破。”(详见另文“三种不同的数学教学模式——《教学的差距》简介”,郑毓信《数学教育:从理论到实践》,同前)从而,我们就应对数学教育改革的长期性和困难性有充分的思想准备,而不能期望按照某个事先排定的日程表实现数学教育的革命性转变。事实上,在笔者看来,后者也可被看成建国以来历次课程改革所留给我们的一个重要启示或教训!

2.3 数学课程改革与教材编写

教材编写是课程开发的重要一环,因此,在积极实施数学课程改革的同时我们应当十分重视数学教材编写工作的改革,后者不仅是指组织形式的变化,包括编写工作的“放开”以及由此而导致的教材多样化,更主要是指指导思想的变革,特别是,我们应如何去认识教材编写工作的恰当定位,也即应当如何去处理教材与“课程标准”、教材编写与相关的理论研究和教学实践、以及教材与教师和学生之间的关系。以下就从这样的角度提出自己的一些想法,希望能对教材编写工作产生一定的促进作用,特别是,能够促使教材编写工作具有更大的自觉性,从而也就能够有效地防止以下现象的出现,即教材编写工作的改革仅仅表现为具体内容的增减与重组,却不包含任何实质性的变化。

一、“课程标准”与教材编写

就“课程标准”与教材编写的关系而言,这似乎是一个明显的事实,即“课程标准”对教材编写工作有着明确的规范作用:前者不仅具体地规定了教材应当包括哪些内容,而且也从总体上指明了教材编写所应遵循的一些基本原则——这既是指“课程标准”中所直接给出的各项“教材编写建议”,而且也是指“课程标准”中所阐明的各项“基本理念”与“课程目标”。例如,作为新一轮数学课程改革的指导性文件《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》就曾多次指出:“教材……是实现课程目标、实施教学的重要资源。教材编写应以《标准》为基本依据。”(同前,第59、74、92页)

相对于传统的课程开发而言,“课程标准”对于“教学大纲”的取代是一个明显的变化,但是,如果不是集中于“名称”的变化,而是更加关注两者与教材编写之间的关系,我们就应考虑这样一个问题:新的“课程标准”与相应教材之间的关系是否与传统的“教学大纲”与教材之间的关系完全相同?

应当指明,对于上述问题笔者并没有完全确定的看法;但是,笔

者以为,过强的规范性不能不说是我国数学教育、乃至一般教育的一个严重弊病.特别是,在现实中我们更可经常看到如下的“一层卡一层”的现象:“大纲”卡“教材”——教材的编写必须“以纲为本”;“教材”卡“教师”——教师的教学必须“紧扣教材”;“教师”卡“学生”——学生必须牢固地掌握教师所授予的各项知识和技能.这样,作为最终的结果,所有的有关人员,包括教师和学生,其创造性才能就都受到了严重压制.”也正因为此,笔者以为,就我国的数学教育而言,先前已实行的由“一纲一本”经“一纲多本”到“多纲多本”的改革就是一个重要的进步.

以下再让我们将视角由上述的一般性讨论转向目前正处于积极实施之中的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》,特别是其中所阐明的关于课程改革的各个“基本理念”.具体地说,《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》主要是从课程观、数学观、学习观、教学观、评估观、技术观这样六个方面对课程改革的 basic 理念进行了论述;另外,如果从横向进行比较,也即以世界各国新一轮数学课程改革的普遍取向作为具体背景,我们则又可以看出,我国新一轮的数学课程改革是与国际上的普遍趋势较为一致的,即是明显地表现了大众化、活动化、生活化、个性化等特征.然而,又如 2.2 节中所已指明的,尽管上述的各个理念都具有一定的合理性,但如何做好诸多对立面之间的必要平衡仍应被看成顺利进行数学课程改革的关键所在.

从而,笔者以为,对于“教材编写应以《标准》为基本依据”这一提法我们也就不应作机械的理解;毋宁说,更为需要的是如何通过积极的实践去发展我们的认识,特别是,在教材编写中究竟应当如何去处理上述的各个关系,并能通过及时的总结与反思不断取得新的进步.后者事实上也可被看成外部的相关实践为我们提供的一个重要启示.例如,这正是中国台湾自 1992 年开始的小学数学课程改革的实际遭遇,即在实施过程中遭到了各方面的剧烈批评甚至是对抗.作为一种反思,改革的倡导者现今认识到了理解上的“误区”是造成上述情况的一个重要原因(详可见蒋治邦、钟静:“Confrontation in the

Course of Mathematics Curriculum Change”,《ICMI Comparative Study Conference, Pre-conference Proceedings》,2002,中国香港);但是,又如笔者在与这几位人士进行直接交流时所指出的(这一观点后来也已为对方明确接受),即使就改革者自身的认识而言也必然有一个发展与深化的过程,特别是,随着课程改革的全面开展,我们应对原先的想法与认识不断作出新的反思与改进,才能切实避免认识上的片面性与做法上的简单化。

例如,作为中国台湾小学数学课程改革主要策划者之一的蒋治邦先生,在他的一篇总结性文章中就曾指出:“实验课程的教学观点被冠以‘建构教学法’的卷标后,成为目前教育工作者间争议的焦点……‘实验课程的精神是教师不可以告诉学童任何事’、‘任何解题方式必须由学童自己想出来’是目前对实验课程最严重的误解,必须……澄清。”(“对‘数与计算’教材编制的反思”,《国民小学数学科新课程概况(高年级)——协助儿童认知发展的数学课程》,中国台湾省国民学校教师研习会,1998)另外,在与笔者的直接交谈中蒋治邦先生也曾多次提及,在课程改革中我们应当十分注意防止各种各样的“假建构”与“新传统”。显然,这些经验或教训都值得我们认真地吸取和借鉴。

更为一般地说,这也就是指,与“课程标准”对于教材编写工作的规范性作用相比,在当前我们应当更加重视在“标准”的制订者与教材编写者之间的积极互动,特别是,就正如贝德纳等人所指出的:“只有在开发者对设计所依据的理论有反思性认识时,有效的教学设计才成为可能。”(转引自威尔逊、迈耶斯:《理论与实践境脉中的情境认知》,载乔纳森、兰德主编:《学习环境的理论基础》,华东师范大学出版社,2002年,第76页)

二、教材编写与理论研究和教学实践

教材编写无疑应当以深入的理论研究作为必要的依据。例如,为了很好地解决几何和代数的“分”与“合”的问题,我们首先就应对学生在

几何学习和代数学习过程中的思维活动作出深入的研究.特别是,在所谓的“几何思维”与“代数思维”之间究竟有什么样的共同点,在这两者之间又是否存在任何重要的区别?同样地,所谓的“逐级递进、螺旋上升”的原则显然也不应成为一句毫无实质内容的空话,而应针对具体的教学内容从各个方面作出细致的研究.例如,函数概念在数学的历史发展过程中曾经经历了怎样的演变过程?我们又是否可以依据这一过程对学生在学习函数概念过程中的思维发展水平作出相应的区分?又例如,荷兰数学教育家冯·希尔(Van Hiele)夫妇关于几何思维发展水平的研究得到了国际学术界的普遍重视与肯定,从而,我们就应当认真研究如何以此来指导相关教材的编写?(以上所提及的各项内容可见郑毓信、肖柏荣、熊萍《数学思维与数学方法论》,四川教育出版社,2002年)

笔者以为,“研究领先”事实上就应被看成教材编写工作的一项基本原则,特别是,只有这样,教材编写才能真正超越经验总结的水平而成为理论指导下的自觉实践;然而,就现实而言,这却不能不说是教材编写工作最为薄弱的一环.从而,在笔者看来,这就清楚地表明了努力建立“课程改革可持续发展”的良好机制的重要性,这就是说,我们应当清楚地认识数学课程改革的艰巨性和长期性,并从理论研究、乃至队伍建设等方面为此作好切实的准备.例如,正如人们已普遍了解的,自20世纪90年代起美国曾围绕数学课程改革爆发了所谓的“数学战争”,以下就是这一“战争”中的一个著名事件:1999年11月23日有近两百名著名数学家和其他科学家(包括4名诺贝尔奖得主和2名费尔茨奖得主)联名花费65000美元在《华盛顿邮报》头版以整版篇幅发表了致当时的美国教育部长莱里(R. Riley)的一封公开信,对教育部早些时候发表的一个对若干改革性数学教材作出推荐和评价的文件提出了直接批评,并要求教育部长公开撤回这一文件.尽管美国的“数学战争”似乎距我们有很大的距离;但是,从课程建设的角度看,我们显然应对以上所提及的各个教材作出认真的研究,特别是,什么是美国教育部所推荐的各个教材的共同特点,什么又是它们的共同不足之处?因为,只有立足

于这样的切实研究,包括认真吸取国际上的相关经验或教训,我们才能取得真正的进步,并有效地防止以下情况的出现,即教材的编写只是取决于少数人的决断或仅仅立足于少数人的经验,教材的推广又主要借助行政的力量或经济的手段。

其次,应当强调的是,对于所说的“研究领先”我们不应作机械的理解,特别是,这不应被看成由理论到教材编写的“单向”运动;毋宁说,我们在此更应明确地强调在教材编写(更为一般地说,即是课程开发)与教学实践之间的积极互动。这也就是说,我们应通过两者的积极互动同时促进教材的编写与实际的教学工作。例如,图 2-1 所示的就是美国数学教育家柯柏在从事数学课程开发时所采取的一种新的工作模式,而这在很大程度上就可被看成对图 2-2 所示的传统工作模式的自觉批判与纠正。因为,按照后一种模式,课程开发与教学实践的关系主要表现为由教材到教学的单向运动,而反方向上的作用仅仅局限于事后的反思,从而两者就只是在整体上形成了所谓的“大循环”。然而,正由于缺乏及时的反馈与真正的互动,因此就很难真正实现课程开发与教学实践的共进;恰恰相反,在现实中人们经常看到的往往只是各种“由上而下”、并最终失败告终的改革运动,从而,批判性的工作往往也就最终取代了正面的理论建构而在研究中占据了主导地位,但后者又因是“事后诸葛亮”往往与事无补。与此相对照,柯柏所采取的新的工作模式其主要特点就是将课程设计与实际的教学活动更为紧密地联系起来,并以后者作为对相应的课程设计工作进行及时分析与评价的直接基础,这样,最终所形成的就不再是先前那样的“大循环”,而是日复一日的小循环(minicycle),进而,通过将所说的“小循环”与“大循环”很好地结合起来,我们就可最终实现课程开发与教学工作的同时成长。(详见 P. Cobb: “The Importance of a Situated View of Learning to the Design of Research and Instruction”, in 《Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning》, ed. by J. Boaler, Ablex Pub., 2000)

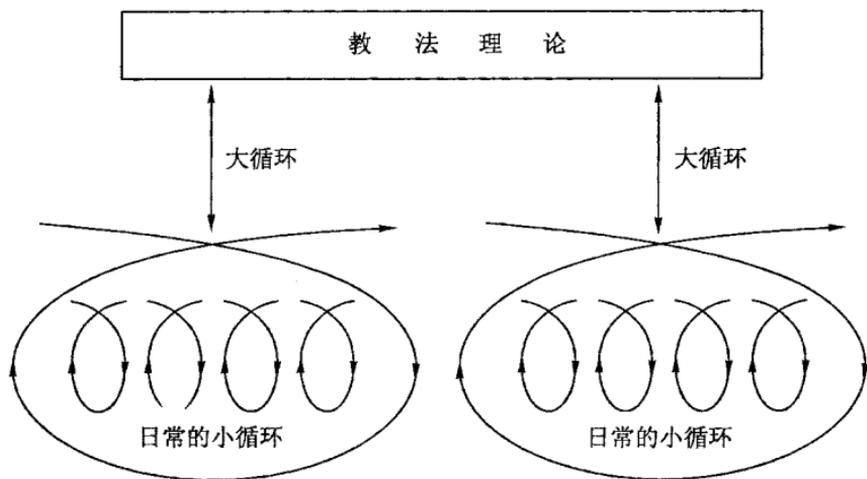


图 2-1

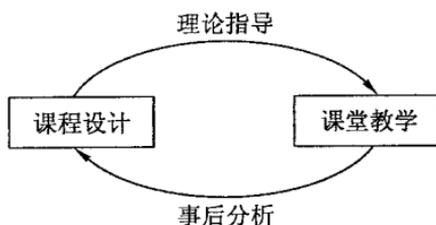


图 2-2

最后,还应指明的是,在笔者看来,以上所提及的“缺乏必要的研究基础”这一弊病事实上也就更为清楚地表明了采取新的课程开发模式的必要性,即应将教材编写工作与相关的理论与教学实践更为紧密地联系起来。特殊地,由于在目前我们还不能说已经很好地解决了各个主要的理论问题,因此,在教材的编写工作中我们就应切实避免盲目的乐观情绪,即认为可以“毕其功于一役”,也即无须经过多次的反复与改进就可编写出十分理想的教材,或只是在形式上去追求所谓的“教材多样化”,并错误地认为只要有了多种不同的教材,教材建设的问题就会“自然而然地”得到较好解决。与此相反,笔者以为,在此更为需要的是积极的探索精神和自觉的工作态度,这也就是说,我们应从各个方面

积极地去进行探索,从而编写出多种各具鲜明特色的教材,进而,对于各个教材的主要特点与不足之处我们又应具有清醒的自我意识,并通过积极的教学实践不断作出新的反思与改进,包括更为深入地去开展相关的理论研究,直至最终通过不懈的长期努力编写出具有较高质量的数学教材。

三、教材与教师和学生

作为对先前所存在的“一层卡一层”的现象的直接反对,我们也应对教材与教师的教学活动以及学生的学习活动之间的关系作出必要的调整,这就是说,前者不应被看成对于后者的硬性规范或控制因素。值得提及的是,所说的调整事实上就集中地体现了国际上所谓的“实践课程”的基本立场,这就是指,课程不应成为对学生学习行为和教师教学活动的“双重控制”,而应将后两者都视为课程的“构成要素”^{〔1〕}。教材不仅不应是强制执行的,而且还必须根据每一实践情境的特点进行修改和变更。(转引自单丁《课程流派研究》,山东教育出版社,1998,第246页)显然,按照这样的思想,教材的编写不仅应当给教师和学生的创造性活动留下足够的“空间”和“时间”,我们并应彻底改变“课程开发在先、再继以教师培训”这种传统的做法。

其次,从理论的角度去分析,笔者以为,我们又应认真地思考这样一个问题:教材究竟应当面向学生,直接服务于学生的学习活动,还是主要服务于教师的教学活动?

对于上述问题有的读者也许会提出不同的看法,即认为教材的编写当然应当兼顾教师和学生;另外,由于教师的教学归根结底是为学生的学习活动服务的,因此,在这样的意义上,上述的对立事实上并不存在。但是,笔者认为,如果我们主要关注教材中对具体内容的组织方式,

〔1〕按照“实践课程”的主要倡导者施瓦布(J. Schwab)的意见,课程共包括教师、学生、教材、环境这样四个要素,这四个要素之间持续的相互作用则就构成了“实践课程”的基本内涵。

特别是这究竟体现了什么样的教学模式(或者说,这究竟包括了什么样的关于教学模式的“隐性规定”),就可清楚地看出在这一问题上确实存在多种不同的立场。

例如,这或许就可以被看成教材编写工作的一种“传统定位”,即是以教师为主,以教师的讲授为主,特别是,各个具体内容的组织往往就是与所谓的“五环节教学法”直接相对应的;另外,从更为深入的层次看,教材的编写又主要集中于基础知识和基本技能的教学,并努力追求教学活动(相对于所说的“知识技能目标”)的高效率性。

与此相对照《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》所倡导的则主要是一种“以学生为主”的立场。例如:“教材的编写应有助于确立学生在教学过程中的主体地位,激发学生的学习兴趣,引导学生在积极思考与合作交流中获得良好的情感体验,建构自己的数学知识”;“教材的编写应……引导学生从已有的经验和知识出发,通过独立思考和合作交流,体验知识的发生与发展过程”;等等。(同前,第59、74页)特殊地,这些“建议”显然表明了关于教学模式的如下“隐性规定”:应当大力提倡学生的“动手实践、主动探索与合作交流”。

尽管存在所说的对立,但是,笔者以为,我们对此不应作出简单的“对”与“错”的区分,毋宁说,这是为我们切实做好教材编写工作、特别是积极开展相关的研究提供了多种不同的视角,并为真正实现教材的多样化指明了具体途径,从而,我们就应保持头脑的“开放性”,并积极地去进行探索。

例如,从“直接面向学生”这一角度去分析,在此,显然存在如下的不同选择:教材是主要着眼于学生的自学,也即适用于学生通过阅读和思考来了解、理解相应的概念和知识,还是致力于学生的主动探索,也即主要为学生的主动探索提供适当的“问题情境”?例如,以下就是美国著名数学教育家伦伯格关于以“问题解决”为主线进行课程设计的一些具体建议:第一,应当清楚地指明我们所希望学生掌握的若干个概念领域(conceptual domain);第二,应将这些领域分解成若干个课程单元,每个单元各有一个主题,并用两至三个星期来学习;第三,对学生来说,

这些概念领域应由一定的“问题情境”(problem situation)自然而然地引出;第四,各单元中的活动安排应与学生的思维活动相适应;第五,课程单元应当根据学生的知识情况及教学环境不断地加以调整。(T. Romberg; Classroom Instruction that Fosters Mathematical Thinking and Problem Solving:Connections between Theory and Practice”《Mathematical Thinking and Problem Solving》,ed. by A. Schoenfeld, Lawrence Erlbaum Associates, 1994,第300页~302页)由此可见,这种做法与主要遵循知识内容的逻辑线索的编写方法就是很不相同的。

另外,从“为教师的教学活动服务”这一角度去分析,我们就应认真考虑什么是大多数教师的现实水平,因为,只有这样,我们才能很好地解决教材的编写究竟应给教师的创造性活动留下多大空间的问题。值得提及的是,日本新一轮的数学课程改革采取了“教学内容压缩20%”的做法,从而就对第一线教师提出了很高的要求。那么,这一做法是否也适合于中国呢?显然,就只有通过积极的实践与认真的总结,我们才能对此作出明确的回答。

再则,无论采取哪一种立场我们又都应当十分重视如何很好地去促进师生间的积极互动。例如,以学生的主动探索为主显然不应等同于完全否定了教师的指导作用,毋宁说,后者事实上就应被看成采取“直接面向学生”这一编写立场时所应切实解决的一个问题,这也就如《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》所指出的:“教材的编写还要有利于调动教师的主动性和积极性,鼓励教师进行创造性教学。”(同前,第74页)另外,主要立足于“为教师的教学活动服务”当然也不能被理解为将学生置于完全被动的地位,毋宁说,我们应更加关注如何很好地去体现学生在学习活动中的主体地位,特别是,应当高度重视对于学生创新意识的培养。

最后,就当前而言,笔者以为,我们又应特别强调教师在教学工作中相对教材而言的主体地位,特别是,教师应根据特定的教学环境和对象创造性地去使用教材,包括对各种教材作出独立的评价与批判。因为,就如上面已提及的,作为课程改革的一个方面,现行的任何一种教

材都不能被看成完全理想的,并必然地有一个发展和改进的过程,广大的一线教师则不仅可以、而且也应在这一过程中发挥十分重要的作用。

综上所述,相对于“编什么”和“怎样编”此类具体问题而言,教材编写工作的适当定位是更为重要的,从而也就应当被看成这一方面的改革工作的核心所在!

2.4 数学教学方法改革之实践与理论思考

教学方法的变革可以被看成新一轮数学课程改革顺利开展的关键因素之一。就现实而言,一些新的教学方法得到了积极倡导,如情境设置、自主探索、动手实践、合作学习等;但是,与盲目的追随相比,更需要深入的理论学习与分析,才能在理论指导下更为自觉地去进行实践,包括切实避免各种认识上的片面性与做法上的简单化。下面就从这样的角度对上面提及的各种方法作出具体分析。

一、情境设置与“贴近生活”

新课程特别倡导用具体的、有趣味的、富有挑战性的素材引导学生投入数学活动。因为,这既可以帮助学生更好地认识数学的意义,对于调动学生学习数学的积极性显然也十分有利。

但是,从教学实践的角度看,又应提出这样的问题:“情境设置”是否应当被看成数学教学中引入课程内容的唯一合理方法,以致在任何情况下都不应采取其他的方法,如“单刀直入”地直接引出主题?

为了回答这一问题,可以先来看由一位小学著名数学老师所给出的以下教例:

为了引出“平均数”的概念,这位老师首先设计了这样一个情境:“将学生分成人数相等的两队,通过和学生自由谈话引出:老师想了解一下咱们班这两队同学的拍球水平,你们说该怎么办?”……在学生谈出自己的不同想法以后,教师结合生活实际肯定了“每队选几个代表拍球”的做法,并在教室中实际组织了如下的活动:学生限时地拍球,教师记录两队中每位同学的拍球个数;然后,教师又提出了如下问题:现在

我们已经知道了两队中每位同学的拍球个数,哪队同学拍球水平高?你有自己的想法吗?……在独立思考和全班交流后,教师(又)以游戏者的角色加入其中拍球水平低的一队,从而引出了“在人数不相等的情况下,比什么才能公平”这样一个问题,并通过辩论得出了如下的结论:“比较平均每人拍球的个数才公平。”这样,我们就由上述的特殊情境最终引出了“平均数”的概念。

这位老师的上述做法对于调动学生的学习积极性无疑是有益的;但是,由于“平均数”的概念对大多数学生来说并非完全陌生的,毋宁说,他们已由日常生活在这一方面积累起了一定的经验和知识,因此,我们就应认真考虑这样一个问题:与其花费很多的时间和精力去组织“拍球”这样一个活动(或其他的类似活动),以下的做法是否更为可取,即单刀直入地直接提出“你们有谁知道平均数是什么吗”这样一个问题?在笔者看来,后一做法不仅更好地体现了教学活动的高效性,也可充分调动学生在这—方面已具有的各种知识和经验,而学生由“拍球”活动所获得的经验或体会不能不说与“平均数”概念的学习仍有较大的距离。

也正是从后一角度去分析,笔者以为,这事实上就应被看成“情境设置”的一条重要标准,即就相关内容的教学而言,特定情境的设置不应仅仅起到“敲门砖”的作用,特别是,仅仅有益于调动学生的学习积极性,而且还应当在课程的进一步开展中自始至终发挥一定的导向作用。

为了清楚地说明问题,我们再来看另外一个实例:

“美妙的古埃及之旅”是魏彬同志在《小学青年教师》2003年第四期上发表的一篇文章,文中具体地介绍了她如何以“古埃及的分数”为背景而引出了“怎样把一个真分数表示为相异单位分数的和”这样一个具有相当挑战性的问题,并通过学生的主动探索较为成功地解决了这一问题。这一教案有很多方面是应当充分肯定的(详可见另文“短评两则”,《小学青年教师》2003年第九期);但是,就我们目前的论题而言,笔者所关心的主要是这样一个问题:所说的“古埃及之旅”与具体课程内容的教学究竟有多大关系?特别是,这一情境的设置是否也只是起

到了调动学生学习积极性的作用？另外，更为一般地说，我们在此又应考虑这样的问题：在教学中是否应当将各种与数学知识内容无关的“故事内容”控制在一定限度之内？

其次，就当前而言，关于“情境设置”的考虑又直接关系到新一轮数学课程改革的另一重要指导思想，即应当贴近学生的现实生活，不断沟通生活中的数学与教科书上数学的联系，使生活和数学融为一体。

就努力改变传统数学教育严重脱离实际的弊病而言，上述的理念无疑是十分正确的，但是，就如以上关于“情境设置”的分析一样，我们也应防止对于某些做法的片面强调。事实上，就如著名数学家、数学教育家弗赖登塔尔(H. Freudenthal)所指出的，无论是情境设置或数学知识的应用都应被看成“数学化”这样一种整体性思维方式中的不同环节：“数学化……是一条保证实现数学整体结构的广阔途径……情境和模型，问题与求解这些活动作为必不可少的局部手段是重要的，但它们都应该服从于总的方法。”（《作为教育任务的数学》，上海教育出版社，1995年，第124页）进而，也正是从这样的角度去分析，弗赖登塔尔对所谓的“情境教学”提出了直接的批评：“当前已经有不少人对数学教育提出了数学化的要求，但我担心其结构太狭隘，常常把数学化理解成最低层次的活动……最时髦的提法就是为现实中某个微小而孤立的片断——所谓‘情境’进行数学化，也就是为情境建立一个数学模型。”与此相对立，弗赖登塔尔指出：“毫无疑问学生也应该学习数学化，当然从最低的层次开始，也就是先对数学内容进行数学化，以保证数学的应用性。同时还应该进到下一个层次，即至少能对数学内容进行局部的组织。”（同上，第123页~124页）显然，弗赖登塔尔的这些言论对于我们当前的实践也具有十分重要的指导意义。

最后，还应提及的是，就如2.2节中已指明的，数学教育严重脱离实际的问题不可能单纯凭借“现实情境”的设置或在课程中引入更多的现实问题轻易地得到解决，特别是，这正是认知活动现代研究的一个重要结论，即明确肯定了认知活动的情境相关性，从而，即使是同样的问题在不同的情境中也完全可能具有不同的意义，因此，“现实问题”的引

入未必能达到使“学校数学”更接近实际生活的目标,因为,在学校这样一个特殊的环境中,学生们往往会(有意识或无意识地)忽视各种现实的考虑。

正是基于上述的认识,国外有些学者提出,能否通过彻底改变学校学习活动的性质(或者说,学生的身份)来解决上述的问题?例如,在“从实习场到实践共同体”一文中,美国学者巴拉布(S. Barab)与达菲(T. Duffy)就曾具体地提出了关于“情境设置”的如下原则:第一,进行与专业领域相关的实践;第二,探究的所有权;第三,思维技能的指导和建模;第四,反思的机会;第五,困境应是结构不良的;第六,支持学习者而不是简化困境;第七,工作是合作性的和社会性的;第八,学习的脉络具有激励性。(《学习环境的理论基础》,乔纳森、兰德主编,同前,第30页~32页)特别是,其中的第五条和第六条更集中地体现了这两位学者在这一问题上的核心思想,即是认为应当按照“日常学习”的模式对“学校学习”进行彻底地改造与重建——显然,就数学教育而言,这也就是指,应由“学校数学”重新回到“日常数学”。

尽管上述的思想有一定的合理性;但是,笔者认为,这同样应被看成一种极端的立场,从而就不能说是为很好解决上述的问题提供了现实的途径。正如著名教育家乔纳森(D. Jonassen)所指出的:“我们从来没有十分天真地认为,中小学和大学要做的所有事情就是模仿日常生活系统。”(“重温活动理论:作为设计以学生为中心的学习环境的框架”,乔纳森、兰德主编《学习环境的理论基础》,同前,第107页)因为,第一:“许多重要的智力活动和概念可能没有与其相关的合适的日常活动,因此,这样做的话,学生就会被剥夺重要的智力经验。”第二:“学习迁移意味着跨越情景脉络的界限”。从而,对于提倡“情境学习”的人来说,这也就构成了直接的挑战。

综上所述,这里的关键就在于如何更为深入地认识“日常数学”与“学校数学”(更为一般地说,就是“日常学习”与“学校学习”)的特征性质及其各自的局限性,并切实做好两者之间的必要转化,包括由“日常数学”上升到“学校数学”,以及由“学校数学”向现实生活的“复归”。

应当指出的是,后者事实上也就应当被看成先前所提及的“数学化”思想的核心所在:“数学化”不仅直接涉及到了数学知识内容与现实生活之间的联系,即如何由现实原型抽象出相应的数学概念或问题,以及数学知识在现实生活中的应用,而且也包括了对于数量关系的纯形式研究;另外,就当前而言,我们又应当特别注意防止用“生活味”去完全取代数学教学所应具有的“数学性”。

二、合作学习与“学习共同体”

对于合作学习的提倡显然也是新一轮数学课程改革的一个重要特点。

那么,在教学中我们究竟又应如何去实行“合作学习”呢?相对于纯粹的理论论述而言,在此更需要积极的实践教学以及对于实践活动的认真总结。例如,以下就是江苏省常州市的同行通过课改实验的回顾与思考所得出的若干体会与经验:第一,不能搞大量浅层次、低水平操作,例如,不要动辄搞小组讨论,有些问题可以马上由学生回答的就无需进行小组讨论。第二,合作交流必须建立在明确分工、互助性学习的基础上,组织工作要落实到位,不能搞形式上的合作。……否则,形式上分组,几个同学围在一起……给人以‘表面的积极性’和‘一切顺利’的假象,造成新的两极分化。第三,合作交流必须建立在独立思考的基础上,……没有经过个体精思而匆忙展开的讨论如无源之水,表达的见解既不成熟,也不具备深度,更谈不上个性和创见。第四,要提供足够的时间和空间让学生充分展开讨论。第五,教师要对学生活动进行有效监控和及时引导。(吕听听、诸建刚,《探课改之路,索课改真谛——常州市数学课改工作回顾与思考》,《中学数学教育》2003年第三期)

上述的体会和经验具有十分普遍的意义。当然,在此也还有许多问题需要我们积极地去作出进一步的探讨。例如,就以上所论及的“小组讨论”而言,究竟什么是这一方法最为有效的组织形式,特别是“异质分组”、“同质分组”各有什么样的优点与局限性?再则,什么是采取“小组讨论”最为恰当的时机?我们又应如何去处理在“小组学习”中

所经常会遇到的一些困难或问题,如“学生在一起会聊天,但不会讨论”;“学生的讨论经常偏离主题”;“学生的说明别人听不懂”;“讨论的时候教室变得很嘈杂”;“老师应在什么时候介入?如何介入?”;“如何读懂儿童解题的意义?”;“运用讨论的方式,学习的进度很慢?”;“如何解决家长对于‘小组讨论’这一学习方式的疑虑?”等等。

值得指出的是,国际上和中国港台地区的相关实践在这一方面已为我们提供了不少有益的启示或经验。例如,依据中国台湾同行的经验,在教师提出问题后,马上组织“小组讨论”往往不能取得较好的效果;与此相对照,更为恰当的做法是首先让学生独立解题,然后再进行全班交流,只是在对各种方法进行比较时才依据观点的不同进行分组并以此为单位进行全班交流和辩论。因为,只有在后一种情况下,小组讨论的优越性才能得到充分发挥并很好地避免这一学习形式可能造成的消极后果。

另外,除去做法上的具体体会以外,我们又应不断加深对于“合作学习”本身的理解。例如,就当前而言,以下的思想就具有特别的重要性:“合作学习”并非仅仅指学生间的互动,而也应当包括师生间的积极互动;另外,我们又不应将“小组学习”看成“合作学习”的唯一形式,恰恰相反,教师应当根据具体的教学内容、对象和环境灵活地应用各种可能的教学形式,包括全班讨论、师生问答与集体评价等。

应当提及的是,国际上关于学习活动的现代研究已从理论上为我们更为深入地去认识“合作学习”的意义提供了重要启示。具体地说,在此所论及的主要是由“认知心理学(信息加工理论)”向“情境理论”的发展,而后者的最重要特征就在于着眼点的变化,即将研究对象由个体转向了群体、转向了个体与群体的关系,以及由唯一注重个体的认知活动(意义建构)转向了个人的社会定位(身份的确定)。例如,在笔者看来,就只有从后一角度去分析,我们才能更为深刻地去认识以下转变的意义:我从孩子们的日记中看到他们分析事理的能力愈来愈强;从课堂中听到他们使用的词汇愈来愈清晰有理;从他们的同学互动中感觉到容忍与爱心的滋生,一切的一切,让我觉得不只是与他们共同讨论数

学而已,重要的是培养一个会做理性批判思考、会主动学习、会容忍异己,欣赏别人以及有世界观的国民。(转引自林文生、邬瑞香《数学教育的艺术与实务》,心理出版社(中国台湾),1999)显然,上述的变化事实上也就为我们切实做好“合作学习”提出了更高的要求:我们不仅应当高度关注每个学生的参与和发展,而且也应创建一个好的“学习共同体”,并使每个学生都能成为共同体的积极一员。

具体地说,我们在此直接涉及到了在“互动与制约”、“分工与分享”、“创新与继承”之间所存在的辩证关系。例如,巴拉布与达菲就曾从以下三个方面对“共同体”的主要特征进行了分析:第一,共同的文化历史传统,也即共有的观念、目标、规范等。“当个体成为共同体的合法成员时,他们继承了 this 共同传统。这种传统与他们作为共同体成员的身份交织在一起。”第二,相互依赖的系统,也即应当从更大的范围去认识共同体的地位与作用:“共同体也是一个更大的集体(即社会)的一部分……(只有)通过对这种较大共同体的合法参与,以及共同体对社会的合法参与,才能形成共同体和身份。”第三,再生产循环。这事实上也就是各个个体的成长过程:“新成员通过文化适应逐步从边缘参与者成为核心成员”。(“从实习场到实践共同体”,同前,第34页~38页)由此可见,“成为共同体的合格一员”并非仅仅是指在成员之间存在积极的互动关系,而且也是指对相应规范与文化传统的自觉接受,进而,“合作与参与”又并非是指在形式上成为了共同活动的一员,包括在不同成员之间进行了一定的分工,主要是指各个成员有着共同的目标或“使命感”,并能真正做到信息与内容的“共享”,最后,由“边缘参与者”向“核心成员”的转变则直接反映了在“创新与继承”所存在的重要关系,特别是,对已有文化传统的继承更应被看成成功创新的一个必要条件。(详见5.1节)

三、主动探索与教师的指导作用

以上的分析也已表明,在积极提倡学生的主动探索的同时,教师仍应发挥重要的指导作用。在笔者看来,我们也就应从这样的角度去理解

常州的同行在这一方面所得出的如下经验：“‘自主探索’也不是‘自由探索’，漫无边际和毫无目标的胡思乱想，不仅毫无意义，而且误导学生对科学探索的‘严谨性’。”

为了清楚地说明问题，可以再来看另一个课例：

在“相遇问题”这一堂课的教学中，教学老师并没有从一开始就要求学生独立地去求解以下的例题：“两列火车同时从甲乙两站相对开出，客车每小时行60千米，货车每小时行50千米，经过4小时两车相遇，甲乙两站相距多少千米？”而是首先作了大量的铺垫工作，即首先对学生所已学习过的相关知识（特别是“运动问题”中“速度”、“时间”、“路程”这三个量之间的关系）进行了复习，然后又对新的学习活动直接涉及到的一些重要概念（“相对”、“同时”、“相遇”等）进行了澄清。显然，这些工作为大多数学生、包括差生能够顺利地求解上述的“相遇问题”提供了必要的基础。

当然，我们并不能由以上的实例立即引出“在教学中不应让学生主动地去进行探索”这样一个结论，甚至就“相遇问题”的教学而言，我们也不能断言：“如果没有所作的铺垫，大多数学生就不可能顺利地求解这一问题”；恰恰相反，在此所需要的是自觉的实践，也即应当就所说的教学内容有意识地去进行教学实验，特别是针对各种不同的教学方法作出必要的比较研究。例如，就上述的“相遇问题”而言，我们就可尝试在教学中从一开始就要求学生直接投入“例题”的求解，也即主要凭借主动探索去求解“相遇问题”，并对相应的教学情况、包括教学效果作出必要的比较。

进而，就学生的主动探索与教师的必要指导这两者的关系而言，以下两个场合也应引起我们的特别关注：第一，在所作的铺垫以后，这位老师又针对上述的例题提出了这样的问题：“看到例题会想到什么问题？”课例中介绍道，正是通过师生共同整理，最终引出了如下的四个问题：（1）两列火车是怎样开出的？（2）两列火车1小时行驶了多少千米？2小时呢？3小时呢？（3）当两列火车行驶4小时的时候会出现什么情况？（4）两列火车相遇时，客车和货车所行的路程与甲乙两站全

长有什么关系？”显然，所说的“共同整理”正是师生与学生之间积极互动的具体表现，但是，十分遗憾的是，这位老师所提供的课例并没有具体地指明他们究竟是如何作出所说的“共同整理”的，从而就失去了一个供广大教师借鉴与积极反思的机会。第二，作为一堂解题课，在“相遇问题”的教学中我们显然应当特别注意模式（问题类型）的建立与识别，包括帮助学生清楚地认识在各种相关模式之间所存在的重要联系，从而，在这样的意义上，课例中提到的以下的学生发言就是特别重要的：“对于这道题（指上述的例题）还有什么不同的想法或问题吗？”这位老师又提出问题。一名女生慢条斯理地说：“老师，我觉得刚才做的这道题和上节课时（指在对‘运动问题’进行复习时——注）出的那两道题的关系特别密切。”……这名女生接着说：“您看，刚一上课时出的那两道题，都是今天学习的这道题的一部分，是知道速度、时间求路程的应用题。只不过是一列火车行驶，可是今天学习的这道题是两列火车同时从两地出发，所以，在解题的时候就要用速度和乘以时间，才能求出全程。”学生能自发地建立上述的认识当然十分可喜，但是，如果在当时并没有学生提出这样的看法，教师又应如何去作出必要的引导呢？显然，后者正是我们在教学研究中应特别关注的一类问题。

应当提及的是，国外的相关实践在后一方面也为我们提供了不少具体经验。例如，就教师如何很好地发挥组织者与引导者的作用而言，美国著名数学教育家瑞思尼克（L. Resnick）就曾指出：“重复学生的语言，再一次确认学生的意思，是教师控制教室对话的两种最明显的策略，这两种策略可以让学生的发言，从个体自我意思的表达，转化为全班可以共同沟通的语言。”（“Inventing arithmetic：making children intuition work in school”，in《Basic and Applied Perspectives on Learning, Cognition and Development》，ed. by C. Nelson, Erlbaum）另外，中国台湾的邬瑞香老师也通过自己的教学实践总结出了以下三种方法（1）对于教室运作有用的信息应予以增强（2）干扰或暂不能处理的信息则予以忽略或淡化处理（3）教师应缩小自己（的权威），建立学生的自信心。（详见林文生、邬瑞香《数学教育的艺术与实务》，同前）

另外,常州的同行们在上面所提及的“总结性材料”中也曾专门引用了一位学生的以下体会:“过去,当我遇到一个问题,还没有来得及思考,老师就开始讲解了,我有一种被拖着走的感觉……现在,教师给了我们较充裕的思考和活动时间。但是,当我们经过思考和讨论还无法解决问题时,是多么渴望老师讲解啊!”(吕听听、诸建刚:《探课改之路,索课改真谛——常州市数学课改工作回顾与思考》,同前)应当指明的是,后者不应被理解成教师直接给出解题或解题方法,恰恰相反,启发性的问题以及适当的案例应当说是更为合适的。就如巴拉布与达菲所指出的:“教师的工作是通过向学生问他们应当自己问自己的问题来对学习和问题解决进行指导。这是参与性的,不是指示性的;其基础不是要寻找正确答案,而是针对专业的问题解决者当时会向自己提出的那些问题。”(“从实习场到实践共同体”,同前,第31页)另外,乔纳森在“重温活动理论:作为设计以学生为中心的学习环境的框架”一文中也曾明确指出:“当要求学习者……解决问题时,必须通过提供相关案例以支撑这些经验……相关案例通过向学习者提供他们不具备的经验的表征,来支持意义的形成。……通过在学习环境中展示相关案例,……向学习者提供了一系列的经验和他们可能已经建构的与这些经验有关的知识,以便与当前的问题进行对比。……相关案例同时也通过向学习者提供所探讨的问题的多种观点和方法,帮助他们表征学习环境中的复杂性。”(同前,第89页)

值得指出的是,国外的一些学者还曾从理论的高度对如何建构“以学生为中心的学习情境”进行了分析。例如,以下就是所谓的“建构主义的课程设计”的一些基本要求:第一,学习者在意义形成中的中心地位;第二,情景化的、真实的境脉的重要性;第三,个人看法与多种观点的协商与解释;第四,在意义建构中学习者的先前经验的重要性;第五,运用技术来支撑高级的心智过程。(详见兰德(S. Land)、汉纳芬(M. Hannafin):《以学生为中心的学习环境》,乔纳森、兰德主编《学习环境的理论基础》,同前,第10页~14页)尽管建构主义对于改进教学有着十分重要的启示意义,但是,笔者以为,就当前而言,我们应当特别注意

纠正以下的误解：“有关求知‘建构主义’理论的一个通常的误解是，教师不应该直接告诉学生任何事情，相反，应该让学生自己建构知识。”（布兰思福特等编著：《人是如何学习的》，华东师范大学出版社，2002年，第19页）另外，以下更应当被看成一种过于简单化的论述：记忆层次的学习反映了行为主义的学习观，理解层次的学习是认知心理流派的学习观，探索层次的学习反映了建构主义的学习观。因为，我们不仅不应对各种具体的教学方法采取简单对号入座的方式予以定性，也不能因研究的深化而对行为主义等学习理论采取完全否定的态度，毋宁说，在此更为需要的是观念的必要互补与整合。（对此可见5.1节与5.4节）

最后，我们并应特别强调“优化思想”的重要性，因为，后者事实上就应被看成教师指导工作的一个重要方面。当然，对于所说的“优化”我们又不理解应为强制的统一，恰恰相反，教师应当充分尊重学生自己的选择，也即应当允许学生在方法的选择上有一定的自主权，并应看到方法论上的转变应是学生的一种自觉行为；然而，学生的个体差异并不应成为教师“无所作为”、“放之任之”的理由，我们也不应将学生的主体地位与教师的指导作用绝对地对立起来，毋宁说，这正是教师的一个重要责任，即随着时间的推进和学习的深入，教师应从各种不同的角度或层面不断对各种相关的方法作出比较，从而有效地促进学生对于自己的方法作出积极的反思与必要的改进，并在方法论上达到更大的自觉性和先进性。

四、动手实践与活动的“内化”

以下再看一个课例：

这是关于“可能性”概念的一堂课。为了帮助学生很好地掌握相关概念，在通过与“必然性”的对照引进了“可能性”的概念以后，教师又安排学生以小组（4人~5人）为单位从事以下的“游戏”：每个小组都配置了一个口袋，其中分别装有若干个粉色的球和黄色的球，教师要求学生每次摸出一个球，并对所得出的结果加以记录，然后算出一共摸了

多少次？特别是，其中有多少次是粉球？多少次是黄球？显然，教师在此的主要目的是希望学生通过动手实践能够更好地体会可能性的“大”和“小”；也正因为此，在小组实践以后，教师就安排了全班性的汇报，教师以各个小组所得出的数据为基础引出了这样的结论：“口袋里的粉球越多，摸到粉球的可能性就越大；而如果口袋里的黄球越多，摸到黄球的可能性也就越大。”

积极引导学生动手实践也是新一轮数学课程改革所积极倡导的一种学习方式；然而，就实际的教学活动而言，笔者以为，关键的因素恰又在于我们不应将所说的“动手实践、主动探索”与一般的课堂游戏简单地等同起来，而两者的重要区分之一就在于前者有着明确的目的性。就这里的课例而言，这就是指，我们究竟为什么要从口袋中连续不断地去“摸球”？不仅教师本人对此应有清楚的认识，我们并应帮助学生在事先清楚地了解这种意图，从而相应的活动才能真正成为他们的一种自觉行为。

也正是从后一角度去分析，笔者以为，我们在此就应认真思考“可能性”概念的教学是否应当采取上述的活动形式？因为，“亲手摸”一次对于掌握“可能性”的概念未必有直接的促进作用，而且，在所说的课例中，由于学生并不知道其他小组的工作背景，或者说，由于各个小组的活动并不具有共同的关注点，因此大多数学生对于其他组所得出的数据就没有表现出任何的兴趣，恰恰相反，过多的不相干数据事实上只是冲淡了主要的教学目标。（详可见另文“试析新一轮课程改革中小学数学课堂教学”《课程、教材与教法》2003年第四期）

综上所述，这就是笔者在这一问题上的一个基本主张：与单纯的追求形式相比，我们在组织数学活动时应当更加注意以下的问题：究竟为什么要让学生去从事相应的活动？又应如何使之真正成为学生的自觉行为？显然，从这样的角度去分析，以下的论述就是很有道理的：“我们不能仅仅从表面上看课堂是否活跃，我们不仅要关注每个学生是否在动口、动手，还要关注在合作小组内，每个学生在说些什么，做些什么。”（刘兼：“对课程改革中几个问题的思考——刘兼教授访谈录”，《小学

青年教师》2002 年第九期)当然,我们事实上又不仅应当关注学生在做什么,而且还应当考虑为什么要这样做?这样做了又究竟产生了什么样的效果?

正是基于后一方面的考虑,笔者以为,以下的教学模式是不应提倡的:在美国的课堂上我们看到了学生与教师的互动,但却看不到数学。(详见另文“三种不同的教学模式——《教学的差距》简介”,郑毓信《数学教育:从理论到实践》,同前)进而,如果说上述的结论是国际上的相关实践从反面为我们所提供的一种教训,那么,以下关于“结构性实物操作”的分析就从正面为我们搞好活动教学提供了重要启示。

具体地说,作为动手实践的一种具体形式,各种教学用具在数学教学、特别是低年级的数学教学中得到了广泛应用,因为通过教具的实际操作,学生可获得必要的经验,从而也就可更好地理解相关的数学概念。然而,正是从后一角度去分析,我们就应十分注意教学用具的适当性,因为,只有当前者的明显特征与我们所希望建立的数学关系较为一致时(这就是所谓的“结构性实物操作”),所说的实物操作才能产生较好的效果。

例如,为了帮助学生较好地掌握十进制制记数系统,人们常常使用十进制计数块(10 - base blocks)或有色的筹码。但是,由于在后一种情况下位值与筹码颜色之间的关系是随意指定的(如用黄色表示单位值1,用红色代表10,用绿色代表100等),筹码本身不能提供关于它的值的任何暗示;与此相对照,十进制数块的制作则明显地提示出大一点的块是较小的块的十倍,从而,后者就更有利于学生建立起对于位值原理的正确认识。

再则,又如常州的同行们所指出的,我们应十分注意操作活动的适当的“度”以及“活动的必要内化”,这就是说:操作活动要适量、适度。所谓适量,就是不要动辄就操作,操作也不是多多益善。适度是指当学生的认识积累到一定程度时,就应该及时让学生的形象思维向抽象思维转化。(吕听听、诸建刚:“探课改之路,索课改真谛——常州市数学课改工作回顾与思考”,同前)

为了清楚地说明问题,以下再联系代数思维的基本形式对所说的“活动的内化”作出进一步的分析。

具体地说,这正是数学思维现代研究的一个重要成果,即是指明了“凝聚”,也即由“过程”向“对象”的转化构成了数学思维、特别是代数(包括算术)思维的一个基本形式。这就是说,有不少概念在最初是作为一个过程得到引进的,但最终则又转化成了一个对象——对此我们不仅可以研究它们的性质,也可以此为直接对象施行某些新的运作(对于所说的“运作”应作广义理解,即未必是指具体的运算,而也可以包括任何一种数学运演,甚至不一定要有明确的算法)。(详可见郑毓信、肖柏荣、熊萍《数学思维与数学方法论》,四川教育出版社,2001)

例如,加减等运算在最初都是作为一种过程得到引进的,即代表了这样的一个“输入——输出”过程:由两个加数(被减数与减数)的值我们就可求得相应的和(差);然而,随着学习的深入,这些运算逐渐获得了新的意义:它们已不再仅仅被看成一个过程,而且也被认为是一个特定的数学对象,我们并可具体地去指明它们所具有的各种性质,如交换律、结合律等,从而,就其心理表征而言,在此事实上就经历了一个“凝聚”的过程,也即是由一个包含多个步骤的运作过程凝聚成了单一的数学对象。

但是,这里所说的由“过程”向“对象”的转变究竟是如何实现的呢?或者说,究竟什么是与“凝聚”这一思维形式直接相关的思维过程呢?作为一种可能的解释,著名以色列数学教育家斯法德(A. Sfard)提出了如下的“三阶段说”,即认为所说的思维过程包括了这样三个阶段(详可见“On the Dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Process and Object as different sides of the same coin”,《Educational Studies in Mathematics》,22(1991)):第一,内化(interiorization);第二,压缩(condensation);第三,客体化(reification or objectification)。其中内化和压缩可视为必要的准备:前者是指用思维去把握原先的视觉性程序,这也就是说,我们在此已不再是由前一个步骤依次实际地去启动下一个步骤,而是在头脑中建立起相应过程的整体性心理表征;后者是指相

应的过程被压缩成了一个更小的单元,从而我们就可从整体上对所说的过程作出描述或进行反思——我们在此不仅不需要实际地去实施相关的运作,还可从更高的抽象水平去对整个过程的性质作出分析,即如我们可以仅仅考虑整个运作的效用,而不必具体地去涉及相应的运算过程,如7-2究竟是由2往前数、还是由7向后数。最后,相对于前两个阶段而言,“客体化”则代表了质的变化,即是用一种新的视角去看一件熟悉的事物,原先的过程现在变成了一个静止的对象。

显然,就我们目前的论题而言,以上的研究更为清楚地表明了这样一点:如果我们始终停留于实际操作的层面,而未能很好地实现活动的“内化”,包括思维中的必要重构,就根本不可能发展起任何真正的数学思维。

从而,在积极提倡学生动手实践的同时,我们也应努力作好必要的引导工作,特别是,我们不仅应当促使每个学生积极地去动手实践,而且也应更加关注这些活动对于学生的数学学习,特别是数学思维的形成和发展究竟产生了什么样的影响?

五、理论与教学实践

上面我们分别对几种具体的教学方法进行了分析,以下再从一般角度对教学方法改革的问题作出进一步的论述。

具体地说,作为数学课程改革的重要一环,有不少学者都曾突出地强调了数学教学方法改革的必要性和重要性。例如,“‘导入——讲授——巩固——作业——小结’这种以教师为中心的五环节教学法,历来把学生封闭在教师划定的圈子里。那么我们是否可以‘开放’一些,给学生更多的主动思考的空间?‘创设情境——活动尝试——师生探究——巩固反思——作业质疑’这样的以学生为主体的教学模式能否成为常规?”又“与现行教材中主要采取的‘定义、公理——定理、公式——例题——习题’的形式不同,《标准》提倡以‘问题情境——建立模型——解释、应用与拓展(反思)’的基本模式展开内容。”

就对于新的教学方法的积极倡导而言,以上的论述是十分正确的;

但是,笔者以为,数学教学方法的变革不应被理解成教学模式的简单取代,毋宁说,我们应当采取更为开放的态度,这也就是说,我们既应积极地去引进各种新的教学方法,同时则又应当防止各种简单化的理解与绝对化的主张,特别是,不应将“新”、“旧”看成区分教学方法“好”、“坏”的主要标准,并因此而对某些教学方法采取绝对肯定或绝对否定的态度,恰恰相反,我们应当更为明确地去提倡教学方法的多样化,并通过积极的教学实践深入地去认识各种方法的优点与局限性,从而就能依据特定的教学内容、对象、环境(以及教师本人的个性特征)创造性地加以应用。

以下再从理论与教学实践的关系这一角度对上述论点作出进一步的说明。

具体地说,这正是数学教育(乃至一般教育)国际进展的一项重要内容,即更为深入地认识到了在理论与教学实践之间所存在的辩证关系:

第一,与片面强调理论的指导作用相比,现今人们普遍地认识到了在理论与教学实践这两者之间应是一种互动的关系。从而,任何一种“居高临下、指手画脚”的态度,如过分强调“新课程理念”的灌输与辅导,都是不恰当的,恰恰相反,最为需要的是各方面的积极互动,包括必要的批评与分析,特别是,任何一次教育改革运动,如果没有广大教师的积极参与,就都不可能获得成功。

第二,依据上述的立场,在课程的开发中我们也就应当努力改变“由理论到实践的单向运动”这一传统模式,也即应当由所谓的“大循环”转向“小循环”,从而将课程设计与实际的教学活动更为紧密地联系起来,特别是,我们应当依据积极的教学实践对相应的课程设计作出及时的分析与评价,并由此而作出必要的改进。

第三,理论的多元化。例如,这就正如威尔逊(B. Wilson)和迈耶斯(K. Myers)在“理论与实践境脉中的情境认知”一文中所指出的:“设计者和参与者在思考一个问题或决定一个行动计划时,可以在头脑中有一个或多个理论。”应当指明的是,所说的“多元化”事实上也可被看成

教学活动“情境相关性”的一个直接结论,这就是说:“情景中的需要高于规则、模式甚至标准价值观的规定”(乔纳森、兰德主编《学习环境的理论基础》,同前,第77页)。另外,与教条主义的态度相比,我们又应更加强调思想的开放性。例如,也正是在这样的意义上,斯法德写道:“当一个理论转换成教学上的规定,唯我独尊就会成为成功的最大敌人。教育实践有一个过分的偏好,希望得到极端的、普适的秘诀。建构主义的、社会互动论的和情境论的时髦组合……经常被转换成对‘说教式教学’的完全禁止,成为一个全面采用合作学习的指令,认为所有的不是基于问题的、不在真实生活情境脉络中的教学都是不正确的。……理论上的唯我独尊和对教学的简单思维,肯定会把哪怕是最好的教育理念搞糟。”与此相对照,斯法德提出:“当两个隐喻相互竞争并不断相印证可能的缺陷,这样就更有可能为学习者和教师提供更自由的和坚实的效果。”(“On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one”《Educational Researcher》,1998(27))

显然,以上的论述事实上可以被看成对于本文基本立场的一种直接肯定,即在积极倡导新的教学方法的同时,我们更应明确肯定教学方法的多样化,并通过积极的教学实践与深入研究达到对于各种方法的创造性应用。

第三部分 中国数学教育的界定与建设

近期,所谓的“中国学习者悖论”(The Chinese learner's paradox)引起了国际数学教育界不少人士的普遍关注.笼统地说,这是指如下的“奇特现象”:按照西方的观点,中国的教学模式是较为落后的,是属于传统的“传授——接受型”,这也就是说,教师在教学中起着绝对的支配作用,学生则处于纯粹被动的地位:他们所需要的只是记忆与模仿;但是,在近期所举行的多项国际比较测试中,中国学生(更为一般地说,即是东亚各国的学生)与其他国家、特别是西方国家的学生相比却又取得了较好成绩,从而我们在此就突出地遇到了这样一个“矛盾”:一种被动的学习怎么可能产生较好的学习结果?

对于上述问题可以从各个不同的角度去进行分析.例如,从逻辑的角度看,这一悖论显然只可能通过以下两条途径得到解决:或是表明相关的测试并不能如实地反映学生的真实水平,从而,中国(或东亚)学生就不能被认为比西方国家的学生具有较好的学习效果;或是应当努力改变西方对中国数学教学的固有看法,并努力发现其中的合理成分——可以认为,正是这些合理成分导致了较好的学习效果.应当指明,有相当多的西方学者在这一问题上采取了前一种立场,即认为现行的考核方法并不能真正反映学生的学习质量;然而,就新近的发展而言,我们又可以看到越来越多的人转而采取了第二种立场,或者说,转而采取了一种比较开放的态度.例如,东西方数学教育的比较现已成为数学教育国际比较研究的一项重要内容,而这事实上就意味着对中国、日本、韩国、新加坡等东亚国家包括中国香港、中国台湾等地的数学教育的重新认识,乃至采取了较为肯定的态度.由于相关的研究显然也直

接促进了对中国数学教育、乃至东亚数学教育的全面总结与清楚界定，从而，这也可以被看成为我国的数学教育工作者积极地去从事相关的工作提供了十分有益的外部环境与促进因素。笔者以为，作为中国的数学教育工作者，我们并应清楚地看到中国数学教育的界定与建设这一任务的紧迫性，因为，昔日中国科学技术史主要靠外国人来总结这一现象显然不应在数学教育领域内得到重演；另外，这也应被看成成功实施数学课程改革的又一关键因素，即应当努力发挥已有传统中的优秀成分，而不应对过去的工作采取完全否定的态度——然而，就现实而言，我们确又可以看到这样的迹象，即在很多情况下我们往往只是盲目地在追随国外的潮流，而缺乏自己的深入思考与独立分析，这样，久而久之，我们就不仅会轻易地放弃自己的优良传统，更有可能因此而完全丧失掉自己在这一方面的自信心。当然，作为问题的另一方面，我们也应清楚地看到对已有传统作出必要发展的重要性，而不应采取固步自封的态度。从而，总的来说，我们所面临的的就是中国数学教育的界定与建设这样一个任务。

3.1 节和 3.2 节就是后一方向上的一些初步努力，即分别从文化和国际教育的视角对中国数学教育传统的主要特征、深层理念及其局限性进行了具体分析。3.3 节则是从认知的角度集中地对“双基”与“双基教学”的问题进行了分析——事实上，在笔者看来，为了对中国数学教育作出全面的总结与界定，我们不仅应当就“双基”这一主题，而且也应就中国数学教育传统的各个主要方面或基本特色，如“精讲多练”、“变式练习”等，逐一地去开展相关的研究。最后，3.4 节中所论及的中国数学教育的国际“定位”可说是从一个更为广泛的视角对中国数学教育的未来发展进行了分析，这就是说，我们既应立足中国的数学教育、即是以促进我国的数学教育作为基本的工作目标，同时也应采取国际的视角，包括努力对数学教育这一人类的共同事业作出自己的应有贡献。

3.1 文化视角下的中国数学教育

一、“不识庐山真面目,只缘身在此山中”

如众所知,近年来国际数学教育界出现了“向东方学习”的热潮,特别是,有不少西方学者、包括中国香港学者更从文化比较的角度对中国(更为一般地说,就是东亚各国,包括中国香港和中国台湾地区,下同)的数学教育进行了研究。(对此可见“数学教育的国际比较研究(附录二)”,郑毓信《数学教育:从理论到实践》,同前)

相对于西方的传统观念而言,上述热潮的出现应当说代表了观念的重要变化,因为,这事实上可被看成西方传统的“妄自尊大”心态的一个具体表现,即对西方的数学教育普遍持有较为肯定的态度,而对东方的数学教育则采取了强烈的批评态度,如认为东方的数学教育“过分着重学习内容及受考试主导,教学方法保守又过时,教师似乎不懂最新的教学方法,并认为单单掌握学科内容已经足够,教学通常都在大班的情况下进行,而且每班人数偏多,以致难以进行小组活动,教学偏于教师主导,学生甚少积极参与;并且强调背诵及不求甚解,很多时候学生在未完全了解教学内容的情况下,就进行大量练习,教师及学生都因竞争剧烈的考试而承受着极大的压力,学生似乎也不喜欢学习。”(F. Leung (梁贯成),“In Search of an East Asian Identity in Mathematics Education—the Legacy of an Old Culture and the Impact of Modern Technology”, ICME - 9 2000, Japan)但是,中国学生在近年来所进行的多次国际测试中与西方国家的学生相比却取得了较好成绩,从而,在西方学者看来,这事实上就构成了一个“悖论”:一种较差的数学教学怎么可能产生较好的学习结果?另外,这又正是诸多相关研究的一个主要结论,即认识到了西方关于中国数学教育的很多传统观念事实上都只是一种误解,这也就是说,一些西方学者现已清楚地认识到了中国的数学教育也包括不少的合理成分,并正是后者导致了较好的学习成绩。(对此例如可参见《The Chinese Learner: Cultural, Psychological and Contextual Influence》, ed. by D. Watkins and J. Biggs, CERC & ACER,

1996)

从总体上说,国际上关于中国数学教育的研究应当说还只是处于起步的阶段,西方学者之所以从事这方面的研究主要地也是为了促进本国的数学教育;尽管如此,我们还是应当充分肯定这些工作对于中国数学教育深入发展的积极意义,因为,就如 1.2 节中所已指明的,这应被看成数学教育国际比较研究的一个基本定位,即可以帮助各国数学教育工作者更为清楚地认识自己的传统(包括教学传统和文化传统),并能对此作出自觉的反思与批判(从而也就可能作出必要的发展)。“不识庐山真面目,只缘身在此山中。”从而我们也就应当切实提高自己在这一方面上的自觉性,也即应当以国际上的相关研究为背景对中国数学教育、特别是中国数学教学法作出认真的总结与反思。

笔者在此愿再次强调积极开展这一工作的现实意义:第一,我国正处于新一轮的数学课程改革之中,由于改革之际人们往往突出强调了改革的必要性,因此也就容易唯一着眼于先前工作的不足之处,而没有能作出认真的努力切实地去弄清在过去的工作中究竟又有哪些成绩和经验;另外,随着改革开放的深入开展,我国的数学教育工作者已由国际数学教育界吸取了不少先进的教育思想和教学方法,但是,在积极引进的同时人们又往往容易忽视对于传统的必要继承和发扬,从而也就可能只是盲目地跟在西方后面以至完全丧失掉了自我,对此我们当然应当予以高度警惕。

第二,尽管我国数学教育界现已表现出了越来越大的开放性,诸如我国共有 108 人出席了 2000 年在日本召开的第九届国际数学教育大会(ICME-9),人数之多次于东道主日本和美国;但是,在肯定上述发展的同时,我们又应看到,中国在国际数学教育界尚未取得应有的地位,特别是,我们在这方面的工作与成绩尚未得到国际数学教育界的应有重视。从而,这事实上也可被看成中国数学教育走向世界的重要一步,即是应当对什么是中国数学教育的主要成就建立起清醒的自我认识,也即应当对中国数学教育作出认真的界定。

二、“同化”或“异化”

相对于更为全面的分析,本文所采取的只是文化这样一个特殊的视角,这就是说,笔者在此所关注的主要是整体性文化传统对中国数学教育与教学工作的影响。也正是从后一角度去分析,笔者以为,尽管西方的相关研究已经涉及到了中国数学教育的各个方面,大至社会上所普遍存在的各种观念和信念,如什么应被看成决定学生学习活动成功与否的主要因素,小至课堂中的提问方式与教师的备课形式等;但是,从文化的视角看,以下的问题无疑更为基本:我国现行的数学教育体制,包括学校的组织形式、课程设计、教学方法等,主要地都是从国外(包括西方和原苏联)引进的,但中国具有自己独特的传统文化,如后者常常被描述为所谓的“儒家文化”,那么,在这两者之间是否存在一定的文化冲突?或者说,从发展的角度看,最终出现的究竟是我们“同化”了外来的成分,还是我们自身为外来的成分所“异化”了?

笔者以为,就如中国历史上曾多次发生的外来成分逐渐为中国传统文化所同化的现象,在数学教育领域中发生的主要地也是一个同化的过程。具体地说,以下的第三、四两节就可被看成为这一结论提供了直接的论据,即具体地指明了中国数学教育相对于西方数学教育的特殊性质(显然,就只有在这样的意义上,我们才能真正谈及所谓的“中国数学教育”);另外,作为一个具体的例子,我们可先来看“(数学)问题解决”这一口号在中国的“命运”。如众所知,作为国际数学教育界在20世纪80年代的主要口号,“问题解决”其主要意义是对传统的数学教育,包括教育目标和教学形式等,提出了直接的挑战,如认为应当以培养学生解决问题的能力作为数学教育的主要目标,而后者所涉及又主要是所谓的“非单纯练习题式的问题(非常规问题)”。另外,按照这一主张,问题解决应成为学校数学教育的主要形式,即认为应当围绕问题解决来组织学校的数学教学,包括数学基础知识和基本技能的学习。由于中国数学教育历来特别重视解题技巧的研究和训练,以致常常被称为“解题大国”,因此,“问题解决”这一口号几乎未经任何认真的宣传与推广很快就为中国数学教育界所普遍接受了,但是,就其直接后果而

言,在很大程度上却又只是进一步加强了原先的传统,这也就是说,数学教育仍然因袭传统的路子而几乎没有任何实质性的变化,恰恰相反,人们只是更加热衷于解题技巧的研究,更加强调“大运动量”的训练,从而,人们在此事实上就是按照中国传统的教育思想、特别是关于教育活动规范性质的认识(见第四节)对“问题解决”这一外来成分进行了改造,也即主要是一个“同化”、而非“异化”的过程。

正因为中国数学教育的历史发展主要是一个外来成分逐渐为固有文化传统所同化的过程,因此,这事实上也就应当被看成从比较的角度研究中国数学教育时必须遵循的一个基本的方法论原则:我们不能脱离整体性的文化脉络去看待中国数学教育中的各个具体方面或特征。例如,按照这一原则,尽管中国数学教学工作中的某些做法在形式上可能与西方所采用的某些方法十分相似,如中国的“反复记忆”(repetitive memory)与西方的“机械记忆”(rote memory),中国的“基本功训练”与西方的“机械练习”(drill and practice)等等,但这两者却不应被简单地等同起来,因为,在不同的文化脉络中它们事实上有着十分不同的内涵和作用。其次,更为一般地说,我们又应明确肯定数学教育的文化性质和整体性。例如,依据这一立场,即使是一个在西方十分有效的改革措施,我们也不应采取简单的“拿来主义”,而应认真研究其是否适合中国的社会——文化环境,或者说,我们应对此进行必要的改造使之更加适合中国的情况;进而,从根本上说,这又应被看成数学课程改革的根本目标,即是应当建立起符合时代发展与中国国情的数学教育体系。

事实上,正如不少西方学者现已经认识到的,所谓的“文化隔阂”正是导致上述的西方关于东方数学教育种种不正确观念的一个重要渊源;另外,也正是从这样的角度去分析,笔者以为,尽管我们应当充分肯定国际上的相关研究对我们认真总结中国数学教育的成绩与不足之处有着重要的借鉴意义,但中国的数学教育工作者无疑应在这一工作中发挥主要的作用,也即应当成为这一研究工作的主体。考虑到在现实中一些西方学者、包括中国香港的同行们已经走到了我们前面,因此,这

事实上就更为清楚地表明了认真做好这一工作的必要性和紧迫性。^{〔1〕}

最后,还应提及的是,以上的分析并涉及到了在走向世界的过程中我们应注意的另一问题:为了让国际数学教育界很好地了解我们的工作,我们必须十分注意成果的表述方式,而这主要地又不只是指外语水平的高低,而应更加重视文化的差异,这就是说,只有很好地解决了理论框架与研究方法的‘共通性(可公度性)’,我们才能使得具有明显中国文化特色的数学教育成果对在西方文化中成长起来的人士也真正成为可以理解的。

以下就从整体上对中国数学教育的一些主要特征作出具体分析。

三、“一阴一阳之谓道”

什么是“文化”?相对于社会组织形式、经济体制与政治立场等成分而言,文化的重要内涵显然更加侧重于“信念与价值观”等“看不见的成分”。特殊地,就数学教育传统的研究而言,笔者以为,我们并应十分重视一般哲学思想、包括传统思维方式的影响——就中国文化传统而言,这就是指朴素的辩证思想,也即“一阴一阳之谓道”;因为,这事实上可被看成中国数学教育在整体上的一个重要特征,即特别倾向于在各个对立面之间建立适当的平衡。^{〔2〕}

应当指出,一些学者已从各个不同角度指明了中国数学教育的类似特征。如‘与西方对于过程或结果的片面强调不同,东亚各国和地区所采取的是‘过程与结果并重的态度’”;西方学者往往注重内在的动力并认为像考试之类的外部动力对学习是有害的,但在东亚各国和地区则认为两者对于促进学生的学习都是十分必要的,从而事实上采取了‘内外并重’的做法”(Leung; In Search of an East Asian Identity in

〔1〕当然,中国学者的主体作用并不排斥在这一方面的国际合作研究,恰恰相反,对于后者我们应持十分积极的态度。

〔2〕应当指明,后者事实上已经超出了儒家的范围,从而,将中国传统文化简单地等同于“儒家文化”就是不很恰当的。对此可见黄毅英等:“儒家文化圈”学习现象研究之反思”, 2000。

Mathematics Education ——the Legacy of an Old Culture and the Impact of Modern Technology”同前)；又“西方人往往将‘记忆’与‘理解’绝对地对立起来，即认为记忆无助于理解，并认为两者事实上是互相排斥的；但在不少中国学生看来，在这两者之间存在有一种相互促进的辩证关系：理解有助于记忆，记忆能加深理解。”(《The Chinese Learner: Cultural, Psychological and Contextual Influence》同前)显然，这些论述事实上就可以被看成对于中国数学教育上述基本特征的直接肯定；但是，笔者以为，我们在此又应将分析的着眼点由各个具体的侧面进一步扩展到数学教育的方方面面，如过程与结果，理解与记忆；合作学习与独立思考；学习的内在动力与外部动力；先天能力与后天努力；等等。进而，这事实上又可被看成中国数学教育改革深入发展的关键所在，即如何作好各个对立面之间的适当平衡。

最后，就中国数学教育的总结与反思而言，笔者以为，以上的分析也已表明：所说的总结工作不应停留于经验的水平，而应上升到必要的理论高度，特别是，我们应努力吸取西方的现代研究成果；但是，就后一方面的工作而言，我们又应注意分析所说的理论工具的局限性，特别是，由于西方习惯于形而上学的思维方式，因此就往往容易采取绝对化的立场，与此相反，我们应自觉地应用辩证唯物主义来指导自己的工作。

四、“以正合，以奇胜”

以下再来看具体的教育思想。

首先应当指出，除西方和中国香港的学者以外，内地的一些学者也曾从各个不同方面对东西方数学教育思想的差异进行过分析。例如，张奠宙先生就曾围绕以下一些环节对东西方数学教育的不同特征进行过具体分析：考试严厉对考试温和；教师中心对学生建构；注重演练对强调理解；负担过重对课业不足；强调严密对注意趣味；形式演绎对非形式化；重视模仿对注重创造；相对平均对两极分化；弱于自信对善于表达；等等。(“中国传统文化与数学教育”数学教育高级研讨会，1998)

以上的分析是很有道理的 ;但是 ,笔者以为 ,相对于所说的各个细节而言 ,如何从整体上去指明东西方数学教育的主要差异更为重要 ,对后者我们可作出如下的概括 :东方特别强调教育的规范性质 ,即表现出了明显的社会取向 ,而西方则特别重视学习者的个性发展 ,从而表现出了明显的个体取向.

例如 ;“没有规矩 ,不成方圆”这一成语就可说最为清楚地表明了 中国数学教育、乃至一般教育的上述特征. 另外 ,还应指明的是 ,从更为深入的层次去分析 ,中国教育的这种规范性又是与以下的理念直接相联系的 :只要教师教得得法 ,学生又作出了足够的努力 ,绝大多数学生都能掌握基本的知识与技能 ,从而就能从知识上为进入社会作好必要的准备. 特殊地 ,也只有从上述的角度去分析 ,我们才能很好地理解中国数学教学的各个具体特征 ,如对于“ 基础知识和基本技能 ”的突出强调等.(然而 ,与所说的普遍“ 达标 ”相对立 ,以下不能不说是中国传统教育思想的一个严重不足之处 ,即认为只有少数人能够超出基本知识和技能的普遍水平而达到较高的境界 ,后者并被认为是主要是一个“ 悟道 ”的过程 ,即在很大程度上取决于主体的“ 悟性 ” ,从而事实上就没有被看成教育所应实现的一个重要目标. 这也就是所谓的“ 师傅引进门 ,深造靠自己.”^{〔1〕})

具体地说 ,笔者认为 ,以下就是中国数学教学法最为基本的一些特征 :

第一 ,课堂教学相对于具体目标的高效率性.

这首先就是指教学上的统一目标 :在中国 ,每一堂数学课都可说有着十分明确的目标 ,而所说的目标则又主要集中于数学知识或技能的学习 ,这也就是说 ,整个课程是围绕特定的知识内容或技能进行组织

〔1〕 对此并可见黄毅英(Wong Ngai - ying) ;“ From ‘ Entering the Way ’ to ‘ Exiting the Way ’ in Search of a Bridge over ‘ Basic Skills ’ and ‘ Process Ability ’ ,《ICMI Comparative Study Conference Pre-conference Proceedings》2002 ,中国香港.”但是 ,应当指明的是 ,在“ 是否人人都可达到所说的较高境界 ”、以及“ 是否存在帮助人们达到较高境界的普遍有效方法 ”这两个问题上笔者与黄文的观点有着重要的分歧.

的。例如,中国的数学课程通常包括“复习”、“引入”、“讲授”、“练习”、“总结”等五个环节,而其中的每个细节,包括时间的分配乃至板书的设计等,又都是围绕所说的目标精心安排的结果。例如,与“情景设置”相对照,中国的数学教师通常更加强调知识内容的逻辑联系,因为,后一做法不仅可以更快地切入主题,而且也更好地体现了教学在整体上的一致性,从而,这事实上也就十分清楚地体现了“课堂教学的高效率性”。

其次,笔者以为,也只有从这一角度去进行分析,我们才能很好理解中国数学教师的特殊定位。正如斯蒂文森(H. Stevenson)与斯丁格勒所指出的:“按照中国的教育思想,好的教师主要地应被看成‘熟练的演绎者’(skilled performer),就像演员或音乐家一样,他们的主要工作是有效地和创造性地去演绎出指定的角色或乐曲,而不是直接从事剧本或乐曲的写作。”(详见另文“数学教育的比较文化研究——《学习的差距》简介”,郑毓信《数学教育:从理论到实践》,同前)

当然,后者并不能被理解为中国的数学教学工作完全不具有任何的创造性;毋宁说,这同样体现了对于创新的不同理解:“西方人很难理解创新未必需要全新的表述,而也可以表现为深思熟虑的增添,新的解释,与巧妙的修改。”也正是在这样的意义上,笔者以为,中国的数学教师可被看成“教学研究者”。

最后,应当指出的是,关于如何更为有效地去实现所说的具体目标,事实上就构成了“集体备课”的主要内容。

第二,数学教学的规范性与启发性。

教育的规范性在很大程度上决定了中国的数学教师在教学工作上始终处于主导地位,而讲授则构成了中国数学教学的基本形式;然而,应当强调的是,我们不应把所说的教学形式和方法简单地等同于“知识的传递与被动接受”,恰恰相反,中国的数学教学在这一方面也十分注意对立面的必要平衡。具体地说,与教师的主导地位相对照,中国的数学教学同时也明确肯定了学生的主体地位;另外,在实际的教学工作中,教师不仅十分注意教学的启发性,而且也对如何促使学生积极地

参与教学活动给予了高度重视。例如,就前者而言,我们可特别提及“数学方法论”研究对于中国数学教学的重要影响,即是以数学方法论来指导具体数学知识内容的教学,这也就是说,数学教师应当通过自己的再创造(或者说“理性重建”)将数学课“讲活”、“讲懂”、“讲深”,使学生能够看到活生生的数学研究工作,而不是死的数学知识,能真正理解有关的数学内容,而不是囫囵吞枣,死记硬背,并使学生不仅能掌握具体的数学知识内容,而且也能领会内在的思想方法。(对此可见另著《数学方法论》,广西教育出版社,1991)另外,也正是基于后一方面的考虑,中国的数学教学通常特别讲究“设问”的艺术,即认为教师在教学中的提问应集中于过程,并通过提问促使学生更为积极地去进行思考,而不应唯一地集中于结论的“对”与“错”。

最后,为了更好地理解中国数学教学法的这一特征,我们又应特别提及“大班教学”的现实,因为,在一个教师面对四、五十学生的情况下,就只有通过加强教学的启发性才能使得全体学生、而不只是其中的少部分,都能通过课堂学习、特别是教师的教学获得较大的收益——特殊地,这事实上也就可以被看成实现“课堂教学的高效率性”的一个重要手段,即与数学教学的前一特征有着密切的联系。

第三,不同的教学理念.

如众所知,中国的数学教学特别强调记忆和练习;但是,与西方不同,这事实上也只是体现了不同的教学理念。正如别格斯(J. Biggs)所指出的:“在西方,我们相信探索是第一位的,然后再发展相关的技能;但中国人认为技能的发展是第一位的,后者通常又包括了反复练习,然后才能谈得上创造。”(《The Chinese Learner: Cultural, Psychological and Contextual Influence》,同前)另外,又如“温故而知新”、“熟能生巧”等成语所清楚表明的,中国的数学教学中对记忆和练习强调又是与深层次的理解直接相联系的,这也就是说,中国的数学教育所强调的并非是“死记硬背”,而是“记忆”与“理解”之间的辩证关系:理解有助于记忆,记忆可以加深理解;人们所追求的也并非仅仅是运算的正确性和“速度”,而是希望能通过反复练习不断地深化认识,从而达到真正的理解。

应当强调的是,中国的数学教师已在这一方面积累起了丰富的经验.例如,在此我们即可特别提及所谓的“变式教学”,它的一个基本涵义就是通过具体背景(包括表述方法等)的变化帮助学生更好地掌握相应数学知识的本质;另外,这事实上也可以被看成所谓的“精讲多练”这一方法的精髓所在,而后者则又对习题(练习)的设计提出了很高的要求,即应有一个逐步深化与不断增大难度的过程,包括由简单到复杂、由单一到综合等.

最后,应当指明的是,以上所说的“理解”主要地是指学生能由对象的“表层结构”过渡到“深层结构”(对此可见另文“论数学知识的深层结构”,《数学通报》,1993年第十二期),并能清楚地认识(新旧)数学知识的内在联系.显然,这事实上也就对教师本身提出了更高的要求,这就是说,为了真正做到“理解数学”,教师首先就应对自己所教学的内容有较好的理解;另外,在笔者看来,我们也应从这样的角度去理解中国数学教育中对“双基”的强调,我们不应将所谓的“基础知识和基本技能”等同于各个孤立的数学事实与技能,而应主要从整体的角度去对知识和技能的重要性作出分析.(详可见3.3节)

五、界定与建设

以上的分析表明,我们应当明确肯定中国数学教育的特色与优点,从而,在这一问题上的任何妄自菲薄的态度就都是不正确的;但是,作为问题的另一方面,我们又应清楚地看到已有工作的不足之处.^{〔1〕}

具体地说,由于中国数学教育所追求的对立面的必要平衡并非某种静止的状态,而必定是一个动态的过程,因此,在实践的过程中就必然会出现一定的偏差或错误,特别是,在考试的压力或其他一些特殊情

〔1〕 另外,社会的进步显然也对数学教育提出了新的更高要求.例如,在计算机技术迅速普及与广泛应用的今天,究竟应当如何去坚持“双基教学”这一传统,无疑就应引起我们的深入思考;另外,更为一般地说,由于人类社会由工业社会向信息社会的过渡即是数学教育创造了一个全新的社会环境,因此,我们也应当认真地去研究如何发展传统以紧紧追随时代前进的步伐.

况下,中国数学教学法的上述特征更可能遭到严重的扭曲.因此,我们就应对中国数学教学法的真谛与其在教学实际中的现实表现予以明确的区分,或者说,只有通过不断地发现问题和解决问题,包括努力纠正已出现的各种偏差与错误,我们才可能不断取得新的进步.

特殊地,我们应特别提及中国数学教育的以下弊病:由于广大教师的教学工作往往停留于已往的经验,而没有能上升为理论指导下的自觉实践,因此,这就进一步加强了出现各种各样偏差的可能性,甚至出现“形似而神异”的现象.

也正是基于这样的考虑,以下就主要针对上面已提及的中国数学教学法的各个主要特征具体地去指明中国数学教学的一些不足之处,这也就是说,如果缺乏足够自觉性的话,在教学实践中就容易出现以下的偏差:

第一,对于数学教育长期目标的忽视.

由于集中于具体的数学知识或技能的学习这样的短期(即时)目标,教师在教学中就很容易忽视数学教育的长期目标,如学生能力、情感和态度的培养等.更为一般地说,笔者以为,这事实上也可被看成“熟练的演绎者”这一模式固有的一种局限性.

应当指出,上述问题在新一轮数学课程改革中已经得到了高度的重视.对此例如可参见《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》中关于“发展性领域”与“知识技能领域”的区分.当然,又如前面所已指出的,这里的关键仍然在于如何做好对立面(在此即是指数学教育的“短时目标”与“长期目标”)之间的适当平衡,而不应由一个极端走向另一极端,如只是唯一地强调“愉快学习”,而忽视了一定程度的“艰苦性”.正是数学上达到较高水准(包括调动深层次的学习积极性)的一个必要条件.

第二,未能给学生的自由创造留下足够的空间.

由于教育的规范性质,因此,在中国的数学课堂上教师就始终处于主导地位,特别是,尽管也强调了教学的启发性以及学生的积极参与,但教师主要关注的又总是如何能够按照事先设计的方案顺利地去

进行教学,特别是,更希望学生能够按照教师推荐的思路去进行思考,并最终牢固地掌握相应的数学知识和技巧,包括教师所认同的数学思维方法.从而,总的来说我们所看到的就可说是一种“大框架下的小自由”,因此往往就未能给学生的主动创造(以及学生间的积极互动与交流)留下足够的“自由空间”,特别是,如果相应的教师缺乏自觉性的话,则更可能出现严重压制学生的主动性和创造性的情况.例如,如果过分地强调所谓的“小步走”、“循序渐进”,则就可能出现所说的情况.(在笔者看来,这事实上也就清楚地表明了这样一点:在强调教育规范性的传统下,十分容易出现这样的情况,即对于教学目标一再“细分”,直至各个所谓的“知识点”,而忽视了对知识内容的整体性把握.^[1]特殊地,这也就是布鲁姆的“目标教学法”何以会在中国得到普遍接受与重视的一个深层原因.)

第三,对于学生的个体差异重视不够.

由于习惯于“大班教学”和讲授式,因此,中国的数学教师在教学中往往对学生的个体差异重视不够.应当指明的是,从更为深入的角度去分析,这事实上也可被看成过分强调教育规范性的一个必然后果,或者说,这并就直接涉及到了以下的基本问题:我们究竟应以何者作为教育工作的基本立足点,是先天的差异,还是致力于缩小可能的差距?如众所知,正是在这一点上我们也可看到东西方数学教育(乃至一般教育)思想的一个重要区别.

第四,数学应用意识淡薄.

相对于知识的内在联系而言,中国的数学教师对数学的应用意识普遍重视不够.应当指明的是,在这一方面我们也可看到整体性文化环境的影响:由于中国学生普遍地较为重视学习,因此大部分教师就感受不到通过联系实际以调动学生学习积极性的必要性.

[1] 更为一般地说,教育的规范性往往会突出强调教学的“循序渐进”,而对于个体发展性的强调则不然.从而,我们也就可以从这样的角度去指明东西方数学教育的又一重要区别.

综上所述,我们所面临的就不仅是“中国数学教育的‘界定’”这样一个任务,更应是一个发展与建设的过程。当然,为了实现后一目标,我们应切实立足中国的教学实践,并努力超出经验的水平而上升到应有的理论高度,从而使得我们的教学工作真正成为理论指导下的自觉实践,并通过不断的实践与总结逐步建立起新的、更加符合时代要求和中国国情的中国数学教育理论。

最后,应当指明的是,尽管以上的分析主要是就数学教育立论的;但就基本的思想而言,也适用于一般教育。

3.2 “双基”与“双基教学”认知的观点^{〔1〕}

注重打好基础,突出“基础知识”和“基本技能”的掌握和训练,一直是中国数学教育的一个重要特点。近年来,随着新一轮数学课程改革的深入发展,人们对于“双基”与“双基教学”又表现出了新的关注。例如,这就构成了2002年12月在苏州召开的数学教育高级研讨会的主题;另外,更为一般地说,又如3.1节所指明的,这事实上也就可以被看成“中国数学教育传统的界定与发展”的一个重要环节。

应当指明的是,对于“双基”与“双基教学”我们可从多种不同的角度去开展研究,如从历史的角度指明“双基教学”的文化背景、社会基础和教育传统,从社会需要出发对“双基”概念的内涵和外延作出具体分析,从比较的角度探讨中国“双基教学”的特点,等等。^{〔2〕}与此相对照,以下将主要从认知的角度对“双基”这一概念作出重新审视,并通过“双基教学”合理性的分析引出关于“双基教学”的一些具体建议,最后,还将围绕学生能力的培养对如何克服“双基教学”的局限性作出初步的探讨。

〔1〕 这一工作是由郑毓信与广东教育学院的谢明初(现为南京大学博士研究生)合作完成的。

〔2〕 对此可参见张奠宙:“数学‘双基教学’研讨的学术综述”《数学教育经纬》,江苏教育出版社,2003;田中等:《数学基础知识、基本技能教学研究探索》,华东师范大学出版社,2002。

一、“双基”概念的重新审视

这显然是一个应当首先回答的重要问题：“什么是‘双基’？”或者说：“究竟什么是所说的‘数学基础知识’和‘数学基本技能’？”

尽管对于“双基”的提倡在很大程度上可以被看成我国数学教育、特别是数学教学最为明显的一个特征，如早在20世纪50、60年代“双基”就被当成“教学目的”之一明确地被写进了国家的数学教学大纲，另外，随着高考制度的恢复，“双基”在数学教学中的地位又进一步突现出来，甚至在很大程度上就可被看成全部教学工作的中心所在；但是，从总体上说，究竟什么是所说的“数学基础知识”和“数学基本技能”应当说仍然没有能得到十分清楚的界定，在一些基本问题上也还缺乏必要的共识。从而，这事实上也就应当被看成对“双基”和“双基教学”进行自觉反思并作出新的必要发展的一个重要前提，即应当从理论高度对“双基”这一概念作出重新审视。

例如，以下就是对于上述问题的一些不同解答：

- 数学具有严密的系统，中小学数学主要为学生后续学习打基础，数学教材中所有内容都是基础知识；
- 在数学教材内容中，有主要和次要的分别。在教学时，应该突出教材中的重点，使学生把主要内容学得更好；
- “数学基础知识”包括三个方面：知识、方法、思想；
- “数学基本技能”包括：推理、运算、作图；
- 数学“双基”就是指传统的三大能力：运算能力、推理能力、空间想象能力。

对以上各种说法进行综合分析，可以看出，就“双基”的界定而言，在总体上存在如下的分歧：第一，是否应当对“数学基础知识”和“数学基本技能”作出明确的区分？第二，是否可以将“双基”等同于某种（些）能力？第三，是否应当将中小学数学教材中的一切内容都看成基础知识（或基本技能）？第四，是否应当对“数学基础知识”和“数学基本技能”的内涵作出较为具体的说明？

笔者在上述问题上的基本看法是：

第一,由于“知识”和“技能”的学习机制是不一样的,因此,如果只是笼统地讲“双基”而不对“基础知识”与“基本技能”作出较为明确的区分,就会造成教师在课堂上用相同的方法去处理不同的教学内容,从而自然也就不可能取得很好的教学效果。例如,就“技能”的获得而言,应当主要采取“学生练习”的方法,如果采用“讲授为主”的方法就很不恰当。从而,我们就应对“数学基础知识”与“数学基本技能”作出明确的区分。

第二,我们在此当然不可能对“基础知识”、特别是“基本技能”与“能力”之间的关系作出全面的分析,但是,笔者认为,我们并不应将“双基”简单地等同于某些具体的能力(同样地,也不应将“能力”简单地等同于“个体已掌握了的知识 and 技能”〔1〕)。因为,后者事实上就是对于“双基”的一种取消,而如果以此来指导教学更容易造成严重的消极后果,如单纯通过技能训练来培养能力,不仅达不到培养数学能力的效果,而且容易使具有丰富思想内容,富有智慧和挑战性的数学学习,演变成呆板、枯燥的机械训练。

第三,既然是基础知识(或基本技能),自然就不能等同于教材中的全部内容,这也就是说,教材中的各个内容并不能被看成具有同样的重要性。需要指明的是,如果把教材中的全部内容都视为基础知识(或基本技能),不仅会加重教学和学习的负担,事实上也漠视了学生的个别差异,不可能很好地体现课程的弹性。从而,我们就不应将“双基”的内容扩大化。

第四,从实际教学的角度去分析,对“双基”的内涵作出具体说明显然较为可取,但是,后者不应是一种简单的罗列,毋宁说,授人以鱼,不如教之以渔。这就是说,尽管我们应从整体上指明“双基”的基本内涵〔2〕,但是,更为重要的是,我们应努力帮助广大教师学会如何就各个具体的教学内容去判定什么是相应的“数学基础知识”或“数学基本技能”。

〔1〕 冯忠良《结构与定向化教学心理学原理》,北京师范大学出版社,1999。

〔2〕 考虑到社会的发展必然会对学生的数学素质提出新的不同要求,我们也就应当清楚地认识到“双基”的内涵并非绝对不变,而应随着时代的变化作出必要的调整。例如,就当前而言,我们就应认真考虑是否应当将熟练使用计算器也看成一种“数学基本技能”?

显然,这事实上就直接关系到了“基础知识”与“基本技能”的特征性质,对此可以具体描述如下:

首先,按照现代认知心理学的研究,各个数学概念或命题、公式、法则等在学习者头脑中的表征并不是相互独立、互不相干的,而是组织成了一定的概念网络或知识网络;进而,如果说各个数学概念或命题、公式、法则等都可被看成所说的网络上的结点,那么,依据各个结点在网络中的相对地位、也即联结的广泛程度,我们就可具体地去判定何者相对而言是较为重要的,也即应当被看成相应的“基础知识”。〔1〕

例如,按照旅美学者马力平(L. Ma)的研究,以下即是与正整数的减法与有理数的除法分别相对应的“概念图”(图3-1、3-2,详见L. Ma. 《Knowing and Teaching Elementary Mathematics》,Lawrence,1999;或另文“数学知识的深刻理解——《初等数学的理解与教学》简介”,郑毓信《数学教育:从理论到实践》,同前),从而,我们也就可以此为依据对什么是相应范围内的“基础知识”作出具体分析。

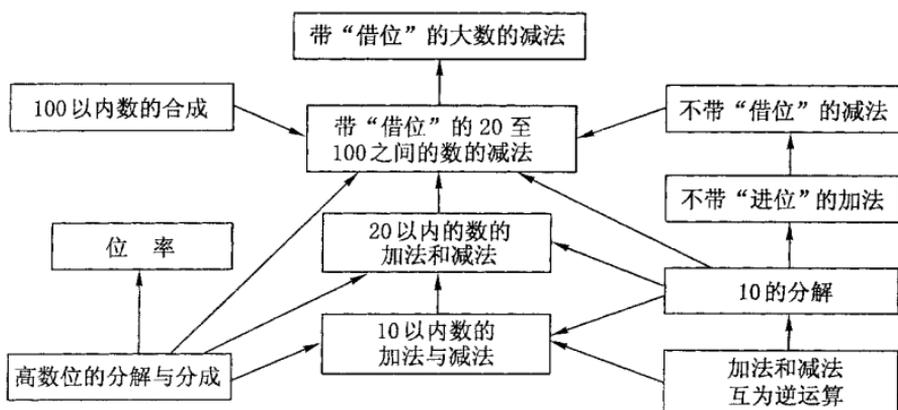


图 3-1

〔1〕应当指明,我国著名数学家徐利治先生早就提出,可以依据“概念链”中各个结点所引出的“连线”与在这一点处“相聚”的“连线”的多少对各个数学概念的“基本性程度”和“重要性程度”作出具体分析。这就是所谓的“抽象度分析法”(详见徐利治、郑毓信《数学抽象的方法与抽象度分析法》,江苏教育出版社,1990)。显然,这与上述的思想是十分接近的;两者的区别只是在于:“抽象度分析法”所关注的仅仅是数学概念间的逻辑关系,而认知心理学中所说的概念网络则已超出了这一范围。

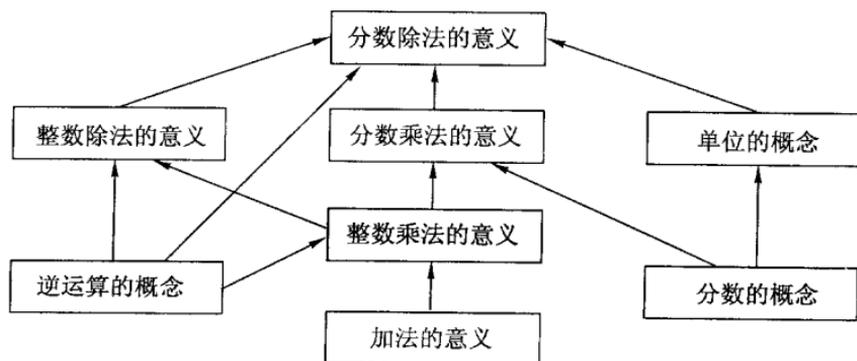


图 3-2

其次,如果说知识的重要特点之一是它的静态性:它表明人类对于某些事物的状况有所知悉、了解,但并未直接涉及到如何具体去做某件事,那么,技能就具有明显的运作性质,并直接涉及到了具体操作的程序或步骤.具体地说,按照认知心理学的研究,技能在人的头脑中是以“产生式系统(production system)”这种动态形式来表征的,进而,如果说单个的程序或产生式系统可以被用以解决单一的问题,复杂问题的解决则需要多个程序或产生式系统的联接或组合,从而,按照各个程序或产生式系统得到应用的广泛程度,我们也就可以对各个范围内的基本技能作出具体判断.例如,代数式的恒等变形应当被看成解方程所需要的基本技能,空间识图则可被看成学习立体几何所必需掌握的一种基本技能.

二、“双基”教学的合理性及其教学涵义

重视基础,强调脚踏实地做学问,是中国历来的教育传统;“不积跬步,无以致千里”;“千里之行,始于足下”;“冰冻三尺,非一日之寒”,这些古训反映前人对学习的基本看法.但自古至今,我们关于学习的观念基本上都建立在朴素经验之上,很少得到科学的解释.特殊地,从20世纪50年代起我们也一直在谈论“双基”,并把加强“双基教学”当成不证自明的真理落实到数学教育的实践之中,但却很少考虑其合理性问

题,更谈不上必要的理论分析.从而,作为必要的总结与反思,我们就应当对以下两个问题作出深入的研究:

第一,就知识和技能,或更特殊地,就数学知识和技能而言,是否可以将其分解为若干个成分,并单独对其中的各个成分进行教学.

第二,就知识和技能,或更特殊地,就数学知识和技能的学习而言,是否具有一定的可迁移性?

应当指明,即使在认知心理学研究的范围内,对上述两个问题也存在若干不同的看法.例如,在一篇很有影响的教育论文中,瑞思尼克就曾对“信息加工方法”作了如下的描述:“……认知的信息加工理论把认知行为视为一些规则的复合体,但是认知行为却强烈地依赖于这些规则之间的相互作用,……单个规则是不能离开其他规则而被单独地加以界定的.一个问题解决系统的潜能就取决于这些规则是怎样结合在一起的……”(“Assessing the Thinking Curriculum: New tools for educational reform”《Changing assessments: Alternative views of aptitude, achievement and instruction》, ed. by B. Gifford & M. O'connor, Kluwer, 1992)在一些人看来,这事实上也就意味着“认知行为的分解是不可能的”.另外,也有一些学者依据认知活动的情境相关性对知识和技能的可迁移性提出了直接的质疑.例如,巴拉布在对所谓的“实习场”,也即如何作好“学习情境”的设计进行分析时就曾指出:“实习场的主要问题是它们发生在学校里,……这就导致学习情境脉络从社会生活中隔离出来.”(“从实习场到实践共同体”,乔纳森:《学习环境的理论基础》,同前,第33页)

笔者对于上述问题的看法是:

第一,即如前面所已指出的,对于知识结构整体性的强调是认知心理学研究的一个基本立场,但是,我们又应辩证地去看待在认知的个别成分与整体之间所存在的关系,特别是,尽管知识网络是一个整体,也即在认知的各个成分之间存在着相互作用和联系,但各个成分仍有一定的相对独立性.从而,这事实上就应被看成认知心理学研究之真谛:我们既应十分重视各个单个的认知成分的精细分析,同时又应当注意

研究这些成分在一个更大的知识范围内的相互作用。

从教学的角度去分析,这就十分清楚地表明了这样一点:在相关知识内容的教学中,我们不仅应当帮助学生较好地去掌握相应的基础知识,而且也应当十分重视如何将所说的基础知识与其他的知识联系起来,从而形成整体性的知识网络。这也就是说,就知识的教学而言,我们“不应求全,而应求联”。

另外,从同样的角度去分析,在技能的教学中我们也“不应求全,而应求变”。这就是说,相对于一般性技能而言,我们应当更加注意“基本技能”的教学,进而,为了帮助学生很好地掌握所说的基本技能,我们又不应当满足于简单的重复,而应帮助学生学会在各种变化了的条件下对各个基本技能的辨认和应用。例如,在笔者看来,这事实上也就可被看成所谓的“变式教学”的本质所在。^[1]

第二,应当明确肯定知识的情境相关性。特殊地,后者事实上并就构成了现今在数学教育界中得到人们广泛重视的“民俗数学”研究的直接出发点和基本立场,即人们可以通过日常生活与工作学到一定的数学知识和技能,后者并在很大程度上不同于学校中所教学的数学知识和技能。^[2]例如,以下就是这方面的两个著名事例:美国的一些家庭主妇们在超市购物中算账算得非常好,但她们对同样的在学校里用纸笔来算的算术问题却做得十分糟糕(Lave,1988);类似地,一些巴西街头儿童在兜售货物时能够熟练地进行数学计算,但却不能回答学校情境中提出的类似问题(Carrahr,1986)。

然而,应当强调的是,上述的研究并不能被认为是表明了应当用“日常数学”的学习去代替“学校数学”的学习,因为,这也正是相关研究的一个直接结论,即越是局限于单一的情景,所学到的知识就越不具有可迁移性,而“学校数学”与“日常数学”相比在这一方面则具有较大

[1] 对于“变式教学”并可见鲍建生、黄荣金、易凌峰、顾泠沅“变式教学”,《数学教育》2003年第二、三期。

[2] 对此可见另文“民俗数学与数学教育”,郑毓信《数学教育:从理论到实践》,同前。

的优越性。(对此可见 2.2 节与 2.4 节)从而,从整体上说,关于知识情境性的研究就不能被看成表明了学校中所学到的知识和技能不具有一定的可迁移性,毋宁说,这是从一个角度更为清楚地表明了正确处理“日常数学”与“学校数学”之间关系的重要性,包括如何由“日常数学”上升到“学校数学”,以及由“学校数学”向日常生活的“复归”。

就“数学基础知识”与“数学基本技能”的教学而言,笔者以为,这并表明了在教学中我们应当十分注意以下的两个环节:

首先,应对知识原型予以特别的重视.具体地说,就数学概念或命题、公式、法则等的教学而言,我们应当清楚地认识到其中已包括了由具体、特殊到抽象、一般的重要过渡,我们并应注意对各个相关概念或命题、公式、法则等之间的逻辑关系作出具体分析;但是,除此之外,我们又应十分重视帮助学生认识这些概念或命题、公式、法则等的典型现实原型,以及相应的“数学抽象”过程.值得指出的是,这事实上也就是认知心理学研究的一个重要结果,即就概念或命题、公式、法则等在学习者头脑中的心理表征而言,并不仅仅是由相关的定义或逻辑关系所组成的,恰恰相反,一些典型实例在其中也占有十分重要的地位,特别是,只有借助所说实例,相应的抽象概念或命题、公式、法则等对主体而言才会变得丰富和生动起来,也即真正成为直观明了和有意义的,而不再是一种空洞的“词汇游戏”,进而,也只有借助具体的抽象过程,我们才能帮助学生很好地把握相关概念或命题、公式、法则等的本质,并顺利地实现由后者向具体情境的复归.

其次,帮助学生学会在各种不同的情境成功应用所学到的知识和技能,是“变式教学”的一个基本涵义.然而,实现这一目标的关键又并非无一遗漏地去列举出各种可能的“变式”,恰恰相反,最为重要的是应当很好地去掌握变化中的不变因素.特殊地,就数学基本技能的学习而言,这也就是所谓的“条件优化”,即应致力于培养学生对于相应的(产生式系统的)条件模式和条件线索的辨认能力,从而就能很好地去判定在什么情况下可以、以及应当如何去运用相关的技能.也正是在这样的意义上,我们并可将“变式教学”推广到概念和知识的教学.例如,为了

帮助学生很好掌握各个数学概念的实质,我们就不仅应当向学生呈现各种类型的正例,而且也应向学生提供各种类型的反例,特别是那些表面相似,但本质不同的事例,让学生区别其相同点和不同点,从而真正把握“变化之中的不变因素”。

三、“双基教学”与能力培养

以上主要是从认知角度对“双基教学”的合理性进行了分析,这就是说,我们应当十分重视“数学基础知识”与“数学基本技能”的教学,并以此来带动全部数学知识与技能的教学。然而,在作出上述肯定的同时,我们又应看到“双基教学”也具有明显的局限性,特别是,我们不能认为只要抓好了“双基教学”,数学教育中的各个问题就都获得了解决。

例如,在笔者看来,以下的做法就多少带有上述的倾向,即认为所谓的“双基原理”构成了中国数学教学最为基本的原理,我们甚至就可围绕这一原理对中国数学教学的各个主要特征作出全面的总结,包括教学过程,教师的“主导作用”,强调知识技能的掌握,强调教学的效率,等等,特殊地,以下的各个具体教学方法或措施又都可以被看成是与“双基教学”直接相联系的,或者说,即构成了“双基教学”的必然要求:“背诵定义、公式,重复操练,重视形式化演绎证明,变式练习;讲深讲透”;“精讲多练”;“熟能生巧”,等等。

以下就围绕学生能力的培养,对“双基教学”的局限性作出具体分析,特别是,如何才能突破“双基教学”的传统局限性并取得新的进展。

具体地说,我们在此所涉及的主要是这样一个问题:应当如何去看待“双基教学”与学生能力培养之间的关系?由于第一节中已经表明,我们既不应将“双基”与某些具体能力简单地等同起来,也不应将“能力”简单地归结为“所已掌握的知识与技能”,因此,从这样的角度去分析,对于上述问题我们就应作出如下的细化:“双基教学”对于学生能力、特别是创新能力的培养究竟具有一定的积极作用、还是一定的消极作用?

应当首先指明的是,我们不应将所谓的中国学生的“高分低能”看

成“双基教学”的一个必然后果,特别是,以下更是一种简单化的认识,即认为“双基教学”必然地是与“填鸭式教学”、机械训练直接相联系的,从而,强调“双基教学”也就必然不利于学生能力的培养.事实上,正如第二节中所已指明的,在基础知识的教学中强调从原型出发上升到抽象的数学概念,这显然是暴露思维、让学生体验“数学化”的正确措施,又如关于技能的变式训练,事实上也就是通过变换习题表面形式让学生正确把握知识的深层结构,因此也就是一种积极的教学方法.从而,我们就不能简单地断言取消“双基教学”必然有利于学生的能力培养.

然而,作为问题的另一方面,我们又应看到;“双基教学”主要地确实应被看成属于规范性的范围,由于后者事实上可被看成中国数学教育传统、特别是“中国数学教学法”的主要特征,因此,从这样的角度去分析;“双基教学”之所以能在中国数学教育界中得到特别提倡也就十分自然了.当然,这事实上也就表明了充分肯定“双基教学”的合理性的同时,我们又应十分注意防止教学中过强的规范性,乃至完全抹杀了学生的个体特殊性,以及在很大程度上抑制了学生创新能力的发展.

依据这样的分析,我们就应对以下的事实予以特别的重视,即“概念图”并不能被认为指明了“唯一正确的认识途径”;恰恰相反;概念图使我们可安排自己的计划以达致任何一个新概念.有人会提议制订一条路线,但在概念图中并无一条独一而正确的路线,反而会有多条不同的路线.^[1]进而;我们(又)必须牢记这样一点:结构分析只是为研究提供了一个理论框架,而不能被认为实际地描述了学生的思维过程.(B. Greer, “Multiplication and Division as Models of Situations”, 《Handbook of Research on Mathematical Teaching and Learning》, ed. by

[1] 斯根普(R. Skemp)《小学数学教育——智性学习》,香港公开进修学院出版社,1995.值得提及的是,这一著作中也包括有关于正整数减法的一个“概念图”,后者是与第一节中所介绍的由马力平所给出的“概念图”(图3-1)很不相同的.从而,这就从又一角度清楚地表明了这样一点,即在基础知识的教学中我们应当十分注意防止过强的规范性.

D. Grouws (同前. 对此并可见 4.1 节) 特殊地, 我们更应十分重视在各个学生间所必然存在的个别差异.

进而, 又如前面所已指出的, 与对各个具体的“基础知识”与“基本技能”的片面强调相比, 我们应当更加重视帮助学生建立整体性的知识网络, 并能根据环境或需要灵活地在整体性网络的不同成分之间作出适当的转换, 包括由概念的严格定义转移到相应的直观形象, 或是由直观形象转移到概念定义, 以及由特例转向一般, 或由一般转向特例, 等等. 值得指出的是, 这种思维的灵活性正是数学思维的一个重要特点 (对此可见 4.1 节), 并就构成了创新思维的一个重要特征.

再则, 尽管数学学习心理学的现代研究可以被看成已在一定程度上表明了“熟能生巧”这一传统的学习方法具有一定的合理性^[1]但是; “熟”可能“生巧”, 却并非一定“生巧”, 恰恰相反, 我国的数学教学在很多情况下往往就是在机械的练习这一层面上花费了太多的时间与精力, 并忽视了应当促进学生积极地去进行必要的“反省”——在这样的情况下; “熟能生巧”往往就只是一种“事倍功半”的不自觉行为, 甚至就根本没有发生. 因此, 与对“熟能生巧”的片面强调相比, 我们就应更加重视如何才能更好地促进由“熟”至“巧”的转变, 特别是, 我们应努力实现由“熟能生巧”这样一种“不自觉”状态向更为自觉的状态的重要转变.

例如, 就加强练习而言, 无论是教师或是学生就都应当经常问及 (或反思) 以下的问题:

为什么要从事这些练习?

如何去从事练习?

实际效果如何?

这样, 我们就不仅能够较好地实现由单纯练习向自觉学习的重要转变, 而且也能较好地实现技能训练与理解学习的适当平衡. 值得提及的是, 除去具体知识与技能的学习以外, 所说的转变还有着更为重要的

[1] 对此可参见李士铮: “熟能生巧吗?” 《数学教育学报》, 1996 年第三期.

意义:由“不自觉状态”到“自觉状态”的转变事实上就应被看成“学会学习”的一个基本涵义,而后者与具体知识与技能的学习相比显然更为重要,从而就应被看成最为基本的一种能力。

综上所述,“双基教学”不应被理解成某种按照事先指定的步骤或程序机械地去加以实施的过程,恰恰相反,我们应当明确坚持教学工作的创造性与开放性;另外,我们又不应追求任何一种强制的统一,即应当明确反对任何一种过分的规范,恰恰相反,我们应当努力拓宽学生的“学习空间”,如在教学中鼓励学生积极地去探索问题,并给各种不同意见以充分的表达机会,包括让其他学生对所说的不同看法能有一个理解和评价的机会,我们又应努力帮助学生在在学习上逐步实现更大的自觉性和主动性,等等。再者,在认真做好“双基教学”的同时,我们又应始终牢牢记住这样一点:“双基教学”只是整个数学教育、乃至一般教育的一个部分。从而,这也可以被看成广大数学教育工作者、包括广大教师所面临的一个重要课题,即应当如何去处理好“双基教学”与其他方面之间的关系,特别是,如何才能通过“数学基础知识”和“数学基本技能”的教学促进学生能力的发展以及情感、态度、价值观的培养。显然,后者事实上并直接关系到了数学教育“短期目标”与“长期目标”的相互渗透与密切结合。

3.3 中国数学教育的国际“定位”

从全球化的角度看,中国的数学教育在今天已表现出了更大的开放性,特别是,现已彻底扭转了若干年前主要与日本数学教育界进行交流的局面,并实现了与世界各国、特别是发达国家更为普遍、更为广泛的联系,另外,更为重要的是,中国学者也已开始在国际学术活动中发挥一定的作用。例如,第十届国际数学教育大会于2004年在丹麦哥本哈根召开,除去笔者应邀担任了这次会议国际程序委员会的委员以外,还有6位中国学者分别担任了各个“专题组”或“工作组”的主要负责人或负责人,从而就在相关的学术活动中发挥了实质性的作用。

但是,在作出上述肯定的同时,我们又应看到,中国在国际数学教

育界中尚未取得应有的地位,特别是,我们在这方面的工作与成绩还不能说已经获得了国际数学教育界应有的肯定与重视。

具体地说,笔者以为,在此存在两个不同的问题:第一,我们究竟有什么?或者说,究竟什么是中国数学教育界已取得的主要成就?第二,我们又是否作出了足够的努力,以使国际数学教育界能够很好地了解我们的工作?下面就分别对此作出具体的分析。

一、中国数学教育的界定与建设

记得几年前在对中国台湾进行访问时,那里有不少同行就被我提出的以下问题所“难倒”：“什么是中国台湾数学教育界最为出色的工作?”但是,难道我们不也应当向自己提出同样的问题吗?

然而,就现实而言,我们经常看到的却只是以下的两种做法:第一,只是热衷于向发达国家学习,诸如积极引进西方的最新研究成果,却忘记了在向外部学习的同时也应对自己所取得的成果和经验作出认真的总结;第二,抽象肯定,具体否定,如在强调数学教育改革的必要性时,尽管也提及要充分肯定过去的成绩,但事实上却只是一句空话,因为,人们在此唯一强调的仅仅是先前工作的不足之处,却没有能作出真正的努力去弄清在过去的工作中究竟有哪些方面是应当认真继承和发扬的。

容易看出,尽管这两种做法的形式有所不同,但最终的结果却很可能十分接近:我们将永远跟在西方的后面以至完全丧失掉自我,这也就是说,我们不仅将轻易地放弃自己的优良传统,并将因此而最终完全丧失自己在这方面的自信心。

然而,一些西方学者现今却已开始采取了一种新的不同立场,特别是,对于东亚数学教育的深入研究现已构成了数学教育国际比较研究的一项重要内容。

为了更清楚地说明问题,在此还可特别提及中国香港学者在这一方面的工作:由于中国香港在东西方文化交流中处于一个十分特殊的地位,两种文化的直接交会与整合直接促使中国香港学者积极地去从

事文化、特别是比较文化的研究。特殊地,就数学教育的研究,中国香港同行明确地提出了“东亚数学教育的界定”这样一个任务。例如,由于认为“儒家文化”在东亚各国(地区)具有十分重要的影响,因此,香港大学教育学院的梁贯成院长提出,我们就可以此为对象提出这样的问题:是否存在特殊的“东亚数学教育”?这也就是说,我们应当具体地去研究这些国家(或地区)的数学教育相对西方而言有哪些共同的特殊性质,并进一步指明这些特征与整体性的文化传统、特别是与相应的价值观之间存在的紧密联系。

梁贯成先生的相关工作详可见他的论文“*In Search of an East Asian Identity in Mathematics Education—the Legacy of an Old Culture and the Impact of Modern Technology*”(ICME-9, 2000, Japan)或“东亚数学教育的界定”,郑毓信《数学教育:从理论到实践》(同前)。尽管这一工作就是就“东亚数学教育”立论的,但是,在较为一般的意义上,这也可被看成对“中国数学教育”的一种界定,从而我们就可以说,就中国数学教育优良传统的研究而言,中国香港的同行事实上已经走到了我们的前面。

对于中国香港同行与西方学者的相关工作我们当然应当持充分肯定的态度,但是,在笔者看来,这事实上也就十分清楚地表明了对中国数学教育已取得的成果和经验作出认真反思与总结的必要性和紧迫性,因为,作为中国数学教育的主体,内地的数学教育工作者当然应该在这一工作中发挥主要的作用,而不应重现“中国的经验要由外国人来总结”这样的历史悲剧。

事实上,作为中国数学教育的主体,内地的数学教育工作者无疑对中国数学教育的特征性质与深层理念有着更为直接和深切的体验与认识;另外,又如笔者近期在对中国香港进行学术访问时向香港同行所指出的,就“中国数学教育的界定”而言,我们不仅应当看到过去的工作,而且也应很好地反映在由“传统”向“现代”的转变过程中中国数学教育工作者在保存和发扬优良传统方面所作出的新的工作——显然,后者事实上也就更为清楚地表明了内地的数学教育工作者应在“中国数学教育的界定”这一工作中发挥特别重要的作用。例如,就梁贯成先生

提及的一些范畴而言,我们可以特别提及以下几点:第一,如果说“过程与结果并重”是中国数学教育的一个重要特点,那么,以下的做法就更为具体地指明了在数学教学中如何才能做到“过程与结果并重”:在数学教学中我们应当以思想方法的分析带动(而不是取代)具体知识内容的教学。第二,正如一些西方学者已认识到的,“反复练习”不应简单地被等同于机械练习。具体地说,“变式教学”就可被看成为真正实现由“反复练习”向“理解学习”的重要转变提供了重要的途径。第三,正如梁贯成先生所指出的,中国学生对于学习的艰苦性有着较好的思想准备,并希望能由此在学习达到更好的理解,从而获得更高层次的快乐。值得提及的是,内地的数学教育工作者近年来在后一方向上也进行了积极探索,即如何帮助学生更好地去鉴赏“数学美”等。第四,以下的一些认识则可被看成更为深入地揭示了教师“示范作用”的具体涵义:教师应当通过自己的教学活动向学生展现“活生生的”数学研究工作,而不是死的数学知识(这就是所谓的“教活”),教师更应通过自己的“理性重建”使之真正成为“可以理解的”(这就是所谓的“教懂”),并通过揭示内在的思想方法以使其成为“可以学到手的”和“可以加以推广应用的”(这就是所谓的“教深”).

综上所述,数学教育的国际进展业已清楚地表明了“中国数学教育的界定”这一任务的重要性和紧迫性;当然,对已有成绩和不足之处的自觉反思和总结,也就是对局限性的一种超越,从而,作为一种自觉的努力,我们就应更为明确地提出“中国数学教育的界定与建设”这样一个任务。

二、国际化的视角

中国数学教育的建设当然应当立足本土,即应当以促进我国的数学教育作为基本的目标;但是,在明确肯定上述前提的同时,我们也应清楚地意识到数学教育是人类的一项共同事业,从而,我们在工作中就应采取国际化的视角,并应努力对世界各国数学教育的共同发展作出自己的应有贡献。

为了清楚地说明采取国际化视角的重要性,可以首先提及这样一个事实:就美国数学教育界的现状而言,“向东方学习”似乎正在成为一种时尚。例如,近期就有不少美国学校直接从新加坡引进了数学教材,其销售数更已达到万册以上。

但是,新加坡的数学教材难道比中国的教材好吗?应当指明,这正是笔者在首次从互联网上得知上述消息后立即产生的一个想法。尽管对这一问题笔者后来并没有作具体的研究,但是,通过进一步的思考笔者认识到,这事实上就涉及到了笔者在这一节的开始部分所提出的第二个问题,即除去对已取得的成绩和经验应作出认真的反思和总结以外,我们又应在其他方面作出进一步的努力,才能使得国际数学教育界很好地了解我们的工作。

具体地说,在此首先涉及的就是相应成果的表述问题,而这主要地又并非是指外语水平的高低,而是直接涉及到了基本概念框架乃至研究方法的“共通性(可公度性)”。为了清楚地说明问题,可以以音乐和绘画为例来作一分析:如众所知,除去偶尔的猎奇以外,纯粹的东方音乐和中国画很难真正为西方人所接受;与此相对照,一些采用西方形式(如交响乐和油画)来表达中国文化丰富内涵的作品则取得了极大的成功。从而,这就十分清楚地表明了这样一点,为了真正实现“走向世界”这一目标,我们应作出认真的努力以使得具有鲜明中国文化特色的数学教育成果对于在西方文化中成长起来的人士也成为可以理解的。

例如,扎实的“双基”训练常常被说成我国数学教育的一个优良传统;但是,如果没有对相关工作作出进一步的介绍,以使外国学者很好地了解这一做法的具体内涵的话,对大多数西方学者来说,由“基础知识”(basic knowledge)和“基本技能”(basic skill)这两个词汇就十分容易联想起“死记硬背”(rote-memorization)和“机械练习”(drill and exercise),从而也就必然会直接影响到他们对于这一做法的判断。与此相对照,如果我们能将自己的研究成果建立在西方学者所普遍认可的研究方法之上,并能与国外的先进理论很好地结合起来,特别是,能利用现代的数学教育理论对我国数学教育传统的合理成分作出清楚的说

明与论证,无疑就将为我国数学教育走向世界创造良好的条件.例如,李士铨同志的论文“熟能生巧吗?”主要地就是依据国际上数学学习心理学研究的最新成果(关于“凝聚”在代数学习过程中重要地位的分析,对此可参见另文“数学思维研究的现状”,郑毓信《数学教育:从理论到实践》,同前)对中国数学教育界“熟能生巧”这一传统做法的合理性进行了分析,即是指明了适当的练习应被看成理解学习的必要前提.由西方学者对这一工作的充分肯定(这一论文被邀请在第九届国际数学教育大会上作大会发言)可以看出,此类工作确实有着十分良好的国际前景.

然而,对国外新的理论成果和研究方法缺乏很好的了解又正是我国数学教育工作者的一个通病〔1〕从而,如果着眼于未来发展的话,笔者以为,这也就应当被看成我国数学教育界所面临的又一急迫任务,即应当努力提高年轻一代的理论素养和研究水平,从而才能更好地步入国际数学教育的大家庭.

事实上,这正是近年来我国数学教育发展的一个可喜方面,即培养出了大批年轻的数学教育工作者,包括不少的数学教育硕士和博士,其中更有不少已经做出了很好的工作;但是,从整体上说,这又不能不说是国内培养工作的一个明显不足之处,即所培养的年轻一代距离真正成为国际数学教育共同体的一员还有较大差距,特别是表现出了理论素养和研究能力的不足.(对此可见4.2节)

综上所述,国际化的视角事实上就对我们培养年轻一代提出了新的更高要求,特别是,在数学教育硕士和博士研究生的培养规模急速增长的同时,我们更应注意学生质量的提高.例如,笔者以为,无论采取何种培养形式,数学教育的学位论文都应有统一的标准,也即应当达到一定的基本要求;另外,就当前而言,我们则又应当集中力量做好以下两门基本课程的建设,特别是应使相关的教学内容较好地与国际“接轨”:

〔1〕这方面的又一例证可见另文“从高师2000年年会看数学教育研究”《数学教学通讯》2001年第一期.

(1)数学学习心理学. 因为,这正是全部教学工作的最终基础,也即直接关系到数学教学能否成为一门真正的科学.(2)数学教育教学研究. 也即应当帮助年轻一代较好地掌握现代的研究方法,更能通过相应的实践培养起较强的研究能力.

笔者相信,如果我们能在中国数学教育的界定和建设、以及年轻一代数学教育工作者的培养工作上取得切实进展,那么不仅将极大地推进我国的数学教育事业,中国数学教育工作者也将以全新的姿态出现于国际数学教育界.

第四部分 数学教育的专业化发展

1.1 节已经指明,专业化是数学教育现代发展的重要特点之一,我们并可在多个方面清楚地看到这一发展取向.由于我国的小学数学教学在专业化发展这一方面存在较大的差距,因此,在4.1节中我们将首先对这一主题作出集中的论述;其次,4.2节和4.3节将分别对数学教育专业研究生与广大数学教师的培训问题作出具体的论述.

4.1 专业化小学数学的创建

不断创建新的更加适应社会进步与时代需要的小学数学,是小学数学教育工作者永远面临的一项任务,只是在不同时期(与地区)可能有着不同的具体内涵或重点内容.目前正处于积极实施之中的新一轮数学课程改革也可被看成创建新的小学数学教育的一种努力,它主要强调的是对传统数学教育的批判与改造.由于专业化程度的不断提高正是数学教育现代发展的一个重要特点,因此,从这样的角度去分析,我们自然也就应当明确提出“专业化小学数学的创建”这样一个任务.以下就围绕“数学思维”对如何创建专业化的小学数学提出自己的一些看法.

正如1.1节中已指明的,“数学教育的专业化”是指数学教育已经发展成为一门相对独立的专门学科,特别是,数学教育既不应被认为完全附属于数学,也不应被认为完全附属于教育;毋宁说,数学教育具有自己的特殊问题,并又正是围绕着这些问题,逐步形成了较为系统的数学教育理论.从而,就专业化小学数学的创建而言,我们就应当特别关注小学数学教学的特殊性,特别是,以下两个问题更应被认为具有特别

的重要性：第一，如何在教学中很好体现数学思维，从而帮助学生初步地学会数学的思维方式；第二，深入了解学生在小学数学学习过程中的真实思维活动，从而为教学活动的设计奠定科学的基础。下面就分别对这两个问题作出具体论述。

一、数学思维与小学数学教学

对于数学思维的突出强调是国际范围内新一轮数学课程改革的一个普遍特征。对此由美国数学教师全国委员会制订的指导性文件《学校数学课程与评估的标准》与我国《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》就可清楚地看出。例如：“帮助学生初步地学会数学地思维”显然可以被看成《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》中关于“数学教育目标”的以下两条论述的共同内容：

“通过义务教育阶段的数学学习，学生能够

- 获得适应未来社会生活和进一步发展所必需的重要数学知识(包括数学事实、数学活动经验)以及基本的数学思想方法和必要的应用技能；

- 初步学会运用数学的思维方式去观察、分析现实社会，去解决日常生活和其他学科学习中的问题，增强应用数学的意识。”

然而，就小学数学教育的现实而言，上述的理念还不能说已经得到了很好的贯彻，特别是，以下的认识更构成了这一方面的一个严重障碍：小学数学的内容过于简单，从而就不可能很好地体现数学思维的特点。与这一认识不同，笔者以为，尽管“数学思维”具有十分丰富的内涵，某些具体的数学思维形式的掌握又确实依赖于一定的理解能力与数学知识，但我们并不应将所说的“数学思维”简单地等同于某些具体的数学思维形式，毋宁说，这里的关键就在于我们如何能在小学数学教学中很好地体现数学思维在总体上的主要特征。下面就从这样的角度对论题作出具体分析，希望不仅能够表明小学数学教学完全可以，而且也很好地体现数学思维的特点，更能促进这一方向上的深入研究，从而也就能对实际的教学活动发挥更为直接的指导和促进作用，包括

很好实现“帮助学生初步地学会数学地思维”这样一个目标。

1. 数学化：数学思维的基本形式。

正如 2.2 节中所已指明的，强调与现实生活的联系正是新一轮数学课程改革的一个重要特征；但是，从更为深入的角度去分析，我们又面临着这样一个问题，即应当如何去认识与处理“日常数学”与“学校数学”这两者之间的关系？特别是，我们应当清楚地看到在这两者之间存在的重要区别。

事实上，即使最为初等的数学内容，也已清楚地表现出了数学的抽象性特点，或者说，即已包括了由“日常数学”向“学校数学”的重要过渡。

例如，就几何题材的教学而言，这似乎是一个“不言自明”的真理，即我们所研究的既非教师手中的那个木制三角尺，也不是黑板上所画的那个具体的三角形，而是更为一般的三角形的概念，从而，我们在此事实上就已包括了由现实原型或实物模型向相应的“数学模式”的过渡。再例如，正整数加减法显然具有多个不同的现实原型，如加法所对应的既可能是两个量的聚合，也可能是同一个量的增加性变化，同样地，减法所对应的既可能是两个量的比较，也可能是同一个量的减少性变化；然而，在相应的数学表达式中，所说的现实意义、包括不同现实原型之间的区别（例如，这究竟表现了“二元的静态关系”还是“一元的动态变化”）也完全被忽略了：它们所对应的是同一类型的表达式，如 $4 + 5 = 9$ ， $7 - 3 = 4$ 等，从而，这就同样包括了由特殊到一般的重要过渡。

应当强调的是，从数学思维的角度去分析，以上所说的“过渡”就是一种“数学化”的过程，并清楚地表明了数学的本质特点：数学可以被定义为“模式的科学”（The science of patterns）。这也就是说，在数学中我们并非是就各个特殊的现实情景去从事研究的，而是由附属于具体事物或现象的模型（model）过渡到了更为普遍的“模式”（pattern）。〔1〕

〔1〕 对此可见 L. Steen “The Science of Patterns” 《Science》, 1988, April；或徐利治、郑毓信：《数学模式论》，广西教育出版社，1993。

正由于数学的直接研究对象是抽象的模式而非特定的现实情景，这也就为相应的“纯数学研究”提供了现实的可能性。例如，就以上所提及的加减法运算而言，由于其中涉及到了三个不同的量（两个加数与它们的和，或被减数、减数与它们的差），因此，从纯数学的角度去分析，我们就完全可以提出这样的问题，即如何依据其中的任意两个量去求取第三个量。例如，就“量的比较”而言，除去两个已知数的直接比较以外，我们显然也可提出：“两个数的差是3，其中较小的数是4，问另一个数是几？”或者，“两个数的差是3，其中较大的数是4，问另一个数是几？”总的来说，我们在此事实上就是由“具有明显现实意义的量化模式”过渡到了“可能的量化模式”。

综上所述，“数学化”这一最为基本的数学思维形式应当说贯穿于全部数学的学习过程之中，包括最为简单的图形的认识或是正整数的加减运算此类十分初等的题材，从而，在小学数学的教学中我们就应十分重视如何才能很好地体现数学思维的上述特点。例如，从这样的角度去分析，笔者以为，我们就可立即看出以下的课程的局限性或不足之处：

这是笔者1991年~1992年访美期间所参与的一次数学教学活动。这是“问题解决”的一次数学实践，教学对象是小学三年级的学生，他们被要求解决以下的问题：

某女士外出旅行时带了两件不同颜色的上衣和三条不同颜色的裙子，问共有多少种不同的搭配方法？

教师鼓励学生们用“实验”的方法去解决问题：学生拿出了笔和纸，开始在纸上“实际地”去画出各种可能的搭配。结果表明，在大多数情况下，学生完全可以凭借自身的努力（单独地或合作地）得出正确的解答。进而，老师又要求学生对自己结论的正确性作出“论证”——当然，就当时的特定对象而言，这并非严格的证明，而只是一种素朴的说明。

作为“问题解决”一次教学实践，笔者以为，这一课程有不少可取之处，特别是较好地体现了“学数学就是做数学”这一基本思想，并使学生

实际地体会到了“实验”在数学中的作用。但是，在对这一课程进行回顾时，笔者却又想到了这样一个问题：学生通过这一活动到底学到了什么？特别是，这些学生能否被认为已经掌握了相应的数学知识？

为了回答上述的问题，笔者以为，我们可要求相关的学生进一步去求解某些类似的问题，如：

某人有两套不同的西装和三条不同颜色的领带，问共有多少种不同的搭配方法？

有两个军官和三个士兵，现由一个军官和一个士兵组成巡逻队，问共有多少种不同的组成方式？

再如：

某女士外出旅行时带了三件不同颜色的上衣和四条不同颜色的裙子，问共有多少种不同的搭配方法？

有三个军官和四个士兵，现由一个军官和一个士兵组成巡逻队，问共有多少种不同的组成方式？

当然，我们在此仍应允许学生继续使用“实验”的方法去求解这些问题，但是，如果我们的教学始终停留于所说的“实验”水平，也即始终未能帮助学生较好地实现由具体问题向相应的“数学模式”的过渡，那么，我们就不能认为这些学生已经较好地掌握了相关的数学知识，恰恰相反，这事实上就应被看成这一课程的主要局限性之所在，即未能很好体现“数学化”这一最为基本的数学思维形式。

但是，“数学化”相对于“完全局限于现实问题”而言究竟具有什么样的优点，或者说，我们为什么一定要由“日常数学”过渡到“学校数学”？特殊地，什么又是相应的“纯数学的研究”的意义？

由于上述问题的全面分析已经超出了本文的范围（对此感兴趣的读者可参见徐利治、郑毓信：《数学模式论》，广西教育出版社，1993；或郑毓信：《数学教育哲学》，四川教育出版社，1995，第一篇），在此仅限于指明这样几点：

第一，“模式化”的研究相对于各个现象情景的逐一研究有着更为普遍的意义，因为，它们所反映的已不只是某个特定事物或现象的量化

特征,而是一类事物或现象在量的方面的共同特性.这也就如著名数学家、数学教育家弗赖登塔尔所指出的:“数学的力量源于它的普遍性.人们可以用同样的数去对各种不同的集合进行计数,也可以用同样的数去对各种不同的量进行度量.……尽管运算(等)所涉及的方面十分丰富,但又始终是同一个运算——这即是借助于算法所表明的事实。”(《Didactical Phenomenology of Mathematical Structures》,Reidel,1983,第116页~117页)另外,这也正是国际上的相关研究、特别是近年来所兴起的“民俗数学”研究的一个主要结论,即如果完全局限于特定情景的话,由此而发展起来的“知识”在“可迁移性”方面就会有很大局限性,从而也就与“学校数学知识”的普遍性构成了直接对照.

第二,与现实意义在一定程度上的分离对于学生很好地把握相应的数量关系也十分重要,因为,由“日常数学”到“学校数学”的过渡事实上也就意味着由孤立的数学事实过渡到了系统的知识结构,以及由直接经验过渡到了对人类文化的必要继承.在这样的意义上,学校中的数学学习事实上也就应当被看成对学生经由日常生活所形成的“数学知识”的适当重组与极大扩展.这就正如著名数学教育家斯根普所指出的:“儿童来到学校虽然还未接受正式教导,但所具备的数学知识却比预料的多.……他们所需要的帮助是从(学校教学)活动中组织和巩固他们的非正规知识,同时需扩展他们这种知识,使其与我们社会文化部分中的高度紧密的知识体系相结合。”(《小学数学教育——智性学习》,香港公开进修学院出版社,1995,第74页)应当指明的是,以上的分析事实上也就从又一角度指明了“日常数学”的局限性.例如,研究表明,如果仅仅依靠“自发的数学能力”,那么人们往往不善于从反面去思考问题,而通过学校学习就会有很大的改变,这也就是说,纯数学的研究“在帮助学生学会使用逆运算来解决问题方面有着明显的效果”.

第三,在作出上述肯定的同时,我们又应清楚地看到由“纯数学知识”向现实生活“复归”的重要性.因为,就如弗赖登塔尔所指出的,人们在从事算法的学习时,往往容易“忘记其所涉及的数以及他所面对的文字题中的算术问题的来源.但是,为了真正理解这种存在于多样性之中

的简单性,在计算的同时我们又必须能够由算法的简单性回到多样化的现实。(《Didactical Phenomenology of Mathematical Structures》,同前,第116页~117页)从而,总的来说,我们就应对所说的“数学化”作出更为全面和完整的理解,这也就是说,后者不仅是指如何由现实原型抽象出相应的数学概念或问题,以及对相应数量关系的“纯数学研究”,而且也包括由“学校数学”向现实生活的“复归”。(图4-1)

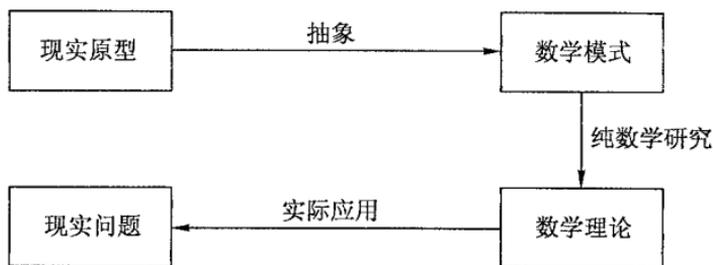


图 4-1

特殊地,笔者以为,我们也就应当从这样的角度去理解“情境设置”与“问题解决”的意义:“数学化……是一条保证实现数学整体结构的广阔途径。……情境和模型,问题与求解这些活动作为必不可少的局部手段是重要的,但它们都应该服从于总的方法。”(弗赖登塔尔《作为教育任务的数学》,124页)从而,这也就不能不说是一种片面的理解,即在数学教学中唯一强调“情景设计”或“问题解决”。例如,正是在后一种意义上,弗赖登塔尔就曾将“情境教学”称为是一种“时髦”：“当前已经有不少人对数学教育提出了数学化的要求,但我担心其结构太狭隘,常常把数学化理解成最低层次的活动……最时髦的提法就是为现实中某个微小而孤立的片断——所谓‘情境’进行数学化,也就是为情境建立一个数学模型。”与此相对立,弗赖登塔尔指出:“毫无疑问学生也应该学习数学化,当然从最低的层次开始,也就是先对数学内容进行数学化,以保证数学的应用性。同时还应该进到下一个层次,即至少能对数学内容进行局部的组织。”(《作为教育任务的数学》,第124页)显然,弗赖登塔尔的上述言论对于

当前的课程改革仍有着十分重要的指导意义。

2. 算术与几何思维的基本形式

以下再联系小学数学学习的具体内容对数学思维的基本形式作出进一步的分析。应当指明的是,在很多学者看来,这就可以被看成现行的数学教学研究的一个严重弊病,即较少关注具体的教学内容及其特殊性质,而只是集中于某些较为一般的主题,如各种不同的教学模式或教学方法(整班教学、讨论式、自学引导式等等)等;与此相对照,这正是国际数学教育界近年来所形成的一个共识,即认为应将教学法的一般性知识与具体的数学教学内容很好地整合起来,从而建立起所谓的“特定教学内容的教学知识”。(详见另文“数学教师的专业化”,郑毓信,《数学教育:从理论到实践》,同前)从而,以下的论述也就可以被看成后一方向上的一个具体努力,特别是,在小学数学题材的教学中应当如何去体现数学思维的特点。

(1) 凝聚:算术思维的基本形式。

这正是关于数学思维现代研究的一项重要成果,即指明了所谓的“凝聚”(encapsulation),也即由“过程”向“对象”的转化构成了算术、乃至代数思维的基本形式。这也就是说,在数学、特别是算术和代数中,有不少概念在最初是作为一个过程得到引进的,但最终却又转化成了一个对象——我们不仅可以具体地研究它们的性质,也可以此为直接对象去施行各种新的数学运算(对于这里所说的“运算”应作广义的理解,即其未必局限于加减乘除等具体运算,也可以包括“求极限”等任何一种数学运作,后者甚至未必具有明确的算法)。

正如人们所熟知的,加减法运算在最初都是作为一种过程得到引进的,即代表了这样的“输入——输出”过程:由两个加数(被减数与减数)我们就可求得相应的和(差);然而,随着学习的深入,所说的运算逐渐获得了新的意义:它们已不再仅仅被看成一个过程,而且也被认为是一个特定的数学对象,我们并可具体地去指明它们所具有的各种性质,如交换律、结合律等,从而,就其心理表征而言,就经历了一个“凝聚”的过程,即是由一个包含多个步骤的运作过程凝聚成了单一的数学对象。再例如,有

很多教师认为分数应当定义为“两个整数相除的值”，而不是“两个整数的比”，这事实上也可被看成包含了由“过程”向“对象”的转变，即就分数的掌握而言我们不应停留于整数的除法这样一种运算，而应将其直接看成是一个数，我们可以此为直接对象去实施新的运算。

对于所说的“凝聚”我们可作出如下的进一步分析：

第一，“凝聚”可被看成所谓的“自反性抽象”（reflective abstraction）的典型例子，而后者又可以被认为集中地体现了数学思维与一般抽象思维相比的特殊性，特别是，数学抽象与一般抽象相比显然达到了更高的高度，因为，在数学中我们往往是由概念去引出概念，在抽象之上进行抽象。

对于数学抽象的这种特殊性我们将在第3节中作出进一步的分析。

第二，什么是与“凝聚”这一思维形式直接相对应的思维过程？以色列著名数学教育家斯法德指出，这大致地可以区分为以下三个阶段：（1）内化（2）压缩（3）客体化。具体地说，“内化”和“压缩”可被视为必要的准备：前者是指用思维去把握原先的视觉性程序，后者则是指将相应的过程压缩成更小的单元，从而就可从整体上对所说的过程作出描述或反思——我们在此不仅不需要实际地去实施相关的运作，而且可从更高的抽象水平对整个过程的性质作出分析，进而，相对于前两个阶段而言，“客体化”则代表了质的变化，也即用一种新的视角去看一件熟悉的事物：原先的过程现在变成了一个静止的对象。

容易看出，上述的分析对于我们改进教学有着重要的指导意义。例如，由“内化”与“压缩”在整个过程中的重要作用可以看出：尽管我们应当充分肯定感性认识或直接经验在认识活动中的作用，从而即使在数学教学中也应积极提倡学生的动手实践，但是，数学学习不应停留于所说的“实际操作”，而应更加重视“活动的内化”。因为，正如以上的分析所表现的，如果缺少了后者，就根本不可能形成任何真正的数学思维。也正是从这样的角度去分析，有不少学者提出，现今经常可以看到的关于皮亚杰（J. Piaget）学习理论的如下解释事实上都只是一种误解：

“皮亚杰强调行为的作用既作为第一阶段或感觉——运动阶段的界定特征,又作为遍及所有阶段的变化特点。但是许多教育工作者仅仅从‘手工’活动的表面水平上解释这些行为。皮亚杰则更多地认为行为是涉及思想再构的活动。”(多尔:《后现代课程观》,教育科学出版社,2000,第119页)

另外,又如李士琦先生所指出的,以上的分析在一定程度上表明了“熟能生巧”这一传统做法具有一定的合理性:“要形成反省,被反省的基础,就是操作过程,这种操作缺少了,后面的反省就无法落实。……所以,学生的练习是一种基础活动,是必不可少的。而且,这种活动必须是个人认知的亲身体验。学生必须亲自投入,通过信息去主动地组织现象,操纵对象,建构自己的理解。即使是看别人做,也须在思想上投入,并转化为自己的操作过程,无人可以替代。”(“熟能生巧吗?”《数学教育学报》,1996年第三期)当然,作为问题的另一方面,我们又应看到:由于所说的过程最终包括了“质的变化”,因此“熟能生巧,但却未必一定生巧”,恰恰相反,在现实中我们并可经常看到这样的现象,当人们熟练地掌握某种法则以后,往往就很难从另一种角度去思考问题(对此心理学家称之为“功能上的固定性”),从而也就不容易顺利地实现所说的由“过程”向“对象”的转变。因此,我们不应盲目地去提倡“熟能生巧”这一传统的做法,毋宁说,我们应更加重视由相应的不自觉状态向自觉行为的重要转变,这也就是指,尽管在很多情况下上述的由“过程”向“对象”的转变主要表现为一种不自觉的自发行为,但我们不应停留于这种不自觉的状态,而应努力实现由被动意义上的“熟能生巧”向“自觉学习”的重要转化。(对此并可见3.3节)

第三,由“过程”向“对象”的转变不应被看成一种单向的运动,恰恰相反,这两者应被看成同一概念心理表征的不同侧面,我们并应善于依据不同的情景与需要在这两者之间作出必要的转换,包括由“过程”转向“对象”,以及由“对象”重新回到“过程”。

例如,在求解代数方程时,我们应将相应的表达式,如 $(x+3)^2=1$,看成单一的对象,而非具体的计算过程,不然的话,就会出现 $(x+3)^2=1=$

$x^2 + 6x + 9 = 1 = \dots$ 这样的错误,然而,一旦求得了方程的解,如 $x = -2$ 和 -4 ,作为一种检验,我们又应当将其代入原来的表达式进行检验,而这时所采取的就是一种“过程”的观点。

正因为“过程”和“对象”之间存在所说的相互依赖、互相转化的辩证关系,因此,国际上的一些著名学者提出,我们应把相应的数学概念看成一种“过程——对象对偶体”(procept,这是由“过程”(process)和(作为对象的)“概念”(concept)这两个词组合而成的),也即应当看到其同时具有“过程”与“对象”这样两个方面的性质。进而,以下则可被看成相应的思维过程(可称为“过程——对象性思维”(proceptual thinking))的一些主要特征:(1)“对偶性”(duality),这是指在“过程”与相应的“对象”之间存在的相互依存、互相转化的辩证关系;(2)“含糊性”(ambiguity),这集中地体现于相应的符号表达式:它既可以代表所说的运作过程,也可以代表经由凝聚所生成的特定数学对象;(3)灵活性(flexibility),这就是指我们应根据情境的需要自由地将符号看成过程或概念(由于在数学中常常用几种不同的符号去表征同一个对象,因此,在这样的意义上,上述的“灵活性”就获得了更为广泛的意义:这不仅是指“过程”与“对象”之间的转化,而且也是指不同的“过程——对象对偶体”之间的转化。如5不仅是3与2的和,也是1与4的和、7与2的差、1与5的积,等等)。显然,上述的分析也为我们改进相关知识内容的教学指明了努力方向,对此我们将在第3节中作出进一步的分析。

(2) 几何思维的发展。

如果说“凝聚”构成了算术(代数)思维的基本形式,那么,几何概念的生成就其最为基本的(直接的、原始的)思维过程而言显然有着完全不同的形式,因为,后者主要地可被看成以对物质对象的直接感知为基础的一种“经验抽象”(empirical abstraction)。

也正是从这样的角度去分析,英国著名数学教育家塔尔(D. Tall)就曾对算术(代数)与几何这两种思维形式的不同特点作了如下的具体分析(详见“Cognitive Growth in Elementary and Advanced Mathematical

Thinking” ,Plenary Lecture ,Conference of PME ,Recife ,Brazil ,1995[6] ,第 1 - 4 页):

第一 ,抽象的基础 : (1) 几何思维 : 感知(perception) (2) 代数(算术)思维 : 运作(manipulation) .

第二 ,抽象的性质 : (1) 几何思维 : 经验抽象 (2) 代数(算术)思维 : 凝聚 .

第三 ,抽象的产物 : (1) 几何思维 : 感知性对象(perceived object) ; (2) 代数(算术)思维 : 构思性对象(conceived object) .

第四 ,心理表征的类型 : (1) 几何思维 : 图像型(iconic) (2) 代数(算术)思维 : 符号(语言)型(symbolic) .

其次 ,应当强调的是 ,如果我们超出“ 日常数学 ”而过渡到“ 学校学习 ”的话 ,那么 ,这就应被看成几何教学最为基本的一个任务 ,即应当超越“ 经验抽象 ”的水平发展起一些新的、更为高级的思维形式 . 对此由荷兰数学教育家冯 · 希尔夫妇提出的关于几何思维发展的五个不同水平就可清楚地看出 .

具体地说 ,按照冯 · 希尔夫妇最初的主张 ,学生几何思维的发展可以被划分为如下五个不同的水平 :

水平 1 : 直观 . 学生能按照外观从整体上识别图形 ,这种识别活动常常依赖于具体的样板 ,如学生说所给的图形是长方形 ,因为“ 它看起来像是门 ” ,这时他们并不关心各种图形的特征性质 ,也未能清楚地确定各种图形的性质 .

水平 2 : 描述 / 分析 . 学生已能确定图形的特征性质 ,并依据图形的性质来识别图形 ,但处于这一水平的学生尚不能清楚地指明两类图形之间的关系 .

水平 3 : 抽象 / 关联 . 这时学生已能形成抽象的定义 ,区分概念的必要条件和充分条件 ,并能通过非形式化推理将图形分类 ,如认识到正方形可以被看成“ 具有某些附加性质的菱形 ” ,但处于这一水平的学生尚不能理解逻辑推理是建立几何真理的方法 ,也不能组织起一系列命题来证明观察到的命题 .

水平4：形式推理。这时学生已能对公理化系统中的未定义项、定义、公理、定理作出明确的区分，并能作出一系列命题对作为“已知条件”的逻辑结论的某个命题进行证明，但这时推理的对象还只是图形性质之间的关系，而并非不同演绎系统之间的关系，他们也还不能清楚地认识严密性的要求。

水平5：严密性/元数学。这时学生即使不参照模型也能以较大的严密性进行推理，这时推理的对象是形式化构造之间的关系，推理的产物则是几何公理系统的建立、详尽阐述和比较。

冯·希尔夫妇并强调指出，学生几何思维的发展主要取决于教学的性质：“水平在很大程度上依赖于课程”；也正因为此，他们就对相应的教学工作给予了特别的关注，特别是，他们曾提出了关于教学阶段的如下划分，即认为学生需要在教师引导下通过以下五个阶段才能不断超越已有的水平并达到新的高度：

阶段1：信息。学生开始熟悉相关的内容。教师对内容作出必要的说明，并使学生接触相关的内容。在这一阶段中教师应通过讨论了解学生是如何理解这些词语的，并通过提供信息引导学生从事有目的的行动或获得相关的认知。

阶段2：定向指导。这一阶段的教学目标是让学生主动地进行探索（如折纸、测量等），从而能接触到所希望形成的关系网络的主要联系；教师在此的作用是通过仔细地安排活动以引导学生从事适当的探索，这时学生所从事的是实际操作，而教师则应选取那些目标、概念和方法较为明显的材料或任务。

阶段3：解释。在这一阶段中学生开始清楚地认识到所要学习的关系，并用自己的语言对其作出描述，教师则应通过引导学生用自己的语言对此进行讨论，使学生获得清晰的认识，另外，一旦学生表现出了对学习对象的清楚认识并用自己的语言对此进行了讨论，教师就应介绍相关的数学术语。

阶段4：自由定位。现在学生遇到了需要综合应用早先阐明的概念和关系来求解的问题，教师的责任则在于选择合适的题材或几何问题，

提供允许不同解法的教学,鼓励学生对所作的问题和自己的解法作出反思和说明,以及按照需要介绍相关的术语、概念或解题方法。

阶段5:整合。学生对已学到的所有知识作出总结,并将其整合到一个易于描述和应用的网络之中,数学的语言和概念被用于对这一网络作出描述,教师则应鼓励学生对所学到的知识进行反思和巩固,并应突出强调作为巩固基础的数学结构,即应当通过将所学到的知识纳入到形式数学的结构组织中去以作出适当的总结。

冯·希尔夫妇指出,就所学习的题材而言,在阶段5完成以后思维就上升到了一个新的更高的水平。

对于冯·希尔夫妇的上述理论人们后来曾提出了不少改进的意见(对此可参见 D. Clements & M. Battista, "Geometry and Space Reasoning", 《Handbook of Research on Mathematical Teaching and Learning》ed. by D. Grouws, 同前)。例如,与冯·希尔夫妇对发展过程不连续性的突出强调不同,研究者们现在普遍地更加倾向于“将水平的划分看成动态的、而非静态的,并认为与间断性的描述相比水平的划分应被认为具有更大的连续性。”正是基于后一种认识,一些学者提出,在应用冯·希尔的理论时我们应当具体地去测定各个学生在各个水平上的能力,而不是唯一地去确定这个学生属于哪个水平——这样,最终得出的就是一个五元的向量,其中每个分量分别表示这个学生在相应水平上的能力。也有一些学者提出,为了更为准确地反映学生几何思维的发展,我们应在上述的五个水平上再增加一个新的水平——水平0(前认知),它的主要特征就在于:处于这一水平的儿童只会注意到图形形状直观特征的某些部分,从而就不能正确地识别很多常见的图形。最后,就小学几何内容的教学而言,冯·希尔夫妇所论及的五个水平显然已经超出了所能实际达到的范围;但是,从整体上说,笔者以为,我们又应明确肯定这一工作对于小学数学教学的指导意义,特别是,这十分清楚地表明了这样一点:几何题材的教学不应停留于“经验抽象”的层面。

最后,还应指明的是,冯·希尔夫妇关于几何思维水平的上述研究

主要是从逻辑的角度进行分析的 ;但后者显然不应被看成包含了几何思维的全部内涵 ,特别是 ,我们还应清楚地认识到努力发展学生空间想象力的重要性.

具体地说 ,在较为基本的意义上 ,空间想象力是指在头脑中能正确地反映出客观事物的空间形式 ,包括物体的形状、大小、位置关系等——从心理学的角度看 ,这也就是指 ,我们能够依据感觉经验在头脑中正确地建构起客观事物的直观表象(visual imagery) ,也即能够建构起这样的整体性心理表征 ,它与所表示的外部物体或情景在很大程度上是同构的 ;另外 ,在更为高级的意义上 ,空间想象力还包括了如何由词语的定义或符号去建构起相应的图形或表象——从而 ,我们事实上就是由所谓的“概念定义”过渡到了“概念意象”.

以下就是伊利奥特(J. Eliot)关于“直观表象”主要特征的一个总结(详见《Models of Psychological Space》, Springer-Verlag ,1987):

第一 ,这两种心理过程 ,即与表象直接相联系的心理过程以及与对客观事物或图像的感知直接相联系的心理过程 ,是十分一致的 ;

第二 ,表象是从一个特定的角度作出的关于外部物体和情景的协调的、整体性的心理表征 ,对此人们可具有如同感知那样的整体性扫描(scan) ;

第三 ,表象可以经历如旋转那样明显是连续的心理变换 ,这一过程的中间状态就对应于真实物体在经历相应的物理变换时所表现的中间状态 ;

第四 ,表象既表示客体也表示客体的各个组成部分及其与其他对象之间的关系 ,这就是说 ,被表征的对象之间的基本关系必定在一定程度上反映那些实际感觉到的真实物体之间的基本关系.

当然 ,任何对学校几何学习过程稍有了解的人都清楚地知道 ,我们并不能认为所说的直观表象与相应的外部物体或情景是完全同构的 ,也即必定能够正确地反映相应的物体或情景的几何特性或不同形体间的空间关系 ;另外 ,从更高的层次去分析 ,在“概念定义”与所谓的“概念意象”之间显然也存在重要的区别 :如果说“概念定义”具有明确性、一

义性、不变性、自洽性和抽象性等特征,那么“概念意象”就不仅具有更为丰富的内涵,还具有更大的可变性,并是因人而异的。(详见 D. Tall & S. Vinner “Conceptual image and conceptual definition in mathematics with particular reference to limits and continuity” 《Educational Studies in Mathematics》,12(2),第 125 页 ~ 147 页;或郑毓信、梁贯成:《认知科学、建构主义与数学教育》,上海教育出版社,1998,第 2.2 节)

值得注意的是,不恰当的教学往往就是促使学生形成某种不正确的直观表象的一个重要原因。以下就是这一方面的一些常见实例:

角必须有一条水平射线;

直角是指向右边的角;

作为图形边缘的线段必须是垂直的;

垂直或水平的线段不可能是对角线;

底边不水平的正方形不是正方形;

判断一个图形是否为三角形的唯一方法是看它的三条边是否相等;

三角形或平行四边形的高必定与它的底边相交。

也正因为此,一些学者提出,为了帮助学生形成正确的表象,我们在几何教学中就应加强“变式”、“变位”的训练,也即应当在各种变化了的位置以及变化了的形式下让学生去辨别各种图形或形体;另外,我们又应十分注意对正例和反例的综合应用,正如著名数学教育家费施拜因(E. Fischbein)所指出的:“通过根据概念分析图像,通过学会发现对应于概念的正、反例子,学生对概念的理解可能达到这样一种程度,即这并非空洞的,而是与未误用的实例联系在一起。”(《Intuition in Science and Mathematics》,Reidel,1987,第 152 页)应当指明的是,后一过程事实上也就是对感性认识或直接经验的一种超越,这就是说,只有超越纯粹的感性经验,并从抽象思维的高度对此作出更为深入的分析,我们才能最终建构起正确反映对象本质特性的表象。

应当提及的是,计算机(器)技术的迅速发展和广泛应用为我们更好地培养学生的空间想象力提供了新的良好前景。

具体地说,正如人们所熟知的,计算机(包括图像计算器)的一大优点就是能图示信息,而这对于培养人们的空间想象力显然十分有益;另外,除去直接的“演示”以外,计算机(器)也可为学生提供重要的活动经验,而又正如人们所熟知的,这即是著名儿童发展心理学家皮亚杰的一个重要结论:活动在儿童认知能力的发展过程中具有十分重要的作用,特别是,动作的协调水平就具体地限定了其对外部物体形状的感知。例如,在笔者看来,后者事实上也就是 LOGO 这一早期的数学教学软件何以在欧美各国得到普遍肯定和广泛应用的一个重要原因,因为,LOGO 的语言环境即以学生的活动作为直接的基础,从而就能直接促进学生用构造几何图形的活动或程序来观察和描述几何图形。

当然,对于高科技的上述应用我们不应持盲目的乐观态度,毋宁说,这是为我们更为深入地去开展相关的研究提出了一些新的课题。就我们当前的论题而言,这也就是指,我们应当如何利用现代技术来促进学生空间想象力的发展?

3. 数学思维的两个特点

依据以上的论述,我们可进一步指明数学思维的如下两个重要特点。

(1) 数学知识的不断重构。

尽管以上论及的算术(代数)思维与几何思维的具体形式是很不相同的,但是,如果从思维发展的角度去分析,在这两者之间又具有一定的共同点:它们都可被看成是一种“自反抽象”(reflective abstraction),也即是“把已发现的结构中抽象出来的东西射或反射到一个新的层面上,并对此进行重新建构。”(E. Beth & J. Piaget,《Mathematical Epistemology and Psychology》,Reidal,1966,第282页)。例如,就“凝聚”而言,这就是指由“过程”到“对象”的转变;另外,按照冯·希尔夫妇关于学生几何思维发展水平的分析,我们则应提及如下的重要变化:如果说在前两个阶段学生的认识主要集中于各个图形的各个特殊性质,那么,在较后的阶段,人们的注意力就已逐渐转移到了所说的各个具体性质的相互联系、乃至各个图形间的逻辑关系——从而,先前已获得的

知识就在更高的水平上得到了重组或重构。

应当指明的是,在一些学者看来,上述的“自反抽象”就可被看成数学抽象的本质。例如,著名哲学家、儿童发展心理学家皮亚杰就曾明确指出,数学思维的发展即是“自反抽象”的反复应用,也即是在更高的层次上不断对已有的东西(活动或运演)重新进行建构,从而使它们成为一个更大结构的一个部分。皮亚杰并明确指出:“全部数学都可以按照结构的建构来考虑,而这种建构始终是完全开放的……当数学实体从一个水平转移到另一个水平时,它们的功能会不断地改变,对这类‘实体’进行的运演,反过来,又成为理论研究的对象,这个过程在一直重复下去,直到我们达到了一种结构为止,这种结构或者正在形成‘更强’的结构,或者在由‘更强的’结构来予以结构化。”(《发生认识论原理》,商务印书馆,1981,第79页)显然,这事实上也就表明数学思维有着无限的发展可能性。

另外,就我们目前的论题而言,我们又应当特别注意“自反抽象”的以下两个特征:第一,思维活动的发展性与阶段性;第二,思维活动的建构性,特别是,新的更高层次上的思维就以较低层次的思维活动作为直接的对象,这样,已得到建立的知识就不断在新的更高水平上得到了重组或重构。^[1]

具体地说,作为所说的“重组或重构”的一些具体形式,我们可以首先提及“用一种新的视角去看一件熟悉的事物”。例如,前面所提到的“凝聚”就是这样的实例;另外,我们还可提及用代数的视角去看待几何问题,以及用几何的视角去看待代数问题,等等。其次,所说的“重组”或“重构”又往往包含有某种质的变化,或是认识的飞跃,如对图形性质的认识由“局部”发展到了“整体”,也即由对各个图形具体性质的认识发展到了对所说的各个具体性质、乃至各个图形之间相互关系的认识;另外,以下也可被看成这一方面的又一典型例子:相对于 $1+2=2+1$ 这

[1] 也正是在这样的意义上,我们应对这里所说的“自反抽象”与一般所说的“反思”作出清楚的区别。

样的关系式而言 $a + b = b + a$ 显然标志着认识的重要进步,而如果从更高的层次去分析,这里的 a 和 b 所代表的又未必是具体的数量,也可以是各种可能的数学对象.最后,如果我们将分析的着眼点集中到已建立的认识,那么,所说的知识的“重组”或“重构”往往就意味着用一种新的不同、甚至是完全不相容的观点去取代原先的认识.例如,概念的扩展往往就伴随有上面所说的现象,如随着分数与负数的引进,我们就必须注意纠正原先已建立的关于“乘法总是使数变大”、“减法总是较大的数减去较小的数”等这样一些认识(对此可见下一节的论述).

以上的论述也有着重要的教学涵义.特别是,第一,我们应清楚地认识思维发展的阶段性或“不连续性”,从而,这就不能不说是一种错误的想法,即在概念的教学可以从一开始就用它的最终形式去进行教学;或者说,任何题材都可以以某种在智力上诚实、有效、有趣的方式,教给处于任何发展阶段的任何儿童.(布鲁纳语)第二,由于新的更高层次上的数学思维以较低层次的思维活动作为直接的对象,因此,这也就清楚地表明了这样一点:所说的每一层次对于学生的数学学习都十分必要,从而在教学中就不应予以忽视或轻易地省略——显然,这事实上也就清楚地表明了“动手实践”或“直观经验”的重要性;当然,作为问题的另一方面,我们又应当看到“重组”或“重构”对数学学习的特殊重要性——特殊地,在一些学者看来,这也就清楚地表明了“发现学习”的局限性,因为:“如果儿童未能对自己的活动进行反思,他就达不到高一级的层次.”(弗赖登塔尔《作为教育任务的数学》,同前,第119页)^[1]

(2) 思维的灵活适应性.

如果说“自反抽象”清楚地表明了数学思维的发展性和阶段性,那么,作为问题的另一方面,我们又应当看到,思维的灵活(适应)性,即能够根据情况与需要在不同的方面或思维成分之间作出必要转换,同样也应被看成数学思维的一个重要特点,而且,就只有同时强调所说的这

[1] 特殊地,这并就表明了,在课程开发及教材编写中我们必须遵循“循环上升”的原则.对此可见5.2节.

两个方面,我们才能避免因过分强调某一侧面而陷入片面性,这也就是说,我们在此真正需要的是这两者的必要互补与适当平衡。

应当指明,对于数学思维的上述特性国际数学教育界近年来也予以了高度的重视。例如,在一篇题为“大学水平数学的教与学——教育的现代研究的几个决定性问题”的论文中,国际数学教育委员会现任副主席安提卡就曾集中地对这一主题进行了论述。首先,安提卡指出:“研究表明,数学的学习不是一个连续过程,它必须重新组织、重新认识,有时甚至要与以前的知识和思考模式真正决裂。”具体地说,安提卡提出,我们可区分出以下三种主要类型的重构:(1)熟悉的对象之间关系的重构(2)整合概念的新侧面(3)概念化水平的变化。其次,由于以上的论述“偏于数学学习中的‘垂直的’和分等级的看法,因而遮盖了人们说成是‘水平’方面的重要性”,因此,在安提卡看来,也就有必要对认知的灵活适应性问题作出明确的论述,从而“在某种程度上恢复这两方面的均衡。”具体地说,所说的“灵活适应性”事实上也涉及到了多个不同的方面:(1)各种语言和推理模式之间的灵活适应性(2)各种专门语言表述间的灵活适应性(3)观点之间的灵活适应性。(详见“*What can we learn from educational research at the university level?*”《*The Teaching and Learning at University Level: An ICMI Study*》ed. by D. Holton et al., Kluwer 2004)

尽管安提卡的论述主要集中于大学数学,但是,笔者以为,其主要结论对于小学数学也是成立的。由于对数学知识的不断重构我们已在上一小节中进行了分析,以下就将立足于小学数学的教学对数学思维的另一重要特点、也即思维的灵活适应性作出进一步的说明。

事实上,先前关于“过程——对象性思维”的论述显然已从一个侧面表明了思维的灵活适应性对于数学的特殊重要性。以下再以有理数的学习为例对此作出进一步的说明。

具体地说,与加减法一样,有理数的概念也存在多种不同的解释,如部分与整体的关系,商,算子或函数,度量,等等;但是,又如人们已普遍认识到了的,就有理数的理解而言,关键恰又在于不应局限于某种特

定的解释,更不能将各种解释看成互不相关、彼此独立的,而应对有理数的各种解释(或者说,相应的心理建构)很好地加以整合,也即应当将所有这些解释都看成同一概念的不同侧面,并能根据情况与需要在这些解释之间灵活地作出必要的转换。

例如,这正是美国数学教学的现实,即在教学中人们往往唯一地强调了应从“部分与整体的关系”这一角度去理解有理数,特别是,分数常常就被想象成“圆的一个部分”,然而,实践表明,唯一局限于这一心理图像必然会造成一定的学习困难,甚至是严重的概念错误。例如,如果局限于上述的解释,就很难对以下算法的合理性作出解释:

$$\left(\frac{5}{7}\right) \div \left(\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{5}{7}\right) \times \left(\frac{4}{3}\right) = \dots\dots$$

其次,如果说上面所论及的主要是不同层面与不同背景(观点)之间的必要互补与灵活转换,^[1]那么,在数学中我们又必须十分重视不同表述形式之间的相互补充与灵活转换。

例如,这也正是新一轮数学课程改革的一个重要特征,即突出强调了学生的动手实践、主动探索与合作交流。由于实践活动、包括感性经验构成了数学认识活动的重要基础,合作交流显然又应被看成学习活动社会性质的直接体现和必然要求。因此,从这样的角度去分析,上述的主张就是完全合理的,但是,除去对这些学习方式与相应的表述形式的直接肯定以外,我们事实上又应更加强调在不同学习方式或表述形式之间所存在的重要联系与必要互补。这就正如美国学者莱许(R. Lesh)等所指出的:“实物操作只是数学概念发展的一个方面,其他的表述方式——如图像,书面语言、符号语言、现实情景等——同样也发挥了十分重要的作用。”(详见 R. Lesh & M. Laudan & E. Hamilton; *Conceptual Models in Applied Mathematical Problem Solving* , in《*Acquisition of Mathematical Concepts and Process*》, ed. by R. Lesh &

[1] 前面所已提及的代数观点与几何观点的必要互补与相互转化显然也可被看成后者一个典型例子。

M. Laudan ,Academic Press ,1983)

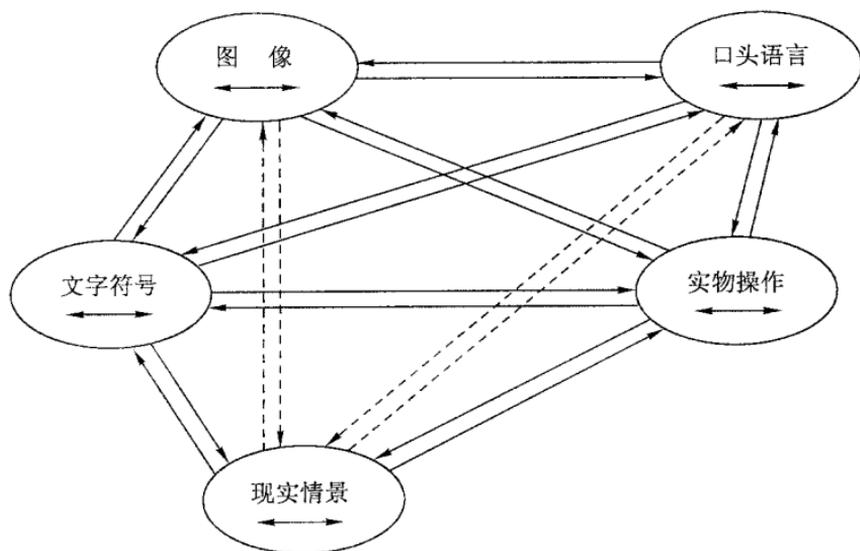


图 4-2

特殊地,我们在此并应十分重视在各种不同的表述形式之间所存在的重要联系。例如,这显然应当被看成数学教学中十分重要的一环,即应当善于在各种语言,包括口头语言、书面语言(这两者都可被看成属于“日常语言”的范围)与符号语言(数学语言)之间作出必要的转换。事实上,由“日常语言”向“数学语言”的过渡即可被看成超越“日常数学”局限性的必然要求,特别是,由于抽象的数学概念并非客观世界的真实存在,从而,相应的符号表达式就为此提供了必要的物质载体(表征物);当然,在数学教学中我们也不应完全停留于严格的数学语言(如什么都要来个定义,分类则又务必做到不重不漏,并要求学生机械地去对此进行记忆),而应积极鼓励学生用自己的语言去说出自己对相应概念的理解——特殊地,按照建构主义的观点,后者(也即由“数学语言”向“日常语言”的过渡)就是一个“意义赋予”的过程,并构成了由“被动接受”向“主动学习(建构)”转变的关键环节。

再者,作为思维的灵活适应性的又一实例,我们还可提及解题方法的多样性及其互补关系.

事实上,对于解题策略多样化的大力提倡也是新一轮数学课程变革的一个重要特征;但是,在大力提倡解题策略多样化的同时,我们又应明确肯定思维优化的必要性,这就是说,我们不应停留于对不同方法在数量上的片面追求,而应通过不同方法的比较帮助学生学会鉴别什么是较好的方法.另外,就现今的论题而言,我们又应当清楚地认识到这样一点:各种方法都有其一定的适用范围和局限性,从而,这里的关键也就在于如何能够依据不同的情景与要求灵活地去应用各种不同的方法.^[1]

最后,我们并应清楚地看到在纯形式的研究和直觉之间所存在的重要的互补关系与灵活转换,特别是,由“日常数学”向“学校数学”的过渡并不应被看成对学生原先已发展起来的素朴直觉的彻底否定,毋宁说,在此所需要的是如何通过学校的数学学习使之“精致化”,并随着认识的深化不断地去发展新的数学直觉.例如,在笔者看来,我们事实上也就应当从这样的角度去理解《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》中有关“数感”的论述,这就是指,课程内容的学习应当有利于“发展学生的数感”,而后者又并非仅仅是指各种相关的能力,如计算能力等,还包括有“直觉”这一涵义,即是对客观事物和现象数量方面的某种敏感性,也即能对数的相对大小作出迅速、直接的判断,并能够根据需要作出迅速的估算,等等.当然,作为问题的另一方面,我们又应清楚地看到帮助学生牢固地掌握相应的数学基础知识与基本技能的重要性,特别是,在需要的时候应能对客观事物和现象的数量方面作出准确的刻画和计算,并能对运算的合理性作出适当的说明——显然,后者已超

[1] 作为这方面的一个实例,笔者愿提及以下的事实:近年来在平面几何的教学中存在两种互相对立的观点,即或是认为应当采取以“等积形”为主的研究方法,或是认为仍然应当坚持以相似三角形为主要研究工具的传统方法.显然,按照以上的分析,与片面强调两者中的某一种观点相比较,我们应当更加强思维的灵活性,也即应当根据情况与需要对这两者灵活地加以应用.

出了“直觉”的范围,也即是由“直觉”重新过渡到了纯形式的研究。

值得指出的是,除去“形式”和“直觉”这两者以外,费施拜因曾突出地强调了“算法”的掌握对数学的特殊重要性。事实上,即使就初等数学而言我们也可清楚地看出“算法化”的意义。正如吴文俊先生所指出的:“四则难题制造了许许多多的奇招怪招,但是你跑不远、走不远,更不能腾飞……可是你要一引进代数方法,这些东西就都变成了不必要的、平平淡淡的,你就可以做了,而且每个人都可以做,用不着天才人物想出许多招来才能做,而且他可以腾飞,非但可以跑得很远而且可以腾飞。”(“数学教育现代化问题”《21世纪中国数学教育展望》,北京师范大学出版社,1993,第19页~20页)更为一般地说,这也正是数学历史发展的一个基本事实,即一种重要算法的形成往往标志着数学的重要进步。也正因为此,费施拜因就将形式、直觉与算法统称为“数学的三个基本成分”,并专门撰文对这三者之间的交互作用进行了分析。(详可见“数学活动中形式的、算法的以及直觉的成分之间的交互作用”,R. Biehler 等主编:《数学教学理论是一门科学》,上海教育出版社,1994)显然,按照我们目前的分析,这里所说的“三者间的交互作用”事实上也就是指我们应当根据情景与需要在这三者之间灵活地作出必要的过渡或转换。

上述的分析也有着重要的教学涵义,特别是,就如安提卡所指出的,这清楚地表明了现行的数学教学的一个明显不足之处:人们往往不假思索地接受了如下的假设:“教本假定将不同观点联系的能力,学生在拥有了相应的技术后便会自动得到。……灵活适应性似乎被理解为一个一旦‘理解’便能自动地加以‘内化’。”(“What can we learn from educational research at the university level?”同前)然而,由以下的实例我们即可清楚地看到上述的假设完全脱离了学生的实际:任何对学生数学学习稍有了解的人都会对学生在求解代数应用题时所表现出的困难程度留下深刻的印象,而造成这种困难的一个根本原因恰就在于他们未能很好地实现由“日常语言”向“数学(代数)语言”的重要过渡,从而,这事实上也就应当被看成相关的教学活动的-一个重要目标,即是

在教学中应当作出足够的努力,以帮助学生很好地去学会如何能够依据不同的情景在各种语言之间作出必要的转换.

最后,应当提及的是,上述的分析也清楚地表明了,在数学教学中突出“联系”(connection)的重要性,^[1]这就是说,我们在数学教学中应当帮助学生很好地认识在各种数学知识(以及数学与外部世界)之间所存在的重要联系,并能根据情况与需要灵活地在这些不同的方面之间作出适当的转换.

综上所述,即使是小学数学的教学内容也同样体现了一些十分重要的数学思维形式及其特征性质,从而,在教学中我们就应作出切实的努力以很好地落实“帮助学生学会基本的数学思想方法”这一重要目标.

二、小学生数学学习过程中的思维活动

深入了解学生在数学学习过程中的真实思维活动应当被看成改进数学教学、乃至建立科学的数学教学理论的关键所在.因为,一切的教学理论,包括数学教材的编写与教学方法的改革,最终都需落实于学生的数学学习活动,从而,就只有对学生在数学学习过程中的思维活动有较为深入的了解,数学教学研究才可能在科学的基础上得到健康的发展.然而,就现实而言,这又是我国数学教育研究中较为薄弱的一环.例如,在诸多的数学教学刊物上所看到的往往都是各种各样的“教法”、“教案”,却很少能够看到学生的“学例”;另外,就相应的数学思维研究而言,人们又往往突出强调了这种研究的规范性质,即如何帮助学生“学会数学地思维”,但却未能作出同样的努力深入地去了解学生在数学学习过程中的真实思维活动.就后一方面的工作而言,我们并应特别

[1] 例如,美国数学教师全国委员会在2000年颁布的新的数学课程标准中就将“联系”与“数和运算”、“模式、函数和代数”、“几何与空间感”、“度量”、“数据、统计与概率”、“问题解决”、“推理与证明”、“交流”和“表述”等一起列为学校数学的十项标准.详见另文“美国《数学课程标准(2000)》简介”,郑毓信:《数学教育:从理论到实践》,同前.

提及以下的思想障碍：由于习惯于以成人的思维来考虑问题，人们往往未能认识到对于儿童的学习活动来说，即使是十分初等的题材也可能包括相当复杂的思维发展过程。下面就依据国际上的相关研究对这一种错误认识作出必要的澄清，希望这一工作能对实际的教学活动发挥积极的促进作用，特别是，能促进由“经验型教学”向“理论指导下的自觉实践”的重要转变。

1. 学生关于加减法的概念结构

这是一个明显的事实，即大多数学生在进入小学前就已发展起了关于正整数加减法的不少知识或技能，但是，就学生入学以后对于加减法的系统学习而言，应当说仍然经历了一个相当复杂的思维发展过程。

具体地说，我们在此应首先提及关于“单一性概念结构”（unitary conceptual structure）与“多单位概念结构”（multiunit conceptual structure）的区分：大致地说，这两者分别对应于“单位数的加减法（或者说，10以内数的加减法）”与“多位数的加减法”，而且，前者主要通过计数来完成运算，后者则表现为竖式计算，从而就不仅同时用到了多个不同的单位（个、十、百等，这事实上也就是研究者何以将其称为“多单位概念结构”的主要原因），并在相当程度上就可被看成特定“算法”的直接应用。

进而，就学生对正整数加减法的掌握而言，主要地就可被看成是由上述的“单一性概念结构”过渡到了“多单位概念结构”，也即是由单位数的加减法过渡到了多位数的加减法；另外，就所说的这两个阶段而言，我们又都可以区分出若干不同的发展水平。（详见 K. Fuson，“Research on Whole Number Addition and Subtraction”，《Handbook of Research on Mathematical Teaching and Learning》，ed. by D. Grouws，同前）

（1）按照相关的研究，对于所说的“单一性概念结构”可以区分出如下的三个不同水平：第一，加项与和的单一表示（the single representation of an addend or the sum）；第二，简化的计数程序（abbreviated sequence counting procedures）；第三，导出事实与已知事实的

程序(derived fact and known fact procedures).

其中,前两者的差异主要在于:第一,计算过程主要依赖于实物模拟,还是过渡到了直接进行计数;第二,在进行计数时是“从头数起”,还是(从第一个加数)继续(往后)数”。由于“继续(往后)数”与“从头数起”相比显然要简便得多,因此,研究者就将所说的第二种水平称为“简化的计数程序”;另外,又由于这时必须将第一个加数同时看成是和的一个部分,而处于第一水平的学生尚未能够做到这样一点,从而,人们就将第一水平称为“加项与和的单一表示”。第三水平的主要特点则在于对“导出事实”或“已知事实”的直接应用,如 $9 + 7 = (9 + 1) + 6 = 10 + 6 = 16$,等等;再则,如果说在前两个水平相应的计算过程尚未明显地表现出如下的细分:审题,确定计算方法,计算方法的具体实施,那么在所说的第三水平就可大致地看出这样的区分。^[1]

应当指明,就上述的思维发展过程而言,研究表明,大多数学生都可自发地完成由第一水平向第二水平的过渡,特别是,以下的情境更有利这一发展,即学生所面对的第一个加数是一个较大的数。另外,从总体上说,所说的发展又与学生对数的认识水平有着直接的联系。例如,第二种计数方法的使用就标志着主体对数的意义的理解已经经历了由基数到序数的重要转变,进而,处于第三水平的学生对数的理解已不再局限于基数或序数,而是包括了更多的内容,也即表现出了更多的联系和更大的思维灵活性(如 $7 = 6 + 1 = 5 + 2 = 4 + 3 = 8 - 1 = 10 - 3 \dots$)。

(2) 以下可被认为是掌握竖式加减运算的三个必要前提:第一,认识到只有同一数位的数才能直接进行加减;第二,同一数位上的数的加减与单位数的加减完全相同;第三,对于“进位”与“退位”的很好掌握。也正是从上述的角度去分析,对于位值制的很好理解显然就可被看成掌握多位数的竖式加减的关键所在。

[1] 由于所说的“导出事实”或“已知事实”常常表现为“凑十”,因此,人们认为,这事实上就从一个角度表明了不同的语言对学生学习活动的重要影响,特别是,亚洲学生与美国学生相比在这一方面更具有一定的优势。

以下就是美国学生在这一方面常见的一个错误,即完全不具有位值制的概念,并认为多位数就是由各个单一的数字(单位数)简单组合而成的。显然,从思维结构的角度去分析,后者即可说体现了一种完全不同的概念结构:“数字简单组合式概念结构”(concatenated single-digit conceptual structure)进而,如果学生所具有的是这一种概念结构,那么对其而言多位数的加减就必定只是给定算法的机械应用,而完全不具有任何真正的意义或内在的合理性。

再则,对于所说的“多单位概念结构”,我们又可以作出如下的进一步区分:第一;“组合式多重单位”(collected multiunits)。对处于这一水平的学生来说,各个单位,如十、百、千等,都是由最基本的单位(“一”)依次组合而成的,从而,与任一多位数、包括多位数的加减运算相对应的就都是一种“组合式”的心理图像。第二;“序列式多重单位”(sequence multiunits)。与前一种情况不同,上述的各个单位这时都已转化成了相对独立的认识单位(chunk),从而,在实际从事多位数的加减运算时,学生这时所采取的就是一种“跳跃式”的计数方法,如“10, 20, 30, ……”而不再是“10, 11, 12, …… 20, 21, ……”显然,与前一种概念框架相比,后者是更为进步的,特别是,这就意味着对“实物操作”这一水平的超越。

综上所述,即使就正整数的加减法这样十分简单的数学内容而言,也包括了相当复杂的思维过程,从而,我们就应切实防止如下的错误,即由于成年人已经如此牢固地建立起了这方面的知识和技能,以致加减运算对他们而言几乎成了一种自动化的行为,从而就很容易对学生在学习加减运算过程中内在的思维活动、特别是所经历的思维发展过程的复杂性(包括学习中的困难)视而不见或认识不足。^[1]

2. 逻辑结构与概念网络

在数学教学中我们显然应当十分重视数学知识的累积性质,这就

[1] 另外,如果说以上的实例可被看成国际上关于数学学习过程中学生思维活动研究的一个范例,那么由直接的对照我们也就可以看出国内外在这一方面还存在较大的差距。

是说,大多数数学知识的学习以某些更为简单的数学知识作为直接的基础,从而,如果学生未能很好地掌握各种相关的知识,就不可能成功地去从事新的知识的学习。

从这样的角度去分析,所谓的“概念图”的制作与研究何以在现今获得了人们的普遍重视就十分自然了。对此例如可参见 3.3 节中所引用的两个“概念图”(图 3-1 和 3-2)就十分清楚地表明了:为了有效地从事正整数的减法与有理数的除法的教学,我们应首先弄清学生是否已经较好地掌握了各个相关的数学知识或技能?

再者,相对于前一节中关于数学思维特征性质的分析,这里所说的数学知识的“累积性”也从又一角度表明了数学思维的发展性和阶段性,两者的区别仅仅在于:前者更突出了思维发展的不连续性,与此不同,当我们在论及数学知识的“累积性”时,通常只是集中于学习上的先后次序,而不十分关心前后相继的知识是否代表了思维发展的不同阶段。

关于数学知识“累积性”的分析对教学也有着十分重要的指导作用,但是,作为必要的补充,我们又应突出强调这样一点:“结构分析只是为研究提供了一个理论框架,而不能被认为实际地描述了学生的思维过程。”(B. Greer, “Multiplication and Division as Models of Situations”, 《Handbook of Research on Mathematical Teaching and Learning》, ed. by D. Grouws, 同前,第 289 页)

具体地说,我们在此首先应清楚地认识到这样一点:任何关于学生思维发展不同阶段的划分都只具有相对的意义,而不应被看成一种绝对的界定。因为:“同一学生在不同的情境、在面对不同的问题时完全可能具有多种不同的表现。”(K. Fuson, “Research on Whole Number Addition and Subtraction”, 《Handbook of Research on Mathematical Teaching and Learning》, ed. by D. Grouws, 同前,第 258 页)特殊地,学生数学思维的发展更不能被看成是由其生理成熟程度所唯一决定的;恰恰相反,我们在此应清楚地看到社会环境、特别是学校教学活动的影响——显然,后者事实上也就是我们关于“日常数学”与“学校数学”的

相关论述的一个重要内涵。

同样重要的是,各种“概念图”或“结构分析图”也都不能被看成对学生头脑中所实际形成的思维结构的真实写照,恰恰相反,就如“概念定义”与“概念意象”的区分(对此可参见郑毓信、梁贯成:《认知科学、建构主义与数学教育》,上海教育出版社,1998,第二章)所已清楚地表明的,我们在此也应对各种主要建立在对象逻辑关系分析之上的“逻辑结构”与学生头脑中所实际形成的“概念(知识)网络”作出明确的区分。

具体地说,这正是数学学习心理学现代研究的一个重要成果,即清楚地认识到了各种知识或概念在人的头脑中并不是孤立地存在的,恰恰相反,在各种知识或概念的“心理表征”(后者即是所谓的“概念意象”,对此不应等同于概念的严格定义,而是包括了更多的成分,如相应的心智图像、对其性质或相应过程的记忆等)之间往往存在十分丰富的联系:这既可能表现为某种像蜘蛛网一样的结构,即主要建立在“相似”与“相异”的考虑之上,也可能主要基于特殊与一般的关系的分析,从而表现为一种垂直的“谱系”;当然,在更多的情况下所说的联系又往往表现为各种简单类型的混合,从而,这也就与“概念图”或“逻辑结构”所表现出来的“单一性”和“直线性”构成了鲜明的对照。

特殊地,按照现代学习心理学的研究,这又应被看成“理解”的本质,即是指新的学习内容被成功地纳入到了主体已有的“概念网络”之中,也即与主体已有的知识与经验建立起了广泛的、有机的联系。例如,只有将抽象的数学概念与主体已有的知识和经验、包括主体过去所曾接触过的某些典型案例以及已形成的直观形象等联系起来,前者对于主体而言才会变得丰富和生动起来,也即真正成为“直观明了”和有意义的,而不再是一种空洞的“词汇游戏”——按照建构主义的说法,这也就是一个“意义赋予”的过程。

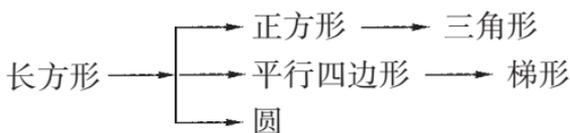
再则,又如前一节中已指明的,思维的灵活适应性应被看成数学思维的一个重要特点,从而,就数学知识的掌握而言,我们也就不应唯一地去强调以上所提及的关于学习过程的特定次序或思维发展的阶段性质,恰恰相反,我们应努力帮助学生在各个相关的知识和技能之间建立广泛的

和双向的联系,从而也就能够根据情况和需要在各个成分之间灵活地进行转换.如由概念的严格定义转移到相应的直观形象,或是由直观形象转移到概念定义,以及由特例转向一般,或由一般转向特例,等等.

综上所述,与各种“概念图”或“结构分析图”的收敛性和单向性相对立,我们更应清楚地看到头脑中真实思维结构的复杂性与双向性.

最后,以上的分析也已表明,在教学中我们应努力突破教材中“逻辑线索”的束缚,特别是,与“逻辑结构”的收敛性和单向性相对立,我们应努力帮助学生建立起更为广泛的联系并能在各个相关成分之间灵活地进行转换.

例如,在现行的小学数学教材中,各种平面图形的面积公式通常是按照如下的逻辑线索得到展开的:



但是,在实际的教学活动中,特别是就最后的复习工作而言,我们则应努力突破上述逻辑线索的束缚.例如,与以长方形(的面积公式)为核心的“标准做法”不同,我们也可以三角形的面积公式为核心将其他各个图形联系起来;再者,通过各种不同方式的比较(与“互补”)以及对某些新图形的探索,我们不仅可以帮助学生建立起更为丰富和合理的“概念网络”,也可促使其在思维上表现出更大的“开放性”和灵活性.(对此并可见另文“试析新一轮课程改革中小学数学课堂教学”,《课程、教材与教法》2003年第四期)

最后,依据以上的分析我们也可看出,对于近年来所出现的关于“概念域”(conceptual fields)的研究我们应当予以高度的重视,因为,后者所强调的正是这样一点:在数学教学中我们应当密切关注相关的一组概念,而不是各个个别的概念.例如,这就正如弗格纳德(G. Vergnaud)所指出的:“数学概念的意义是从多种情景中抽取出来的,而且,每一情景的分析又必须用到好几个概念,而不只是其中的某

一个.正因为此,我们就必须从事概念域的学习和教学的研究,后者即是指大量情景的组合,而对这些情景进行分析和处理则必须用到多种交织在一起的概念、过程与符号表达式。(“Epistemology and Psychology of Mathematics Education”,《Mathematics and Cognition》,ed. by P. Neshor & J. Kilpatrick,ICMI Study Series, Cambridge University Press, 1990,第23页)

3. 有理数的乘除与学生错误观念的诊断与纠正

如果着眼于学生真实的思维活动,这显然也是一个十分常见的现象,即在学生学习数学的过程中必定会出现这样或那样的错误,包括知识的必要重构或重组.

也正是从这样的角度去分析,我们就可更为深入地认识“概念网络”的性质,这就是指;“概念网络”并非某种固定不变的结构,而是处于不断的变化之中,而且,所说的变化又不仅是指已在有的网络中不断增加新的成分,而且也包括了网络的重组或改造,甚至是暂时的倒退(紊乱).从而,如果采用皮亚杰的术语,学习就不应被看成单纯的“同化”,即如何将新的学习内容纳入到已有的概念网络之中,而主要地应被看成是一种“顺应”,也即如何根据新的情况与需要对网络本身作出必要的改造或重组.这就正如著名数学教育家希尔伯特(J. Hiebert)和卡彭特(T. Carpenter)所指出的:“对网络中的变化的最好描述就是重组.心理表征被重新安排;形成了新的联系,旧的联系则可能被修改或废弃.新关系的建立可能迫使相关的网络重新建构,重组可能是局部的、广泛的甚至是剧烈的,并可能涉及到诸多的网络.重组既可能表现为形成了新的局部的或整体的洞察,也可能表现为暂时的混乱.最终,随着重组导致了联系更为丰富、更为一致的网络,理解也就增强了.”(“Learning and Teaching with Understanding”《Handbook of Research on Mathematical Teaching and Learning》,ed. by D. Grouws,同前,第67页)

为了清楚地说明问题,以下再以有理数的乘除为例来进行分析.

首先,有理数的乘除与正整数的加减法相比显然更为复杂,因为,在加减法中我们所涉及的是同一类型的量,而在乘除法中则并非这样的情

况,也即由所谓的“单维”过渡到了“多维”的情况:不仅两个乘数(或者说,被乘数与乘数)通常属于不同的类型(例如,车速与时间),它们的乘积也代表了与前两者都不相同的第三种新量(例如,所通过的路程)。另外,如果说掌握正整数加减法的关键在于由单位数的加减过渡到多位数的加减,那么掌握有理数乘除法的关键则是概念的必要扩展,也即如何将乘除法运算由正整数扩展到(正)有理数(分数与小数)。

也正是从后一角度去分析,我们就可清楚地看出学生在学习有理数乘除法时所经常产生的某些错误的根源,即是由于未能很好地实现与概念扩展相对应的观念更新。

具体地说,以下就是在有理数乘除法的教学中经常可以看到的一种错误:尽管两个问题有着完全相同的数学结构,但学生却采用了不同的运算去进行求解(正因为此,此类错误就被称为“运算的不守恒性”(nonconservation of operation))。

例如,在一次实验中,学生被要求回答应当用什么样的方法求解以下两个问题:

(1) 某种奶酪的售价为每千克 28 元,问 5 千克这样的奶酪售价是多少?

(2) 某种奶酪的售价为每千克 27.50 元,问 0.923 千克这样的奶酪售价是多少?

尽管实验者作了明显的提示,但是,被提问的学生却仍然经常作出这样的回答:应当用乘法求解第一个问题,第二个问题则应选用除法。^[1]

[1] 值得提及的是,在一次讲演中曾有一位小学教师向笔者表达了这样的意见:在她任教的班级中是不会出现上述错误的,因为,她在教学中已经突出地强调了这样一点:凡是遇到“每……求……”这样的问题,也即以“比例数”开头的问题,一律用乘法去求解。笔者完全相信这位教师对于自己教学工作的上述判断,但同时又认为,与简单的乐观情绪相比,我们或许应当更为深入地考虑这样一个问题:如果我们的教学完全建立在对“关键词”的强调以及对相应算法的牢固记忆之上,这是否可以被看成真正的“理解教学”?再则,与所说的“短期效果”相对立,如果我们着眼于更长的时期,所说的教学方法又是否会造成某些消极的后果?

然而,又正是通过对此类错误的深入调查,人们获得了关于学生思维过程更为深入的了解。

首先,学生头脑中存在关于乘除法的某些“基本原型”(primitive model)。例如,研究表明,大多数以色列学生关于乘法的原型是“倍数问题”,美国学生关于除法的基本原型则主要是“分配问题”。显然,“基本原型”的形成主要反映了先前的学习活动、包括生活经验的影响;而一旦形成,则又必然会对主体的进一步学习活动产生十分重要的影响。

显然,上述的结论与建构主义的学习观是完全一致的,这也就是指,学习并非学生对教师所授予知识的被动接受,而是以其已有的知识和经验为基础的主动建构。^{〔1〕}

其次,这同样可以被看成学习活动主动建构性质的一个直接表现,即大多数学生正是通过先前的学习逐渐形成了与乘除运算直接相关的某些观念或信念。例如,由于学生在开始学习乘除法时所接触到的都是比较简单的情况,也即主要局限于正整数的乘除,从而就很容易形成如下的观念:“乘法总是使数变大,除法则总是使数变小;从而,在求解应用题时我们也就应当以较大的数作被除数,而以较小的数作除数。”然而,由于后来我们已经将运算的对象由正整数扩展到了(正)有理数,所形成的这些观念就可能造成一定的学习困难,甚至是直接的错误。^{〔2〕}

例如,从这样的角度去分析,出现像“运算的不守恒性”这样的错误就不足为奇了,因为,这在很大程度即反映了这样的现实:学生依据直觉立即意识到第二个问题的答案应当小于问题中所给出的 27.5 元,因为,前者是每千克奶酪的售价,而所提到的 0.923 千克显然不足 1 千克,进而,按照他们已建立的观念,乘法总是使数变大,只有除法才能使数变小,因此,他们最终就选择了除法。

〔1〕 对于建构主义可见郑毓信、梁贯成《认知科学、建构主义与数学教育》,同前。

〔2〕 以下的观念显然也可被看成这方面的又一实例:“乘法就是连加”。另外,为了解决所说的问题,我们又应当认识到乘法(以及有理数)事实上具有多种不同的意义。对此可见前一节中的相关论述。

由于概念的不断扩展正是数学发展的一个基本形式,因此,上述的分析事实上也就表明了观念的不断更新(更为一般地说,即知识的不断重构)确应被看成数学思维发展的一个基本形式.特殊地,就我们目前的论题而言,这也就更为清楚地表明了数学学习过程中思维发展过程的复杂性.

从而,对学生错误的准确诊断也就应当被看成对数学学习过程中学生真实思维活动的研究的一项重要内容.应当强调的是,在从事相关的研究时我们应坚持如下的基本立场,即是应当对学生的错误采取更为理解的态度.

具体地说,学习(更为一般地说,即认识)必然有一个由简单到复杂,逐步发展、逐步深化的过程,又由于学生已有的知识和经验必然会对新的学习(认识)活动产生十分重要的影响,因此,在这样的意义上,如“运算的不守恒性”这样的错误其出现就是不可避免的,并应被看成思维发展的一个必然过程或必要阶段.进而,我们又应看到所说的错误事实上也包含一定的合理因素.例如,所说的“运算的不守恒性”就其本质而言应被看成“不恰当地一般化”,也即将仅仅适用于正整数乘除的某些“规律”不恰当地推广应用到了正有理数的情况,从而,尽管由此所得出的结论或结果是错误的,但我们并不能因此而对“一般化”这一基本认识方法采取完全否定的态度.

当然,以上的论述并非是指我们可以对相应观念或认识的错误性熟视无睹,听之任之,毋宁说,这只是清楚地表明了这样一点:由于所说的错误有着十分深刻的认识论根源,因此就不可能通过正面的示范简单地得到纠正,同样地,观念的更新也不可能通过外部的强制轻易地得以实现,恰恰相反,这里的关键在于如何能在学生头脑中引起必要的概念冲突,从而就能较为自觉地去实现观念的必要更新与知识的必要重构.^{〔1〕}

〔1〕这方面的若干实例可参见斯根普:《小学数学教育——智性学习》,同前,第91页;或郑毓信:《数学教育:从理论到实践》,同前,第3.5节.

最后,应当指出的是,历史的回顾也在这一方面给予我们重要的启示,因为,个体的思维发展在很大程度上可被看成整个人类历史发展的一个缩影.具体地说,这正是数学发展史上的一个事实,即迟至15世纪仍有一些数学家对小数的乘法表示怀疑,因为,这会使数变小而不是变大——显然,这也就更为清楚地表明了相应的思维发展过程的复杂性和困难程度.

综上所述,即使就小学数学题材的学习而言,也包含了十分丰富的思维活动,从而,我们就应切实纠正这一方面的简单化认识,并努力加强对学生在数学学习过程中真实思维活动的深入研究.这样,我们就将不仅知道如何去教,而且也确切地知道为什么应当这样去教!

三、专业化小学数学教师的成长

以上的分析显然也已表明小学数学教师应在专业化方面作出进一步的努力.具体地说,以下即可被看成所说的“专业化”的若干重要内涵:对专业知识的很好掌握;一定的专业工作能力;工作的创造性质,特别是,我们既不应墨守成规,也不应盲目地去追随各种潮流,而应加强自己的独立思考与分析,包括必要的批判,从而就能依据具体的教学内容、对象、环境等作出创造性的工作.

1. 数学教师的专业知识

从专业化的角度去分析,数学教师应当具备哪些知识?作为这一问题的具体解答,人们现已建立了这样的共识:“数学教师的专业知识”不应被等同于“数学知识”与“教育知识”的简单组合〔1〕恰恰相反,我们应对数学教师专业知识的基本内容与结构作出更为深入的分析 and 明确的界定.

也正因为此,舒尔曼(L. Shulman)的以下观念就获得了人们的普遍重视:数学教师的专业知识不应被看成具有单一的维度,而是包括

〔1〕也正是在这样的意义上,笔者以为,以下的提法就不很恰当,即是认为数学教育具有所谓的“双专业性”.

了多种不同的成分,具体地说,舒尔曼曾明确提及了如下三种知识成分:题材知识(subject matter knowledge)、特定题材内容的教学法知识(pedagogical content knowledge)和课程知识(curricular knowledge)。(详见“Those who understand: Knowledge growth in teaching”,《Educational Researcher》,15[2])与此相对照,在一篇题为“超越于题材内容之外:教师专业知识的心理学结构”的论文中,德国学者布鲁姆(R. Bromme)则提出数学教师的专业知识主要包括以下五个部分:(1)作为科学的数学知识(2)学校数学知识(3)学校数学哲学;(4)一般教育学(心理学)知识(5)特定题材内容的教学法知识。(R. Biehler等编:《数学教学理论是一门科学》,同前,第88页)另外,按照美国学者芬内马(E. Fennema)和弗兰基(M. Franke)的观点,数学教师的专业知识则可被归结为以下四个部分:(1)数学的知识(2)数学表述的知识(3)关于学生的知识(4)关于教学法的一般知识。(“Teachers' Knowledge and Its Impact”,《Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning》,ed. by D. Grouws,同前,第221页)

尽管上述的各个意见并不完全相同,但是,就与传统认识的对立而言,这些学者的意见应当说又是相当一致的。下面就从后一角度对相关研究作出进一步的介绍。

第一,这是一个根深蒂固的认识,即教师数学知识的多少对其教学质量具有十分重要的影响。就现今而言,人们则已认识到了我们不应唯一注重单纯的数量分析,如教师在校学习期间究竟学了多少门数学课程,这些数学课程一共又有多少学时,等等,而应更为关注相关知识的掌握情况,即其是否真正建立起了相关知识的综合的、概念性的理解。

值得指出的是,这事实上也就是数学教育的国际比较研究所得出的一个主要结论。例如,通过中美两国小学数学教师的一项比较研究,中国旅美学者马力平就曾得出了这样一个结论:教师对自己所教学的数学知识内容的掌握情况在很大程度上决定了他的教学效果,而后者主要地就是指这种知识究竟是“很好地发展起来的、整体性的”,还是“零碎的、互不相关的”,进而,这两者事实上也就可以被看成集中地表

明了在中美两国小学数学教师之间所存在的重要差异。(详可见另文“数学知识的深刻理解——《初等数学的理解与教学》简介”,郑毓信:《数学教育:从理论到实践》,同前)

同样重要的是,人们现也普遍认识到了“学校数学知识”不应被等同于“作为科学的数学知识”,这也就是说,为了搞好数学教学,我们必须对后者加以适当的改造或重建使之真正适合学校教学的需要。例如,正是基于这样的考虑,我国著名学者张景中院士就明确地提出了“教育数学”的概念,而这也就是与所谓的“学术数学”直接相对立的。事实上,在笔者看来,对“学校数学知识”与“作为科学的数学知识”的明确区分就应被看成数学教育专业化发展的实际起点或最为基本的一个立足点。

第二,就“作为学科的数学知识”与“学校数学知识”的区分而言,关键在于如何较好地去实现以下的转变,即由自身对知识内容的掌握转到从学生、从教学的角度去考虑问题,也即应当深入地去思考如何对相关的知识内容进行教学才能使之真正适合具有各种不同兴趣、并处于不同认识水平的学习者。这事实上也就是芬内马和弗兰基所谓的“数学表述的知识”的一个基本意义,即如何以学生能够理解的形式对数学知识内容加以表述——在这两位学者看来,这并集中地表明了数学教师与数学家的不同之处。另外,在很多学者看来,所说的转变也十分清楚地表明了这样一点,数学教师不仅应当掌握所谓的“题材知识”,而且也应很好地掌握“特定题材内容的教学法知识”。

第三,为了作好由自身理解向相关知识内容的教学的转化,教师无疑应对学生的情况有较好了解并掌握一定的教学方法和原则——从这样的角度去分析,我们也就应当将“关于学生的知识”和“教学法的一般知识”同样看成是教师专业知识的重要组成成分。然而,研究表明,如果仅仅局限于一般的心理学原理或普遍的教学法原则和方法,对教师的实际教学事实上并无很大的作用(详可见 E. Fennema & M. Franke, “Teachers Knowledge and Its Impact”,《Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning》,ed. by D. Grouws,同前,);毋宁说这里的关键也在于必要的转变,即应当将所说的一般性原理、原则和方

法与具体的知识内容很好地结合起来——特殊地,以上所提及的“特定题材内容的教学法知识”就可被看成“教学法的一般知识”相对于特定教学内容的具体应用。

但是,以上所提及的各项知识难道不就是现行师范院校中“教材教法研究”的主要内容吗?笔者以为,在这两者之间存在如下的重要区别:现代关于数学教师专业知识的研究已经由单纯的“经验积累”上升到了“理论指导下的自觉实践”,特别是,这更十分清楚地体现了这样一种认识:我们应当以对学生认知过程的深入分析来指导我们的教学工作。

依据希尔伯特与华尔纳(D. Wearne)的研究,学生对分数加减法的掌握包括有如下四个关键性的认知过程:(1)联系(connecting):将符号与指称物联系起来(2)发展(developing):发展符号运作的算法(3)阐明与程序化(elaborating and routinizing):对符号的规则作出说明并实现运算的自动化(4)抽象(abstracting):利用符号与规则作为更为抽象的符号系统的指称物。(详见 M. Koehler & D. Grouws, “Mathematics Teaching Practice and Their Effects”,《Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning》,ed. by D. Grouws, 同前,第122页)

更为一般地说,我们在此并可提及所谓的“认知指导下的教学”(CGI),而后者的基本指导思想则就在于:(1)教法必须以每个学习者所已掌握的知识为基础(2)教法必须考虑到儿童的数学思想是如何自然地得到发展的(3)儿童在学习数学时其思维活动必须具有主动性。(详见 M. Koehler & D. Grouws, “Mathematics Teaching Practice and Their Effects”,《Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning》,ed. by D. Grouws, 同前,第120页)

从而,这事实上也就可被看成这一方向上进一步工作的一个基本原则:对学生在学习特定数学题材内容时真实思维活动的深入了解应当被看成选择相关教学方法最为重要的依据——特殊地,这显然也就意味着由“经验型教学”向“理论指导下的自觉实践”的重要转变。

第四,我们还应突出强调教师专业知识的综合性,这也就是说,在此重要的并不是无一遗漏地去列举出教师所应掌握的各种知识成分,而是应当努力实现这些成分的必要整合,特别是,所谓的“特定题材内容的教学法知识”更可被看成各种相关知识的一种整合(图4-3):

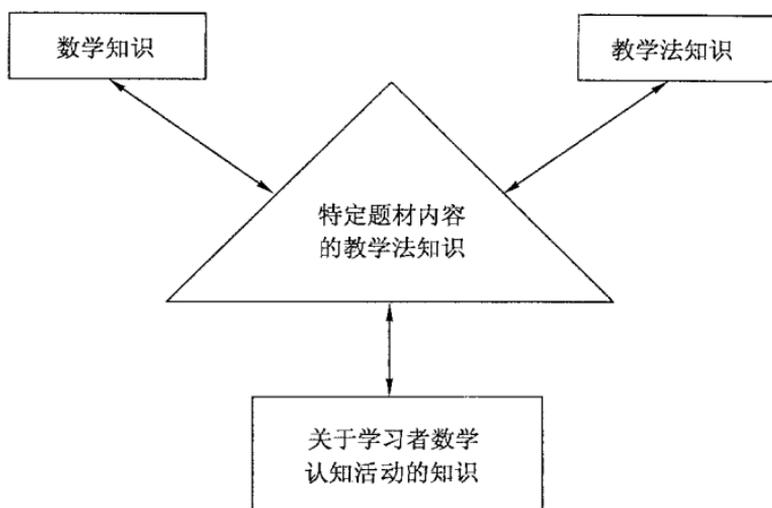


图 4-3

最后,我们还应清楚地指明数学教师专业知识的实践性和发展性质。前者即是指,所说的专业知识不应是空洞的理论,而应对教师的实际教学活动发挥切实的指导作用(也正因为此,一些学者提出,应将数学教师的专业知识称为“实践性知识”(practical knowledge)).也正是从这样的角度去分析,笔者以为,这应被看成当前的师资培养工作、特别是职前教育的一个明显不足之处,即在理论与实践之间存在较大间距。其次,教学活动的实践性显然也就直接决定了教师专业知识的发展性和变化性,特别是,教师必须依据自己的教学实践不断增长自己的专业知识,包括对已有的知识不断作出必要的改进或重组——当然,强调教师专业知识的实践性又并非是指系统的理论学习不再具有特别的重要性,毋宁说,后者应被看成“终身学习”的一项重要内容,我们应特别注

意学习活动的针对性和自觉性.

2. 数学教师的专业能力

由于教师主要地应被看成实际工作者而非理论研究者,因此,在这样的意义上,一定的专业工作能力、也即实际教学能力与专业知识相比就是更为重要的,或者说,这就应被看成学习专业知识的最终目的,即是为了更好地从事实际工作,也即能对实际的教学工作发挥重要的指导作用.

再则,又如任何一种专业性工作(profession,对此应与一般性的职业(job)清楚地加以区分),我们在此也应明确肯定教学工作的创造性,特别是,由于教学内容与教学环境具有明显的多样性,更由于教学的对象是具体的、各具差异的人,因此,就不存在任何固定的教学程序或方法,可以被有效地应用于各种环境下不同对象、不同数学知识内容的教学,恰恰相反,每个教师都应依据特定的教学内容、教学对象与教学环境(从而,教师在此所面临的就是一个“三重”的建构任务)创造性地去进行教学.

具体地说,正如人们所熟知的,教师的教学活动包括计划、实施、评价、反思等多个不同的步骤,但如何根据具体情况作出及时和适当的决定在很大程度上又可以被看成上述各项工作的共同关键所在:这既表现于教学计划的制订,包括教什么,如何对班级进行组织,采用什么样的教学模式,如何针对教学对象的特殊性作出必要的调整等,也体现于所谓的“即时反应”,即如何依据学生的反应对原先的计划作出必要的调整,临时确定课堂提问的对象,如何对学生的解答作出反应,如何对不遵守课堂纪律的学生作出处理,怎样去鼓励胆怯的学生,是否应当加快或减慢进度,等等(由于这些决定主要是根据学生的反应作出的,因此,有些学者就将所说的“即时反应”称为“互动型决定”).从而,总的来说,“作出决定(就)是最为核心的教学能力”,或者说,这是最为清楚地表明了教学工作的专业性质.(C. Brown & H. Barko ; *Becoming a Mathematical Teacher* ,《Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning》, ed. by D. Grouws, 同前,第215页)

特殊地,笔者以为,我们也可以从这样的角度对教学法、特别是教学方法的改革问题作出进一步的分析(对此并可见 2.4 节)。

首先,如果我们明确承认教学工作的创造性质,也即教师必须依据特定的教学内容、教学对象与教学环境创造性地去进行教学,那么,一个必然的结论就在于:教师在教学中不应机械地去使用某种(或某些)特定的教学方法,毋宁说,最为重要的是应当清楚地认识各种方法的特点和局限性,从而就能根据具体情况恰当地加以应用。其次,尽管教学方法的改革应当被看成数学课程改革的一项重要内容,我们应积极地去倡导各种新的教学方法或教学模式,但是,我们又应明确反对任何一种片面性的认识与简单化的做法,特别是,我们不应对各种教学方法作出“正确”(先进)与“错误”(落后)的绝对区分,而应明确提倡教学方法的多样性。最后,以上的分析也已表明,教学方法的改革不应成为单纯依靠行政力量强制得以实现的某种“自上而下”的运动,而应成为教师的一种自觉行为。

应当提明的是,后者事实上也可被看成美国数学教育改革运动所给予我们的一个重要启示或“教训”。具体地说,这正是自 1989 年开始的美国新一轮数学教育改革的一个重要弊病,即由于过分强调了某些教学形式(如合作学习等),从而就未能给教师充分的自主权,也即在很大程度上限制了教师在教学过程所应发挥的主导作用。正是基于这样的认识,作为对 1989 年颁发的《学校数学课程和评估的标准》这一课程改革指导性文件的直接修正,美国数学教师全国委员会在其于 2000 年所颁发的新的数学课程标准就明确地提出了所谓的“关于教学的原则”,而其基本内容就是对教学活动创造性的突出强调。更为一般地说,又如美国数学教师全国委员会在其“政策声明”中所指出的:“教师应当根据数学内容和学生的需要,并借助各种教学方法在学习过程中发挥主导的作用,创造出适当的教学环境。”

综上所述,在数学课程改革中我们就应十分重视这样一个问题:新的课程标准和教材是否为教师的创造性工作留下了足够的空间?或者说,我们在此应给予教师更大的自主权。应当提及的是,所说的“自主

权”事实上也就应当被看成任何一个“知识性专门职业”的一个重要标志,因为,只有具有了一定的自主权,各种专业工作者的创造性才能有可能得到充分的发挥。

3. 观念的自觉反思与必要更新

在此之所以要对教师的观念、特别是数学观和数学教育和教学观作出特别的强调,主要是基于这样的事实:无论其自觉与否,每个教师都是在一定观念指导下从事自己的教学活动的。例如,每个教师对什么是数学教育的主要目标总会有自己的一定主张,对什么是决定学生数学学习成功与否的主要因素(先天的才能或后天的努力)也总会有自己的基本看法,而且,尽管所说的主张与看法未必得到了清楚的表述,甚至主体本身对此也不一定具有清楚的意识,但是,这些主张和看法仍然会对他的教学工作产生十分重要的影响——从而,与专业知识与专业能力一样,教师的观念也就应当被看成影响教师教学工作十分重要的一个因素。

值得指出的是,这事实上也就是布鲁姆何以将“学校数学哲学”视为“数学教师专业知识”基本成分之一的主要原因;但是,笔者以为,相对于粹纯的理论知识而言,我们又应更加关注教师实际观念的形成(和转变),这也就是说,尽管所说的“学校数学哲学”(或者说“数学教育哲学”)可以被看成为教师观念的养成与转变提供了重要的背景知识和促成因素,但是,教师实际持有的观念又不能被看成是由相应的理论知识唯一决定的,恰恰相反,我们应清楚地看到实践活动的影响,包括其学生时代的经验,以及担任教师以后的实际教学活动。就如辛普逊(A. Thompson)所指出的:“对未来的教师所具有的关于数学的教与学的信念的研究表明,这种信念主要地是在他们的学生生涯中形成的,并反映了他们自身学习数学的经验”;又“教师观念中很多成分又源自教室中的经验,并是由后者不断调整的,教师们正是通过与这一特定环境的相互作用,包括教学方面的各种要求与现存的问题,并经由反思对自己的观念作出评价和重组”(“Teacher's Beliefs and Conceptions: a Synthesis of the Research”,《Handbook of Research on Mathematics Teaching and

Learning》, ed. by D. Grouws (同前, 第 135、139 页);

从而,我们就应清楚地认识到在教师的“专业知识”、“观念”与“教学实践”这三者之间存在十分重要的互动关系(图 4-4):

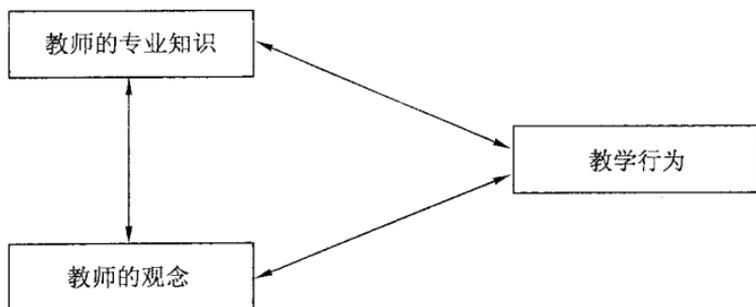


图 4-4

其次,就当前而言,我们又应特别重视对自己观念的自觉反思和必要更新,因为,这不仅直接关系到由不自觉状态向自觉状态的重要转变,而且,由落后观念向先进观念的转变事实上也应当被看成数学课程改革、包括创建专业化小学数学的关键所在。例如,从这样的角度去分析,我们就应经常对以下一些问题作出自觉的反思:

“教师在教学中究竟应当发挥什么样作用?”

“新一代的优秀小学数学教师应是什么样的?或者说,什么是时代对小学数学教师的新的要求?”

再者,在当前我们更应大力倡导以下的观念转变(详可见另著《数学教育哲学》,同前):

第一,数学观的更新,即是由静态的、绝对主义的、机械反映论的数学观转向动态的、辩证的、模式论的数学观;

第二,数学教育观的更新,也即应当清楚地认识数学教育的价值及其时代性质,并切实防止认识的僵化与各种极端化的主张;

第三,数学教学思想的更新:数学学习并非对教师所授予知识的被动接受,而是一个以学生已有的知识和经验为基础的主动的社会建

构过程.

当然,在此所需要的又并非空洞的说教,毋宁说,我们应为教师观念的养成与必要更新创造更为良好的外部环境.正是从这样的角度去分析,笔者以为,以下的意见就应引起我们的必要重视,即为了帮助未来的教师更好地从观念上为走上教学岗位作好准备,作为对数学教育专业课程的必要补充,师范院校应当开设“另类”(other)这样一门课程,而其主要任务就是帮助未来的教师建立以下的认识.这些观念对未来的教学工作是十分重要的,但却不可能通过已有的“正规课程”得到建立(详见《NCTM News Bulletin》,1998, No. 2):

教师不是万能的;

如果一个教师未能满足他的所有学生的所有要求,这并不意味着他就是一个不合格的教师;

教师对于学生的整个生涯都有着十分重要和深远的影响;

在对学校生活进行回忆时,学生更多回忆起的是他们的教师,而不是所学过的课程;

把某个学生的错误行为归结为纯粹的个人原因是不恰当的;

教师应像家长一样地爱自己的学生,但却是为了不同的理由,并采取了不同的方式;

选择成为教师,即是选择了一个在情感方面有很高要求的职业;

教师既应注意自己的行为,也应注意自己的情感;

很少有人会高度评价教师为教学工作所付出的大量时间和精力;

教师既应成为学生的典范,同时又应努力改变学生的行为;

教学并不像诱发一个化学反应,而更像创作一幅绘画,布置一个花园,或写一封友好的信件;

教学是一种十分复杂的活动,因为学生是各种特性、品质与背景的一种不可预测的组合;

人类文明的大多数最为重要的进步都应归功于教师的工作;

教师的工作是一种基于关于明天的信仰而从事的活动.

另外,更为重要的是,我们又应突出强调教师自觉反思的重要性,

因为,归根结底地说,上述的观念转变不可能通过外部的灌输简单地得以实现。例如,在笔者看来,这事实上也就是所谓的“反省式师资培养”何以在近年来得到普遍重视的一个重要原因。

4. 三个案例

最后,再借助三个实例集中指明教师成长过程中的一些关键因素。

【案例一】几年前刚刚去世的英国学者斯根普是国际著名的数学教育家。在工作之初斯根普曾任小学教师达五年之久,正是教学工作中所面临的实际问题才促使他走上了学术研究的道路。对此斯根普本人曾作了如下描述:“当年我是一名教师,在教十一岁以上儿童的数学和物理学时,遇到一些专业上的难题。五年的教学生涯,我渐渐觉醒到我未能取得原先所希望的成绩。虽然有些学生表现很好,但另一些学生在学习数学时总是不明所以。不是因为我和他们资质愚钝或偷懒所致。这绝不是一个偶然的现象,更不只是我这个教师或哪一批学生的问题,而事实上自从(20世纪——注)40年代末期以来,愈来愈多的人关注这个问题。这个问题使我对心理学产生兴趣。”具体地说,当时的斯根普曾经以为,通过心理学的学习就可找到解决上述问题的有效途径;然而,后者事实上却只是构成了他十分漫长的学术道路的一个实际开端。斯根普写道:“这一心智之旅历程三十多年,它开始于数学课堂,也终止于数学课堂,但中间却经过了发展心理学、动机论、情感论、控制论、进化论和人工智能等领域。”这就是说,由于单纯凭借心理学的学习与研究斯根普并没有能找到解决上述问题的有效途径,因此,他就不得不涉足了更多的学科和领域,而这事实上也就是斯根普在学术上不断成长的过程。(详可见《Mathematics in Primary School》,Routledge,1989;以及《The Psychology of Mathematics Learning》,Lawrence Erlbaum,1987)

显然,由这一实例我们就可清楚地看到广泛的理论学习对教师成长的重要性;当然,后者不应是一种不加选择的盲目行为,而应具有明确的目的性,这也就是说,我们应围绕所面临的问题有目的地去学习。也正因为此,笔者以为,年轻教师应十分注意培养自己的问题意识,并应清楚地看到在“提出问题”与理论学习之间存在的如下辩证关系:

问题的提出可以为理论学习指明方向并提供重要的动力因素 ;反之 ,新的学习又会促使人们更为深入地去思考 ,从而也就可能不断提出新的、更为重要的问题。

【案例二】 如果说斯根普最终成为了专门的理论研究者 ,那么以下所介绍的邬瑞香就始终是一个处于教学第一线的小学数学教师。邬瑞香是中国台湾一名普普通通的小学教师 ,但她在台湾教育界却享有很高的声誉。例如 ,台湾政治大学的詹志禹教授就曾这样评价道 :“ 她以实际教学行动去探索与体会建构主义的教学。她的努力成果 ,已经使得许多教育界的人一听到‘ 建构取向的教学 ’便想到邬瑞香。”对于邬老师的成长过程 ,中国台湾的林文生先生曾根据邬老师的口述概括为以下五个阶段 : (1) 传统课程时期(1983 年前)。完全按照“ 教学指引”(教学辅导书)教学生 ,传授数学知识。(2) 蜕变期(1984 年 ~1987 年)。加入台北市数学科辅导团 ,开始有机会参加数学教育的相关研究 ,并开始寻求新的数学教学方法。(3) 萌芽期(1988 年 ~1989 年)。受到斯根普思想的影响 ,认为数学教育不应停留于机械练习 ,而应更为关注关系性的理解 ;同时开始接受建构主义的教学思想。(4) 成长期(1990 年 ~1994 年)。尝试教学法的改革 ,开始将建构主义的想法带到班级中去实验。结果发现教材的结构必须改变。开始打破“ 教学指引 ”的限制 ,自己设计数学问题。(5) 成熟期(1994 年后)。形成自己的教学模式 ,并取得了明显的教学效果。从而“ 从一个生手成长为专家教师 ”。(详可见林文生 :“ 热闹的教室 ,有意义的学习 ”,詹志禹主编 :《建构论》,正中书局(中国台湾) 2002)

由这一实例我们也就可以获得这样的启示 :

第一 ,第一线教师的教育教学研究应当切实立足于自身的教学工作 ,也即应当以改进教学作为自己研究工作的主要目标。更为一般地说 ,这事实上也就可以被看成邬瑞香老师何以能够在教育领域内作出重要贡献的一个主要原因。

第二 ,积极的批判与认真的反思可以被看成教师成长的主要动力。例如 ,由邬老师的自我介绍可以知道 ,正是由于对现行数学教学感到不

满才促使其积极地去寻求新的教学方法：“我也犯了这种毛病，一直到1988年，遇到我的学生，正在国中（指初中——注）教英文，她当面告诉我：‘老师，从前学的数学，都听不懂，我们都用背的！’我的天啊！这个当年每次数学考试都是一百分的小孩，数学，居然是这么辛苦学的！‘那国中呢？’一路背到底啊！”那高中呢？”就很惨啊！背不来！”学生的话，好比一记当头棒喝，敲醒梦中人，含着泪水，忏悔去也；当年的名师，也不过是个假象吧！”（“我的数学教学模式”，詹志禹主编：《建构论》，同前）另外，同样重要的是，在后来的改革过程中，也正是通过不断实践，不断总结，不断反思，她才不断取得新的进步。这也就如林文生先生所提及的：“邬老师是一个自我反省力很强的人，在她自己撰写的文章，或教学日记当中，都可以发现她自我的反省与批判。每一次教学之后她都会将这一节讲课发生的事件，写成教学日记，并对自我的教学历程提出反省与批判。”

第三，这一实例同样表明了理论学习的重要性。例如，正是通过参加台北市数学科辅导团从而接触到新理论才使邬老师扩大了眼界，从而也才有可能对过去的教学工作作出深入的批判与反思；另外，更为重要的是，又正是新的教育思想和理论（斯根普以及建构主义的教学思想）为她积极从事教学改革提供了必要的理论指导，这也就是说，这时的邬老师已经超出单纯实践的水平而上升到了理论指导下的自觉实践。

第四，这应被看成专业化数学教师的合理定位，即其相对于教材与教法的主体地位。这也就是说，教师应对教材加以创造性的应用，而不只是“紧扣教材”；同样地，我们也不应机械地去模仿任何一种教学模式。正如介绍者在相关的文章中所指出的：“建构主义的教学模式其实是不存在的，最好的教学模式是教师自我建构的结果。”

【案例三】除去以上的两个实例以外，我们也可由本土一些名师的成长过程获得同样的重要启示和教益。例如，由吴正宪老师的两部著作（《吴正宪数学教学教例与教法》，人民日报出版社，1998；《我与小学数学》，北京教育出版社，2001）我们即可看到在吴老师与邬瑞香之间事

实上存在很多的共同点。例如,两位老师都非天才,而是有一个艰辛的成长过程。“在漫漫教学生涯的长河中,我曾经彷徨过、犹豫过、迷茫过……但是我始终没有放弃过努力,没有放弃过追求。在三十年的教育教学之路上,我一直在全身心地投入和探索着,一步一个脚印地向前迈进。”进而,改进自己教学工作的迫切愿望和广泛的理论学习也同样可以被看成吴老师成长过程中的关键因素:“20世纪80年代初期,教育界片面追求升学率现象十分严重……面对这样的现实,我陷入了沉思:难道这样就能培养出合格人材?难道除此之外就找不出其他途径吗?只图分数的提高,不顾学生身体状况、道德修养和能力的发展,这不仅是对教育的失职,也是对社会、对未来的犯罪!一种强烈的责任感在我心中凝聚起来,我下决心要用自己的努力探索一条适合学生实际、有利于学生发展的教学新路。”又“不知是出于一种需要,还是尝到了学习理论的甜头,我开始由不自觉到自觉地拿起了教育科学理论的书籍。我仿佛在茫茫的雾海中,发现了一支闪亮的航标。它使我找到了前进探索的方向。……几年来,我就是这样跌跌撞撞地闯到了教学科研的道路上,就是这样由不自觉到自觉地拿起科研理论研究起教学改革。……这一切都证实了:教改离不开科研!先进的教育科学理论以神奇之力,给教学改革带来了勃勃生机,它为深入教学改革开拓了一个广阔而美好的远景!”再者,这两位教师又都较好地体现了教师在教学中的主体地位,这也就正如吴正宪老师所指出的:“课本只是教课的材料,要想教得好,全在于应用。……总之,教师要灵活地驾驭教材,科学地、合理地设计教学过程,要从学生的实际出发,以学生的认知规律为依据,要围绕主要的、实质的教学内容加以科学处理,使静态的课本材料变为有利于学生发展的动态教学活动。”

最后,笔者相信:年轻教师也一定可以由吴正宪老师的以下体会获得有益的启示:

第一:“多年的教改实践我有一个深刻的体会,在教学工作中人人都会产生点点滴滴的体会,或深刻,或肤浅,如果放松,则稍纵即逝;如果稍稍留心,把它记下来,哪怕是肤浅的感悟或缺乏理性的直觉思维,

都会带来日后冷静的思考. 点点滴滴, 积少成多. ”

第二: “在众多学术研究成果面前, 在繁杂的教育信息面前, 要保持清醒的头脑, 汲取过滤. 学习百家之长, 博众家之采, 结合自己实际创出特色. ”

综上所述, 就当前而言, 以下三个转变或许就可被看成“专业化小学数学教师”成长的关键所在: 由“多才多艺型”转向“专业型”, 由“经验型教学”转变到“理论指导下的自觉实践”, 由“单纯教学型”转向“教学与研究并重型”.

4.2 努力提高我国数学教育专业研究生的培养水准

在先前的一篇文章(“数学教育学位论文的撰写”, 郑毓信:《数学教育: 从理论到实践》, 同前)中, 笔者曾以香港大学教育学院的一篇博士论文为例对如何撰写数学教育的学位论文谈了自己的一些想法, 以下将从更为广泛的角度对如何培养这一方向上的研究生提出一些看法, 特别是指明培养高水平研究生、包括博士研究生所必须重视的一些问题, 希望能引起各位同行与专家的关注与共鸣, 包括开展积极的讨论, 从而真正提高我国数学教育专业研究生的培养水准.

一、应当重视理论学习

数学教育专业由于自身的特殊性质必然要求研究生对学校中数学教育的现实情况有较好的了解. 正是在这样的意义上, 笔者以为, 要求本专业的研究生具有一定的教学经验就是十分合理的. 更为一般地说, 这事实上也就应当被看成每个数学教育工作者都应具备的一个基本素养. 然而, 就研究生的培养工作而言, 笔者以为, 重点又应放在理论学习上, 特别是, 研究生应当认真阅读数学教育的专业著作和论文——在一定的意义上, 养成良好的阅读习惯和一定的阅读能力甚至应被看成任何一个希望从事研究工作的人所必须面对的第一个挑战.

一般地说, 理论学习的主要作用是为学习者提供必要的知识背景, 从而就能从理论的高度对数学教学中的各种现实问题、包括自身

已有的经验或既有观点作出深入的分析。正因为此,我们就不能以数学教育的实践活动,包括对学校数学教学活动的实际考察或调查研究,去代替必要的理论学习。在当前我们并应特别强调理论学习的特殊重要性,因为,我国现正处于新一轮的数学教育改革高潮之中,只有加强相关的理论学习我们才能更好理解改革的指导思想,使之真正成为一种自觉的行为;另外,在笔者看来,这也正是研究工作者的一个恰当定位或基本义务,即是应当通过自己的研究对各种新的想法与理论做出独立的分析与评价,特别是,如果这些想法与理论都是“舶来品”的话。

再则,就研究生的培养而言,笔者以为,我们不能以相应的课程去代替研究生的专业阅读,因为,后者与课程相比显然具有更大的空间和自由度;而且,更为重要的是,这事实上也应被看成学会研究的必由之途,从而就在很大程度上关系到研究生的未来发展,特别是,就只有通过广泛的阅读,我们才能很好地了解本学科领域内的最新发展,从而使自己的专业知识不断得到拓宽与更新,我们也才能较好地确定自己的研究课题。^[1]

当然,我们在此不应排斥教师的指导作用,特别是,教师对研究生的专业阅读应进行必要的指导;但是,在笔者看来,专业阅读的重要作用之一就是为研究生超越指导教师(或者说,超越指导教师所必然具有的个人局限性)提供了现实的可能性。^[2]也正是基于这样的考虑,笔者以为,数学教育领域内的一些代表性著作和专业期刊应被看成专业阅读的主要内容。例如,就数学教育专业的博士研究生而言,格劳斯所主编的《数学的教与研究手册》(《Handbook of Research on Mathematics

[1] 显然,从这样的角度去分析,国外不少大学以“研究”代替“课程”作为培养博士研究生的主要途径就是很有道理的。

[2] 从而,就研究生的培养工作而言,我们应特别关注的就并非“为他们开设了哪些课程”,而是“他们究竟在教师的指导下认真阅读了哪些论著?”另外,在笔者看来,这事实上也就清楚地表明了“导师制”与“师傅带徒弟”这一传统做法的主要区别:研究生不应机械地去模仿导师,而应在导师的指导下广泛地去进行阅读。

Teaching and Learning》(同前)就应成为一本必读的著作〔1〕另一值得推荐的著作则是由毕晓普主编的《International Handbook of Mathematics Education》及其续集《Second International Handbook of Mathematics Education》(Kluwer, 1996、2002. 这几本书的主要内容可见本节末的附录);再则,我们又不仅应当广泛阅读国内的专业期刊,而且也应尽可能地直接阅读国际上的相关刊物,如《Educational Studies in Mathematics》、《Journal for Researches in Mathematics Education》等。

最后,还应提及的是,研究生的阅读不应被理解成纯粹的个人行为,恰恰相反,我们应当大力提倡师生以及同伴间的分享与互动——在笔者看来,这事实上也就是讨论班与读书班何以在现今的研究生培养工作得到广泛应用的一个重要原因。就我国的现实而言,笔者更希望我们能在更大的范围举办以研究生和青年教师为主要对象的读书班或讨论班。

二、专业知识的必要重组

就当前而言,笔者以为,在数学教育专业研究生的培养中我们又应特别强调专业知识的必要重组。

具体地说,这里所说的“专业知识的必要重组”其首要的涵义就是指知识面的必要拓宽。事实是,就如 1.1 节中所已指明的,这正是数学教育现代发展的一个重要特征,即在很大程度上突破了与数学、教育学和心理学这三个学科的传统联系,并表现出了与更多学科的重要联系,包括哲学、历史学、社会学、政治学、人类文化学、语言学等。也正因为此,数学教育的研究就已明显超出“课程论”、“学习论”和“教学论”的范围,并包括了更多的研究方向(对此可参见第五部分)。从而,就数学教育专业研究生的培养而言,我们也就应当明确肯定积极拓宽知识面

〔1〕相对于这一著作的中文选译本(上海教育出版社,1999),笔者更加提倡直接阅读英文原著。这不仅是因为前者具有明确的局限性,更因为较高的外语水平显然也应被看成高水平研究者所应具备的又一基本素养。

的重要性。

为了更清楚地说明问题,在此还可引用美国著名科学教育家明茨斯(J. Mintzes)和万达西(J. Wandersee)新近为其专业的研究生所作的一个“阅读建议”——尽管其对象是科学教育专业的研究生,但只需稍作变动,这一建议也适用于数学教育专业的研究生:“作为一个新的研究生,我们建议您的阅读应当包含:(1)科学史学、科学哲学、科学社会学、人类学;(2)知识论与学习理论;(3)认知科学;(4)科学教育。”这两位学者又进一步写道:“在我们的经验中,科学教育里最重要的贡献是来自于那些有深入理解、广泛阅读和能学习接受很多来源想法的人。除了自然学科领域之外,您必须涉猎社会科学、人文和艺术的教育。在这些领域中,科学专题讨论中的一些阅读,可以引导你进入这些学问领域中,我们特别推荐那些包含历史、哲学、古典文学主题的课程。”(详见《Teaching Science for Understanding》,ed. by J. Mintzes & J. Wandersee & J. Novak, Academic Press, 1998, 第三章)

其次,如前面所提及的,在强调知识面的必要拓宽的同时,我们又应清楚地看到,多学科的交叉不应被等同于简单的移植,我们更应明确反对完全脱离数学教学的实际,也即仅仅是为了“创建”某种新的“理论”(如“数学教育社会学”、“数学教育美学”等)而去从事不同学科的“交叉”,恰恰相反,后者的基本意义应是为我们更为深入地认识数学的学习和教学活动提供新的视角或背景知识。从而,在不断拓宽知识面的同时,我们又应注意必要的聚焦,也即应当善于应用多种不同的视角和理论不断地去深化我们对数学的学习和教学活动的认识——也正是在这样的意义上,笔者以为,与单纯强调知识面的拓宽相比,强调知识结构的重组就是一个更为恰当的提法。

特殊地,就研究生的成长而言,笔者愿突出强调这样一点:知识结构的必要重组应当具有明确的目的或中心,这也就是说,我们不应在广泛的学习和阅读中“丧失自我”,而应坚持“以我为主”:所说的学习和阅读应当服务于研究生在当前的研究工作与长远发展的需要。也正因为此,最为重要的就并非单纯的量的增长,而应是对来自不同领域的各种想法与知

识的必要整合,包括通过新的学习与反思不断调整自己的理论主张和基本立场,乃至确立新的研究方向(对此可参见以下的论述)。

最后,也正是从这样的角度去分析,笔者以为,相对于知识面的拓宽而言,视野的扩展或视角的改变也许更为重要。特殊地,这又正是笔者近年来所深切感受到的一条真理:数学教育的现代发展已经清楚地表明了由观点的单一性转向多元性的重要性,从而,我们也就应当由“二元论”(dualism)的思维方式、也即唯一强调(肯定)某种观点转向更为重视对立(或诸多不同)观点的兼容与综合,特别是,我们应清楚地认识各种观点或理论主张的特点及其必然具有的局限性。值得提及的是,在一些学者看来,我们就可以依据所说的变化辨识出各个个体的发展水平。例如,杜赛(J. Dossey)就曾指出,我们在此即可具体地区分出“两元论”、“多元的视角”(multiplistic perspectives)与“相对主义的视角”(relativistic perspectives)等多个不同的水平。(详见“The Nature of Mathematics: its Role and its Influence”,《Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning》,ed. by D. Grouws,同前,第43页)当然,与“相对主义”相比较,“不同观点的互补与整合”又应当被看成代表了更高的发展水准。

三、研究与创新

在文首所提及的那篇文章中,笔者曾转述了香港大学教育学院梁贯成院长对内地学生不足之处的一些看法,其中之一是:“在研究方法上缺乏应有的知识和能力,而后者事实上即应被看成从事教育研究的一个必要条件。”

从这一现实出发,在现今的研究生培养中人们通常较为注意研究方法的学习就是十分必要的,特别是,我们更应清楚地认识到后一方面的重点转移,是由唯一强调定量分析转而更加重视定性分析,以及由“心理学研究模式”逐步转向了“人类学研究模式”。

但是,在强调方法论的同时,我们又应注意防止另外一种倾向,即是因“方法至上”而忽视了研究的意义以及创新的重要性。例如,笔者在

先前的另一篇文章“台湾的数学教育研究”(《数学教育的现代发展》,郑毓信,江苏教育出版社,1999)中就曾指出,这正是中国台湾数学教育研究的一个明显弊病,即由于受到了西方国家、特别是美国的很大影响,从而就在一定程度上缺乏自己的鲜明特色。特别是,一些研究者之所以选择某个研究课题,往往就只是“跟着(美国)潮流走”的结果,而缺乏对课题本身理论意义和现实意义的深入分析;另外,现实中所看到的一些工作又往往只是对别人已有工作的重复,从而就不具有任何的创新性。显然,这种横向的比较事实上也为我们如何更好地去开展自己的研究工作提供了重要的启示:就研究生的培养而言研究课(论)题的选择应当说最为重要,特别是,无论广泛的阅读或是研究方法的选用都应直接服务于所选定的研究目标(以及长期的发展目标),另外,所说的研究又不应该蜕变为纯粹的资料收集或是别人已有工作的简单重复,而应切实注意工作的意义与创新性。(对此可见4.3节)

具体地说,就研究课题的选择而言,我们首先应注意分析选题的理论意义和实际意义。就前者而言,笔者以为,数学家为判定数学研究课题的理论意义而提出的“广度”和“深度”等标准(对此可参见麦克莱恩“数学模型”,邓东皋等编:《数学与文化》,北京大学出版社,1990)对数学教育研究而言在很大程度上也是适用的。这就是指,所选择的课题是否具有较大的普遍意义,即是否适用于较为广泛的情景?研究工作又是否奠基于具有广泛基础的理论?对深入理解数学的教学与学习活动有何贡献?等等。再者,就当前而言,我们又应特别注意研究工作的现实意义,也即应当密切联系数学课程改革的现实去开展自己的研究工作。例如,除去“个性化与社会化”、“日常数学与学校数学”、“探究式学习与讲授式学习”、“创新与文化继承”等对立面的辩证关系以外,笔者以为,以下也是研究者在当前所应特别关注的一些问题:(1)在各种新的教学形式(例如合作学习)下,教师对学生的学习活动应当如何发挥积极的指导作用?(2)在“知识和技能的学习”与“情感、态度和价值观的培养”这两者之间究竟存在什么样的关系?特别是,我们不仅应当研究情感、态度和价值观对新的学习活动的影响,而且也应注意

分析后者如何影响到了我们的信念系统、态度和价值观。(3) 数学学习活动的认知分析。这不仅是指数学知识内容的认知分析,而且也包括相应的数学思维的特性,以及学生认知结构的相应变化等(从而就在很大程度上不同于“知识的逻辑结构分析”).

其次,在确定研究课题时,我们又应十分注意课题的可行性,这就是指,所选择的问题是否具有明确的解答?本人又是否具有解决这一问题的能力?正是从这样的角度去分析,笔者以为,南京大学研究生院所倡导的以下做法就有一定的合理性:研究生的学位论文不应“大题小作”,而应“小题大作”、“小中见大”,也即应当集中于创新,包括采用了新的视角,达到了新的理论高度,等等.

最后,还应提及的是,正因为研究课题的选择对研究生的全部学习活动具有重要的导向作用,因此,笔者就很赞成境外一些大学的以下做法:研究生、特别是博士研究生在入学前就应提交一个关于如何开展相关研究的初步设想(proposal),而这一设想的可行性与研究意义事实上也就是决定这一学生能否被录取的一个重要依据.当然,又如前面已提及的,这一计划不应被看成固定不变的,而必然地有一个充实和调整(甚至是重新定向)的过程.从而,就如香港大学在博士生的培养工作中所实际要求的那样,在入学一年以后,研究生必须提交一个关于自己研究工作更为具体的计划,并需获得指导教师和其他相关教师的认可(confirm),从而为学位论文的顺利完成提供必要的保证.

四、不断增强研究工作的自觉性

香港大学梁贯成院长还曾提及到了内地学生的另一个缺点(除外语水平较为低下外):“具有较强的依赖性,往往希望能由指导教师直接指定研究课题,甚至对实施过程中的每一步都能予以具体指导.”要养成独立的研究能力当然并非易事,以下可以被看成在这一方向上的切实一步,即应当对自己在当前所从事的活动(包括学习与研究)具有清楚的自我意识,并能通过自觉的反思不断作出清醒的自我评价和必要的调整.

以下再联系研究课题的选择与工作的开展对此作出进一步的分析。

一项研究计划的制定事实上关系到了诸多的因素,包括研究背景、研究目的、主要的研究问题、理论取向、研究程序、研究方法、初步的研究成果、下一步的工作重点等。

更为一般地说,上述的各项内容又都可以被形容为“有形的东西”,也即是“客观地”予以描述的,从而,在具体从事研究(或学习)活动时,我们就应明确地列出各个相关的“客观成分”,包括主要的研究问题、所采用的语言(概念工具)、研究方法和程序、以及主要的理论成果,等等。

进而,又如美国学者高文(D. Gowin)所指出的(详见《Educating》,Cornell University Press,1981),为了进一步增强自己在这方面的自觉性,我们应经常向自己提出以下五个问题:

(1) 所面对的问题:这个工作的问题是什么?(2) 关键的概念与结构:哪些是关键概念?(3) 研究方法:有哪些方法能解答所提出的问题?(4) 主要结论:这个工作的主要结论是什么?(5) 工作意义:这个工作具有什么样的意义?

与上述的“客观成分”相对立,数学教育的研究活动也包含有不少的“观念成分”,包括世界观和认识论,数学观与数学教育教学观,基本的理论前提(原理)等。例如,前面所提及的“片面的、绝对化的思维方式”与“多元的、整合的思维方式”对立事实上就可被看成基本世界观的一种反映。从而,我们也就应当具有清醒的自我意识并经常作出必要的反思。

总的来说,为了更好地做到“心中有数”,并能及时作出必要的反思,高文提出,我们可将上述的各种成分,包括各种“客观成分”和“观念成分”,统列成一个图表,这就是所谓的“V图”(Vee diagram,图4-5)。具体地说,处在V图中央的是“主要的研究问题”,从而就清楚地表明了这样一个事实:问题构成了全部研究活动的核心;其次,V图的左右两侧则分属于“概念的/理论的(思考)”和“方法的(做)”这样两个范围:

概念的/理论的
(思考)

方法的
(做)

世界观

核心问题

价值性的说明

一般性的信念和价值系
统诱导探究的行为

问题作为探究
事物的核心

以知识说明为基础的说明，宣示探究活动的价值性

哲学/知识论

知识性的说明

关于引导探究背后之知识以及求知本质的信念

回答所聚焦的问题，就所得记录作合理的解释

理论

改变呈现形式

一般的原理引导探究并解释所观察的事物主义

图、表、概念图、统计，或者其他整理记录的方式

原理

记录

有关概念间关系的陈述，解释事物如何显现或行动者说

对研究事物所做的观察及记录

概念

可觉察到在事物中的(或记录事物所得的)规则性且被命名的

事件和/或物件

事件的描述和/或物件被研究,其目的在寻求问题的解答

图 4-5

图 4-6 则是美国科学教育专业的一个硕士研究生在从事研究工作所建构的一个 V 图. 通过与图 4-5 的对照, 我们也就可以更好地去理解 V 图的内容与用法.〔1〕

<p><u>概念</u></p> <p><u>世界观</u> 知与学是生物机制的产物, 可被观察研究</p> <p><u>哲学</u> 生物学(机制) 学习(人本建构主义)</p> <p><u>理论</u> 生物学(体内平衡) 学习理论(同化)</p> <p><u>概念</u> 生物学(心脏、血管、血液) 学习理论(概念、理论)</p>	<p><u>核心问题</u></p> <p>(八至十八岁) 学生怎样描述他们对人体循环系统的理解?</p>	<p><u>方法</u></p> <p><u>知识/主张</u> 学生的观点是固执的, 新的介入是必须的</p> <p><u>结果</u> 直方图</p> <p><u>转换</u> 概念图、面谈转录、概念量表、等级工具、次数分析</p> <p><u>记录</u> 概念图、临床晤谈、书面的工具</p> <p><u>事件和/或物件</u> 四、五、八、十和十三年级公立学校的五百个学生</p>
---	---	---

图 4-6

〔1〕 由笔者的经验, 阅读和制作 V 图的较好方法是按照如下的顺序去进行: 应当首先列出“核心问题”, 然后再按照“由‘做’到‘思考’”、“由下至上”的次序去进行归纳或整理。

最后,应当强调的是,对于以上所介绍的“V图”我们不应机械地加以应用,而应根据自己的实际情况和需要作出必要的调整和适当的取舍;另外,与工具的具体使用相比,我们又应更加注意以上所提及的基本思想,即应当不断增强研究工作的自觉性。

【附录】

《数学教育国际手册》及其续集的主要内容

1.《数学教育国际手册》(International Handbook of Mathematics Education, ed. by A. Bishop, Kluwer, 1996)

目录

第一卷 课程、目标、内容与资源(本卷主编:Jeremy Kilpatrick)

第一章 数学教学的目标(Mogens Niss)

第二章 数学在教学中的应用(Jan de Lange)

第三章 数与算术(Lieven Verschaffel & Erik De Corte)

第四章 代数的教和学的课程设计(Eugenio Filloy)

第五章 空间与形状(Rina Herskowitz & Bernard Parzysz & Joop van Dormolen)

第六章 数据处理(Michael Shaughnessy & Joan Garfield & Brian Greer)

第七章 概率(M. Borovcnik & R. Peard)

第八章 函数与微积分(David Tall)

第九章 评估(David Clarke)

第十章 “就是这样”:关于教材的教材(Eric Love & David Pimm)

第十一章 教室中的具体材料(Julianna Szendrei)

第十二章 数学课程中的计算器:个人计算技术的范围(Kenneth Ruthven)

第十三章 基于计算机的数学学习环境(Nicolas Balacheff & James Kaput)

第二卷 数学的教与学(主编:Colette Laborde)

第十四章 初级学校的实践(Jerry Becker & Christoph Selzer)

第十五章 初中的实践(Antoine Bodin & Bonald Copponi)

第十六章 高中的实践(Lucia Grugnetti & Francois Jaquet)

第十七章 数学继续教育(Rudolf Straber & Robyn Zevenbergen)

第十八章 高等数学教育(Guershon Harel & Jana Trgalova)

第十九章 远程数学教学和数学教育的关键问题(Stephen Arnold & Christine Shiu)

& Nerida Ellerton)

第二十章 成人与数学教育(Gail FitzSimons & Helga Jungwirth & Jeurgen Maaß & Wolfgang Schloeglmann)

第二十一章 全民化：神话、群众媒介与现代化(Paul Ernest)

第二十二章 数学与数学教育的认识论(Anna Sierpinska & Stephen Lerman)

第三卷 展望与学科的内容(本卷主编：Ken Clements)

第二十三章 证明与求证(Gila Hanna & Niels Jahnke)

第二十四章 民俗数学与数学教育(Paulus Gerdes)

第二十五章 研究与数学教育中的干预性计划：性别问题(Gilah Leder & Helen Forgasza & Claudie Solar)

第二十六章 数学教学中的语言因素(Nerida Ellerton & Philip Clarkson)

第二十七章 关于数学与数学教育的人类学观点(Bill Barton)

第二十八章 理论在数学教育和研究中的作用(John Mason and Andrew Waywood)

第四卷 专业化的社会条件和展望(本卷主编：Christine Keitel)

第二十九章 数学的教学法与教师的专业知识(Paolo Boero & Carlo Dapuzeto & Laura Parenti)

第三十章 数学教师的培养：比较的观点(Claude Comiti & Deborah Ball)

第三十一章 在职数学教师的教育：听的重要性(Thomas Cooney & Konrad Krainer)

第三十二章 作为数学教育研究者的教师(Kathryn Crawford & Jill Adler)

第三十三章 数学教师与课程发展(Barbara Clarke & Doug Clarke & Peter Sullivan)

第三十四章 数学教育中的国际合作(Edward Jacobsen)

第三十五章 批判的数学教育(Ole Skovsmose & Lene Nielso)

第三十六章 面向人本主义的数学教育(Stephen Brown)

2. 《数学教育国际手册·第二集》(Second International Handbook of Mathematics Education ed. by A. Bishop, Kluwer 2002)

目录

第一卷 数学教育的政治维度(本卷主编：C. Keitel)

第一章 数学、数学教育与经济条件(D. Woodrow)

第二章 数学是为大众的吗？(P. Gates & C. Vistro-Yu)

第三章 数学素养(E. Jablonka)

第四章 终身的数学教育(G. FitzSimons & D. Coben & J. O'Donoghue)

第四部分 数学教育的专业化发展

- 第五章 数学教育的国际比较研究(D. Clarke)
- 第六章 国际与全球情境下的数学教育(W. Atweh & P. Clarkson & B. Nebres)
- 第二卷 数学教育对于技术发展的反应(本卷主编 : F. Leung)
- 第七章 数学教育与技术 : 新近研究与创新的多维度考察(J. B. Lagrange & M. Artigue & C. Laborde & L. Trouche)
- 第八章 技术对于数学课程的影响(Ngai-Ying Wong)
- 第九章 数学教育研究能给数字技术什么 , 数学技术又能给数学教育研究什么 ?
(C. Hoyles & R. Noss)
- 第十章 作为大学数学教学手段的技术(M. Thomas & D. Holton)
- 第十一章 技术与数学教师的教育(J. Mousley & D. Lambdin & Y. Koc)
- 第三卷 数学教育研究中的论题(本卷主编 : J. Kilpatrick)
- 第十二章 正确地描述并使之有用(J. Adler & S. Lerman)
- 第十三章 教育研究对于数学教育的影响(D. Wiliam)
- 第十四章 为数学教育研究者从事专业研究作好准备(J. Boaler & D. Ball & R. Even)
- 第十五章 作为研究者的数学教师(C. Breen)
- 第十六章 在社会与政治冲突环境中研究数学教育(R. Vithal & P. Valero)
- 第十七章 数学教育研究的传播障碍(A. Begg)
- 第四卷 数学教育的专业实践(本卷主编 : K. Clements)
- 第十八章 挑战与改变教室教学实践(D. Tirosh & A. Graeber)
- 第十九章 数学教育中评价设计的教学模型(M. van den Heuvel-Panhuizen & J. Becker)
- 第二十章 数学教育中的价值观 : 一个隐藏的影响因素(A. Bishop & Wee Tiong Seah & Chien Chin)
- 第二十一章 数学教师专业化的必要规范 : 挑战、新的模型与未来的展望(M. Stephens)
- 第二十二章 数学教师培养中的数学的检验(T. Cooney & H. Wiegel)
- 第二十三章 新的数学教师的教育 : 理论与实践的整合与实践型教师的作用(B. Jaworski & U. Gellert)
- 第二十四章 数学教育中的专业化发展 : 取向与任务(O. Zaslavsky & O. Chapman & R. Leikin)

4.3 中国数学教师培养工作的当务之急

2002年2月笔者再度应邀赴香港大学作为期三个月的学术访问。初到不久香港大学教育学院的梁贯成院长就向笔者提出了这样的问题：“什么是中国数学教师培养工作的当务之急？”

笔者以为，为了对上述问题作出具体解答，我们首先应对中国数学教师培养工作的现状乃至中国数学教育的一般情况作出分析。笔者在此仅提出以下四点看法：

第一，与一些西方国家、特别是美国相比，中国的数学教师应当说具有较高的数学素养（特别是就相关知识的理解而言，对此可见4.1节）；但是，就其对现代数学教育理论的了解及知识的广度而言，则表现出了一定的差距。

第二，作为一般教学思想的具体体现，数学教师的培养在中国主要地被看成知识的学习；相对而言，能力的培养与观念的转变还不能说已经得到了应有的重视。

第三，中国的数学教学具有自己的鲜明特色，或者说，已经形成了一种较为确定的范式（这种总体上的统一性并不排斥多种不同的教学方法的存在）；但是，人们对此却又往往缺乏自觉的认识，特别是，各种教学方法或教学理论主要表现为建立在长期实践之上的经验总结，但却没有能够上升到应有的理论高度。

第四，中国目前正在积极实施新一轮的数学课程改革，西方诸多的教育理论、特别是新的数学教育理念构成了这一改革运动的重要背景或理论渊源，这也就是说，这一改革运动的诸多理念与具体做法往往都是由国外引进的。

基于上述的现实，笔者认为，以下就是中国的数学教师培训工作所急待解决的一些问题（当然，这并非是一个全面的“问题表”）：

第一，数学教师专业知识的必要重构。

中国数学教师具有较为良好的数学素养已经为一些国际比较研究所肯定，这就是指，中国数学教师普遍地做到了对所教学的数学知识的

较好理解。

上述的传统当然应当予以肯定,但是,数学教师的“专业知识”显然又不简单地被等同于“数学的基础知识”,毋宁说,与现今普遍存在的“数学化”与“技术化”等做法相对照(例如,国内师范院校数学系的课程设置往往仿照综合性大学数学系,在职教师的培训在先前也往往主要集中于现代数学知识的学习;另外,就近期而言,由于计算机技术的迅速发展与广泛应用,相关技能的学习则已在数学教师的培训工作中占据了特别重要的地位),我们应当更加重视教师知识面的必要拓宽。这也就是说,在保持良好数学素养的同时,我们又应帮助广大的数学教师较好地掌握心理学、教育学、社会学、人类文化学、语言学、哲学等方面的基本知识。

在一定的意义上,以上的主张也可表述为:就现实而言,知识面的必要“广度”与(数学上的)“深度”相比更为重要;另外,还应强调的是,我们又应特别重视如何将相关知识的学习与教师的实际工作更好地结合起来。例如,与一般的“学习心理学”相比,我们应当更加重视“数学学习心理学”的学习;同样地,我们也应积极地去开发“数学文化学”、“语言观指导下的数学教学”、“数学教育哲学”等这样一些新的“专业课程”。

总的来说,我们就应积极提倡数学教师专业知识的必要重构——显然,按照这样的理解,所说的“知识面的拓宽”与“数学教师的专业化”就并非相互排斥,而是密切相关的,特别是,这清楚地表明了认真学习现代数学教育理论的重要性和紧迫性。

第二,与知识的学习相比,应当更加重视能力的培养与观念的必要转变。

正如4.1节中已指明的,这应被看成“数学教师专业化发展”的一个重要内涵,即应当具有较强的专业能力,而后者的主要表现就是能够依据具体的教学环境(条件与限制)、具体的教学对象和教学内容创造性地去进行教学,包括选择较为恰当的教学方法,选用较为恰当的教学辅助设施,等等。

显然,从数学教师的培养这一角度去分析,这也就清楚地表明了这一工作应当成为培训者与受培训者的共同行为,并很好解决理论学习如何密切联系教学实践的问题。在笔者看来,这事实上也就是微格教学、专题讨论与案例分析等教学形式何以在现今的数学教师培养工作中得到普遍重视和广泛应用的一个重要原因。(对此可见另文“数学教育之动态与思考”《数学教育学报》2002年第一期)

再则,就中国数学教学的现实而言,我们又应特别强调教师观念的必要转变,因为,无论其自觉与否,教师的教学工作总是在一定观念指导下进行的,特别是,不同的数学观和数学教育教学观在很大程度上决定了各个教师的工作范式。

事实上,人们现今之所以特别强调数学教师应当具有人类文化学、哲学等方面的广泛知识,主要地也就是为了促使他们能从各个不同的角度对自己的教学工作与深层次的观念作出新的思考与必要的反思,从而也就可以直接促进教师观念的必要更新。

显然,从这样的角度去分析,我们在数学教师的培养工作中也就应当更多地去引进一些新的课题,如“应当怎样去认识教师的作用?”“什么样的数学教师是一个好教师?”等等。

应当提及的是,东西方相应观念的必要比较为上述方向上的工作提供了很好的切入点。例如,研究表明,在美国与中国对“什么是一个好教师”有着十分不同的看法:美国社会特别强调教师对学生(不同特性)的敏感性和耐心;中国社会则更为强调工作热情与清楚地解释事物的能力;更为一般地说,在此并可认为存在有两种不同的专业形象:在中国是“熟练的演绎者”,就像演员和音乐家,他们的主要工作就是有效地和创造性地演绎出指定的角色或乐曲,在美国则是“创造者”——按照这一标准,仅仅演绎出一个标准的课程还不足以被看成一个好教师,甚至还应被看成缺乏创造力的表现。(详可见 H. Stevenson & J. Stingler,《The Learning Gap—Why our school are falling and what we can learn from Japanese and Chinese Education》,Simon & Schuster,1992;或另文“数学教育的比较文化研究——《学习的差距》

简介” ,郑毓信 :《数学教育 :从理论到实践》 ,同前)。显然 ,对于这些问题的深入思考将会对增强广大教师在这一方面的自觉性发挥重要的促进作用。

第三 ,努力促成由不自觉状态向自觉状态的重要转变。

无论就新知识的学习、或是观念的更新而言 ,都不能被看成对外部所授予的知识或由新的理论思想的简单接受 ,而应是一种建立在深入思考(包括必要的反思与批判)之上的自觉行为。

特殊地 ,我们在此并可对新一轮数学课程改革中的相关做法作出如下的具体分析 :如果人们普遍地认为为了帮助广大一线教师积极地投入课程改革所需要的只是积极地去组织各种关于新的“数学课程标准”或新教材的介绍会 ,并要求他们以此为准则去调整、规范自己的工作 ,那么这事实上仍旧是将广大数学教师摆在了一个完全被动的地位上 ,从而也就不可能取得很好的成效。

与此相反 ,如果说数学课程改革代表了数学教育和教学思想的重要转变 ,那么这显然也就应当被看成课程改革顺利发展的一个重要条件 ,即是应当帮助广大教师很好地实现由不自觉状态向自觉状态的重要转变。

具体地说 ,我们首先应当帮助广大教师对已有的数学教学传统作出深入的反思与总结 ,因为 ,就只有这样 ,广大教师才能真正认识改革的必要性 ,我们也才可能有效地防止由一个极端走向另一极端这样的不正常现象 ,即轻易地放弃了已有传统中各种优秀成分。与后一种做法相反 ,我们事实上应依据国际上先进的理论思想对传统教学中各种做法(如“熟能生巧”、“精讲多练”等)作出更为深入的分析 ,特别是应当清楚地认识其合理性和局限性 ,从而就能在更高水平上更为自觉地对此加以应用 ,也即由简单的“经验型教学”上升为“理论指导下的自觉实践”。

其次 ,我们又应从理论高度对课程改革的基本理念作出深入分析 ,从而才能真正掌握相关思想的真谛 ,并在教学工作中很好地加以落实。

正如前文已多次指明的,后者事实上也就应当被看成发展中国家在面临西方种种“先进教育思想”时所应采取的一个基本立场。这就是指,我们不能采取简单的“拿来主义”,更不应以此充当装点门面的时髦口号,而应对此作出深入的分析,包括从理论高度作出必要的批判,以及依据各国的具体情况(例如,大班教学的现实)对此作出必要的改变或调整(这也就是所谓的“本土化”),并努力实现已有传统与现代理论思想的适当互补与合理整合。

第五部分 数学教育新视角

作为“放眼世界”的一项重要内容,我们显然应当密切关注国际上数学教育研究的最新进展,特别是,近年来所出现的一些新的研究方向或视角,因为,这不仅直接关系到研究方向的确定或调整,而且很可能对数学教育的未来发展产生十分重要的影响。下面就分别对“数学教育研究的社会转向”、“后现代主义与数学教育”、“语言与数学教育”这样三个主题作出概要的介绍;另外,尽管建构主义已对我国数学教育界、乃至一般教育界产生了十分重要的影响,但就现实而言,仍可看到不少错误的理解或认识上的片面性,从而也就有必要从理论高度对此作出必要的澄清,包括清楚地指明建构主义的局限性,后者就是5.4节的内容。

5.1 数学教育研究的社会转向

就世界范围而言,数学教育的理论研究、特别是数学学习心理学的研究现正经历着一个重要的转折,即是由先前主要集中于个别学生的学习活动、特别是其内在的思维活动(这就是所谓的“心理学视角”或“认知观点”),转而采取了更为多样化的视角。特别是,从20世纪80年代后期开始,人们更对关于数学教育的社会——文化研究表现出了很大的兴趣,一部分学者更因此而提到了“数学教育研究的社会转向”(the social turn)。下面就对这一方面的发展作出概要的介绍。为了论述的方便,我们将首先集中于一般的学习理论,然后再转向数学教育。

一、学习理论的现代发展

“我们深信,过去的十年见证了在历史中学习理论发生的最本质与革命的变化.……我们已经进入学习理论的新世纪.”(乔纳森、兰德主编:《学习环境的理论基础》,同前,序言,第3页)作为数学教育工作者,我们当然也应十分关注学习理论的上述发展.以下就围绕“视角的转变”与“对于学习活动本质的认识”对此作出简要的概述.

1. 由行为主义、认知心理学到情境认知.

就学习理论、特别是学习心理学研究的历史发展而言,人们通常会立即想到由行为主义到认知心理学的过渡,这就是指,自20世纪60年代起,认知心理学逐渐取代行为主义在心理学领域中占据了主导地位.与上述的发展相对照,一部分学者认为,这一领域从20世纪90年代起又正在经历一场新的革命.

华东师范大学的高文教授曾从总体上对所说的新的发展的主要特点进行了分析:第一,人的学习已经成为一个跨学科研究的对象;第二,基础研究、应用研究与开发研究相结合;第三,学习理论流派纷呈.

的确,任何人只需稍加留意就都一定会对20世纪90年代以来在学习领域中所出现的众多“新理论”留下深刻印象,如“情境学习”、“分配认知”、“生态心理学”、“社会共享认知”,等等;进而,多个学科的交叉与相互渗透则可说为诸多“新理论”的建立提供了必要的理论背景或特定的视角,例如,以下就是人们经常提到的一些相关学科:社会学、人类学、政治学、认识论、知识论等.

当然,与所说的“多样性”相对立,在诸多新的学习理论之间我们也可看到明显的共同点.这就正如乔纳森与兰德在其所主编的《学习环境的理论基础》一书的“序言”中所指出的:“在学习理论相对短暂的历史上(一百多年)从来没有这么多的理论基础分享着如此多的假设和共同基础,也从来没有关于知识与学习的不同理论在理念与方法是如此地一致.”(第3页)另外,贝尔(P. Bell)等人也曾明确指出,这些理论“大多数是以学生为中心的,关注学习活动的,注重学习情境脉络重要性的.”(“分布式认知:特征与设计”,乔纳森、兰德主编:《学习环境

的理论基础》,同前,第113页)

正因为此,“情境认知”(situated cognition)这一概念现今就获得了教育界人士的普遍重视和广泛应用.情境认知的突出特点是把个人认知放在更大的物理和社会的情境脉络中.由于这一理念在一定程度上可被看成是与认知心理学的基本立场直接相对立的:情境认知是不同于信息加工的另一理论.它试图纠正认知的符号计算方法的一些不足,特别是信息加工依靠储存中的规则和信息的描述,集中于有意识的推理和思维,忽视了文化的和物理的情境脉络.因此,在这样的意义上,我们也就可论及由认知心理学向情境认知的发展,或者说,后者即可被认为最为集中地表明了学习理论现代发展的主要特征.

以下再从更为一般的角度对学习理论的历史发展作出进一步的分析.

第一,由“外”转向“内”,又重新转向“外”.

由于行为主义主张心理学的研究应当局限于外部的可见行为,认知心理学则将研究的重点转向了内在的思维活动,即人脑中对信息的接收、加工、贮存和提取(正因为此,“认知心理学”常常被称为“信息加工心理学”)因此,对于由行为主义向认知心理学的发展我们就可形象地形容为“由外转向内”;与此相对照,由于情境认知所关注的主要是人在特定情境中的活动、人与环境的相互协调,因此,在这样的意义上,我们又可以说,学习理论在经历了先前的由“外”向“内”的转变以后,现又重新转向了“外”,转向了人的活动.例如,也正是在这样的意义上,威尔逊等人写道:“行为主义与情境认知的联系是明显的”;“情境认知处于心理学的边缘,就像行为主义一样,两者都避而不谈心智构念,而是重视行为和行为的情境脉络或环境.”(“理论与实践境脉中的情境认知”,乔纳森、兰德主编:《学习环境的理论基础》,同前,第56页~57页)

当然,在行为主义与情境认知之间也存在十分重要的区别,特别是,从学习的角度去分析,由于行为主义唯一集中于如何通过外部的强化去促成相应行为的养成,从而事实上就是将学生置于了完全被动的地位;与此不同,情境认知则突出强调了个体与情境之间的互动和相互

协调. 例如, 这就正如诺曼(D. Norman)所指出的: “情境和人们所从事的活动是真正重要的. 我们不能只看到情境, 或者环境, 也不能只看到个人: 这样就破坏了恰恰是重要的现象. 毕竟, 真正重要的是人和环境的相互协调.” (“Cognition in the head and in the world: An introduction to the special issue on situated action” 《Cognitive Science》, 1993, 17(1)) 另外, 在对所谓的“生态心理学”作出论述时, 扬(M. Young)等人也突出地强调了个体与环境之间关系的动态性质和复杂性: “从生态心理学的观点看, 分析的单位是行动者——环境交互. 问题解决……是意图驱动行动者与信息丰富的环境交互作用的结果. 对于这个系统而言, 数学的、线性的模式是不完整的.” (“行动者作为探测者: 从感知——行动系统看学习的生态心理观”, 乔纳森、兰德主编: 《学习环境的理论基础》, 同前, 第 135 页 ~ 136 页)

第二, 除去研究视角的转变以外, 情境认知相对行为主义与认知心理学而言更可说提供了一个新的不同的理论框架或概念系统.

具体地说, 如果说“刺激——反应”与“强化”, 以及“信息的接受、加工、贮存与提取”可以分别被看成行为主义与认知心理学的核心概念, 那么学习理论的现代研究则是围绕“情境认知”这一核心概念发展起来的一个新的概念体系.

正如上面已提及的, 所谓的“生态认知心理学”(ecological psychology)突出强调了个体(行动者)与环境之间的互动, 并因此而引进了“(环境的)给养”(affordances)与“(个体的)效能”(effectivities)、“感知——行动系统”等概念; 另外, 所谓的“分配认知”(distributed cognition)则突出强调了个体与共同体之间的关系, 并借助于“互动”与“规范”、“分工”与“共享”、“认知”与“身份”等概念对此作出了具体描述. 再者, 对中介工具(主要是语言)的重视也可被看成环境认知研究的一个共同特点. 这也就如乔纳森所指出的: “认知心理学传统上只注重心智表征, 而忽视制品或中介工具和符号, ……社会文化理论并不认为人类行动中没有心理因素, 而是认为心理是以中介制品和文化的、组织的、历史的情境脉络为条件的.” * 活动系统的要素相互之间不直接作用

于对方. 它们的互动是由符号和工具为中介的. 符号和工具提供了客体之间的直接或间接交流. 对交流进行历时的分析提供了活动系统如何存在和为什么这样存在的重要历史信息. 中介者描述了对活动加以限制的模式和方法的种类. (“重温活动理论: 作为设计以学生为中心的框架”, 载乔纳森、兰德主编,《学习环境的理论基础》,同前,第100、104页)

容易看出,上述的各个概念事实上也就清楚地表明了情境认知研究所采取的特定视角. 这就正如威尔逊等人所指出的: 学习环境设计的情境认知方法更注意语言、个体和群体的活动、文化教育的意义和差异、工具,以及所有这些因素互动.

第三,由行为主义经由认知心理学向情境认知的发展显然有其一定的合理性,但是,这不应被看成新的理论对于已有理论的彻底取代,我们更不能以依据理论的“新”、“旧”对理论的好坏作出简单的判断,毋宁说,在此更需要多元的视角和整合的观点.

具体地说,从发展的角度人们往往容易突出强调新、旧理论的对立或差异,但是,在充分肯定新的发展的积极意义的同时,我们仍应清楚地看到已有理论仍有其一定的合理性或价值.

例如,威尔逊等人就曾明确提出,不应将行为主义与“教师中心课堂、讲授、材料的被动接受等方法 and 状况”直接联系起来,恰恰相反;行为主义曾经是一次以积极学习为核心目的的改革运动.....传统方法,如教师中心的课堂和讲授等,正是行为主义者所努力改革的东西.” (“理论与实践境脉中的情境认知”, 乔纳森、兰德主编:《学习环境的理论基础》,同前,第57页)进而,以下更可被看成行为主义对教学工作的直接贡献,即教学目标的明确界定,对结果的高度重视、任务的恰当分解、程序化的教学方法等等.

其次,认知心理学的研究则清楚地表明了深入研究内在思维活动的必要性和重要性;另外,也正是由于认知心理学的研究,以下的一些概念或方面才获得了人们的普遍重视,而这对于改进教学显然也有着十分重要的意义:感知的选择性、知识的分类、记忆的局限性、图式与

认知框架在认识活动中的作用、同化与顺应、元认知等等。

从而,在充分肯定情境认知的重要性的同时,我们就不能因此而反对行为主义与认知心理学采取完全否定的态度,毋宁说,在此所需要的是多元的视角与整合的立场。例如,这事实上也就是威尔逊等人在“理论与实践境脉中的情境认知”一文中所采取的基本立场:“在设计和参与学习环境的过程中,要注意不能太教条地或单一地应用任何特定的理论”;“学习环境的设计者应该努力使他们的观点更具包容性和拓展性……力求把看待整个系统的多种观点加以整合……”(“理论与实践境脉中的情境认知”,乔纳森、兰德主编:《学习环境的理论基础》,同前,第54、64页)

更为一般地说,笔者以为,这事实上也就是我们在面对心理学研究中诸多矛盾时所应采取的态度,包括精神过程与客体相关活动之间的矛盾,个体过程与群体过程之间的矛盾,具体动作与社会文化现象之间的矛盾,内部方面与文化方面之间的矛盾,获得与建构之间的矛盾,描述性与规范性之间的矛盾,目标与历史——辩证之间的矛盾,等等。

例如,尽管我们应当明确肯定认识活动的情境相关性,但又不能认为学生的学习活动是由他的处境唯一决定的,因为,这事实上就是重新取消了学生在学习活动中的主体地位,从而就应被看成是完全错误的;另外,以下则可被看成所说的“情境决定论”这一极端化立场在理论上的一个严重困难,即无法解释学习活动中明显存在的个体差异性——从而,真正的出路也就在于如何更为深入地去认识与把握在个体的特殊性与普遍性这两者之间所存在的辩证关系。最后,以上的分析显然也已表明,在心理学的研究中我们应当努力提倡“内”、“外”研究的必要互补与整合。

2. 建构主义与学习研究的“社会转向”。

在先前出版的关于认知科学与建构主义的一部论著中,笔者曾表述了这样的观点,即认为应对心理学研究的具体主张与相应的认识论分析作出明确区分,进而,也正是基于这样的认识,笔者提出,将行为主义、认知心理学与建构主义说成三种“平行”的理论,或是认为可以具体

地去论及由行为主义经由认知主义向建构主义的发展,是不很恰当的,因为,与前两者不同,建构主义并不包括关于应当如何去从事心理学研究的具体主张,而是代表了关于学习活动(更为一般地说,就是认知活动)本质的哲学分析,也即主要地应被看成是一种认识理论。^{〔1〕}

当然,在作出上述区分的同时,我们又应看到在认知心理学与建构主义这两者之间也存在重要的联系,特别是,正是认知心理学的研究为相应的认识论分析提供了必要的素材与直接的论据。

那么,什么又是与情境认知直接相对应的认识理论呢?

具体地说,笔者以为,由乔纳森与兰德所给出的以下分析在一定程度上就可被看成为上述问题提供了具体解答:“根据本书所描述的理论,在有关学习的思考中至少应该有三个基本转变。首先,学习是意义制定过程,而不是知识的传递。第二,当代学习理论越来越关注意义制定过程的社会本质,学习就本质而言是一个社会对话过程。第三,假设的第三个基本变化与意义制定的地点有关,知识不仅存在于个体和社会协商的心智中,而且存在于个体间的话语、约束他们的社会关系、他们应用并制造的物理人工品以及他们用于制造这些人工品的理论、模型和方法之中。知识和认知活动分布于知识存在的文化与历史之中,知识是由人所运用的工具作中介的。”(《学习环境的理论基础》,同前,序言,第4页)

在此我们还可提及高文教授关于知识观的以下分析,因为,这同样十分简要地指明了知识的基本性质:(1)知识的建构性(2)知识的社会性(3)知识的情境性(4)知识的复杂性(5)知识的默会性。

为了清楚地说明问题,在此显然有必要将上述观念与建构主义作一比较,而也正是在比较的意义上,我们可以提及“学习研究的社会转向”。

具体地说,在此首先涉及到了分析的基本单位的转变,即由个体转向了共同体,转向了个体与共同体之间的关系。

例如,正是从后一角度去分析,“学习”被赋予了新的解释:学习、思维和认知是参与活动的人们之间的关系。进而,我们又应明确肯定认

〔1〕 详可见郑毓信、梁贯成著:《认知科学、建构主义与数学教育》,同前,第三章。

知与意义的社会本质,这就是说,认知主要是不同个体间的积极互动,意义的建构则主要是一个协商与文化继承的过程。

其次,我们在此所关注的已不再是纯粹的认知活动,而是过渡到了个体的社会定位,也即个体“身份”(identity)的形成或界定。

应当强调的是,我们在此不应将知识和技能的学习(包括理解的建立)与身份的形成绝对地对立起来,毋宁说:“这两者是同一过程的组成部分,在这一过程中,前者激发了其所包含的后者,对其加以塑造并赋予其意义。”(巴拉布、达菲:“从实习场到实践共同体”,乔纳森、兰德主编:《学习环境的理论基础》,同前,第25页)另外,也正是在这样的意义上,一些学者提出:“合法的边缘参与就是学习”。(J. Lave & E. Wenger,《Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation》,Cambridge University Press,1991)

进而,个体与共同体之间的关系同样也包含有十分丰富的内容:

第一,除去成员间的积极互动以外,成为共同体的合法成员也就意味着对共享的目标、共同的信念系统、以及必要的共同规范的接受。

第二,除去成员间的合作与分工以外,共同体的又一重要特征是信息的共享。

特殊地,从这样的角度去分析,我们也就可以理解情境认知的研究为什么往往特别重视“中介工具”的作用。正如贝尔等人所指出的:“为了使个人能分享分配系统的成果,必须以外在于个体的形式对观点加以表征……更概括地说,分配认知强调利用不同的镌刻系统(inscriptional systems)来记录并在系统中发布观点。”进而:“个体在利用制品的时候,会将制品的这些方面内化,因而,运用制品能在个体中产生认知留存。”(“分布式认知:特征与设计”,乔纳森、兰德主编:《学习环境的理论基础》,同前,第128页)

第三,共同体的“再生产循环”正是借助个体由“边缘参与者”向“中心参与者”的转变得以实现的。

正如巴拉布等人所指出的:“如果共同体希望有一个共同的文化传统,那么可以进行再生产这一特性是根本性的,这一特性使新来者能

进入共同体中心并将共同体加以拓展。”巴拉布等并强调指出：“这是所有实践共同体中都不断发生的过程。”例如，“学生做老师的学徒，在他们的手下工作……通过教师的眼光去看待世界，总是做一个边缘的参与者。最终，当他们自己必须去教别人时，当他们自己必须发挥老手的作用时，他们进入了一个学习的新层次，开始拓展自己作为其组成部分的共同体思考。他们在研究和教学过程中指导新成员。他们继续学习这个过程，并且可能更重要的是，他们越来越自信于对共同体的贡献，越来越自信于在共同体的自我的感觉。在这个过程中，他们对意义进行协商和使之具体化。通过这种循环，一个实践共同体和组成该共同体的成员进行了再生产，界定了自我。”（“从实习场到实践共同体”，乔纳森·兰德主编：《学习环境的理论基础》，同前，第37页）

最后，还应指明的是，作为一个新的“发展领域”，多种不同“术语”或表述方法的共存或许是一个不可避免的现象，从而，我们也就应当对情境认知研究中所存在的“概念的多样化”、甚至在彼此之间存在一定的不一致性，采取较为容忍的态度。例如，与以上关于“学习研究的社会转向”这一提法不同，巴拉布等人在“从实习场到实践共同体”一文中就突出强调了所谓的“心理学观点（视角）”与“人类学观点”的对立，并认为两者都构成了“情境理论”的重要分支。另外，就对个体间积极互动、以及意义建构的社会性质的强调而言，这里所说的“社会转向”又是与“社会建构主义”的基本立场十分接近的。

当然，由以上的论述可以看出，在情境理论与社会建构主义之间也存在重要的区别：如果说社会建构主义仍然主要集中于意义的建构的话，那么情境理论主要关注的已不再是个人在特定情境中对知识的建构，而是个人身份的形成及其改变的过程——按照后一种观点，学习主要地就应被看成一种参与活动，这也就是说，在此所涉及已不仅是相应知识的建构或能力的培养，而且也是主体的自我认识（an experience of identity）和改变的过程（a process of becoming）。（详见《Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning》，ed. by J. Boaler，Ablex Pub. 2000，序言）

特殊地,也正是从这样的角度去分析,笔者以为,相对于其他一些译者所采用的“情境理论”这一译名(原文为“situated theory”)而言;“置于理论”也许是一个更为恰当的名称,因为,后者所强调的已不只是任何个体都必定处于一定的情境之中,而且也是指任何个体都必定处于一定的共同体、一定的传统之中。

综上所述,学习理论的研究现正经历着一场新的革命,而这又不仅是指研究视角的转变:在经历了先前的由“外”向“内”的转变以后,现又重新转向了“外”,转向了人与情境的互动,而且也是指对学习本质更为深入的认识:“合法的边缘参与就是学习”。从而,这也就应当被看成数学教育工作在当前所面临的一个紧迫任务,即应在数学教学中很好地落实或体现各种新的学习理论或观念。

二、从教学的角度看

应当指明,对学校教育现状的不满事实上就构成了情境认知研究的一个直接背景。一些学者更从这样的角度对认知心理学提出了直接的批评:“在20世纪七八十年代,认知心理学建议对这些学习过程内在的、心智上的解释,遗憾的是,这样的解释并不能系统地改变教育的实践。对学习过程更为复杂的表征并没有能够为教育过程的变革提供足够的推动力。”(乔纳森、兰德主编:《学习环境的理论基础》,同前,序,第2页)显然,后者事实上也就为如何更为深入地去开展情境认知的研究指明了努力的方向。

以下就针对我国课程改革的现实对学习理论现代发展的教学涵义作出简要的分析。

第一,学习情境的设计。

从情境认知的角度去分析,人们无疑会对学习活动的情境设计予以特别的关注,特别是,有不少学者更希望通过这一方面的努力就能有效地解决“学校学习”相对于“日常学习”所具有的诸多局限性。

例如,以下就是由巴拉布等人所提出的关于学习情景设计(他们称之为“实习场”)的若干基本原则:

第一,进行与专业领域相关的实践.第二,探究的所有权.也即应当赋予学生真正的自主性.第三,思维技能的指导和建模.这就是指,教师应是学习和问题解决的专家,教师的工作就是通过向学生问他们应当自己问自己的问题来对学习和问题解决进行指导和建模.第四,反思的机会.应给予个体以机会,来思考他们在做些什么,他们为什么做,甚至收集证据来评价他们行动的功效,对经验的事后反思提供了纠正错误概念和补充理解不足之处的机会.第五,困境是结构不良的:学习者面临的困境必须是不够明确的或是松散界定的,以提供足够空间让学生能利用自己的问题框架.第六,支持学习者、而不是简化困境.这就是说,给出的问题必须是真实的问题.学生不应该从简化了的、不真实的问题开始.第七,工作是合作性的和社会性的.第八,学习的脉络具有激励性.

特殊地,其中的第五条和第六条更可说最为清楚地表明了提倡者们的如下想法,即认为应使学校的学习情境尽可能地接近真实情境.

尽管在以上方面存在一些成功的案例,如通过立足于实际的教学活动来培养教师,但从总体上说,人们又普遍地意识到了这样一个问题,即学校的情境不同于真实的生活情境,或者说,正是“学生”这样一个特殊身份直接决定了学校学习活动的特殊性.这也就如巴拉布等人所认识到了的:实习场的主要问题是它们发生在学校里,……这就导致学习情境脉络从社会生活中隔离出来.

另外,主要地也就是基于这样的认识,一些学者更明确地提出了如下的不同意见:“有些观点认为,教育者应当将类似于校外情境脉络中的活动引入课堂,或者用学徒制训练取代教学,我们的这种观点与此完全不同.……我们认为,如果向教育者建议学校应尽量在课堂上模仿或再生产校外活动,那就是一个根本性的错误.”(卡拉尔、施利曼:《数学教育中日常推理与应用:实在论对意义论》,乔纳森、兰德主编《学习环境的理论基础》,同前,第164页)

从而,总的来说,这就十分清楚地表明了这样一点:与单纯地强调情境设计相比,我们应当更加重视对“日常数学”与“学校数学”这两者之间关系的深入分析;特殊地,后者又不应该被看成一个纯粹的理论问

题,恰恰相反,我们应当立足于实际的教学活动,从而才有可能在理论与实践这两个方面同时取得切实的进步。

例如,这事实上也就是卡拉尔(D. Carraher)等人在“数学教育中日常推理的应用:实在论对意义论”一文中所给出的主要结论:“教授数学,要不断地引入新的情境和新的符号。没有别的选择,只能将学生已经熟悉的表征方式和符号与新的表征方式和符号结合起来使用。日常数学研究,以及发展性研究,能够帮助我们认识如何将当前的学习建立在学生已有知识和理解的东西的基础上。……新知识不能还原为学生已有的知识,否则就不会学到任何新的知识。但是,如果新知识完全脱离了已有的经验和理解,它就无法理解。已有知识和新知识之间的适当平衡,涉及到一个永远无法排除的张力。”(乔纳森、兰德主编《学习环境的理论基础》,同前,第176页)

第二,合作学习与学习共同体。

以上关于共同体的分析显然为切实搞好合作学习提供了很多重要的启示,特别是,我们应很好地去把握与处理在互动与规范、分工与共享、创新与继承等对立环节之间所存在的辩证关系。

具体地说,我们在教学中不仅应当努力促进教学共同体各个成员之间、也即学生与学生之间以及学生与教师之间的积极互动,而且也认识到“成为共同体的合格一员”就意味着对于相应的共同目标与信念系统、特别是相应规范的自觉接受;其次,相对于形式上的“参与”而言,我们又应更加注意成员间的合作与合理分工,特别是,对相关信息的共享;最后,由“边缘参与者”向“中心成员”的转变则显然表明了“创新”与“继承”之间所存在的重要关系,特别是,对已有文化传统的继承就应被看成成功创新的一个必要条件。

另外,以下也可被看成前述的关于“中介工具”重要性的一个直接结论:在教学中教师应当鼓励学生通过镌刻系统使他们自己的思维可视化,通过参与辩论活动交流他们的观点,通过采用更科学的标准——这些标准通过所运用的工具得以提升——朝向对于问题更为统整的理解而努力。

最后,就当前而言,我们又应十分注意切实避免在这一问题上的片面性,即对合作学习采取了绝对肯定的态度,并认为其他任何一种学习形式都是完全不可取的.事实上,国外的相关实践已在这一方面为我们提供了直接的启示.例如,在一篇题为“数学世界中的定位、个体与认识”的论文中,尽管作者的主要目的是要区分出两种不同的“教室文化”,并通过两者的比较更为清楚地指明合作学习的优越性,但论文的两作者鲍勒(J. Boaler)和格里诺(J. Greeno)也明确地提出:我们不应将“合作学习”与“理解学习”简单地等同起来,因为,合作也可以被用于程序性技能的学习,独立学习也可能达到深层次的理解;另外,“数学教学更可以如此组织以使学生参与到了积极的互动之中但却没有实现任何有意义的数学学习——无论这是指概念式的学习或是程序性的学习,也会有这样的学生,他认为在别人看来是很有成效的课堂讨论对其而言只是分散了他对于数学概念与所倾向的方法的注意.”(《Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning》, ed. by J. Boaler, 同前,第191页)

第三 活动与内化.

以上关于“信息共享”的论述已从一个侧面表明了“内化”应当被看成学习活动十分重要的一环:个体在利用制品的时候,会将制品的这些方面内化.在此还应强调的是,除去上述的意义以外,我们又应清楚地认识到“活动的内化”对数学学习的特殊重要性.

事实上,这正是皮亚杰的一个基本观点:“高级数学最终归结为对于行动的思考,这些行动最初寓于人的身体世界,但是最终寓于心理活动本身,人能够在没有具体物体的情况下进行这种心理活动.”(转引自卡拉尔、施利曼:“数学教育中日常推理的应用:实在论对意义论”,乔纳森、兰德主编:《学习环境的理论基础》,第163页)从而,与单纯强调学生的动手实践相比,我们就应更加重视“活动的内化”,因为,只有在后一水平上,主体所从事的活动才能够真正成为反思的对象,而又正如皮亚杰所指出的,数学的抽象活动归根结底地说就是一种“自反抽象”,也即直接建立在对所已建立的概念与方法的反思与重构之上.

当然,从情境认知的角度去分析,我们又应十分重视个体间的积极互动;然而,在笔者看来,后者事实上也可被看成从又一角度更为表明了超越单纯的“动手实践”的重要性。

笔者在此愿引用卡拉尔等人的以下论述,因为这更直接关系到数学的本质特点:“知识,特别是数学知识,并不是通过感觉器官进入人脑的。……数学是关于关系的,而关系并不像桌子、小刀、叉子那样是可能操纵的东西。”(乔纳森、兰德主编:《学习环境的理论基础》,同前,第175页)

从而,总的来说,在积极倡导“动手实践”的同时,我们又应注意防止所谓的“天真的物理主义”。

第四 理论与教学实践

从情境认知的角度去分析,我们也应对理论与教学实践之间的关系作出新的认识,特别是:

(1)“情境中的需要高于规则、模式甚至标准价值观的规定。”(威尔逊、迈尔斯:“理论与实践境脉中的情境认知”,乔纳森、兰德主编:《学习环境的理论基础》,同前,第77页)这也就是说,我们应当依据特定的对象、环境与教学内容创造性地去进行教学,而不应机械地去应用某种理论或模式。

(2)正因为此,我们就应十分注意对各种学习或教学理论的自觉批判与反思。例如,也正是在这样的意义上,贝德纳等指出:只有在开发者对设计所依据的理论有反思性认识时,有效的教学设计才成为可能。

(3)应当大力提倡观点的多元化。因为,“当一个理论转换成教学上的规定时,唯我独尊就会成为成功的最大敌人。……理论上的唯我独尊和对教学的简单思维,肯定会把哪怕是最好的教育理念搞糟”;与此相反,“当两个隐喻相互竞争并不断映证可能的缺陷,这样就更有可能为学习者和教师提供更自由的和坚实的效果。”(A. Sfard,“On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one”《Educational Researchers》,1998(27),第10页~11页)

(4)对于各种教学方法我们也应采取同样的态度。

具体地说；情境认识也提供了一个以新的方式界定(课程)设计者作用的机会.设计任务被看作是互动的而不是理性地规划的.但更重要的是,设计和控制变为情境化的,处于真实学习环境的政治社会情境脉络中.学习环境的设计者和参与者不再是采用最佳的学习理论,而是重视具体情境的约束和给养.在这样的学习情境脉络中,对理论的应用较少是线性的和直接的.与任何工具一样,实践者可以发现不同理论的价值,特别是在提供了看待问题的不同视角方面的价值.……设计的情境观支持参与者和利益相关者的有价值的实践,而不管他们采用什么理论、工具或技术.(威尔逊、迈尔斯：“理论与实践境脉中的情境认知”,乔纳森、兰德主编：《学习环境的理论基础》，同前,第78页~79页)

最后,我们又应切实防止这一方面的极端化立场,特别是,就如扬等人在“行动者作为探测者：从感知——行动系统看学习的生态心理学观”一文中所指出,这“使人认为存在真实(不真实)的学习环境、情境化(非情境化)的学习、有意义的(无意义的)问题……这种表述会产生一种概念上的误导,让人觉得一些学习和思维是情境性的,一些不是这样的.”恰恰相反；所有的学习都是情境性的.……如果学习了什么,学习的东西就会在某种途径上对于该个体有意义.如果学习确实发生了的话,就没有学习是不真实的.……只要学习发生之处,我们就可以认为学习是真实的、情境性的、有意义的.(乔纳森、兰德主编：《学习环境的理论基础》，同前,第136页)

第五,对于传统教学的再认识.

相对于纯粹的批判性立场而言,笔者以为,现有的学习研究对于传统教学似乎采取了较为肯定的立场,对此由以下的一些论述即可大致地看出：

“做中学能够通过相对专家的引导得以促进.可以根据指导者的判断而提供或取消这种支撑.但是可靠的判断必须建立在对于学生表现的可靠反馈之上.”(扬、巴拉布、加勒特：“行动者作为探测者：从感知——行动系统看学习的生态心理学”,乔纳森、兰德主编：《学习环境

的理论基础》,同前,第142页)

“教育者一直在为认知的分配进行设计,尽管是以一种默会的方式进行的。(贝尔·温:“分布式认知:特征与设计”,乔纳森、兰德主编:《学习环境的理论基础》,同前,第121页)

从而,这事实上也就可以被看成对前一时期少部分人所采取的以下极端立场的一个合理否定,即是因为突出强调学生在学习活动中的主体地位而完全否定了教师教学工作的重要作用。当然,应当明确的是,上述的变化又不能等同于对传统教学的简单回归,毋宁说,这是要求我们从理论高度对传统教学作出更为自觉的总结与反思,特别是,我们应当努力完成以下的重要变化,即是由经验上升到理论,由不自觉的自发行为上升为理论指导下的自觉实践。

另外,社会的进步显然也会造成某些新的变化。例如,作为技术进步的直接结果,对于所说的“学习活动的指导者”我们现今就不应仅仅理解为教师,而也应当包括各种精心研制的软件或计算机系统。

最后,应当强调的是,对于数学教育研究而言,学习理论的现代发展显然不仅提供了良好的机遇,而且也提出了严重的挑战。特别是,由于所说的新的学习理论主要地都是从一般教育的角度进行论述的,因此,这事实上就应被看成数学教育工作在当前所面临的一个紧迫任务,即应当努力做好由一般教育到数学教育的过渡,也即应当通过自身的努力在数学教学中很好地去落实或体现各种新的学习理论或理念。以下就围绕“社会建构主义”、“环境认知”与“置于观点”等对数学教育领域内的一些相关工作作出简要的介绍。

三、数学教育研究的社会转向

1. 从社会建构主义谈起。

正如人们现已普遍地认识到了的,建构主义的兴起正是数学教育(乃至一般教育)现代发展的一个重要特点,而其最为重要的意义就是为对于传统教学思想的自觉反思与批判提供了重要的思想武器。

具体地说,我们首先即应提及所谓的“极端建构主义”(或者说“个人

建构主义”) , 它的一个主要特征就是对认识活动的个体性质的绝对肯定。这也就是所谓的“有一百个学生, 就有一百种不同的建构。”显然, 依据这样的立场, 我们在数学教学活动中也就应当特别重视学生的个体特殊性, 包括对学生的错误采取更为理解的态度, 以及清楚地看到“理解”并非对于某种“客观意义”的被动接受, 而主要是一个“意义赋予”的过程, 也即如何将新的概念或结论纳入到学习者已有的认知框架之中。^{〔1〕}

上述思想应当说有一定的合理性; 但是, 从理论的角度去分析, 我们又可提出一些直接的疑问。例如: (1) 尽管我们应当充分肯定学习活动的个体特殊性, 但是, 学习过程又是否具有一定的规律性, 或者说, 不同学生的学习活动是否也有其一定的普遍性? (2) 对学生在学习过程中所产生的各种观念是否可以(或者说, 应当)做出正确与错误的区分? (3) 如果只是强调“纯主观”的解释, 也即认为理解主要是一个‘同化’的过程, 那么, 数学中概念和定理是否还有其确定的客观意义? 另外, 由于极端建构主义将学习活动看成一种高度自主的行为, 从而就完全否定了教师对学生学习活动所应发挥的重要的指导作用和促进作用, 而这当然也是不能为人们所接受的, 特别是, 如果以此去指导实际的教学活动就必然会造成严重的消极后果。

事实上, 也正是上述的原因直接导致了建构主义的历史发展, 特别是, 从20世纪80年代后期开始, 社会建构主义逐渐取代极端建构主义在数学教育(乃至一般教育)领域中占据了主导地位。

具体地说, 与极端建构主义对认识活动个体性质的绝对肯定直接相对立, 社会建构主义明确肯定了认识活动的社会性质, 特别是, 认识并非纯粹的个人行为, 而必定有一个在不同个体之间进行表述、交流、批评与反思, 以及不断改进的过程, 这也就是说, 认识主要地是通过个体间的互动得以实现的。

特殊地, 这事实上也就可以被看成社会建构主义的一种影响, 即在现今的数学教育、特别是新一轮的数学课程改革中人们往往对合作学

〔1〕 详可见郑毓信、梁贯成:《认知科学、建构主义与数学教育》,同前。

习、师生互动给予了突出的强调。例如,作为我国新一轮数学课程改革的指导性文件《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》就曾多次指出:“数学教学是数学活动的教学,是师生之间,学生之间交往互动与共同发展的过程”;另外,很可能也就是基于这样的认识,在现今的课例点评中人们就经常可以听到这样的意见,即认为应当更多地采取合作学习这样一种学习形式。^[1]

事实上,由先前的论述我们已经知道,对个体间互动(包括同学间的互动以及师生间的互动)的充分肯定应当被看成关于数学学习活动“社会观点”的一个基本内涵,而且,我们不应仅仅从知识的建构,而且也应从更为广泛的角度去认识合作学习与师生互动的积极意义。例如,在一篇题为“处于支配地位和次要地位的男性对于合作学习中的互动的影 响”的论文中,澳大利亚学者巴纳斯(M. Barnes)就曾指出,对学生、特别是女学生和不那么自信的学生来说,合作学习“使他们有更多的机会表述和发展自己的思想、以及提出问题并获得解答”;这样培养出来的学生“对于挑战具有更为开放的态度,也更善于作出独立思考”。(《Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning》, ed. by J. Boaler, Ablex Pub. 2000, 第165页~166页)从而,我们事实上也就应当从更为广泛的角度去认识个体间积极互动的意义。

当然,又如前面所已提及的(对此并可见2.4节),在作出上述肯定的同时,我们也应注意防止认识上的片面性与做法上的绝对化,如对合作学习采取绝对肯定的态度,并因此而认定其他任何一种学习形式都是完全不可取的。^[2]

2. 认知活动的情境相关性。

依据“社会的视角”,我们不仅应当充分肯定不同个体间积极互动的重要性,而且也应清楚地看到情境对人们认识活动的巨大影响。

[1] 对此可参见《小学青年教师》2001年第八期所刊出的十个课例(它们获得了“全国第一届小学数学课程与教学改革研讨会探索奖”)

[2] 对于建构主义我们还将在5.4节中作出进一步的分析。

例如,正如笔者在先前的一些论著中所提及的,香港中文大学的黄家鸣先生所给出的以下实例就可说清楚地表明了认识活动的情境相关性:[1]

有 11 位同事在教师餐厅共进午餐,费用由用餐者共同承担,最终送来的账单是 483 元. 应当如何处置?

黄家鸣先生指出,在不同的环境中,也即这究竟是现实生活中所发生的一个实际问题,还是课堂上所给出的一个应用题,人们很可能会采取不同的计算方法(估算或笔算),甚至对什么可以被看成合适的解答也会有不同的看法,因为,在现实生活中人们往往会满足于某种不那么精确的解答,但在课堂上则无论是教师或是学生都会感到有必要通过仔细的计算去得出如下的解答: $483 \div 11 = 43 \frac{10}{11}$.

作为又一实例,我们还可提及斯蒂文斯(R. Stevens)关于“自动形成的问题”与“教师指定的问题”的区分,这不仅表明对所说的“情境”我们应作广义的理解:后者未必指不同的场合(因为,即使是同样的场合(教室),问题的不同类型也可被认为学生的数学学习提供了不同的“情境”),而且也从更为广泛的角度指明了情境对学生学习活动的重要影响:这不仅直接关系到解题方法的选择以及答案的判断标准,对学生的学习态度、甚至相应的合作形式也有着十分重要的影响.

具体地说,斯蒂文斯的研究对象是由四个学生所组成的一个小组——他们正在从事一项课题研究(探索性研究),尽管这一课题并不是直接关于数学的,但在探索的过程中却形成了一些很有意义的数学问题,也正因为这些问题是与他们所面对的“实际问题”密切相关的,学生们对此表现出了很大的兴趣,并采用了各种可能的方法积极地去进行求解,在这一过程中学生们也表现出了很好的合作态度;

[1] 详见黄家鸣:“Do real world situation necessarily constitute 'authentic' mathematical tasks in the mathematics classroom?”.

与此相对照,教师后来在课堂上又提出了一些“指定的任务”,由于这些问题的求解将直接影响到学生的分数,这时学生主要地就并非是在兴趣的支持下,而只是由于分数的压力“被迫地”去从事解题活动,对分数的追逐也成了他们的唯一目标——没有人再去关心这些问题是否有任何现实的意义,对分数的重视更使这些学生由先前的积极合作转变成一种较为消极的关系,包括因时间的延误而相互指责以及在同学间形成了某种“不平等的地位”。(详见《Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning》, ed. by J. Boaler, 同前,第131页~134页)。

由于教师的教学活动也可被看成为学生的学习提供了特定的情境,因此,从这样的角度去分析,不同教学模式对学生学习活动的影晌也就可以被看成认识活动情境相关性的直接事例。例如,这事实上也就是鲍勒和格里诺的论文(“数学世界中的定位、个体与认识”)的主旨所在,即是认为“讲授式教学(didactic teaching)”和“以讨论为主的教学(discussion-based teaching)”构成了两种不同的学习情境,并在很大程度上决定了学习者的性质和定位(positioning):与前者相对应的是被动的、接受型的、孤立的学习者,与后者相对应的则是主动的、探索型的、合作型的学习者。

综上所述,这就是“社会视角”的又一基本涵义,即应当明确肯定数学认识活动的情境相关性——特殊地,这事实上也就可以被看成“情境认知(situated cognition)”这一概念在数学教育领域中的具体应用。

最后,应当指明的是,在一些学者看来,我们不仅应当明确肯定认识活动的情境相关性,而且也应进一步肯定数学知识的情境相关性。例如,“民俗数学”研究在国际数学教育界的兴起在很大程度上就可被看成后一观点的直接体现,因为,这种研究的实际出发点就是对数学的文化相关性的直接肯定,这也就是说,不同的文化必然会发展出多种不同的数学形式;另外,对数学教育工作者来说,关于“学校数学”与“日常数学”的区分无疑更为重要,而这显然也就是对数学知识情境相关性的直接肯定,特别是,学生可以由日常生活发展起一定的

数学知识,而后者又未必与他们在学校中所学到的数学知识完全相同.

3. 置于(情境)观点.

先前的讨论已经表明,相对于“情境认知”而言,“情境(置于)观点”是更为重要的,特别是,后者所主要关注的已不再是个人在特定情境下对知识的建构,而是个人身份的形成及其改变——从而,如果说对个体与群体之间联系的突出强调是集中表明了情境(置于)观点与“社会建构主义”的共同点,那么,以下就清楚地表明了在这两者之间所存在的重要区别:按照社会建构主义的观点,学习主要地应被看成一种意义赋予的活动,与此相对照,按照置于观点,学习主要地应被看成一种参与活动,这也就是说,其所涉及已不仅是相应知识的建构或能力的培养,而且也是主体的自我认识和改变的过程.

正如上面已提及的,按照鲍勒和格里诺的观点,不同的教学模式就在很大程度上决定了学习者的性质和定位(positioning),因为,对于大多数学生来说,学习主要地就是如何去适应这一特定“情境”的要求,从而真正成为相应的社会共同体(在此即是指班级与学校)的合格一员.应当指明的是,后者又不应被看成一种纯粹被动的过程,毋宁说,在所说的“情境的要求”与学生心目中的“理想自我”(authored identity)之间往往存在较大的距离,从而最终所发生的就既可能是“自我的丧失”,也可能是主体对情境的“改造”或脱离.例如,按照鲍勒和格里诺的研究,在很多学生看来,传统的数学教学所要求的主要是(学生的)耐心、服从、韧性和(承受)挫折的能力,这并是与创造性、艺术性以及人性直接相对立的——从而,在鲍勒和格里诺看来,这事实上也就为以下的事实提供了解答:为什么在传统的教学模式下有这么多的学生,尽管他们未必是数学学习中的失败者,但却仍然不喜欢数学,因为,他们不能接受传统教学模式的这一“定位”,而更加倾向于创造性和艺术性等这样一些品质.

与个体间的互动以及认识活动的情境相关性一样,上述的“情境(置于)观点”也可被认为是为深入开展数学教育研究开拓了一些新的

领域,如关于数学课堂中不同组群的分析等。例如,在上述已提及的那篇论文中,巴纳斯就曾以合作学习为背景具体地指明了男学生中的两种不同组群(“the Males”与“the Technophiles”)。特别是两者在合作学习中的不同行为方式。巴纳斯指出,所说的行为方式既是成员间互动的结果,同时也造成了所说的组合;另外,所说的组群又不仅对组群中各个成员的行为方式有着十分重要的影响,而且也直接影响到了整体性的教室文化的建构——显然,这事实上也就更为清楚地表明了“情境(置于)观点”所采取的特殊视角。

值得指出的是,在笔者看来,“情境(置于)观点”并是与通常所说的“社会学视角”较为接近的,因为,相关的研究往往表现出了社会学研究的如下特征,即特别关注价值的分析,如“对谁有利?”“这种作用又是如何发挥的?”等等。

例如,由澳大利亚学者札文伯根(R. Zevenbergen)所给出的以下研究结论显然就表现出了上述的“社会学特性”:来自中产阶级家庭的学生对于传统的教学组织形式,包括教学中的“三步式的对话”(triadic dialogue,即是由教师首先提出问题,这通常是较为简单的,也即其答案对于学生来说是较为明显的,再由学生作出回答,最后再由教师对学生的解答作出评价),教师在教学活动中的主导地位,课程的学术取向,以及必须保证教学秩序这一基本规范等,是较为适应的,而贫困家庭出身的儿童则往往对此具有较强的抵触情绪,从而,传统的教学组织形式对前者就较为有利。另外,由于加强与实际生活的联系也可被看成世界范围内新一轮数学课程改革的一个普遍特征(详见2.2节),因此,以下的研究结论也就应当引起我们的高度重视:并非所有的学生都可由加强数学与日常生活的联系得益,恰恰相反,这种做法事实上进一步加重了贫困学生的负担。

最后,还应指明的是,由于“情境(置于)观点”主要涉及到了个体与群体之间的关系,而群体的主要标志则是其成员具有共同的观念和行为习惯,因此,观念的问题在各种相关的研究中往往也就占有十分重要的地位——在笔者看来,这事实上也就清楚地表明了在所谈的“社会

的视角”与通常所说的关于数学教育的社会——文化研究之间的重要联系。^{〔1〕}

4. 观点的必要互补.

以上的论述显然已清楚地表明了在所谈的“社会的视角”与先前在数学教育领域中占据主导地位的“心理学视角”(“认知视角”)这两者之间所存在的重要区别,特别是,就如英国学者拉曼(S. Lerman)所指出的,极端建构主义在一定意义上就可被看成是将数学学习研究中的“心理学视角”(他称之为“心理学模式”(psychological paradigm))发展到了极端的地步,也即将学生的学习看成是纯粹的个人行为(从而,在这种观点下,学生就是完全独立、彻底自治,并是与外部情境、包括整体性的社会——文化环境完全隔离的);与此相对立,社会建构主义则已包括了由“心理学视角”向“社会的视角”的重要转变,因为,后者主要地即是从个体间的互动这样一个角度指明了认识活动的社会性质;最后,“情境认知”与“情境(置于)观点”则可说更为深入地指明了学习活动的社会性质,从而就不仅为数学教育研究开拓了若干新的研究领域,而且也使人们的认识达到了更大的深度。^{〔2〕}

需要强调的是,尽管所说的“社会的视角”和“心理学视角”是很不相同的,但是,就数学教育的深入发展而言,我们又不应采取如下的片面立场,即对“社会的视角”采取绝对肯定的立场,而对“心理学视角”则采取完全排斥的态度,毋宁说,在此所需要的应是这两者的必要互补.

例如,尽管我们应当明确肯定认识活动的情境相关性,但却不能认

〔1〕 对于“社会的视角”与“文化研究”之间的关系,英国学者拉曼曾作了如下的分析:社会的视角为文化研究开拓了新的可能性,文化则是社会化的内涵. 详可见其所著的《Cultural Perspective on the Mathematics Classroom》,Kluwer,1994. 另外,笔者以为,如果说社会学的研究特别注重社会集团及其利益关系的分析,文化的研究则更加关注观念与信念等“看不见的成分”.

〔2〕 详可见“ The Social Turn in Mathematics Education Research ”《Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning》,ed. by J. Boaler,同前,2000.

为学生的学习活动是由他所处的情境唯一决定的 ;另外 ,又如以上关于“情境的要求”与学生的“理想自我”之间的冲突与整合所表明的 ,与知识的建构一样 ,学生的“社会定位”最终也只能通过主体内在的思维活动才能得以实现 ,从而 ,在此也就同时需要“社会的视角”这样一种“外部的”考察与“心理学视角”这样一种“内在的”视角。

事实上 ,在现今的数学教育研究中我们已可看到“心理学视角”与“社会的视角”的互补与整合。例如 ,美国数学教育家柯柏就曾指出 ,这正是其在过去十多年中所实际经历的思维发展过程 ,即是由“最初的个体主义的立场转向了如何将社会的和心理学的视角作出协调这样一种立场”。(《Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning》, ed. by J. Boaler ,同前 ,第71页)。另外 ,又如1.1节中所已指明的 ,由柯布与德国学者鲍尔斯费尔德所联合承担的一项研究更可被看成这方面的一个自觉努力 :柯布在先前主要侧重于“心理学视角” ,而鲍尔斯费尔德的工作则主要集中于“社会(互动)的模式” ;然而 ,正是通过交流与合作 ,他们最终得出了这样的共同结论 :“心理学与社会的视角都只是说出了问题的一半 ,在此所需要的是一个综合的途径 ,即在认真研究各个学生的数学解释的同时 ,也应清楚地看到这种活动必定是在一定的社会环境中进行的。”再例如 ,也正是基于同样的考虑 ,尽管其新出版的论文集主要是为了对所说的“社会的视角”作出说明 ,但主编者鲍勒在前言中又明确指出 :“社会的视角”与“心理学视角”事实上存在互补的关系——也正因为此 ,鲍勒就将这一论文集起名为《多视角下的数学教学》(Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning)。

更为一般地说 ,我们在此显然不仅应当明确肯定“社会的视角”与“心理学视角”的必要互补 ,而且也应清楚地看到在数学教育诸多对立面之间所存在的辩证关系 ,如情境的重要影响与学生的主体地位 ,学生的自治性与其对共同体的参与 ,等等。特殊地 ,又如笔者在先前已多次提及的 ,这就应当被看成数学课程改革深入发展的关键所在 ,即应努力做好诸多对立面之间的必要平衡。(对此可见2.2节)

【附录】

关于“数学教育研究社会转向”的三点附注

哲学圈内谈论“转向”应当说是一种时髦,即如“哲学的认识论转向”、“哲学的语言学转向”等等。此类论述应当说有不少真知灼见,但也有不少仅仅是哗众取宠、耸人听闻。也正是基于这样的考虑,笔者感到就有必要对以上所说的“数学教育研究的社会转向”作出以下三点附注:

1. 细心的读者可能已经发现,“数学教育研究的社会转向”并非笔者的独创,而只是直接转述了其他一些学者的相关看法(具体地说,笔者是由拉曼的一篇论文“The Social Turn in Mathematics Education Research”(《Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning》ed. by J. Boaler,同前,2000)首次接触到了这一提法)。尽管如此,笔者以为,“转向”这一词语的选择又确有其一定的合理性,因为在比较的意义上,我们的确可以看到研究方向的重要调整,特别是,如果说认知心理学对行为主义主导地位的取代在很大程度上即可被形容为研究的重点已经由“外”(外部的可见行为)转向了“内”(主体内在的思维活动),那么,20世纪90年代以来出现的关于教育的社会研究就可以说是由“内”又重新转向了“外”,即是表现出了对个体的认知活动(特别是,学习活动)与外部情境、以及个体与相应群体之间关系的更大关注,乃至由唯一集中于个体的认知活动转变到了更加关注个体的社会定位。

另外,还应指明的是,所说的转向又不应当被看成是由少数学术带头人的意愿或兴趣所唯一决定的,毋宁说,这主要反映了深入开展数学教育研究的实际需要,因为,个人所处的“情境”对主体的认知活动显然有着十分重要的影响,从而,为了更好地理解个体的认知活动,就必须将所说的各种“外部因素”都考虑在内。例如,后者事实上也就可以被看成“社会建构主义”与“情境认知”的一个基本内涵,即如前者对个体间互动的认识论意义的突出强调,另外,所谓的“情境认知”其核心内容也就是对认知活动情境相关性的直接肯定——从而,尽管这两者还不能被看成“社会转向”这一方向上的自觉努力,但又都在一定程度上体现了研究重点的如下转移,即由唯一集中于主体内在的思维活动转向了更加重视外部情境对主体认知活动的影响。进而,相对于所说的“早期发展”而言,“数学教育研究的社会转向”的明确提出则又显然表明相关的研究现已成为了一种有着明确方向的自觉努力,特别是,由于所谓的“置于(情景)理论”其主要关注的已不再是个人在特定情境中对于知识的建构,而主要是个人身份的形成及其改变,从而就已完全超出了“认知心理学(科学)”的研究范围。

2. 作为问题的另一方面,我们又应清楚地看到:所说的“数学教育研究的社会转向”并不应被理解成所说的研究已在数学教育领域中占据了绝对的主导地位,或就应当被看成数学教育研究的唯一正确方向,毋宁说,这主要地是体现了一种新的研究视角或研究取向,从而,就如前面所提到的,我们应当特别注意防止认识上的片面性,如认为“情景理论”的兴起就意味着我们应当完全放弃认知心理学的研究。值得指出的是,后者事实上也就可以被看成先前的相关发展所给予我们的一个重要启示,即不应将认知心理学对行为主义研究主导地位的取代简单地理解成对于外部可见行为的研究的绝对取消,毋宁说,这只是十分清楚地表明了行为主义研究的局限性,或者说,即可被看成对后者的必要补充。

更为一般地说,笔者以为,这事实上也就可以被看成相关发展(特别是,学习心理学研究历史发展)的主要意义,即从总体上更为清楚地表明了学习活动的复杂性。

另外,也正是基于上述的立场,笔者以为,在面对新的研究工作、特别是研究方向的重要转变时,我们应当更加关注以下的问题:所说的新的研究(或转向)对数学教育的实际活动(包括教学与研究工作)究竟有什么积极作用或启示意义?特别是,所说的“转向”又为目前正处于积极实施之中的新一轮数学课程改革提供了什么样的启示?

由前面的论述可以看出,笔者对上述问题持肯定态度,但是,迄今为止人们所从事的又只能说是这一方向上十分初步的一些工作,从而,如何针对数学学习的特殊性更为深入地开展相关的研究就应被看成数学教育工作者所面临的一项共同任务。

最后,笔者在此愿再次重申这样一个观点:数学教育领域内的一切理论研究最终都应聚焦于实际的教学活动、特别是学生的学习活动,也即应当促进对学习与实践的深入理解。

3. 以下再从更为一般的角度指明笔者对深入开展数学教育研究的一些想法,特别是,我们究竟应当如何去看待国际上数学教育研究的最新发展?

具体地说,我们在此应当首先提及这样一个事实,即相对于20世纪七八十年代而言,我们已在“放眼世界”这一方面取得了很大进步,特别是,在过去一些年中我们不仅派出了相当数量数学教育专业的留学生和访问学者,更有不少人员直接参加了各种各样的国际性学术会议和国际性合作研究,从而对数学教育的国际进展就有了一定了解。

上述的发展势头当然应当保持并进一步强化,但是,笔者以为,相对于各项具

体的研究工作或一般性的了解而言,我们又应更加重视对国际数学教育总体发展趋势的综合分析(例如,1.1节就可被看成这一方向上的一个初步努力),另外,作为赶超世界先进水平的一个重要环节,对国际上的一些最新发展我们又应当具有一定的敏感性,从而就可积极地去开展相关的研究。

特殊地,就我们当前的论题而言,笔者以为,我们并可由科学哲学在过去几十年中的发展获得一定的启示:

具体地说,著名科学哲学家库恩(T. Kuhn)在1962年出版的《科学革命的结构》一书在很大程度上即可被看成实际开拓了“科学活动的社会学研究”这样一个新的研究方向,而后者又可以被看成科学哲学研究自20世纪80年代以来最为活跃的一个方面,包括所谓的“STS(科学、技术与社会)研究”、“科学知识社会学(SSK)”与“科学元勘(science studies)”等。由于哲学的研究往往可以被看成为其他方面、包括教育方面的相关发展提供了直接的先声,乃至必要的理论基础,因此,在这样的意义上,笔者以为,由过去二十年中关于科学活动的社会学研究的繁荣局面我们也就可引出这样的结论:数学教育的社会研究有着十分良好的前景。

当然,在此所需要的并非相关理论的简单移植或直接应用,而应立足于数学教育的实际活动并积极地去开展相应的研究。从而,笔者就由衷地希望能有更多的数学教育工作者、特别是年轻同志能积极地致力于这一方向上的工作。

5.2 后现代主义与数学教育

相对于“建构主义”而言,“后现代主义”(post-modernism)对中国数学教育界的大多数人来说恐怕还是一个较为陌生的名词,然而,在各个发达国家、特别是西方各国,“后现代主义”却代表了一个十分广泛的文化思潮,并已对教育界产生了十分重要的影响。对此例如由以下一些著作的名称就可清楚地看出:《后现代课程发展》(Curriculum Development in the Postmodern Era)、《后现代课程观》(A Post-Modern Perspective on Curriculum)、《全球化与后现代教育学》(Globalization and Postmodern Pedagogy),等等。由于这些著作中有不少已被翻译成了中文,因此,我们也就完全可以期待后现代主义将会对中国教育界同样产生十分重要的影响。

数学教育工作者应当如何面对上述的形势?显然,我们不应对西方

的最新发展采取盲目追随的态度,而应首先从整体上对后现代主义作出较为全面的了解与分析。以下就首先从科学哲学的视角对后现代主义作出概述。在此应当强调的是,在西方社会中现也可以看到对后现代主义的严厉批评,而这不仅涉及到了后现代主义的各个基本立场,特别是所谓的“反科学主义”,而且也直接关系到教育界中对后现代主义的盲目追随。例如,在对后现代主义进行批判的一本专著中,美国学者列维特(N. Levitt)就曾写道:“教育学院——甚至它们的科学教育系——急切地渴望仿效最近的文化‘理论家’、流行的文化人类学等等的愚蠢、自以为是和行为主义。更糟糕的是,科学教育者有特殊的责任来确认和培养下一代职业科学家,这样的观念已被丢到一边。而且,在激进的科学教育学的观点看来,最高的责任是与科学作斗争,因为科学是一个‘知识的专制主义形式’。”又“自居的小学和初等科学教育的改革者们,在主流教育理论家的帮助下,高高地挥舞着很有问题的哲学冲入争论之中,并背负着各种社会活动分子理论要求的学生负担。”(《被困的普罗米修斯》,南京大学出版社2003,第286、305页)。在笔者看来,这事实上也就十分清楚地表明了这样一点:在充分肯定后现代主义、特别其对于科学和数学教育的积极意义的同时,我们又应十分注意对于其中所包括的错误成分的批判。以下我们就来具体地从事这一工作。

一、后现代主义概述

在较为宽松的意义上,后现代主义可以说代表了一个十分广泛的社会——文化思潮。例如,以下就是美国学者斯莱特里(P. Slattery)在《后现代课程发展》一书中所列举的关于“后现代主义”的十一种可能的解释(《Curriculum Development in the Postmodern Era》,Garland Publishing Inc.,1995,第15页~16页):

(1) 代表了一个新的历史时期,也即是对于工业社会与技术社会的一种超越;

(2) 一种存在于当代艺术与建筑学中的特殊的美学风格,它是折衷的、万花筒式的、反讽的、寓意的;

- (3) 对于经济和政治全球化的一种反对；
- (4) 代表了一个哲学运动,后者致力于真理、语言、知识与权力等现代概念的解构；
- (5) 对现代技术对于人类心理与环境所造成的负面影响的批判,提倡整体论与可持续生态的整体观；
- (6) 一种极端的折衷主义；
- (7) 对于现代性的唯物论哲学的一种超越；
- (8) 对于另类的认同；
- (9) 观念(基本假定、操作模式、宇宙观)的根本性变化；
- (10) 对于现代社会热衷于支配与控制的反对；
- (11) 后结构运动,反对中心,由中心转向边缘。

美国教育学家多尔(W. Doll)也曾指出:“后现代思想已经波及艺术、人文、文学、管理、数学、哲学、科学、社会科学和神学等领域。”(《后现代课程观》,教育科学出版社,2000,第7页)正因为此,后现代主义也就常常被称为是一个“宏范式”(megaparadigm),即是突出强调了这一思潮有着十分广泛的覆盖面。

尽管后现代主义涉及到了诸多的方面与领域,但从总体上说,在所有这些思维倾向或表现形式之间也有着明显的共同点,这就是强烈的批判性,即是从多个不同角度对现代社会、人类的现代化进程、现代科学技术、现代思想体系等进行了深入的反思与批评。也正因为此,相对于当前社会的主流而言,后现代主义就具有很强的反叛性。这也就正如“建设性后现代主义”的主要代表人物格里芬(D. Griffin)所指出的:“如果说后现代主义这一词汇在使用时可以从不同方面找到共同之处的话,那就是,它指的是一种广泛的情绪而不是任何共同的教条——即一种认为人类可以而且必须超越现代的情绪。”(格里芬主编《后现代科学》,中央编译出版社,1995,第20页)

由于现代科学在人类社会的现代化进程中发挥了特别重要的作用,因此,在这样的意义上,对现代科学、特别是其对于人们思维方式与价值取向重要影响的反思与批判,对后现代主义而言就有着特别的重

要性,特别是,如果说后现代主义对于人类社会现代化进程中所出现的种种弊病(如资源的浪费与环境污染等)的批判,以及对于现代社会所存在的种种不平等现象(如男权主义、种族主义等)的抨击,所涉及的都是一些可以直接接触到的现象与问题,那么,后现代主义关于现代科学对人们思维方式与价值取向影响的分析就已深入到了观念或信念的层次,并可以说是从后一层面面对何以会出现上述的种种弊病与不正常现象作出了更为深入的分析。

以下就从这样的角度从后现代主义对现代科学、特别是其对于人们世界观与价值取向重要影响的反思与批判作出具体介绍与分析。

1. “现代科学世界观”与“科学文化”的界定。

(1) 这里所谓的“现代科学世界观”,主要是指实际科学工作者所普遍具有的世界观,包括认识论和方法论,尽管这些观念通常并没有得到清楚地表述,甚至相关的主体对此也未必具有完全自觉的意识,但却仍然对他们的学术活动有着十分重要的影响,从而就可被认为是与他们的学术活动密切相关的。事实上,按照现代的科学哲学研究,这就可以说是一种广义的科学观,即是不应将“科学”等同于各种知识成分、特别是各种具体知识和技能的总和,而也应当看到相应的观念成分,因为,正是后者在很大程度上为具体的科学研究提供了必要的规范,包括重要的启发性成分。例如,主要地就是基于这样的思考,著名科学哲学家库恩专门引进了“范式”(paradigm)这样一个词语,而它的重要内容之一就是与科学活动直接相关的世界观、认识论和方法论等。(详可见《科学革命的结构》,北京大学出版社,2003)显然,如果借用后一术语的话,那么我们就可以把这里所说的“现代科学世界观”称为“现代科学范式”。

其次,应当明确的是,尽管所说的“现代科学世界观”构成了后现代主义者的一个重要批判对象,但不同的后现代主义者对“现代科学世界观”的描述却并非完全相同。例如,费雷(F. Ferre)关于“现代科学世界观”(他称为“宗教世界模式”)的分析就集中于相应的“心理形象”,即认为以下几种心理形象集中地体现了所说的“世界模式”：“完美机器

的形象”；“终极粒子的形象”；“纯粹客体的形象”。（“宗教世界的形成与后现代科学”，格里芬主编：《后现代科学》，同前，第124页～125页）另外，按照哈曼（W. Harman）的观念，“现代科学世界观”主要奠基于一一些“基本的形而上学的假设”：实证论、还原主义和客观性。（“后现代的异端：作为原因的意识”，格里芬主编，《后现代科学》，同前，第164页）再者，在格里芬看来，“现代范式”主要具有以下一些特点：第一，客观论。“自然的基本元素从本质上讲都是纯粹客观的，他们没有主观性，即没有经验、没有感知、没有目标和目的。”第二，现象论。“现代思想从一开始便否认事物中有什么可隐匿（秘密）的东西，而是认为表象即实在。”第三，移动论。“客体……运动的唯一方式是移动，即在空间从一地向另一地的运动。”第四，机械决定论。“这些客体之间相互的因果作用是纯机械性，即由于没有发现任何内在的自因的迹象，因而所有的原因都源于外部。”第五，还原论。“所有明显的‘整体’最终要还原成它们的部分。较大物质的行为全然是其较小部分作用的结果，它们与他物之间的因果力量也完全是由其较小部分的因果力量所决定的。”第六，感觉论。“与现代本体论互为依据的认识论坚持，所有的经验都源于感知，所有的感知都是感官感知。”（“论心与分子：心身相关宇宙中的后现代医学”，格里芬主编：《后现代科学》，同前，第199页～200页）最后，由于认为数学和力学在“现代科学世界观”的形成过程中发挥了特别重要的作用，因此，在多尔看来，我们就应将这种观念称为“数学和机械的宇宙观”。（《后现代课程观》，同前，第27页）〔1〕

事实上，我们可以通过与“中世纪世界观”的比较清楚地看出“现代科学世界观”的总体特征。例如，多尔在《后现代课程观》一书中就曾指出：“到目前为止自然的观念本身已发生了变化。在前现代时期地球是

〔1〕 多尔并认为，笛卡儿与牛顿在所说的“数学和机械的宇宙观”的形成过程中发挥了特别重要的作用：“达成这些目标的工具是笛卡儿的方法论和牛顿的原理，尤其是牛顿的简单的秩序观。”笛卡儿方法论假定的是确定性的获得，牛顿主义的可预见性假定的是一个稳定的、对称的和组织简单的宇宙。”详见《后现代课程观》，第一章。

宇宙的中心,自然及其活动是从生态的和个人的角度来加以考察——生存与灭亡、成长与复制。但是,一旦地球只被视为巨大的系统中的一个齿轮,其隐喻便从有机的词汇转向机械的、规律性的词汇……行星被视为巨大机器中的齿轮组,其运动以钟表的精确来测量。甚至上帝也染上了机器般的特性,失去了《旧约》和《新约》中所具有的人性,而成为机器式上帝。不再以上帝作为发挥作用的假设,拉普拉斯轻而易举便做到了这一点,这是从生物作用走向机械作用、从内在本质走向数学公式的最后一步。(《后现代课程观》,同前,第36页~37页)¹⁾

另外,还应指明的是,以上所提及的各种关于“现代科学世界观”的分析并已包括了认识论与方法论方面的若干基本主张。例如,“机械决定论”与“感觉论”必然突出强调因果关系与经验事实;“还原论”则显然是与所谓的“终极粒子的形象”直接相联系的;另外,对于数学的工具作用的认同更可被看成哥白尼(Copernicus)、开普勒(Kepler, J.)、伽利略(Galilei, G.)、笛卡儿(Descartes, R.)、惠更斯(Huygens, C.)、牛顿(Newton, I.)等诸多科学家的一个共识,这就是说,正是数学为我们提供了发现客观规律的基本工具。

(2) 由于以上所论及的“现代科学世界观”主要是针对科学家群体而言的,因此,如果将着眼点由专业的科学工作者扩展到一般民众,我们就可从一个更为广泛的意义上论及现代科学在观念或信念方面对人们的重要影响,后者就是所谓的“科学文化”——应当强调的是,这一术语的采用正是为了清楚地表明了这样一点:所说的影响往往是以潜移默化的方式发挥作用的,而后者则又正是“文化”的一个普遍特征;另外,由于“科学文化”显然应当被看成整体性的社会文化的一个部分,因此,其涉及面也就远远超出了科学研究的范围而扩展到了社会活动的各个方面,包括人文社会科学、艺术、技术等,乃至人们的日常生活。

具体地说,这里所说的“科学文化”首先是指在现代社会中人们所

[1] 对此并可见哈曼:“后现代的异端:作为原因的意识”,格里芬主编:《后现代科学》,同前,第162页~163页。

普遍持有的这样一种心态或价值取向,即对科学持有十分推崇的态度。正如列维特所指出的:“绝大多数的民意测验告诉我们,科学家受到了普遍的尊敬和爱慕。在所有的职业中,科学家要比政治家、律师和商人好。这种尊重是建立在依然有力的对科学的认识之上,即科学是技术和医药的根本,是使我们生活更加舒适、安全和娱乐的一切技术产品的最终源泉。”从而,“称任何自封的知识为‘非科学的’,就是轻视这些知识;一个假设如果没有得到科学上的保证,就应构成对它自己的反对”——特殊地,后者显然也就是导致以下现象的一个直接原因:在现代社会中种种邪教或现代迷信往往都给自己披上了“科学”的外衣,它们“假装继承了科学的遗产,并且操持着充满科学术语的语言。”(《被困的普罗米修斯》,同前,第62、505、148页)

进而,如果说由对科学的推崇发展到对科学家的敬仰主要是一种不自觉的行为(后者在很大程度上加强了现代社会中所存在的“男权主义”、“欧洲中心论”、“白人至上”等错误观念,对此可见以下论述),那么,在人文社会科学领域中所广泛流行的“科学化运动”就应被看成上述思潮在学术界中的一个自觉反应,如西方哲学研究中的实证主义运动,以及心理学的科学化历程,等等。更为一般地说,这更可被看成一种普遍的心态或价值取向,即对规律性、确定性的追求,并以预测和控制作为直接的工作目标。例如,这就正如美国著名心理学家和教育学家斯金纳(B. Skinner)所指出的:“如果我们要在人类事务中运用科学方法,我们必须假设行为是有规律的和确定的。我们必须期待发现一个人所作所为是特定条件的结果,一旦这些条件被发现,我们便可预期并在某种程度上确定他的行为。”(《Science and Human Behavior》,Macmillan,1953,第6页)

美国学者索尔蒂斯(J. Soltis)曾对上述的普遍心态或价值取向的“科学渊源”作出了具体分析:“18和19世纪关于物理世界的封闭系统观是一种原因和结果在宇宙机器之中运作交流的观点。那是一种确定性的宇宙,其中对联系和关系定律的发现可用于预测和控制。它为19世纪和20世纪发展起来的新社会科学以及教育研究与学术领域提供

了一种类似的关于实在的观点。(多尔:《后现代课程观》,同前;英文主编序言,第2页)另外,我们又应清楚地看到所说的观念或信念对于人们的实践活动有着十分广泛和重要的影响,这就是说,对于规律性和确定性,以及预测和控制的追求不仅直接反映于人类行为的研究(乃至管理科学),而且也可被看成集中地体现了现代社会在整体上的追求。例如,赫胥黎(T. Huxley)就曾用讽刺的语言谈到了“科学和技术产生了一个狂热信奉下列座右铭的社会:‘一致与稳定’。”(转引自格里芬主编:《反现代科学》,同前,第181页)再则,对于自然的控制与利用更可说已经成为人们的一种普遍立场:“对自然秩序的假定促使追随牛顿的那些科学家、哲学家和其他学者采用了这种新观点。在这种观点中,人类不再通过宗教仪礼或祷告者请求自然,也不再与自然和谐相处。自然定律的发现促使人性对自然予以控制。”(转引自多尔:《后现代课程观》,同前,第28页)

也正是在这样的意义上,笔者认为,上述的普遍心态或价值取向,也即对于规律性和确定性,以及预测和控制的追求,就可被看成“科学文化”的核心所在,也即构成了所谓“现代性”。另外,由于正是对科学的推崇构成了“科学文化”的直接渊源,因此,在很多学者看来,我们事实上就已由科学走向了“科学主义”：“科学在20世纪已从一种学科或程序扩展为一种教条,它的方法迅速地扩展成为一种形而上学,从而创造了‘科学主义’。这种对科学的崇拜,对科学的神化。”(多尔:《后现代课程观》,同前,第2页)特殊地,这种“科学主义”并直接导致、或极大地增强了现代社会中所已存在的各种弊病:“自然定律的发现促使人性对自然予以控制……首先是自然、其次是其他人服从于那些知道应该做什么的专家的意志便成为可能。”(多尔:《后现代课程观》,同前,第28页)从而,我们最终所面对的就是这样的一个世界:一个“专家至上的、男权主义的、白人至上的、欧洲中心的、人类中心的、机械主义的、经济主义的、消费主义的世界。”(可参见格里芬主编:《后现代科学》,同前,英文版序言,第21页~22页)

2. 批判与分析.

后现代主义者关于“现代科学世界观”与“科学文化”的界定应当说完全是为其进一步的批判工作服务的。以下就转向后一主题，笔者将对此作出自己的独立分析，即希望能清楚地指明：后现代主义者对“现代科学世界观”与“科学文化”的批判包括哪些合理的因素或启发性成分？我们又应如何对后现代主义的反科学立场作出必要的批判？

(1) 后现代主义者对前述的“现代科学世界观”进行了深刻批判。例如，这事实上就可被看成“建设性后现代主义”的一个基本立场，即希望能通过对于“现代科学世界观”的批判、并以此为对照发展起所谓的“后现代科学”。

具体地说，与“现代科学世界观”所经常引用的“物理学隐喻”相对立，后现代主义者通常更为欣赏“生物学隐喻”。例如，英国学者谢尔德拉克(R. Sheldrake)就曾从进化的角度对上述转变的合理性进行了论证，即认为由“物理学隐喻”(他称为“机器范式”)向“生物学隐喻”(他称为“有机体范式”)的转变代表了一种真正的进步。他写道：“我们生长的这个世界充满着发展和创新。我们的文化无处不渗透着变革的意识，而且，我们所有重要的社会、历史、经验和政治的理论无一不是在一个进化的框架中形成的。……我们在理解‘自然法则’时的这种变化与从机器范式到有机体范式的转变相吻合，而这后一种变化就是科学基础从现代向后现代的转变。机器的有序化来自于其创造者强加给它们的设计，而有机体的有序化则取决于它们固有的或获得的习性和气质。”(“作为习性的自然法则：科学的后现代基础” 格里芬主编：《后现代科学》，同前，第112页~113页)。再者，如果说上述的对立较为集中地表明了由“机械论”向“有机论”的转变，那么，“整体论”与“还原论”的对立就可以说从又一角度表明了后现代主义者对“现代科学世界观”的批判。例如，所说的“整体论”在很大程度上就可被看成由美国学者科布(J. Cobb)所倡导的“生态世界观”的核心：“诚然，大多数人还不具有一种生态世界观……但是，还有另外一些人，对于他们来说，万物相互联系的观点已经成为一个包揽一切的氛围，其他科学、以及经济需求和军事政策所提出的问题都要在这个氛围中加以考虑。……从这

一点上讲,生态学成为了一种世界观。(“生态学、科学和宗教:走向一种后现代世界观”格里芬主编:《后现代科学》,同前,第147页)特殊地,在后现代主义者看来,所说的“万物的相互联系”就清楚地表明了对象的复杂性和不可预测性。正如莱沃丁所指出的:“从一种重要的意义上讲,如果发展真是事物间关系的产物,那么我们如何能将关系的令人难以置信的复杂性还原成一组可操作的规则呢?我们又如何使用那种恪守笛卡儿式分析的实验方法来达到这一点呢?”(转引自伯奇:“后现代科学和后现代世界”格里芬主编:《后现代科学》,同前,第105页)

从而,总的来说,在后现代主义者看来,我们就应由对“因果性、简单性、线性(序列性)”的刻意追求转变到对“目的性、复杂性、内在联系”的确认;也正是在这样的意义上,“不确定性”和“创造性”就可被看成“后现代科学”的主要特征。这就是说,后现代科学是一种“充满不确定性和创造性的当代科学,而不是牛顿主义或拉普拉斯主义所支持的以发现和确定性为特点的科学”;它是“开放的、转变性的,而不是封闭的、可预测的。”(转引自多尔:《后现代课程观》,同前,第8页)

由于“现代科学世界观”、特别是所谓的“机械还原论”事实上只应被看成“科学世界观”的一种可能形式,并在很大程度上就是由当时的科学发展水平所决定的,从而也就必然具有一定的历史局限性,并必然会随着科学自身的发展遭到反驳或拒斥〔1〕因此,从这样的角度去分析,后现代主义对“现代科学世界观”的上述批判就具有很大的合理性,特别是,我们应明确肯定“科学世界观”的发展性和开放性。

以下我们再联系科学活动在本体论和认识论方面的基本假设对此作出进一步的分析。应当指明的是,这一分析与以上关于“机械还原论”的批判相比是更为深刻的,因为它所涉及的已不是任何一种具体的

〔1〕特殊地,笔者以为,这事实上也就应当被看成一些后现代主义者依据科学自身的发展来论证超越“机械还原论”的必要性的积极意义之所在。例如,伯姆(D. Bohm)就曾依据物理学的现代发展对“机械论”的局限性进行了分析:“相对论(在某种程度上)和量子理论(在很大程度上)引起了对宇宙是一个可直观想象的和可知的秩序这一假设的疑问。”(详可见“后现代科学和后现代世界”格里芬主编:《后现代世界观》,同前,第81页。

“科学世界观”，而是科学活动的本质特性。

首先，这无疑应当被看成科学活动最为基本的一个出发点，即对于研究工作纯客观立场的强调。由于后者显然以主客体的严格区分作为必要的前提，也即认为应当从客观规律中完全排除任何主观的成分，因此，就如诸多后现代主义者所反复强调的那样，如果我们盲目地接受这样的立场，就十分容易导致“科学的祛魅”乃至人性的丧失。

事实上，现代的科学哲学研究已经表明，就如任何观察都必然受到了理论的污染，从而所谓的“中性事实”就是不存在的，任何科学研究也必然包括建构的成分，也即不能被看成是纯客观的。这也就正如“后现代文化”的倡导者罗蒂（R. Rorty）所指出的：“是我们的信念和愿望形成了我们的真理标准……因为我们没有一个天钩可以把我们吊离我们自己的信念和愿望，而达到某个较高的‘客观立场’。”（《后哲学文化》，上海译文出版社，1992，第4页）从而，如果缺乏明确认识的话，关于科学研究纯客观立场的要求就只会使人们在这一方面丧失必要的自觉性与批判性，特别是：“我们会丧失自发性、创造性和责任感等有价值的东西，而这些才恰是人性的价值所在。如果全部实现那些应被视为和感觉成极度规律和精确的东西，每一事件的发生都是由其先前的环境决定的，那么不管我们实际上做什么，我们都不敢越雷池一步。那样，我们便不成其为负责任的力量。”（费雷：“宗教世界的形成与后现代科学” 格里芬主编：《后现代科学》，同前，第125页）

其次，理性主义可被看成科学活动在认识论方面的一个基本假设。就目前的论题而言，这主要是指，世界是有规律性的，这些规律并可借助合理的方法得到认识。这种理性主义的立场应当说是十分合理的，但是，又如许多科学家已清楚认识到了的，理性方法显然也有其一定的局限性，特别是，我们应给直觉思维等留下一定的空间。另外，更为一般地说，由于“科学是一个复杂的、异质的历史过程，其中既包含了高度复杂的系统，以及古老和僵化的思维形式，也包含了思想体系的含糊和不协调的预期。其中的一些成分可以以简洁的书面形式得到表述，另一些则是隐藏的，并且只有通过对照，通过与新的不寻常的观点加以比较才能

得到认识”因此,科学活动就不可能被完全纳入任何一种方法论的框架。(对此可见 P. Feyerabend 《Against Method》,NLB,1975,第146页)

综上所述,后现代主义对“现代科学世界观”的批判确实具有一定的合理性,特别是,这十分有利于促进我们在这一方面的深入反思。

(2)与以上关于“现代科学世界观”的分析相类似,“科学文化”显然也应被看成整个人类文化的一个组成成分,而并非唯一合理的文化形式。

事实上,在人文社会学科与科学之间所存在的重要区别就可被看成为上述结论的正确性提供了重要论据。更为一般地说,正如著名学者斯诺(C. Snow)所指出的,我们在此可以提及两种不同的“文化”。从而,盲目地提倡“人文社会学科的科学化”就是不恰当的,恰恰相反,我们不仅应当看到在这两者之间所存在的重要区别,而且也应看到它们的必要互补与相互促进,而后者又不仅是指科学对人文社会学科的积极影响,而且也是指相反方向上的作用。例如,后现代主义关于科学对于人们世界观与价值取向重要影响的批判事实上就可被看成后一方面的一个实际例证,因为,正是人文学科、特别是现象学与解释学以及存在主义等思潮,为后现代主义提供了重要的思想渊源,而后者则又直接促进了人们在上述方面的自觉反思与积极思考,从而对科学乃至科学教育也就有着一定的积极意义。更为一般地说,这事实上也就可以被看成近年来人们所普遍强调的“对于科学的人文关怀”其积极意义之所在。

其次,由于对于规律性和确定性、对于预测与控制的追求构成了“科学文化”的重要内涵,后现代主义者对此也进行了直接的批判。例如,由于对统一性、普遍性的追求即可被看成上述取向的一个实际表现,因此,后现代主义者就明显地表现出了对“元叙事”(metanarratives)的反对,即认为应当更加注重对象的特殊性,注重特定环境中的事物和现象的“解读”,也即应当用差异、多元性去取代统一、普遍性。值得指出的是,后现代主义的著名代表人物之一利奥塔德(J. Lyotard)就曾依据这样一点对“现代主义”和“后现代主义”作出了如下的界定:现代主义即是“将自身合法化为明确地追求某种元叙事”,而后现代主义则是

“对元叙事的不确信性”(《The Postmodern Condition: a Report of Knowledge》,University of Minnesota Press,1984,第xxiii、xxiv页)另外,还有一些学者从“技术理性”与“价值理性”的对立这一角度对上述取向进行了批判,即认为对预测与控制的追求只是代表了一种偏颇的“技术理性”：“它不仅缺乏古典理性追求‘理论’那种‘为学问而学问’的性格,而且把人生中的信仰、美感和意义全部排除了。”例如,在著名哲学家胡塞尔(E. Husserl)看来,后者就构成了“欧洲文化危机”的直接根源;另外,也正是基于同样的思考,哈贝马斯(J. Habermas)指出,我们应当努力实现对“技术理性”的超越,也即应当由所谓的“技术兴趣”过渡到“实践兴趣”,并最终实现“解放兴趣”。考虑到现代社会的种种弊病与不正常现象,如人类中心主义等,往往与上述的普遍心态或价值取向有着较为直接或间接的联系,后现代主义的以上论述显然就应引起我们的省思。

在此我们还可对所谓的“两极化思维”作一分析。具体地说,关于主客体的绝对对立与严格区分即可被看成所说的“两极化思维”的一个典型例子,而按照后现代主义者的看法,后者并构成了“现代思维”的一个基本形式或重要特征,如关于人与世界、思维与存在、意识与物质的绝对对立,真与善和美、价值与事实、伦理与实际需要的严重分离,以及发现与创造、真理与谬误、理性与非理性、清晰与含糊、确定与不确定、稳定与不稳定等对立范畴的严格区分,等等。与这种“两极化思维”相对立,后现代主义所提倡的则是多元论与整合的立场。正如多尔所指出的：“科学与美学领域同时存在,任何一方都没有凌驾于另一方之上,但双方都有各自不同的历史或方法论,……后现代主义的这两种趋势彼此之间是相互补充的。……折衷主义是促使后现代主义成为激动人心的运动的一个特征。”这也就是说：“(尽管)这种二元的、悖论的、矛盾的焦点从现代主义的观点来看是精神分裂性的,但对后现代主义观而言,则是统合的、互补的和一体化的。”多尔并指出：“这一整合是动态的过程,它是协商的而不是预定的,是创造出来的而不是被发现的。而且这一整合依赖于我们和我们的行为。”(《后现代课程观》,同前,第9、126页)值得指出的是,以上所说的

“折衷主义”事实上也就可以被看成后现代主义所谓的“反中心主义”或“反本质主义”立场的一个重要内涵。

显然,从辩证思维的角度看,后现代主义的以上论点也有其一定的合理性;当然,所说的“两极化思维”事实上又只应被看成“机械思维”的一个特征,而并非与科学思维有着必然的联系。

最后,由对科学的推崇转变为对科学家的推崇显然也是不恰当的,或者说,这只能说是一种缺乏深入思考的不自觉行为;另外,尽管后者极大地加强了“男权主义”、“欧洲中心论”、“白人至上”等不平等现象,但这也不应被视为直接涉及到了“科学文化”的本质,毋宁说,这只是一种特定的历史现象——当然,我们对此也应作出自觉的反思并予以彻底的纠正。

(3) 综上所述,我们就应明确肯定后现代主义对“现代科学世界观”与“科学文化”的批判的积极意义,特别是,这十分有利于增强我们在这一方面的自觉性,包括进行深入的分析与自觉的反思。从而,就如王治柯先生所指出的:“从哲学上看,后现代主义最大的贡献在于扭转了我们的思维定势,拓展了我们的思维视野。”(格里芬主编:《后现代科学》,同前,代序,第9页)

具体地说,笔者以为,我们应注意防止认识的僵化,也即应当坚决反对任何一种教条主义的立场或态度,并应努力增强批判性,包括积极的自我批判;另外,与封闭性、稳定性和独断性相对立,我们又应明确提倡开放性、发展性和多元性。

特殊地,在笔者看来,我们应当从这样的角度去认识后现代主义者所大力提倡的“意义局域化”与“解构方法”的积极意义。

首先,就如郭贵春先生所指出的,后现代主义可以被看成一种“新的文化经验”,而其本质就在于:“它把社会看作是由无限多的生成意义的文化载体所构成的。一切都是相对地自主的和自足的,都服从于它们各自的独特轨迹,都有其自身的真理的有效性条件……真理的标准是依赖于语境的。”(《后现代科学哲学》,湖南教育出版社,1998,第3页)特殊地,这也就可以被看成利奥塔德(J. Lyotard)所谓的“局域论”

的核心所在,即是要把意义难题由普遍引向局部:在一个确定的社会、文化或科学的局域内,在一个特定的时空中,去使用局域的语词并求解局域的语言游戏,从而达到对意义难题的解决。

其次,后现代主义所谓的“解构战略”是指“让表达、真理、理性、体系、基础、确定性、因果性和意义等概念,在对历史和现实的嘲讽中消失,而其根本性战略目的,则蕴存于摧毁、解构、取代、破坏、区别、断裂、消除、分解、不确定、非中心化、非神秘化、非整体及非正统化等等这一系列批判性的概念之中。”(郭贵春:《后现代科学哲学》,同前,第4页)考虑到后现代主义最为基本的立场即是对于现代社会、人类的现代化进程、现代科学技术、现代思想体系的批判——显然,在这样的意义上,所说的“解构战略”也就应当被看成后现代主义一个重要特征。

从而,总的来说,这就可被看成所谓的“后现代性”的集中表现,即是强烈的批判性,特别是对于封闭性、确定性和独断性的坚决反对——特殊地,在笔者看来,我们也就应当在这样的意义上去把握后现代主义的积极意义。^{〔1〕}

最后,在充分肯定后现代主义批判工作的积极意义的同时,我们显然也应看到后现代主义在各个问题上所明显表现出来的极端化立场的错误性。例如,尽管后现代主义者对于“表象主义”、“理性主义”、“本质主义”的批判都具有一定的合理性,但因此而走向所谓的“反表象主义”、“反理性主义”、“反本质主义”就完全是错误的了;另外,由于在“解构”与“建构”、“局域化”与“普遍性”之间显然也存在有辩证的关系,因此,对于所谓的“解构战略”与“意义的局域化”我们也就不应采取绝对肯定的态度。

进而,还应指明的是,上述的极端化立场可以被看成后现代主义由反科学主义走向“反科学立场”的实际途径,即因片面强调了认识的建

〔1〕应当指明,对于所说的“后现代性”可以从多个不同的角度去进行分析。对此可参见郭贵春:《后现代科学哲学》,同上,第2页~5页。与此相对照,我们在此所强调的主要是后现代主义的积极意义,并就是通过“后现代性”与“现代性”的对照来进行概括的。

构性质而断言科学仅仅是一种“社会的建构”，以致完全否定了科学的真理性，即是客观规律的正确反映。再者，按照后现代主义的观点，科学又并非建立在合理的论据之上，而只是依靠宣传和权力才取得了如今的崇高地位，从而，总的来说，在后现代主义看来，在科学与宗教迷信之间就没有任何本质的区别。后现代主义的“反科学立场”当然是完全错误的。

二、后现代主义与数学教育

在这一节中我们将对后现代主义对于数学教育的积极涵义、以及如何防止这一方面的片面性认识或极端化立场作出具体分析。由于数学教育不仅具有一定的特殊性，而且也具有一般教育的共同性质，以下就以“后现代课程观”作为论述的直接出发点。

1. “后现代课程观”及其分析。

(1) 先前已经论及，就一些西方国家、特别是美国而言，后现代主义已对教育产生了十分重要的影响。需要指明的是，尽管后现代主义主要地应被看成一种来自外部的影响，但在教育内部也可看到一些平行的发展。对此由布鲁纳(J. Bruner)的工作就可清楚地看出。具体地说，布鲁纳是20世纪60年代在西方各国盛行的“新数运动”、乃至更为一般的“结构主义课程范式”的主要倡导者，但在后来的学术生涯中却转向了“人本主义课程范式”：“他把认知及其革命从60年代所滑入的科学行为主义和计算机导向的方式中抽取出来，返回其初始意义，即人类通过充溢于或置于文化、语言、意图和主观性之中的行为而创造意义。”(多尔：《后现代课程观》，同前，第184页)从而，尽管布鲁纳本人并不能被直接看成是一个后现代主义者，但他后期的一些思想却又在很大程度上是与后现代主义十分一致的，或者说，从后现代的角度即可更好地理解他的思想：“他的关于学习和思维的观点在后现代环境中更能得到完全而且丰富的成长”；另外，布鲁纳(也)引导我们走向发展这种后现代教育框架。(多尔：《后现代课程观》，同前，第20、183页)显然，就我们当前的论题而言，上述的事实清楚地表明了这样一点：后现

代课程的发展有其一定的合理性,并应当被看成内外因素共同作用的结果。

以下就对“后现代课程观”作出具体的介绍与分析。

首先应当指明,就“后现代课程”的建设而言,事实上可以看到两种不同的做法:第一,由于后现代主义代表了一个十分广泛的文化思潮,特别是,其对于现代社会的批判更涉及到了社会生活的方方面面,包括现代化进程所造成的种种弊病以及现代社会中所存在的各种不正常现象,乃至深层次的观念或信念,因此,我们就可以“论域的必要扩展”作为“后现代课程”的一个基本定位,即集中地去引入某些应当特别关注、但在先前却又往往为人们所忽视的课题,包括提供某些与传统观念直接相对立的新观念或新立场,如生态平衡,可持续发展,多元文化等。例如,本节开头部分所提及的由斯莱特里撰写的《后现代课程发展》在很大程度上就可说采取了这样一种途径,因为,其所主张的“后现代课程发展”主要地就表现为引入了很多新的课题,如宗教伦理,种族、性别问题,可持续发展,教育的政治性,美学教育,混沌理论与教育管理等;另外,尽管加拿大学者史密斯(D. Smith)的《全球化与后现代教育学》主要集中于“全球化”这样一个论题,但这显然也超出了教育的传统范围,也即主要表现为“领域的扩展”。

第二,如果说上述的发展可以被形容为“横向的扩展”,那么,在现代西方也还可以看到关于“后现代课程”的另一种定位:它所主要关注的并不是如何去引入更多的新论题,而是对已有课程体系、特别是课程设计指导思想的深入批判。^{〔1〕}例如,在笔者看来,由多尔所撰写的《后现代课程观》在很大程度上就可被认为属于后一范畴,因为,在这一著作中,多尔所主要强调的即是“现代课程范式”与“后现代课程范式”的对立,他并以对“现代课程范式”——泰勒原理——的批判作为建立“后现代课程范式”的直接出发点,即是希望通过解构“现代课程范式”以实现建立“后现代课程范式”这一目标。

〔1〕 从而,在所说的意义上,这就更好地体现了后现代主义的“解构战略”。

应当指明,就现实而言,上述的两种做法并不能被看成完全对立或是绝对地互相排斥的,但是,如果从比较的意义去分析,笔者以为,后一种“定位”则是更为恰当的,因为,只有在后一种意义上我们才能真正谈及与“现代课程(范式)”直接相对立的“后现代课程(范式)”。另外,也只有采取后一种做法,我们才能更好地体现后现代主义的批判性立场,从而也就可以充分发挥后现代主义对课程建设的积极涵义或启示性作用,也即能够有效地促进我们在这一方面的深入思考与自觉反思,包括顺利地实现新的必要发展。正如前面已提及的,这事实上也就是“建设性后现代主义”所采取的一个普遍立场,即认为不应停留于纯粹的批判,而应当积极地去从事相应的建设工作(如“后现代科学”、“后现代科学哲学”、“后现代文化”等的建设),进而,这又应当被看成所说的建设性工作的一个基本方法,即应当通过解构相应的“现代对照物”(如“现代科学”、“现代科学哲学”、“现代文化”等),并通过两者的直接比较来实现所说的建设性目标。

最后,还应提及的是,尽管后一方向上的研究在很大程度上可以被看成“后现代性”在各个领域的具体应用,但关键的因素恰又在于:这不应是一种机械的应用,而应通过各个领域内具体问题的深入分析清楚地说明相应发展的合理性。也正是这样的意义上,笔者以为,以下关于“后现代科学哲学”的具体定位就值得我们认真地学习和借鉴:“后现代科学哲学是基于后现代影响之上的一种新的科学价值观和科学方法论的趋向,它不是后现代性的简单重复,而是后现代性符合了科学哲学自身发展的内在要求;……从这个角度看,后现代科学哲学使人们重新审视或重构科学哲学的地位和理论框架,重新反思它的本质和特性。”(郭贵春《后现代科学哲学》,同前,第17页)

(2) 以下就对多尔的“后现代课程范式”作出较为具体的介绍。

多尔首先以美国为直接对象对“现代课程范式”进行了具体界定:“在19世纪,美国社会根源于农业,其教育思想和注意力集中在教师尤其是教师应具备的个人品格上。……不过在20世纪之初的确产生了重点的转移——从教师转向课程……这是美国的熔炉时代,一个变化巨

大而迅速的时代. 面对变化尤其是社会变化带来的问题, 美国转向学校寻求帮助. 所运用的模式则是提高工厂生产力的模式——科学管理模式. 课程成了‘国家的当务之急’, 甚至可以说成了全国的迷恋; 而科学课程则以效率和标准化为基础. ……工业活动自身变成了教育的理想: 倡导可测量的精确而适当的课程目标. 教育和课程现在便彻底地奠基于工业社会之中……现代主义思想视目的为实用性, 视途径为达到目的的工具. ……尽管儿童中心的、人文主义的和进步主义的倾向具有强烈的反对这一趋势的特点, 所有的运动最终都屈从于这一‘科学’框架的诱惑. 强调通过标准化达到控制及通过效率达到进步……总之, 美国及其学校和传统……都被吸引在现代主义的科学观周围. ……这一观点的近视来自错误的信念, 即视物理为‘基本科学’, 相信通过将所有一切简化为物理和‘可量化原因’, 人们就能找出内在于实在的基本原理.” (《后现代课程观》, 同前, 第 65 页 ~ 70 页)

特殊地, 上述的‘目标——控制’的思想可说在所谓的“泰勒原理”中得到了集中的体现. 具体地说, 按照泰勒的观点, 以下几条即可被看成课程设计最为基本的原理:“(1) 学校应该试图达到什么教育目标?(2) 要提供什么教育经验以便达到这些目标?(3) 如何有效地组织这些教育经验?(4) 我们如何确定这些目标是否达到?”(《课程与教学的基本原理》(Basic Principles of Curriculum and Instruction), 1950, 第 1 页 ~ 2 页) 泰勒并明确指出:“目标的选择不仅是课程规划必须采取的第一行为而且是整个过程的关键”, 特别是, 这直接决定了整个课程的线性特征, 这就是说, 全部‘学习活动即是特定意图的、指导和控制的结果’.(多尔《后现代课程观》, 同前, 第 72 页 ~ 73 页)

从而, 总的来说, 按照所谓的‘现代课程范式’, 对于课程的最好比喻就是“固定的、先验的跑道”.

与上述的‘现代课程范式’直接相对立, 多尔所倡导的则是这样一种新的课程观:“我相信在新的课程概念中将出现一种新的教育秩序, 并形成一种新的师生关系. 今日主导教育领域的线性的、序列性的、易于量化的秩序系统——侧重于清晰的起点和明确的终点——

将让位于更为复杂的、多元的、不可预测的系统或网络。这一复杂的网络,像生活本身一样,永远处于转化和过程之中。(《后现代课程观》,同前,第5页)

具体地说,多尔首先突出强调了后现代课程的“开放性和非决定性”。例如,多尔写道:“建构主义的课程是通过参与者的行为和相互作用而形成的,不是那种预先设定的课程(除非是从广泛和普遍的意义而言的)。”特殊地,我们应当从这样的角度去理解理论与实践之间的关系:“教与学的问题需要从实际的而不是理论的观点来处理;……即理论不再先于实践,实践不再是理论的侍从……实际上是要将理论奠基并发展于实践。”其次,在一个容纳自组织和转变的框架中,目的、规划、目标不仅单纯地先于行动而且产生于行动之中。“从而,这也就与“现代课程范式”的序列性构成了鲜明的对照。最后,在多尔看来,我们并应当按照这样的精神去处理评价的问题:“后现代转变性课程的难点在于没有一套理想的固定标准和准则作为普遍的参照点。……从本质上说,评价应成为共同背景之中以转变为目的的协调过程。……应将其作为一种反馈,作为做——批评——做——批评这一循环过程的组成部分。(《后现代课程观》,同前,第230页~231、242、245~247页)

其次,就知识的学习而言,多尔又突出强调了“传递”与“探索”的对立:“课程成为一种过程——不是传递所知道的而是探索所不知道的知识的过程。”应当指明的是,后一立场不仅意味着师生关系的重要变化,而且也意味着课程的不同定位,乃至教育目标的极大扩展。例如,多尔写道:“当这种新的更为微妙的秩序引入学校教育之时,教师与学生之间的关系将发生巨大的变化。这种关系将更少地体现为有知识的教师教无知的学生,而更多地体现为一群个体在共同探究有关课程的过程中相互影响。……在这一框架中,传统的评估与评价方法失去了作用,权威不再是超越性的、外在的,而成为共有的、对话性的。……最后,课程不再被视为固定的、先验的‘跑道’,而成为达成个人转变的通道。这一侧重点和主体的变化将更为强调跑步的过程和许多人一起跑步所形成的模式,而较少重视跑道本身。”又,“在这一概念中,课程不只是传

递知识的工具,也是创造和重新创造我们和我们的文化的工具。(《后现代课程观》,同前,第222页、5页~6页、188页)

进而,为了实现上述的目标,我们又应当特别重视“反思”与“对话”的作用:“在这种课程作为过程的框架之中,学习和理解来自对话和反思。”多尔这样写道:“世界的知识不是固定在那里等待被发现的;只有通过我们的反思性行为它才能得以不断的扩展和生成。”正是通过反思性的行为,这一理解及其深度才得以发展。教学行为能够为这一过程‘播种’……即通过交互作用培植某些观点,但这些观点的发展要通过反思过程而达成内化。”知识是我们创造的——互动地、对话地、会话地创造的——永远存在于我们的文化和语言之中。”转变性经验只有通过人们一起以批评性的但却是合作的方式分享洞察和思想才能获得。……这些可能性只有当反思具有批判性、公共性和社区性之时才能出现。(《后现代课程观》,同前,第147页、194页、203页~204页)

再则,多尔提出,学习的本质应被看成一个“意义创造”的过程,特别是,我们就应从这样的角度去理解“文本”与“解读”之间的关系:“意义不是从文本中提炼出来的,它是从我们与文本的对话中创造出来的。为此作者与我们自己的历史情况之间的差异是一种必要的和具有生产性的差异。”通过与文本、它们的创造者和我们自己的对话,我们开始更深入地、更充分地理解问题,而且理解作为个人与文化存在的自我。(《后现代课程观》,同前,第193页~194页)

容易看出,多尔的上述思想与建构主义的教学观是十分接近的,但在这两者之间也存在一定的区别:建构主义主要是从认识论的角度进行分析的,而多尔的论述则已明显超出这一范围而直接涉及到了世界观与本体论等更多的方面。对此由多尔关于课程“自组织性”的论述就可清楚地看出:“我发现最能将后现代范式与现代范式区别的特点,也是对课程最具有影响意义的特点是自组织。……用自组织作为基本假设设计的课程与用学生只是接受者作为假设设计的课程具有质的不同。对前者来说,挑战和干扰是组织和再组织存在的理由;对后者来说,挑战和干扰是应该尽快消除。……于是反映世界观基本假设的教师态

度成为关键的问题。通常这些假设是不明显的，因为它们隐藏于我们宇宙论存在的深处，仅仅以不言而喻和隐晦的方式为我们所知。（《后现代课程观》，同前，第227页）另外，在多尔身上我们也可清楚地看到后现代主义的重要影响，而对一般的建构主义者来说则未必是这样的情况。例如，多尔写道：“我自己的教育观以……罗蒂——孔达拉声称为中心：存在一个‘迷人的想象王国，在那里没有人拥有真理而每个人都有权利要求被理解。’”（《后现代课程观》，同前，第221页）显然，这即可被看成后现代立场的直接体现。

最后，多尔指出，以下四条即可被用作设计后现代课程的具体标准：一、丰富性。这可被看成是由上述的后现代课程的非决定性直接所决定的。这也就是指：“课程应具有‘适量’的不确定性、异常性、无效性、模糊性、不平衡性、耗散性与生动的经验。”二、回归性。这即是与上述对于反思性的突出强调直接相对应的。例如，正是在这样的意义上，多尔写道：“这种‘回归性反思’是转变性课程的核心。”多尔并清楚地指明了在“回归”与“重复”之间所存在的如下区别：“回归与重复不同。……重复是现代主义方式的重要因素，旨在促进预定的表现。它的框架是封闭的。回归旨在发展能力……它的框架是开放的。重复和回归的功能性差别在于反思在其中的作用。在重复中，反思发挥消极作用；在回归中，反思发挥积极作用。”三、关联性。回归事实上就可被看成关联性的一种表现；更为一般地说，这是指不同学习材料之间的联系。另外，除去所说的“教育联系”以外，我们又应注意课程的“文化联系”，这就是说，“‘背景性’论述——总是由我们自身、我们的历史、我们的语言、我们的位置的地方性所界定，而且扩展到广阔的全球和生态网络之中。正是这种双层性或双重焦点的特性形成了文化联系的复杂性。”从而，这也就与“现代课程范式”对于普遍性的突出追求构成了直接的对立：“现代主义没有采用这种关联性观点，这是超越地方性、背景性走向普遍性和抽象性的标准运动之一。”四、严密性。这主要是指应当“防止转变性课程落入‘蔓延的相对主义’或感情用事的唯我论。”具体地说：“严密性意味着有目的地寻找不同的选择方案、关系和联系。”这也

就是说,我们应当“自觉地寻找我们或他人所持的这些假设,以及这些假设之间的协调通道,促使对话成为有意义的和转变性的对话。”(《后现代课程观》,同前,第250页~260页)^[1]

(3) 以上对多尔的“后现代课程范式”作了较为具体的介绍。在此要强调的是,它既不能被看成一个很好地完成了的工作,也不能被看成建设“后现代课程”的唯一可能途径。例如,这就正如多尔本人所指出的:“正如我们几个世纪致力于发展现代主义范式一样,我们也需要(至少)几代人的努力才能发展后现代范式。”(《后现代课程观》,同前,第214页)另外,应当强调的是,按照后现代主义的观点,任何绝对的界定事实上也都是不可能的,或者说,这即是与所谓的“后现代性”构成了直接的冲突。例如,我们在此可特别提及“后结构主义”的如下名言:“知道便是扼杀。”(转引自多尔:《后现代课程观》,同前,第84页)另外,这事实上也就是后现代主义何以特别强调“隐喻”的一个重要原因:“对隐喻更为自由的运用自然是后现代主义的主要特征之一。”(多尔:《后现代课程观》,同前,第157页)显然,就我们目前的论题而言,这也就更为清楚地表现了“后现代课程”的开放性,特别是,就如多尔所指出的:“一种包罗万象的后现代模式并不存在;实际上,这种概念本身违反了后现代主义的开放性。”(多尔:《后现代课程观》,同前,第23页)

再者,由以上的介绍我们也可看出,“后现代课程观”确有其一定的合理性,特别是,这十分有利于促进我们在这一方面的自觉反思与深入思考。例如,我们首先就应对“什么是课程建设的合理定位”这一问题作出认真的分析,特别是,我们应努力改变以往的课程建设中所明显存在的“一层卡一层”、也即过强的规范性的现象,并应为相应的工作(包括教材编写、教师的教学、乃至学生的学习活动)留下足够的创造余地或“自由空间”——事实上,在笔者看来,后者就应被看成多尔所说的课程

[1] 由于“丰富性(richness)”、“回归性(recursiveness)”、“关联性(relation)”和“严密性(rigorous)”这四个英文单词都以字母“ R ”开头,因此,多尔就将上述的四条标准统称为课程的“四 R 标准”,并认为可以以此去取代原先的泰勒原理。

的“开放性”、“非决定性”与“非序列性”的关键所在。例如,从这样的角度去分析,我们显然就应对课程与教师之间的关系作出新的理解。(对此可见 2.3 节)这也就正如多尔所指出的:“每一个实践者都是课程创造者和开发者,而不仅仅是实施者。如果课程真正成为协作活动和转变的过程,那么‘创造者’和‘开发者’便比‘实施者’更适合于讨论后现代教师的作用。”(《后现代课程观》,同前,第 23 页)

另外,需要再次强调的是,就充分发挥“后现代课程观”的积极意义而言,我们又不应局限于多尔的“后现代课程范式”,而还应当考虑到这一方面的其他工作。例如,正如前面已提及的,与多尔相比,斯莱特里的《后现代课程发展》采取了一个更为广泛的视角,而其之所以将现代社会所面临的诸多问题,如环境污染、经济衰退、宗教极端、种族仇恨、心理障碍等,都纳入到“后现代课程”之中,主要体现了这样一种立场,即认为教育工作者应当更好地承担起教育的社会责任:“后现代教育的首要任务就是应发展起一个社会的维度,并为民主氛围的创造提供人文的支持。”(《Curriculum Development in the Postmodern Era》,Garland Publishing Inc.,1995,第 197 页)另外,这种“社会责任感”事实上也就是史密斯为何对“全球化问题”表现出特别关注的一个主要原因。正如史密斯本人在《全球化与后现代教育学》一书中所明确指出的,作为一个教师、特别是一个主要从事教师培养工作的教育工作者:“笔者想具体地探讨……全球化进程与教学行为之间的张力,探讨的兴趣尤其指向于:在正在展开的复杂性之中,教师可以怎样对全球化作出恰当反应。笔者将试图建构一种教学阐释学,既尊重全球化的复杂性,同时又尊重教学的整体性……。”(《全球化与后现代教育学》,教育科学出版社 2000,第 19 页)

显然,这种高度的社会责任感也值得我们认真地学习和借鉴,特别是,笔者以为,我们就可从这样的角度对新一轮课程改革与后现代主义之间的联系作出具体分析。具体地说,笔者并非是指在后现代主义与新一轮课程改革之间存在这样或那样的实际联系,而主要是指我们应当努力加强在这一方面的自觉性,也即应当从理论高度对课程改革的各

个基本理念作出更为深入的反思与分析,从而切实避免各种可能的片面性或绝对化。例如,在笔者看来,我们就应从这样的角度去理解列维特关于美国数学课程改革的以下批评:“过度的政治虔诚是其根本原因。……建构主义及其变种为展现自我承认的政治美德提供了方便的托词。它们使得那些好心好意的数学教师和他们加以学习的好心好意的中学教育理论家把自己当作了活动家,通过教育实践来处理一些紧急的政治和社会问题。”(《被困的普罗米修斯》,同前,第294页)

最后,更为一般地说,笔者以为,我们也就应当从这样的角度去理解我国课程与教学论专家关于西方教育范式转变的如下概括与评述:“20世纪70年代以来,西方教育科学领域发生了重要的‘范式转换’:开始由探究普适性教育规律转向寻求情境化的教育意义。这种‘范式转换’在课程与教学研究领域有突出表现。课程研究领域开始超越以‘泰勒原理’为代表的具有理性主义性格的‘课程开发范式’,走向‘课程理解范式’——把课程作为一种多元‘文本’来理解的研究范式。教学研究则走出仅作为教育心理学之应用学科的狭隘视域,开始运用多学科的话语来解读教学的无尽意义。于是,课程与教学研究领域‘反魅’了:五彩缤纷的话语体系竞相追逐、璀璨夺目、魅力四射。”(钟启泉,张华,多尔:《后现代课程观》,同前;中文主编寄语。)

(4)当然,在充分肯定“后现代课程观”的积极意义的同时,我们也应注意分析这种观念的局限性或不恰当之处。下面就联系后现代主义的“反表象主义”、“反理性主义”和“反本质主义”等立场对此作出具体分析。

第一,尽管任何认识都必然包含有一定的建构成分,从而就不能被看成纯粹的反映(后者正是所谓的“表象主义”的基本主张);但是,研究工作的客观性无疑应当被看成科学研究的原则立场,这也就是说,我们应当明确坚持真理的反映说,从而与种种相对主义和怀疑主义的观点划清必要的界线。

第二,尽管任何一种方法都具有一定的局限性,我们还是应清楚地看到科学活动的异质性、复杂性和开放性,但这显然又不应被理解成我

们就应走向“方法论的无政府主义”，即明确承认“怎么都行”，更不能因此而认定任何规律或法则都是不存在的，任何认识又都具有同样的合理性。这也就是说，我们即应与种种所谓的“反理性主义”划清界线。

第三，尽管“两极化思维”具有一定的局限性，但我们显然也不能因此而抹杀在以下诸多对立面之间所存在的重要区别：主客体，思维与存在，意识与物质，真与善和美，价值与事实，伦理与实际，发现与创造，真理与谬误，理性与非理性，清晰与含糊，确定与不确定，稳定与不稳定，等等。更为一般地说，这事实上也就可以被看成辩证思维与相对主义的根本区别所在。

显然，从教育的角度去分析，以上的论述也就表明了我们不能因强调认识活动的个体特殊性而完全否定教育规律的存在性，也不能因为学生的错误可能包含一定的合理因素就将错误混同于正确，更不能因此而否定教育活动的规范性，进而，后者主要地又不应当建立在权力或权威之上，而应是一种理性的行为。

从而，总的来说，“后现代课程”就不应被看成对“现代课程”的简单取代，毋宁说，与对时髦的盲目追随相对立，我们应对已有的工作作出更为自觉的反思与深入分析，从而就不仅能够很好地消除其中的不合理成分，而且也能顺利地作出新的必要发展。例如，在笔者看来，我们事实上也就应当从这样的角度去理解多尔关于“现代”与“后现代”之间关系的以下分析，特别是，我们应立足实际的教育活动并通过深入的理论分析与批判作出自己的创造性工作：“后现代超越了实际上是转化了现代而非完全拒绝它。而且，在过去与现在之间，在旧事物以寻求新事物与在新事物中间利用旧事物之间存有‘基本的’和富有生产性的张力。这在特定的、局部的课程中应如何运作则是留给每个教师、学校和课程发展人员作出决定的任务。”（《后现代课程观》，同前，第224页）

例如，在笔者看来，我们在当前就应十分重视以下的一些课题的研究：

在科学教育中我们应当提倡什么样的科学观？什么是我们所应提倡的“科学世界观”与“科学文化”？我们又应如何帮助学生较好地

实现科学精神与人文精神的必要整合？

我们应在多大程度上承认科学的文化相关性？什么又是所说的“文化相关性”对于科学教育的具体涵义？

科学在价值观上是否完全中立？我们又应如何去认识科学教育在“学生情感、态度、价值观的培养”方面的特殊意义？

应当如何去把握认识活动的建构性与反映性？特殊地，我们在科学教学中又应如何去把握认识的情境相关性与科学结论的客观性之间的关系？

方法论的学习在科学教育中应当占据什么样的地位？我们又应如何去帮助学生很好地去认识各种方法的局限性？

从科学教育中我们应当如何去把握观点、理论的多元化，特别是，这是否与教育的规范性构成了直接的矛盾？

容易看出，只需稍作变动，我们就可以将这些研究问题直接推广到数学教育领域之中。

2. 后现代主义与数学教育.

与一般教育相类似，在数学教育领域内我们也可看到后现代主义的直接影响。例如，后现代主义即可被看成为数学教育领域中所出现的以下一些新的研究课题提供了重要的思想渊源或促进因素，如民俗数学的研究，数学教育的政治分析，对数学学习和教学过程中语言现象的高度重视，等等；另外，在数学教育领域中我们还可看到诠释学与后结构主义等相关理论的直接应用，如布朗(T. Brown)的《数学教育与语言——诠释学与后结构主义理解》(Mathematics Education and Language—Interpreting Hermeneutics and Post Structuralism)等；再者，在更为广泛的意义上，以下的一些现象也可被看成是与后现代主义直接相呼应的，如建构主义在数学教育领域中的兴起，乃至“数学教育研究的社会转向”等。显然，上述的事实更为清楚地表明了这样一点：与对潮流的盲目追随相对立，我们应当更加注意对各种新的研究取向的实质及其现实意蕴作独立分析与深入批判，从而就能不断增强自身在这一方面的自觉性，包括很好地吸取其中的有益成分和重要启示，并有效

地避免各种可能的片面性或极端化立场。

另外,笔者以为,相对于各个具体的研究而言,我们在当前又应特别注意如何很好地去发挥后现代主义在整体上的积极意义,这也就是说,我们应当努力“扭转我们的思维定势”,也即应当以后现代主义的批判性工作为背景积极地去开展对数学教育领域内各种传统观念的深入分析与自觉反思,从而不断克服已有工作的局限性并积极取得新的进步。

具体地说,在此最为重要的就是应当更为深入地去认识数学的文化意义,从而就不仅能够更好地发挥数学教育的积极意义,而且也能有效地克服相应的局限性。以下就是这一方面的初步工作:

(1) 正如第一小节中已提及的,这正是多尔将“现代科学世界观”称为“数学和机械的宇宙观”的一个重要原因,即数学在这一观念的形成过程中发挥了特别重要的作用。具体地说,我们在此又应特别提及所谓的“毕达哥拉斯——柏拉图传统”:这一传统最早可以追溯到古希腊的毕达哥拉斯学派,因为,正是后者首次明确地提出了“万物皆数”的思想,即认为数学构成了一切事物和现象的本质;其后,在柏拉图那里,毕达哥拉斯学派的上述思想又得到了进一步的加强。因为,按照柏拉图的“理念论”,认识的基本任务就是要超越眼前的现实世界而获得关于“理念世界”的真正知识,而又正是“数学为心灵作好了思考更高级思维形式的准备。通过使心灵抛弃对可感知和易逝事物的思考,而转向对永恒事物的沉思,这样数学就净化了心灵。这种超度的方式,通过数学达到了对真、善、美的理解,并进而接近上帝。”(转引自克莱因:《西方文化中的数学》,九章出版社(中国台湾),1995,第33页)进而,在文艺复兴前后,上述的理念又通过与基督教神学的“联姻”逐渐成为了主导西方(这在当时主要是指欧洲)学术界的正统观念,这就是指,上帝正是按照数学模式创造了世界,从而,数学就是人们了解自然、也即了解上帝对自然界意图的一条必由之路。例如,西方各个曾在近代自然科学的形成过程中发挥过重要作用的科学家,如哥白尼、开普勒、伽利略、笛卡儿、惠更斯和牛顿等,事实上就都可以被看成处于这一传统之中,因为,他

们的工作目标都是确立定量的数学上的规律,也即努力揭示自然界的数学设计方案。正如开普勒所指出的:“对外在世界的调查的主要目标应该是发现由上帝加于我们的并用数学语言向我们揭示出来的理性秩序与和谐。”(转引自 M. Kline,《Mathematics: The Loss of Certainty》,Oxford University Press,1980,第31页)另外,伽利略也曾形象地指出,自然界就像是一本大书,它“不断地展现在我们的目光之下”,但我们不能理解这本书,除非我们能首先“理解它的文字,阅读构成它的字母。它是用数学的语言写成的。三角形、圆和其他几何图形是它的字母。”(转引自多尔:《后现代课程观》,同前,第27页)

除去上述的基本理念以外,我们还可联系上面已提及的关于科学活动在本体论和认识论方面的如下两个基本假设对数学在“现代科学世界观”形成过程中所发挥的重要作用作出进一步的分析:第一,对于研究工作纯客观立场的强调,后者并以主客体的严格区分作为必要的前提;第二,理性主义的立场,这就是指,世界是有规律性的,这些规律可借助合理的方法得到认识。具体地说,上述的两个假设在数学中应当说都有着最为明显的表现。例如,任何稍有数学知识的人都知道,在数学中我们所从事的是一种纯客观的研究,如我们既不能随意地将 $3+4$ 说成是9,也不能任意地去断言哥德巴赫猜想的真假,从而,由数学的立场去分析,强调研究工作的纯客观性就是再自然不过的一件事。再者,又如上面的论述所已表明的,西方文明史上的“理性”在很大程度上可以被看成一种“数学理性”,进而,如果说正是所说的“数学理性”为自然科学家积极地去从事相关的研究提供了必要的信念〔1〕那么自然科

〔1〕也正因为此,怀特海就将此称为“本能的信念”:“我的意思是指那不可动摇的信仰,即所发生的每一事件的细节都可以按照给一般原理作出例证的完全确定的方式同它的先导联系起来。没有这个信仰,科学家的难以置信的劳动就没有希望。正是这个本能信念,活生生地悬在想象之前,成为研究的动力。……请记住,我并非在谈论几个人的明确信仰。我的意思是指从几个世纪的坚信不疑中产生的欧洲思想上的印记。我这里指的是本能的思想状态而不仅是字面上的教义。”(转引自普里高津、斯唐热:《从混沌到有序》,上海译文出版社,1987,第84页)

学的成功反过来则又进一步强化了这样的信念,即自然界是有规律的,我们并可借助数学获得关于这些规律的认识,其影响则更已经远远超出自然科学的范围而事实上成为了西方文化的一个重要特征。例如,这也就正如著名哲学家胡塞尔所指出的,这即是“从近代开始的自然科学、或说自然科学的理性的实际上完全不可避免的榜样作用的结果。……自然科学具有最高度的理性,因为它是受纯数学的指导的,它是通过归纳的数学的研究而获得的结果。难道这不应成为一切真正知识的楷模吗?难道知识,如果它想成为超出自然领域之外的真正知识的话,不应以数学为楷模吗?——或许我们在其他的知识领域内也具有那种‘生而固有的’、通过公理和演绎的方法获得必真的数学的理念。当然,直接从伽利略起的理论和实践的重大成功在此起了作用。从而,世界和哲学呈现出全新的面貌:世界本身必须是理性的世界,这种理性是在数学的自然中所获得的新的意义上的理性,相应地,哲学,即关于世界的普遍的科学,也必须被建筑成一种‘几何式的’统一的理性的理论。”(《欧洲科学危机和超验现象学》,上海译文出版社,1988,第72页)^[1]

应当指明的是,著名哲学家怀特海(A. Whitehead)还曾依据数学是“模式的科学”这一观点具体地论及了数学对于人们认识活动、乃至社会进步的重要意义。这也就是他所谓的数学的“善”。怀特海这样写道:“模式……是我们理解经验的一个因素”^①;每一种艺术都奠基于模式的研究,社会组织的结合力也依赖于行为模式的保持,文明的进步也侥幸地依赖于这些行为模式的变更。“由于‘数学对于理解模式和分析模式之间的关系,是最强有力的工具’,因此,在怀特海看来,这就十分清楚地表明了数学对于人类文明的重要性。怀特海并因此而作出了这样的预言:“如果文明继续发展,那么在今后两千年,人类思想中压倒一切的新特点就是数学悟性要占统治地位。”(“数学与善”,林夏水主编《数学哲学译文集》,知识出版社,1986,第350页)

最后,除去上面已提及的各点以外,我们又应特别提及数学对人

[1] 对此并可见郑毓信、王宪昌、蔡仲:《数学文化学》,四川教育出版社,2000,第八章。

们思维方式的如下影响,即对于精确的、定量的研究的推崇。^[1]显然,后者即是与现代社会中“对于规律性和确定性,以及预测和控制的追求”这样一种普遍心态直接相联系的,从而,这也就更为清楚地表明了数学在“现代科学世界观”与“科学文化”的形成过程中所发挥的重要作用。这就正如克莱因所指出的:“数学一直是形成现代文化的主要力量,同时又是这种文化极其重要的因素。”(《西方文化中的数学》,同前,第1页)

(2)正因为数学在“现代科学世界观”与“科学文化”的形成过程中发挥了十分重要的作用,因此,这也就与后现代主义的相关批判产生了紧密的联系,特别是,一些学者更从这样的角度对数学的影响进行了直接的批评。例如,著名科学史学家李约瑟(J. Needham)就曾这样写道:“‘新科学’或‘实验科学’的特征,是在现象中找出一些可以度量的因素,并把数学方法应用到这些量的变化规律当中去,这是早已得到承认了的。这样,量的世界就取代了质的世界。……的确,伽利略的革命推翻了中世纪欧洲人所具有的有机的世界观,而代之以一种实质上是机械的世界观。”(《中国科学技术史》,科学出版社,1975,第三卷,第353页)另外,与李约瑟的以上言论相比,胡塞尔的批评则更加直截了当:“以数学的方式构成的理念存有的世界开始偷偷摸摸地取代了作为唯一实在的,通过知觉实际地被给予的,被经验到并能被经验到的世界,即我们的日常生活世界。”在几何和自然科学的数学化中,在可能的经验的开放的无限性中,我们为生活世界(即在我们的具体的世界生活中不断作为实际的东西给予我们的世界)量体裁一件理念的衣服,即所谓客观科学的真理的衣服。……这件‘数学和数学的自然科学’的理念的衣服,或这件符号的数学理论的符号的外衣,囊括一切对于科学家和受过教育的人来说作为‘客观实际的、真正的’自然,代表生活世界、伪装成生活世界的一切东西。正是这件理念的衣服使我们把只是一种方法的东西当着真正的存有,而这种方法本来是为了在无限进步的过程中

[1] 对此可见郑毓信、王宪昌、蔡仲:《数学文化学》四川教育出版社2000,第九章。

用科学的预言来改进原先在生活世界的实际地被经验到的和可被经验到的领域中唯一可能的粗略的预言的目的而设计出来的. 这层理念的伪装使得这种方法、这种公式、这种理论的本来意义成为不可理解的.”(《欧洲科学危机与超验现象学》,同前,第58、61页~62页)另外,德国著名哲学家、存在主义哲学最为著名的代表人物之一海德格尔(M. Heidegger)也曾具体地分析道:“所有这一切发生在这样一个时代,在其中数学因素早已从一个世纪以来涌现出来,成为思想的基本特征并趋向明朗,按照这一对世界的自由筹划,这个时代开始走向一种新的对现实的进攻. 在这里丝毫没有怀疑论,丝毫没有自我的立场和主观性——事实恰恰相反. 因此,现代思想和探索的热情就投向在其内在本质中澄清和展开的最初只是暧昧不清的、间歇式的进步、常常被错误地说明的基本态度. 但这意味着:数学因素在其本身的内在的需要意义上要自我论证,它明确地把自身展现为一切思想的尺度,建立由此出现的法则.”(《海德格尔选集》,上海三联书店,1996,第871页)同样地,胡塞尔也曾指出:“我们必须把新的自然观中的一个基本成分突出出来. 伽利略在从几何的观点和从感性可见的和可数学化的东西的观点出发考虑世界的时候,抽象掉了作为过着人的生活的人的主体,抽象掉了一切精神的东西,一切在人的实践中物所附有的文化特性. 这种抽象的结果使事物成为纯粹的物体,这些物体被当作具体的实在的对象,它们的总体被认为就是世界,它们成为研究的题材. 人们可以说,作为实在的自我封闭的物体世界的自然观是通过伽利略才第一次宣告产生的. 随着数学化很快被视为理所当然,自我封闭的自然的因果关系的观念相应而生. 在此,一切事物被认为都可一义性地和预先地另以规定.(《欧洲科学危机与超验现象学》,同前,第71页)这样,作为最终的结果,我们所面临的就“一个失去了人性的世界”. 这正如法国著名科学史家亚历山大·柯伊莱(A. Koyré)所指出的:“我一直认为,近代科学打破了隔绝天与地的屏障,并且联合和统一了宇宙. 而且这是对的. 但正如我也说过的,它这样做的方法,是把我们的质的和感知的世界,我们在里面生活着、爱着的、死着的世界,代之以另一个量的世界,具体化了的几何世界,虽然有每一个事物的位置但却没有

人的位置. 于是科学的世界——现实世界——变得陌生了, 并且与生命的世界完全分离, 而这生命的世界是科学所无法解释的, 甚至把它叫做‘主观的’世界也不能解释. (转引自普里高津、斯唐热:《从混沌到有序》, 上海译文出版社, 1987, 第71页)

为了更清楚地说明问题, 我们在此还可从思维方式这一角度对数学的影响作出进一步分析.

具体地说, 正如先前已提及的关于“两种文化”的区分, 在不少学者看来, 我们在此也可区分出两种不同的思维方式: 逻辑的、分析的思维方式; 隐喻的、描述的、诠释的思维方式. 特殊地, 前者是与数学、乃至“现代科学世界观”直接相联系的. 例如, 多尔指出: “只要倾向于知识的旁观者理论——即实在外在于我们, 需要用某些方法予以发现——那么, 逻辑的和分析的方式便统治着我们……其基本假设是, 观察和思想的精确性是进入外在于我们个人经验的称之为拥有‘真正知识’的领域的叩门砖.” 也正因为此, 在后现代主义者看来, 我们就应努力提倡后一种思维方式. 正如多尔所指出的: “就激发对话而言, 隐喻比逻辑更有效. 隐喻是生产性的: 帮助我们看到我们所没有看到的. 隐喻是开放性的、启发性的、引发对话的. 逻辑是界定性的: 帮助我们更清晰地看到我们已经看到的. 它旨在结束和排除. 用塞利的话来说, 是扼杀”. (《后现代课程观》, 同前, 第239页~240页)

值得指出的是, 一些学者并曾从这样的角度对数学对其他学科的消极影响进行了具体分析. 例如, 美国著名数学家许瓦兹(J. Schwartz)与不久前刚刚去世的美国著名数学家、哲学家柔塔(G. C. Rota)就曾分别撰文集中地论述了数学对科学研究以及(西方)哲学研究的消极影响.(详可见 J. Schwartz “The Pernicious Influence of Mathematics upon Science”, 《Discrete Thoughts》, Birkhauser, 1986; G. Rota “The Pernicious Influence of Mathematics upon Philosophy”, 《Indiscrete Thoughts》, Birkhauser, 1997) 具体地说, 这些学者所关注的主要是自然科学以及哲学的“数学化”, 而以下的认识就可以被认为构成了所说的“数学化”运动的直接基础, 即认为数学应被看成一切学科的典范. 例如, 这就正如

笛卡儿所指出的：“任何试图寻求真理的人都不应去涉及那些不可能具有与算术与几何的证明同样可靠性的对象。”（转引自 Mazlary，《The Philosophy of Mathematics》，第51页）另外，更为一般地说，则又有对于精确性、确定性的刻意追求，这就是说，我们所论及的任一概念都应是明确界定了的，论证应是有效的，我们并应努力寻求确定的解答而防止陷入无意义的活动。例如，就西方的哲学研究而言，后者事实上就可被看成所谓的哲学的“语言学转向”的本质之所在，这也就是说，意义分析应被看成哲学研究的基本任务，也即应当清楚地揭示传统的哲学命题与问题（可特称为“形而上学”）的无意义性，并对科学的命题和问题的意义作出澄清。

然而，我们究竟应当如何去看待数学对哲学以及一般自然科学研究的上述影响呢？特别是，这究竟是一种积极的影响、还是一种消极的影响呢？正是针对这一问题，许瓦兹和柔塔提出了自己的批评意见。

柔塔指出，由于唯一地集中于语言分析，这就使得哲学变得十分贫乏，而以下的观念则更应当被看成是完全错误的，即将“精确性”等同于“意义性”；“事实性”等同于“价值性”。与此相反，由于哲学的发展不可能囿于语言的外衣，因此，在柔塔看来，清楚地表述事实上就意味着哲学思维的终结。

另外，柔塔提出，以下是数学思维的一些基本特点：单一性（single-minded）、简单性（simple-minded）和文本（确定）性（literal-minded）。由于这些特性是与多元性、复杂性和变化性直接相对立的，因此，在柔塔看来，这事实上也就十分清楚地表明了数学思维的局限性。

最后，还应提及的是，也正是从认识论的角度去进行分析，怀特海提出，我们不仅应当明确肯定数学的“善”，而且也应清楚地看到数学的“恶”，这就是说，数学的发展既推进了人类的理解力，也产生了新的错误方式。（《思维方式》，天津教育出版社，1989，第115页）

具体地说，怀特海指出：“一个模式本来既非善，也非恶。但是，每一个模式的存在只有通过对其经验的理解才能决定。这样一来，一个模式就在感觉强烈时起作用，唤醒无限去认识有限的活动”。从而，就其积极

的方面而言,数学作为“模式的科学”就为人们的认识活动提供了重要的方法或必要的概念工具;然而,如果所说的模式与经验失调,那么就会产生“恶”。具体地说,怀特海指出,有两种不同的“恶”:第一,“讨论善和恶可能要求对经验的理解具有一定的深度,而一个单薄的模式可能阻挠预想的实现。于是,有一种微不足道的恶——一幅写生画竟能取代一幅完全的图画。”第二,“引起强烈经验的两个模式可以彼此冲突。于是就有一种由主动的对抗所产生的、强烈的恶。”(“数学与善”,林夏水主编:《数学哲学译文集》,同前,第351页)显然,后一论述与以上关于“量的世界、具体化了的几何世界”取代了“我们的质的和感知的世界,我们在里面生活着、爱着的、死着的世界”的相关分析是完全一致的。

综上所述,我们应当十分重视对数学文化价值的深入分析与自觉反思,特别是,我们既应防止对数学的文化价值认识不足,同时又应当防止盲目地夸大数学的文化价值,甚至对此采取绝对肯定的态度。

(3)当然,以上的论述并非是指我们应当毫无保留地去接受后现代主义在这一方面的各个主张,恰恰相反,我们应从理论高度作出自己的独立分析和深入思考,从而不仅可以更好地发挥数学教育的积极意义,同时也能切实防止或纠正各种可能的片面性与极端化立场。以下再联系课程改革对此作出进一步的分析。

在此可以首先引用若干对于新一轮数学课程改革的直接批评意见。^[1]例如,在一篇题为“后现代主义与科学素质的问题”的论文中,美国印地安那大学的克瑞杰(N. Koretge)就对所谓的“后现代数学”提出了直接批评。她写道:“某些暗示的教学改革是相当令人震惊的,……

[1] 应当指明,这里所说的“新一轮数学课程改革”是指20世纪90年代以来在世界各国、包括我国所普遍实行的数学教育改革——由于这些改革有着明显的共同点(对此可见2.2节),并以美国数学教师全国委员会所直接策动的美国数学课程改革作为重要的动力因素和思想基础,因此,我们就可大致地将这些改革运动看成一个整体。

这些意在重新安排数学思想的教学秩序,强调这些最容易被某种特殊性别或种族的学生接受的数学的提议常常伴随着某些激进的观点,声称数学真理是依赖于文化……课程所列举的参考书目包括某些伟大的女性数学家和非欧洲的数学家的历史材料,但这一大纲已经被所谓的‘种族数学’或‘理解数学知识的政治学’和‘远离数学中的欧洲中心主义’的解读而受到了严重的歪曲。……后现代科学元勘论战的参与者都关心这些边缘化群体,但对如何改革这种情形,他们持有两种完全不同的哲学立场。一种观点要为那些需要数学的女性和少数民族学生更加丰富地揭示出基本的数学概念内涵。……另一种态度是试图使数学自身或数学教育适合学生常识的信念系统,……(认为)现在广泛采用的数学和分析推理应被视为一种文化帝国主义和社会非正义的表现。”(《沙滩上的房子》,同前,第410页~415页)另外,美国罗格斯大学的列维特(N. Levitt)则集中地对作为美国数学课程改革直接基础之一的“平等主义假定”进行了批评:“一个随意的平等主义起着支配作用。……这个观念更确切地认为,不存在聪明的孩子,所有的孩子在数学上具有同样的能力,并且任何表现出的差别都要归因于社会的失败,可能种族主义与性别主义是这种社会失败的根源。”另外,列维特的以下批评则更直接涉及到了新一轮数学课程改革的一些重要特点:“从表面上看来,这些说法(指关于数学教育目标的论述——注)听起来使人很受鼓舞。它的目的好像是在年轻人中发展起学习高等数学以及数学研究所要求的大部分态度和技巧。……然而,事情的真相是,……在高调的灌输数学成熟性的野心背后,是为一个激进的数学教育的建构主义哲学做证明。以纯粹的形式说,它意味的是将不在任何传统的意义上教授学生数学技巧,而是使他们面对问题和难题,并且与之较劲(当然是集体的),希望作为一个‘团体’,他们会成功地建立关于数学的深刻见解——也就是说;建构‘他们自己的数学知识。教师不用指导他们以正确的方式解决问题,甚至无须在重要的形式概念下进行指导。这些必须由作为一个认识集体的班级来自行加以评价。……这应该是很明显的,即没有任何班级能够切实地以这种方式进行。……我的主要考虑

不是谴责那些鼓舞数学教师全国委员会改革和类似努力的政治目标。以我的观点来看,这些目标整个说来是让人尊敬的,然而人们会反对通过科学和数学教育进行意识形态上的移植来追求这个目标。(《被困的普罗米修斯》,同前,第278、289、290页~295页)

当然,笔者在此并非是指我们应对新一轮数学课程改革持绝对否定的态度,毋宁说,以上的各段引言在整体上更为清楚地表明了这样一点:我们不应盲目地去追随国外的时髦,特别是,在改革的大潮中我们更应注意防止由一个极端走向另一极端。^[1]

特殊地,在笔者看来,后者事实上也就应当被看成我国数学教育工作者在面对后现代主义这一文化思潮时所应采取的一个基本立场:我们既应密切关注国际上的最新发展,但同时又应当十分重视对于各种新的思想或学术趋向作独立分析和必要批判,这样,我们就不仅能够很好地吸取其中的有益成分和重要启示,同时也可切实避免各种可能的片面认识与做法上的绝对化。

5.3 语言与数学教育

“语言与数学教育”这一主题近年来获得了数学教育界越来越多的关注与重视。促成这一发展的原因是多方面的:第一,从一般教育的角度看,这显然与建构主义、特别是社会建构主义在数学教育领域中的兴起有着直接的联系,或者说,这即可被看成突出强调学习活动社会性质的一个必然结果(对此可见5.1节);第二,这在一定程度上也可被看成具体地体现了哲学对数学教育(乃至一般教育)的重要影响,因为,对于语言问题的高度重视正是哲学现代发展的一个重要特征,特别是,就近年而言,我们更可看到后现代主义的极大影响;第三,就数学教育自身的研究而言,对语言的重视则可说是提供了一个新的不同视角,特别是对数学本质的不同理解。

以下将首先依据笔者所接触到的材料对国内在这一方面的若干工

[1] 特殊地,这也正是我们对于建构主义所应采取的基本态度。对此可见5.4节。

作作出概述,并将通过与国际上相关研究的简单比较从整体上指明在两者间所存在的主要差距;其次,笔者又将围绕几部代表性著作对国际上关于“语言和数学教育”现代研究的主要内容与发展趋势作出进一步的介绍,希望读者不仅能由此获得关于如何开展这一方面相关研究的直接启示,也能从一个新的角度引发关于如何改进数学教学工作的积极思考。

一、国内外相关研究的比较

1. 如众所知,我国的数学教育研究历来有立足于教学实践的优点,也正因为此;“数学学习中的语言问题(障碍)”与“数学教学中的语言艺术”等课题由于与实际教学活动的紧密联系就得到了数学教育界人士的普遍关注,而所说的紧密联系事实上也就可以被看成这一方面所有相关工作的一个共同特点。

例如,陈永明老师在其所著的《数学学习中的语言问题》(上海科技教育出版社,1998)一书的前言中,就曾这样写道:“笔者认为,对数学教学的语言问题的研究还刚刚起步,能够解决几个或一批数学教学中实际存在的语言问题,已经很不错了,……笔者坚持自己的理论联系的研究风格,从数学教学实践中提炼问题进行研究。”

具体地说,陈永明老师的这一著作主要围绕“词”和“句”这样两个中心分别对中学生与中学数学教师在使用语言方面的情况进行了分析,而其目的则在于:“结合数学,介绍常规的语言知识,分析一些数学所特有的语言现象。”例如,陈永明老师指出,“生活引起的干扰”是造成学生数学学习中出现概念混淆的一个重要原因;另外,未能清楚地对“相对性概念”与“整体性概念”作出区分也是学生在数学学习中所经常出现的一个问题。陈永明老师的这些分析应当说是很有见地的,对于改进数学教学更显然有着直接的促进作用。

再例如,由于认为“掌握数学教学中的语言艺术是数学教学艺术的最重要的方面”,因此,毕恩材与朱秉林两位老师在其所著的《数学教学艺术》(广西教育出版社,1991)一书中,就专门列出了“数学教学的语

言艺术”这样一章。

具体地说,两位作者在此首先对“数学语言”与“数学教学语言”作出了如下的区分:“数学语言表达数学教学的内容——数学科学,数学教学语言表达教学活动、教学过程或教学中对学生的要求。”(第144页)按照作者的分析,“数学教学语言”包含有两种不同的成分,即“日常用语”和“数学教学用语”。“数学教学用语主要是用来将数学语言‘转述’成学生所熟悉的语言,以增强数学语言的表现力,而数学教学中的日常用语主要用来进行组织教学,使教学活动顺利进行。”(第151页)进而,作为这方面的一个指导性原则,作者又明确指出:“教学中教师讲话要时刻意识到说话不是为了说而是为了学生听”,这也就是说,教师应当“用学生熟悉的语言进行转述以使学生理解.用学生能接受的语言组织教学。”(第154页~155页)两位作者并突出强调了“数学语言与教学语言的对立统一”。这就是指,第一“用词,确定性与具象性的统一”;第二“用语,严密性与描述性的统一”;第三“用句,逻辑性与现实性的统一”;第四“讲段,规定性与启发性的统一”。再者,为了增强数学教学语言的表现力和感染力,教师应当很好地掌握和运用语言的技巧,诸如教学口头语言中对节奏(强弱、速度、韵律)的很好把握,对各种修辞手法(形容、形象、象征、修饰)的恰当运用;以及做好板书计划、讲究板书的视觉效果,等等。两位作者又提出,数学教学语言应当具有一定的感情色彩,教师应利用手势、表情、姿势等非语言成分进一步增强语言的表现力和感染力。

应当指明,上述的内容,特别是关于“数学语言与数学教学语言的对立统一”的分析,已在一定程度上突破了一般性“教学语言艺术”的研究范围,而这当然应当被看成深入开展“数学教学的语言艺术”这一方向上的研究的一个正确方向。

再则,刘云章教授的《数学符号学概论》(安徽教育出版社,1993)主要是从方法论的角度对数学符号的使用及其发展进行了分析,并代表了创建“数学符号学”系统理论的一个自觉努力。

具体地说,刘云章教授首先对数学符号的作用进行了分析.从宏观

的角度看；“数学符号的使用是推动数学发展的内在动力因素之一”：不仅符号的优劣直接影响到了数学的发展速度，适当的符号引进、包括符号化更直接导致了新的学科分支的诞生。从微观的角度看，数学符号则为人们的数学思维提供了必要的物质载体：这不仅使得人们的数学创造和反思性活动成为可能，好的符号更能通过诱发人们的联想和灵感从而直接促进人们的创造性工作；另外，通过对符号的纯形式操作，也使大脑得以摆脱不必要工作的负担和约束，并能在一定程度上实现思维的“机械化”。其次，也正是从上述的角度去进行分析，刘云章教授又明确提出了关于数学符号创设的若干基本原则，包括确定性原则、简明性原则、方便性原则、启发性原则和和谐性原则等。最后，刘云章教授并从“排除心理障碍”、“概念教学”和“数学语言的现代化”等方面对如何搞好数学符号教学的问题进行了具体分析，从而也就清楚地表明了这一研究工作与实际教学活动的密切联系。

综上所述，“语言与数学教育”这一方向上的研究在我国已经有了一定的开展，相应的研究并很好地体现了密切联系教学实践这样一个特点，也在一定程度上揭示了数学教学在这一方面的特殊性。

然而，在作出上述肯定的同时，我们又应看到，我们已有的工作与国外的相关研究相比也存在一些明显的不足之处。特别是，如果说我们的研究主要集中于“数学教学中的语言问题”、“数学教学中的语言艺术”等传统课题，那么，国际上关于“语言与数学教育”的现代研究已明显地超出了这一范围，也即过渡到了对数学教学中语言现象更为全面和系统的研究，从而，与此相比，我们的工作就明显地表现出了视野较为狭窄的弊病；另外，与上述特点直接相关的是，国外的学者又较好地做到了对现代语言学理论、乃至现代哲学思想的自觉学习与应用（当然，后者并非是指对语言学理论的简单移植，如通过语言学理论与数学教学实际案例的简单组合建构起所谓的“数学语言学”，而是以此作为必要的理论指导对数学教学中的语言现象作出更为深入的研究，特别是，如何深入地去揭示数学教育在这一方面的特殊性），而这事实上也就是相关的研究何以可能达到较高理论水准的一个重要原因，与此相对照，我们的已有工作在这一方面也不

能不说暴露出了较为明显的局限性。^{〔1〕}

以下就依据两篇综述性文章对国外相关研究的整体特征、特别是与国内研究的不同之处作出进一步的说明。

2. 首先,与国内的研究相类似,密切关注实际的教学活动也可被看成国际上关于“语言与数学教育”这一主题的现代研究的一个基本立足点。例如由爱勒顿(N. Ellerton)和克拉克森(P. Clarkson)为《数学教育国际手册》(International Handbook of Mathematics Education, ed. By A. Bishop, 同前)所撰写的综述性文章“数学教与学中的语言因素”(Language Factors in Mathematics Teaching and Learning)就可清楚地看出。

具体地说,这一文章共选择了这样四个主题:课堂交流(classroom discourse)、语言与评估、语义结构(semantic structure)与数学写作;另外,在相关的论述中,作者又直接涉及到了数学教育现代研究中的诸多热点问题,如“开放题”、“问题提出”、“民俗数学”和“数学教学评估”等,从而就清楚地表明了这样一点:尽管作者所采取的是“语言”这样一个特殊的视角,但是,相关的研究仍然构成了整体性的数学教育研究的一个重要组成成分,并清楚地表明了语言现象的研究对改进数学教育教学工作的特殊重要性。

例如,通过对书面考试(无可否认的是,在世界范围内这仍然是数学考核的一个基本形式)各个环节(阅读、理解、转换、程序性技巧、编码)的仔细分析,作者指出,学生在考核中的失败往往不是由于未能掌握相关的算法,而是由于语言上的困难,包括语义结构、词汇和数学的符号等,从而,在数学教学中我们就不应唯一集中于算法的掌握,而应更加重视“理解”和“转换”(后者即是指由问题的词语转向适当算法的

〔1〕事实上,正如第一部分中已指明的,这就可被看成我国数学教育研究的一个普遍弊病,即知识面较为狭窄,对国际上的相关工作知之不多,理论素养也较为低下——从而,这也就直接决定了我们的研究工作具有较大的局限性。另外,笔者以为,以上的分析事实上也可被看成从又一角度更为清楚地表明了“数学教师专业知识必要重构”的重要性和紧迫性,对此可见以下的论述。

选择) ;另外 ,更为重要的是 ,我们又应对什么是“ 基础能力 ”这一问题作出更为深入的分析 ,这也就是说 ,我们应当将“ 数学阅读能力 ”与“ 数学表达能力 ”同样看成是数学基础能力的重要组成成分。^{〔1〕}

再则 ,由以下的例子我们则可看出国外的相关研究确实达到了更大的理论高度 .具体地说 ,作为学生在数学学习中的语言障碍的一个重要方面 ,国外学者通常较为关注非母语学生的数学学习情况 ;但是 ,与单纯强调“ 错误的诊断与纠正 ”这一传统做法不同 ,人们现今往往又更为突出地强调了这样一个观点 :语言应当被看成整体性文化的一个重要组成成分 ,从而 ,对所谈的困难我们就不应简单地从“ 对与错 ”这一角度去作出分析 ,而应看到非母语学生所表现出来的语言困难事实上反映了一定的文化差异 ,特别是不同的思维方式与生活背景 .另外 ,又如爱勒顿等人所明确指出的 ,这事实上也应被看成我们在从事相关研究时所应采取的一个基本立场 ,即应当认识到语言构成了“ 课堂文化的一个十分重要的成分 ” ,特别是 ,数学课上所使用的语言(或者说 ,数学学习中的语言现象) 往往就可被看成集中地反映了教师和学生所持有的数学观和数学教学观 .

其次 ,作为国际上相关研究的又一例子 ,我们还可看英国学者皮姆(D. Pimm)为《Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline》(中译本已由上海教育出版社于 1994 年出版 ,名为《数学教学理论是一门科学》) 所撰写的另一篇综述性文章 :“ 数学课堂语言 : 形式、作用与精神实质 ” .

具体地说 ,皮姆在这一文章中首先指明了这样一个事实 :教育界中对语言问题的重视是 20 世纪 70 年代以后的事 ,而之所以出现这样的变化则与基本教学思想(更为准确地说 ,应是作为教学思想理论基础

〔1〕 在笔者看来 ,这事实上也就可以被看成美国数学教师全国委员会为何将“ 学会数学地交流 ”列为学校数学教育五个基本目标之一(详见《Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics》,同前 ,第 6 页) 的一个重要背景 ;另外 ,这并就从一个角度对数学考试的改革指明了努力的方向 :在考核中我们不应只是要求学生用简单应答的方式对严格界定了的问题作出解答 ,而也应当要求学生对自己的数学理解作出表述 .

的教育哲学思想)的转变有着直接的联系：“……在可称为‘皮亚杰年代’的这几十年中对语言及一般教学中的群体因素的作用的相对冷落，现转而产生日渐增长的兴趣。（同前，第187页）

事实上，在笔者看来，我们在此可更为明确地提及社会建构主义的重要影响，因为按照后者的观点，学习主要地应被看成一种社会行为，而这又不仅是指个体与群体之间的积极互动，而且也是指个体对整体性文化的继承，进而，又由于所说的由“个体间”向“个体内”的转换以及文化继承主要地都是借助语言这一中介得以实现的，因此，我们就应对“数学教学中的语言因素”予以特别的重视。另外，还应提及的是，以上的论述事实上也就从一个角度指明了在关于数学教学中语言现象的现代研究与相应的传统研究这两者之间所存在的如下区别：人们现今已不再局限于分别从学生和教师这样两个角度去从事语言现象的研究，而是更加关注师生间的互动，以及语言在这一过程中所发挥的重要作用。

其次，皮姆(D. Pimm)在上述的论文中又明确提及了数学教育界中关于语言研究的如下转变：“近来，在数学教育中已经发生了一个类似的关注点的转移，从符号关系学到语义学再到从语言学本身提出的语用学这个新兴领域。（同前，第194页）

应当指明的是，所说的这一转变事实上也与建构主义在数学教育（乃至一般教育）领域中的兴起、以及社会建构主义逐渐取代极端建构主义在学习心理学的研究中占据主导地位有着直接的联系，如对“理解学习”的普遍关注，以及对情境对于学习活动重要影响的充分肯定等（详见5.1节）；另外，更为重要的是，在笔者看来，这并就十分清楚地表明了一般语言学对数学教育研究的重要影响，因为，所说的转变应当说是与一般语言学研究的现代发展直接相呼应的。例如，关于语法学、语义学和语用学的明确区分就是语言学现代研究的一个重要成果。

从而，总的来说，这事实上也就应当被看成国际数学教育界关于语言问题的现代研究的又一重要特征，即十分重视对现代语言学研究成果的自觉学习和应用。例如，除去上述的总体特征以外，皮姆在这一论文中曾指出，正是通过利用现代语言分析技术对数学课堂交流的方方

面面作出具体考察,人们获得了不少重要的研究成果,如清楚地指明了以下即是传统教学中教师与学生谈话交流的一个基本模式:“启发——反应——反馈”,而谈话的元语言性质又可以被看成教师课堂用语的主要特征。(同前,第188、190页)^[1]

综上所述,就国内外关于“语言和数学教育”这一主题的研究而言,确实存在较大的差距,从而就应引起我们的高度重视。

二、国际上的若干研究

以下再围绕几部代表性著作对国际上关于“语言和数学教育”现代研究的主要内容与发展趋势作出进一步的介绍。

1. 语言视角下的数学教育.

就“语言与数学教育”这一主题的研究而言,皮姆于1987年出版的一部专著《数学地谈论:数学课堂中的交流》应当说具有十分广泛的影响,特别是,皮姆在这一著作中明确提出了这样的观点:数学应当被看成是一种语言,进而,作为一种专门的语言(mathematical register),数学与日常语言的区别又不只是引进了某些新的专门词汇,而且也包括语法的变化,新的论证方式的引进,以及意义的改变,等等。(详可见《Speaking Mathematically—Communication in Mathematics Classroom》,Routledge,1987,第四章)

应当指明,将数学看成一种语言事实上并不能说是一种全新的观点,因为,有不少学者早就表明了类似的观点,即认为应当将数学看成“科学的语言”,这也就是说,数学的基本功能之一即是为自然科学的研究提供了必要的语言(概念框架)。例如,著名数学家庞加莱(Poincare)就曾指出:“没有数学这门语言,事物间大多数密切的类似关系将永远不会被我们发现;我们也无从发现世界内部的和谐,而

[1] 对此并可见皮姆的另一篇文章:“Spoken mathematical classroom culture: artifice and artificiality”,《Cultural Perspectives on the Mathematics Classroom》,ed. by Stephen Lerman, Kluwer,1994.

这种和谐正是唯一真正的客观现实。”数学家卡尔森(A. Coulson)也曾这样写道：“数学是一种语言，具有一种语言的所有魅力和用处。但是它比更传统的语言还多了一条优点，即它是一种可以对我们的世界给出任何科学描述的语言。数学家能够坚持攀登，不仅是热情地追求纯粹真理，而且还因为他具有一种用最整洁、最简单和最根本的方式来表达我们宇宙的某些特征的愿望。(转引自J. Kapur主编《数学家谈数学本质》，北京大学出版社，1989，第337页)^[1]当然，我们在此又应特别关注这种“数学的语言观念”的教育涵义。例如，在笔者看来，由这一立场我们就可立即引出这样的结论，即应当将熟练掌握数学语言作为数学教育的一个基本目标，包括帮助学生学会数学地表达，数学地理解(包括批判地倾听)等，这也就是说，我们不应将“数学地谈论”(speaking mathematically)与“数学地写”(writing mathematically)等仅仅看成是帮助学生掌握相应的数学知识与技能的一种重要手段，而应将其本身就看成数学教育的重要目标之一。再则，依据这样的立场，数学教学显然也就可以被看成一种语言教学，从而我们也就可以由一般的语言教学(特别是外语教学)直接引出教学方法等方面的众多启示。例如，正如人们所熟知的，学习英语的最有效方法就是到英国去生活一段时间，从而，由直接的对照我们也就可以想到，数学教学的一种有效方法就是为学生创造一个“数学园地”(Mathland，这即是与“England”直接相对应的)；再则，又如外语教学的相关实践已清楚表明的，我们既不能以为学生只要掌握了基本的语法知识(并具有一定的词汇量)就能在各种场合熟练地使用英语，我们也不能以所谓的“情景英语”去完全代替英语语法知识的学习，从而，在数学的教学中我们也就应当注意防止对某些教学方法的片面强调，如以“情景教学”完全取代数学基础知识与基本技能的学习。

[1] 值得提及的是，这似乎也即为以下的事实提供直接的解释：数学为何与中文、外语一起被列为各类入学考试、特别是高考的基本内容，因为，这三者在很大程度上都可被看成是一种语言：中国语言、外国语言与自然科学的语言。

以下再针对现行数学教学的某些弊病对皮姆的相关观点作出进一步的介绍。

首先,皮姆指出,数学语言并不只是指书面语言,而且也应包括口头语言。事实上,在皮姆看来,这正是现行数学教学的一个明显不足之处,即对口头语言重视不够。与此相对照,皮姆在自己的这一著作中不仅对数学教学中的口头语言的不同类型(包括对话与独白)及其各自的功能进行了具体分析,而且也从整体上指明了口头语言的如下特征:口头语言由于附属于各种特定的情境因此就常常是不完整、不精确和较为含糊的——从而,在教学中我们就应当努力促成相应的转变,也即应当努力摆脱具体情景以使语言成为自足的,并具有更大的确定性和精确性。

其次,就数学语言、特别是数学中的书面语言而言,我们显然又应特别注意符号的特殊作用,后者并可被看成集中地体现了数学语言与自然语言相比的一个特殊之处。皮姆在自己的这一著作中不仅对数学符号的不同类型和作用进行了具体分析,更认为以下就构成了数学教学的一个特殊矛盾:就算法的形成与掌握而言,人们有时不得不将注意力集中于符号表达式自身而不去考虑其所代表(指称)的对象或思想;但是,这种偏重纯形式方面的做法又可能造成严重的后果:人们往往会不知不觉地将符号表达式与其所代表的对象等同起来,从而就忽视了对符号表达式的意义的理解与分析。(皮姆并指出,在数学中有些性质是就表达式本身而言的,如分数、小数等;有些性质是就其所指称的对象而言的,如素数、合数等,从而就与采取什么样的表达式完全无关。但是,对这两种不同的类型,人们通常却未能作出明确的区分。)

更为一般地说,皮姆认为,以下可被看成数学语言的一些特征性质:简洁性重于清晰性;形式的方面重于非形式的方面;符号重于词语;语言的自足性重于情景相关性。进而,也就是从这样的角度去分析,皮姆认为,这正是摆在所有数学教师面前的一个严重困难,即“如何促使学生从他们相当熟悉的、占优势的、非形式的口头语言转到通常被视作带有很多数学活动特点的形式的书面语言。”(《Speaking

Mathematically—Communication in Mathematics Classroom》,同前,第189页~190页)

再者,皮姆在这一著作中又突出强调了这样的思想:数学语言有一个形成与演变的过程.特殊地,由于新的词汇往往是从日常语言中借用的,或是已有概念的推广,因此,如果对所说的过程缺乏清楚的认识而只是单纯从字面上去进行理解的话,就很容易造成意义的混淆,包括与日常意义的混淆,以及与已建立的认识的冲突.

从一般语言学的角度去分析,皮姆指出,上述的做法事实上就可被看成“比喻”这一普遍方法在数学中的具体应用.由于从认识的角度看,后一做法是十分必要和完全合理的,因此,这里的问题就并非如何去排除所说的比喻方法在数学中的应用,而是应当对比喻方法的这种应用、包括比喻的特征性质等建立起更为自觉的认识,从而有效地防止或纠正各种可能的意义混淆.

最后,又如前面已提及的,皮姆在这一著作中清楚地表明了这样的观点:数学教学中的语言问题往往就是一定数学观和数学教学观的具体反映.例如,皮姆指出,对口头语言的忽视事实上就体现了这样的一种数学教学观:数学学习应当建立在独立思考之上;另外,由于人们确信数学是十分精确和严格的,因此往往也就未能清楚地认识到比喻在数学中的重要作用,也即往往对比喻在数学中的应用缺乏自觉的认识.再例如,由仔细的观察可以发现:数学教师在自己的教学工作中经常会使用像“我们”(而不是“我”)这样一些术语,如“我们将这样的两个三角形称为全等三角形”等等.皮姆指出,这不仅应当被看成是一种语言艺术,即藉以营造出一种合作的氛围,而且也清楚地体现了数学的约定性质,从而就是与社会建构主义的基本立场十分一致的.^[1]

[1] 值得指出的是,一些学者并曾从教师的“语气”这一角度对此进行了分析.如“语气指包含在一句话里的肯定程度……在学校任何一门学科中,附在所说的话上的份量都是重要的,尤其是数学,被认为是典型的事实性学科,因而就应有一个强烈的语气结构.”(详见皮姆:“数学课堂语言:形式、作用和精神实质”,R. Biehler 等主编《数学教学理论是一门科学》,同前,第194页)

综上所述,就“语言和数学教育”这一主题的研究而言,我们不应停留于简单地列举出数学教学和学习中所存在的各种语言问题,也不应满足于从教学的艺术这一特定角度去指明教师在数学教学中应当如何使用语言,而应从整体上对数学教学活动中的语言现象作出更为深入和全面的分析,特别是,应清楚地指明数学教学在这一方面的特殊性,包括数学词语意义的理解,数学符号的指称意义及其指称对象的特殊性,由日常语言向数学语言的转化,等等;另外,为了很好地实现由“经验型研究”向“理论型研究”的重要转变,我们又应努力拓宽自己的知识面,特别是,应很好地学习与掌握现代语言学的基本知识和方法。

2. 其他方向上的一些研究.

前面已经提及,就国际数学教育界关于“语言和数学教育”这一主题的现代研究而言,存在有多个不同的促进因素,特别是,我们在此即可清楚地看到一般教育学、乃至哲学的重要影响.以下所介绍的两部著作就可被看成后一方面的典型例子.

(1) 维科斯基(L. Vygotsky)关于“思维与语言”的研究.

相信对于本书的大多数读者来说,前苏联的著名心理学家维科斯基已不是一个完全陌生的名字,特别是,后者可被认为是社会建构主义的直接先驱.以下我们要提及的则是维科斯基的一部专著:《思维与语言》(中译本已由浙江教育出版社于1998年出版).由于这一著作所直接论及的是思维与语言的关系,而且,其主要地又是从儿童发生心理学的角度从事研究的,因此,在这样的意义上,这一著作与我们目前的主题“语言与数学教育”就有较大的距离,但是,笔者以为,维科斯基的这一工作又不能看成与数学教育完全无关的,毋宁说,这事实上即是为我们数学教育领域内积极地去开展相关的研究提供了重要的知识背景.

具体地说,《思维与语言》清楚地表明了这样一种观点:我们既不能把思维与语言简单地等同起来,如认为思维就是无声的语言,也不能把两者完全隔离开来,如试图将思维从言语的外壳中彻底解脱出来;与此相反,我们应当清楚地看到在这两者所存在的重要联系,特别是,从发生学的角度看,“思维与言语的关系经历了很多变化.”(《思维与语

言》,桂冠出版社(中国台湾),1998,第75页)

维科斯基指出,思维和言语在个体发生的过程中事实上具有不同的根源:思维属于智力发展的范围,语言的发展则是“情感意动的”,从而,在儿童的言语发展中,就有一个“前智力”的阶段,相应地,就思维的发展而言,也有一个“前语言”的阶段;但是,在个体发生的某个时刻,“这两段先前相互独立的曲线出现了会合”,从此,“思维变成为言语的东西(言语思维(verbal thought)),语言则成了理性的东西(智力语言(intellectual language))”。(《思维与语言》,同前,第89页)

显然,就我们目前的论题而言,以上所说的“言语思维”和“智力语言”应当成为我们主要关注的对象,特别是,我们应当清楚地看到语言对思维发展的重要影响。这也就如维科斯基所指出的:“儿童所掌握的言语结构成为他思维的基本结构。这使我们看到了另一个无可厚非的重要事实:思维发展受制于语言,这也就是说,思维发展是由思维的语言工具和儿童的社会文化经历所决定的。”言语思维并不是天生的、自然的行为形式,而是历史文化的过程所决定的,它具有在思维和言语的自然形式中找不到的特性和规律。(《思维与语言》,同前,第97页~98页)当然,作为问题的另一方面,我们又应看到:“言语思维肯定没有包括思维的所有形式或言语的所有形式。思维中有很长的一块领地是与言语没有直接联系的。在使用工具中所表现出的思维就居于这块领地。”(《思维与语言》,同前,第93页)

维科斯基从这样的角度对儿童的概念形成过程、特别是科学概念的发展进行了深入的研究。

例如,维科斯基指出,儿童的概念形成事实上经历了以下三个阶段:无组织聚集(主观联结);复合思维;概念思维。另外,思维的这种发展又是与词义的变化直接相联系的:“在任何一个年龄,用词来体现的一个概念表示一种普遍化的活动。但词义在演化,当一个新词为儿童所习得时,它的发展刚刚开始;首先,这个词是一种最原始类型的普遍化,随着儿童智力的发展,它不断地被高级类型的普遍化所取代,这个过程最终导致真正概念的形成。”(《思维与语言》,同前,第

138 页)进而,又正是言语在思维的这一发展过程中发挥了特别重要的作用:“在实际生活与词义相对应的复合并不是由儿童自发地发展起来的:一个复合和发展路线是由意义预先决定的,在成人的语言中一个特定的词已经具有这种意义。”然而,“尽管儿童的概念是被制约的,但是他们的思维仍然根据自身的智力发展层面沿着这条预先规定的道路前进。成人无法将他的思维方式传递给儿童。他仅仅提供了一个词的现成意义,儿童围绕这个词的意义形成了一种复合——带有复合思维全部结构的、功能的和发生学上的特征。”(《思维与语言》,同前,第 119 页)

显然,从认识论的角度去分析,维科斯基的以上论述就清楚地表明了认识活动的社会建构性质,而如果从教学的角度去分析,我们则又应当特别重视以下的事实:“对于一个概念来说,最初的词不是一种简单的象征,而是一种意象,一种图像,一种概念的心理素描,一种关于概念的简短故事。”甚至在青少年学会了产生概念以后,他仍然没有放弃那些初级的形式:它们继续在长时期地运作着,而且确实在他的思维的许多领域内占有优势。”成人经常会从概念思维迁移到具体的复合思维。(《思维与语言》,同前,第 133、129 页)从而,在数学教学中我们也应当十分注意关于“概念定义”与“概念心象”的区分及其相互关系的研究。^[1]再者,维科斯基指出:“概念的演进方式不同于用逻辑术语有意识地详尽阐述经验的方式。在概念帮助下对现实进行分析发生在对概念本身进行分析之前。”这也就是说,“儿童开始用概念运作,进行概念思维实践,也即在他清楚地意识到这些运作的性质之前便进行了这些运作和实践。”(《思维与语言》,同前,第 133、120 页)从而,这事实上也就十分清楚地表明了这样一点:“熟能生巧”或许不仅应当被看成代数(算术)学习中的一个必然途径,而且也应被看成学习活动的普遍规律。

特殊地,就儿童科学概念的发展而言,维科斯基又首先肯定了皮

[1] 对此可见郑毓信、梁贯成:《认知科学、建构主义与数学教育》,同前,第二章。

亚杰在先前所提出的关于“自发思维”与“非自发思维”的区分(例如,儿童的日常概念属于自发思维,而由学校中习得的科学思维则属于非自发思维);但是,与后者不同,维科斯基并不认为两者在儿童身上的发展是完全独立的、直至自发思维最终为非自发思维所完全取代,恰恰相反;“自发性与非自发性的概念的发展是彼此联系和相互影响的。”具体地说:“日常概念为科学概念及其向下发展清出一条道路.它为概念的更原始、更基本的方面(它给了概念以本体和活力)的演化创造了一系列必要的结构.”另外:“科学概念依次为儿童有意识地 and 审慎地使用自发概念的向上发展提供结构.”这也就是说:“学校教学促使儿童把知觉到的东西普遍化起来,并在帮助意识他们自己的心理过程方面扮演着决定性的角色……反省的意识经由科学概念的大门而成为儿童的财富.”例如:“系统化的萌芽首先是通过儿童与科学概念的接触而进入他的心灵的,然后再被转移到日常概念,从而完全改变了他们的心理结构.”更为一般地说:“这些科学概念从一开始便具有普遍性的关系,也就是说,具有一个系统的某种雏型.科学概念的形式训练逐渐转变儿童自发概念的结构,并且帮助他们组织一个系统,这促使儿童向更高发展水平迈进.”(详可见《思维与语言》,同前,第六章)

从而,从数学教学的角度看,这事实上也就清楚地表明了这样一点:我们不仅应当肯定日常语言对学生学习数学语言(更为一般地说,就是科学语言)的重要性,而且也应看到数学(科学)语言的掌握对学生思维发展的特殊重要性.更为一般地说,这也就如维科斯基所指出的:“教学对高级机能发展的影响远远超过该特殊科目的界限,涉及各种科目学习的主要的心理功能是互相依存的——它们的共同基础是意识和深思熟虑的把握.……与这些发现相伴随的是,所有基本的学校科目充当了形式训练.每一科目促进了其他科目的学习.由它们来刺激的心理功能在一个复杂的过程中发展.”进而,就发展与教学的一般关系而言,维科斯基又强调指出:“教学先于发展”或者说:“教学必须面向未来,而不是面向过去.”(《思维与语言》,同前,第158页~161页)显然,这

事实上也就是对教育工作重要性的充分肯定。〔1〕

最后,还应指明的是,维科斯基在《思维与语言》这一著作中也曾突出地强调了清楚地作出以下各个区分的重要性:言语的“社会功能”与“自我功能”,对话与独白,信息的交换与常规的闲谈,词的“意蕴”与“意义”,等等。显然,这些意见对于深入开展“语言与数学教育”的研究都有着十分重要的指导意义。

(2) 从哲学到数学教育.

如果说维科斯基的上述工作与数学教育仍有较大的距离,那么由布朗所撰写的专著《数学教育与语言——诠释现象学和后结构主义》(《Mathematics Education and Language—Interpreting Hermeneutics and Post Structuralism》,Kluwer,1997)就更为明显地表现出了对数学教育的关注,或者说,这即可被看成将“现象学”与“后结构主义”等现代哲学理论应用到数学教育领域的一个自觉努力。

应当指明的是,就西方而言,在语言学的现代研究和现代的哲学思潮之间应当说始终存在十分重要的联系,特别是,正是由于现代哲学思潮的重要影响才导致了西方语言观的重要变化;反之,语言的分析则又构成了“现象学”与“解释学”等现代哲学理论的一项基本内容。另外,这并可以被看成布朗的这一著作最为重要的一个特点,即清楚地体现了一种新的语言观,或者说,由传统的语言观向现代的语言观(更为准确地说,即是后现代的语言观)的过渡构成了这一著作的一个直接背景。

具体地说,这里所论及的“现代的语言观”主要指这样一种认识,即否定语言表达式具有完全确定的客观意义,如指称某种先期存在的客观事物或现象,而是认为词语的意义完全取决于主体在各个特定场合下对这些词语的应用。这也就如著名哲学家维特根斯坦(L. Wittgenstein)所指出的:“词语的意义在于它在语言中的应用。”

显然,按照这样的观点,就个人对于词语意义的把握而言,关键就

〔1〕也正是在这一点上我们可看到在维科斯基与皮亚杰之间所存在的重要区别。对此可见郑毓信、梁贯成:《认知科学、建构主义与数学教育》,同前,第三章。

不在于如何很好地去理解它们的客观意义,而主要是一个解释的过程。这也就正如布朗所指出的:“如果任一数学表达式的产生可以被看成一种行动,这一表达式的意义自然也就从属于超越表达式本身意义的解释的行为。”(同前,第27页)这也就是说,数学词语的意义与使用者和所使用的环境不可分离。

具体地说,正如上述引言所已表明的,布朗在这一著作中明确地表明了这样一种思想,即认为应当将数学看成一种活动,一种由各个个体所具体从事的活动,我们应从这样的角度去理解数学词语的意义,即应认为意义的把握主要是一种解释的活动。进而,布朗又突出强调了解释活动的无限性。事实上,在布朗看来,在语言的使用与主体的数学体验之间存在如下的“循环”：“我体验世界的方式决定了我如何去谈论它;然而,我谈论世界的方式反过来又影响了我在未来如何去看待世界。”(同前,第37页)显然,在“活动”与“描述”之间所存在的这种辩证关系也就直接决定了解释活动具有无限的发展可能性(特殊地,上述的循环也就可以被看成所谓的“解释学循环”的一个具体表现)。

综上所述,布朗的这一著作与关于“语言与数学教育”的论著相比应当说有着更强的哲学味。事实是,布朗在这一著作中曾花费不少篇幅专门对解释学和后结构主义等现代哲学思潮进行介绍。作为必要的研究背景这一做法也许无可非议,但是,就“语言与数学教育”这一主题的研究而言,我们又应更加关注这些新的哲学思想究竟能给我们以什么样的启示?下面就从后一角度对布朗的这一著作作出进一步的介绍。

首先,从上述的立场出发,笔者以为,我们就应特别注意布朗在这一著作中所提及的索尚(Saussure)的语言学理论,特别是,除去通常所说的关于“指称者”与“被指称者”的区分以外,索尚又明确提出了关于“意指者”(signifier)和“所意指者”(signified)的区分,这也就是说,尽管有些符号表达式可能不具有物质的指称物,但其仍然可能代表(意指)一定的概念。(同前,第61页~62页)

具体地说,笔者以为,由于数学对象并非物质的存在,因此我们就应当从意指的角度去把握数学表达式的意义。这就正如布朗所指出

的：“要想在语言框架之外为数学定位是十分困难的。后结构主义将这一概念作了进一步的发展。它的建议是：数学在其得以创造的情境之外并无存在。”（同前，第55页）这也就是说，数学表达式的意义完全在于语言之中，而数学学习则就无非是指如何去掌握这样一种特殊的语言——显然，这事实上就是从本体论的角度为“数学的语言观”提供了更为深入的分析。

其次，又如前面已提及的，以下可以被看成布朗所倡导的数学学习观的核心所在：数学并非是一种由外部创造的供学习者学习的知识体，而是学习者在特定时间内所从事的一种活动；又由于这种活动同时改变了这一活动的情境，因此，我们在此就无法逃脱所说的“解释学循环”。〔1〕

显然，按照这样的理解，精确的表达式就只能被看成各种可能的表达式中的一员，并是不断的反省行为的结果；另外，概念的形成也不能被看成这一过程的终止，因为，概念的界定本身同样应当被看成所说的数学活动的一个部分，或者说，由数学表达式的生成所导致的反省的维度即是所描述的现实的一个部分，进而，所说的“解释学循环”则又清楚地表明了数学理解的时间维度：数学概念有一个不断演变的过程，从而也就根本不存在任何确定的、固定不变的意义。布朗这样写道：“我们看待和使用某一表达式的方式总是处于变化的状态之中，随着个体的生活经验对于这一表达式被认为是合适的情境的影响而不断调整。”（同前，第49页~50页）

从而，按照这样的观点，数学词语就不具有完全确定的意义；恰恰相反，其意义完全取决于它们的用法，并处于不断的变化之中。（这就是

〔1〕 布朗曾专门介绍了英国数学教育家梅森（J. Mason）关于数学活动的以下描述：对于某个数学情景的经验是由以下三者的循环所组成的：“获得体验”（getting a sense of）；具体的运作（the manipulation of）；以及“相应的表述”（the articulation of）。（详见《Mathematics Education and Language—Interpreting Hermeneutics and Post Structuralism》同前，第51页）。布朗指出，梅森的这分析事实上即是与上述关于数学学习活动中“解释学循环”的分析十分接近的。

所谓的“符号的确定性与意义的变化性”)进而,数学词语的意义相对于不同的个体又必然会表现出一定的不确定性.也正因为此,布朗提出:“数学的系统 and 结构就其整体而言是看不到的,只能通过各个特定的活动去把握。(值得指出的是,布朗并依据这样的思想提出了“数学”与“数学活动”的区分,而后者在很大程度上是又与索尚所提出的关于“语言”与“言语(说话)”的区分直接相对应的:前者是指整体性的结构,后者则是指其日常的应用。)进而,数学的认识活动又必然地具有“解释”的性质.这也就如布朗所指出的:“数学思想的意义取决于各个个体趋向它们的方法。(同前,第223页)

综上所述,布朗所积极倡导的新的语言观事实上就直接蕴含了一种新的数学观:我们不应将数学看成建立在所谓的“数学事实”之上的普遍真理,而是指向经由特定实践所产生的个体意识.

最后,还应提及的是,在布朗的观念与社会建构主义之间也存在大量的共同点.例如,布朗突出地强调了这样一个事实,学习活动并不是由教师完全决定的,或者说,在教师的指导与学生的相继行为之间并不存在一一对应的关系,因为,后者与学生所处的情境有关,特别是,学生往往按照当时的情景决定其下一步的行动.例如,在合作学习的情况下,学生往往会在别的学生已创造的空间中活动;另外,特定的教室环境也会自动引发一定的行为,甚至无须来自教师的明确指示。(同前,第108页~130页)

另外,布朗的以下断言显然也可被看成对数学认识活动建构性质的直接确认:“数学对象并非等待着人们去发现的确定对象,毋宁说,是由各个个体所不同地理解的。”进而,布朗又突出强调了整体性文化环境对于个人认识活动的重要影响,并认为这种规范性作用主要地即是通过语言得以体现的:“个人总是处于文化地决定的看待事物的方式之中,从而,就经验总是借助于继承而来的图式——这是通过语言的应用得到体现的——得以理解的这一点而言,经验自身即是与情境密切相关的。(同前,第223页~224页)从而,这也就与社会建构主义的立场表现出了明显的一致性.

考虑到建构主义事实上代表了关于认识活动本质的一种哲学分析,在布朗的这一著作与建构主义之间存在上述的联系显然就不足为奇了,毋宁说,这即是从又一角度更为清楚地表明了这样一点:数学教育界中关于语言的现代研究与社会建构主义的兴起的确有着十分重要的联系。

综上所述,关于“语言与数学教育”这一主题的研究在现代的兴起确有其一定的必然性,这并为数学教育的深入发展提供了不少有益的观点或启示。也正是从后一角度去分析,笔者以为,在此最为重要的就不是对于相关结论的简单应用,而应通过独立的分析与思考不断地深化我们在这一方面的认识,包括密切联系教学实践积极地去开展相应的研究。更为一般地,笔者以为,这事实上也就是我们在面对诸多“数学教育新视角”时所应采取的一个基本立场。

5.4 建构主义之慎思

关于建构主义的教学涵义国内已有不少论著进行了专门分析,但是,就现实而言,却又仍然可以看到不少关于建构主义的不恰当解释或误解;另外,尽管从总体上说建构主义对我国的数学教育(乃至一般教育)产生了十分积极的影响,特别是,建构主义可被看成为新一轮的课程改革提供了重要的动力因素和思想武器,但是,在这一口号下又隐藏着诸多哲学上的错误主张,因此,如果对此缺乏自觉性的话,就很可能导致某些荒谬的结论,甚至直接影响到我国数学教育事业的健康发展。从而,总的来说,这就应被看成我国数学教育界所面临的一个重要任务,即应当从理论高度对建构主义作出必要的澄清与批判。

一、从认知的角度看

从认知、特别是学习的角度看,这在很大程度上可以被看成建构主义的核心所在:学习并非学生对教师所授予知识的被动接受,而是依据其已有的知识和经验所作的主动建构。

由于这一观点突出强调了学生在学习活动中的主体地位,并是与

传统的“注入式”学习观直接相对立的,因此就不仅为我们更为深入地去理解教和学的现象提供了重要的新视角,更为对传统教学思想的自觉反思和深入批判提供了重要的理论工具。〔1〕

然而,即使就上述的核心观点而言,如果缺乏深入的思考,也很容易产生某些简单化的理解甚至导致认识上的误区。例如,这显然可以被看成这一核心观点的一个明显涵义:知识不可能由教师直接传递给學生。这也就是说,第一,学习者在学习过程中并非处于完全被动的地位,特别是,学习者已有的知识和经验在这一过程中发挥了十分重要的作用。第二,也正因为此,学习者通过学习所建构的知识与教师所教学的知识(或课本上所记载的知识)就并非丝毫不变、完全相同的,特别是,先前关于学习者就像是一个“空的容器”或一块“白板”这样的比喻就都是很不恰当的。

但是,现在的问题是,我们能否由此而进一步断言:知识的教学是完全不可能的,或者说,我们根本不可能通过向其他人学习而获得一定的知识?特殊地,学习又是否应当被看成纯粹的个人行为——从而,任何的外部干涉在此就都只能起到消极的干扰作用?

事实上,正如第一节中所已提及的,对于学习活动(更为一般地说,即是认识活动)个体性质的绝对肯定即是所谓的“个人建构主义”(personal constructivism)最为重要的一个特征,而由前者向“社会建构主义”(social constructivism)的转变则又可以被看成建构主义在20世纪90年代的实际发展轨迹,这就是说,与先前的认识相对立,人们现今普遍地对认识活动的社会性质采取了更为明确的肯定态度。

具体地说,这就可以被看成所说的认识活动社会性质的第一个基本涵义,即任何较为深入的认识必然有一个在不同个体间进行表述、交流、比较、批评与反思的过程,特别是,就学生的学习活动而言,师生与同学之间的互动更应被看成成功学习的一个必要条件。

〔1〕 对此可见郑毓信、梁贯成:《认知科学、建构主义与数学教育》,同前;或郑毓信、黄家鸣:“对于传统教法设计理论的严重挑战”《教育学报(中国香港)》,1997年第二期。

第二,从更为深入的层次去分析,我们又应明确肯定:学习活动主要是一种文化继承的行为。从而,这事实上也就应当被看成认识上的一个误区,即认为建构主义的学习观直接决定了学习活动的探究性质,也即认为按照建构主义的观点就只有通过主动探索学生才有可能进行有意义的学习活动。

事实上,正如第二部分中所已提及的,国外的相关实践已在这一方面为我们提供了直接的启示,即是应当清楚地看到“探究学习”(或者说“发现学习”)的局限性。具体地说,“探究学习”在20世纪60年代的美国曾得到了积极提倡,但这最终只能说是一次失败的努力;进而,尽管存在多种“外部”原因,如资源缺乏、教师的培训工作没有能跟上,等等,但所说的“失败”其最为重要的原因恰又在于其基本立场的错误性,即认为学生无须通过系统的学习,也即对已有文化的认真继承就可相对独立地做出各项重要的科学发现并建立起相应的系统理论。^[1]

从而,总的来说,我们就不应将学习者的主动建构与向其他人学习绝对地对立起来,恰恰相反,在明确肯定学习者主体地位的同时,我们也应清楚地指明向其他人(包括各种教材与书本)学习、特别是教师的指导性工作的必要性和重要性,而后者在很大程度上又可以被看成已有文化的集中体现。

再则,这事实上也应被看成对建构主义的一种误解,即认为学生的“主动建构”主要地应被理解成“动手实践、实物操作”。具体地说,由仔细的阅读可以发现,以上所论及的建构主义的核心观点直接涉及的仅是学生在学习过程中内在的思维活动,而没有涉及到任何一种具体的学习形式,这也就是说,这一核心观点只是从“内在的思维活动”这一特定角度对“意义学习”(这是与“机械记忆”直接对立的)作出了具体说明:这是指将新的学习内容与主体已有的知识和经验恰当地联系

[1] 特殊地,就科学学习而言,这更可以被认为清楚地表明了“素朴经验主义”立场的错误性。对此可参见 M. Matthews,《Science Teaching: The Role of History and Philosophy of Science》,Routledge,1994.

起来,从而使之获得确定的意义(这也就是所谓的“意义赋予”)。从而,与对于外部行为的片面强调相比,我们在此事实上应更加重视“活动的内化”——从教学的角度看,这也就是指,我们不仅应使每个学生在课堂上积极地参与活动,更要关注他们在做什么,特别是,这些活动对于相应的学习活动究竟产生了什么样的作用或影响。(对此可见 2.2 与 2.4 节)

最后,更为一般地说,笔者以为,我们在此又应十分注意防止以下的“两极化”思维方式,即将学习(以及相应地,教学方法)简单地区分成“建构主义的学习”与“非建构主义的学习”的学习(以及“建构主义的教学方法”与“非建构主义的教学方法”)。由于所说的“两极化”思维方式在现今的课程改革中是十分常见的,因此,在笔者看来,以下的论述也就应当引起我们的高度重视:“传统的信息加工模型产生了难以弥合的人为的二元割裂……使人认为存在真实(不真实)的学习环境、情境化(非情境化)的学习、有意义的(无意义的)问题……这种表述会产生一种概念上的误导,让人觉得一些学习和思维是情境性的,一些不是这样的。从生态认知观看,所有的学习都是情境性的。……如果学习了什么,学习的东西就会在某种途径上对于该个体有意义。如果学习确实发生了的话,就没有学习是不真实的。……只要学习发生之处,我们就可以认为学习是真实的、情境性的、有意义的。”(扬等:“行动者作为探测者:从感知——行动系统看学习的生态心理观”,乔纳森主编:《学习环境的理论基础》,同前,第 136 页)

二、从哲学的角度看

就我国教育界对于建构主义的认识而言,这或许可以被看成一个通病,即人们往往只是集中于建构主义教学涵义的分析,而未能从哲学的层面对建构主义的基本立场作出更为深入的认识。

然而,如果就世界范围进行考察的话,我们却可看到截然相反的情况:在西方建构主义从一开始就有着十分明确的哲学涵义。例如,就建构主义在现代教育界中的流行而言,人们无疑会提到美国学者冯·格

拉塞斯费尔德(E. von Glasersfeld),因为,正是他在这一方面发挥了特别重要的倡导作用,而冯·格拉塞斯费尔德就曾明确地指出:“建构主义的立场,如果认真对待的话,即是与知识、真理和客观性等传统概念直接相冲突的,它们要求从根本上去重建个人关于实在的观念。”(“An Exposition of Constructivism: Why Some like it Radical”,《Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics》,ed. by R. Davis & C. Maher & N. Noddings, NCTM, 1990, 第187页)这也就是指,第一,我们完全不应去涉及客观世界的存在性这样一个“形而上学”的问题,而应局限于经验知识范围。第二,认知是一个组织个人经验世界的适应过程,也即应当用‘适应’(fit)的概念去取代传统的‘匹配’(match)概念,或者说,即应当采取彻底的工具主义立场。

显然,冯·格拉塞斯费尔德的上述立场在哲学上是十分极端的,也即是与大多数人所接受的实在论与反映论的立场直接相抵触的。冯·格拉塞斯费尔德本人对自己立场的这种极端性也是清楚地认识到了的,他并因此而将自己所倡导的这种观点命名为“极端建构主义”(radical constructivism):“极端建构主义之所以是极端的,即是因为对于固有认识的反对并发展起了这样的一种知识论,在其中,知识并不是对于一个‘客观的’本体意义上的实在的反映,而仅仅涉及到了对由我们的经验所构成的世界的整理和组织。极端建构主义一劳永逸地消除了‘形而上学的实在论’。”(《Construction of Knowledge》,Intersystems Publications, 1987, 第109页)从而,这事实上就从一个角度清楚地表明了这样一点:我们不应盲目地、不加批判地去接受种种所谓的建构主义观点,而应从理论高度对此作出深入的分析与批判。

应当指明,对于极端建构主义基本立场的错误性,国外的一些学者早就从各种不同角度进行了批判。例如,美国著名数学教育家基尔帕特里克(J. Kilpatrick)就曾指出:“极端建构主义是很极端,因为它拒绝大多数经验主义所支持的形而上学的现实主义,它要求它的拥护者放弃知道真实世界的努力。”(“What Constructivism might be in mathematics education”《Proceedings of the 11th International Conference of PME》,

ed. by J. Bergeron & N. Herscovics & C. Kieran, University of Montreal, 1987, 第4页)更为一般地说,这事实上也就是“社会建构主义”何以在20世纪90年代逐渐取代“极端建构主义”而占据了主导地位的一个重要原因。

正如前面已指明的,由于社会建构主义明确肯定了认识活动的社会性质,因此,从认知的角度去分析,其相对于“个人建构主义”而言应当说就是更为合理的;但是,需要指明的是,除去已提及的认识论意蕴以外,西方目前流行的“社会建构主义”事实上已经超出了这一范围,也即包含有更多的内容,特别是,这常常被认为提供了关于科学知识(真理)性质的具体分析。

具体地说,就当前西方而言,社会建构主义主要地即是与所谓的“STS(科学、技术与社会)研究”、特别是“科学知识社会学(SSK)”直接相联系的,而後者的基本立场则是认为应当从社会学的视角去对科学知识的本质作出具体说明。如“科学,像所有知识一样,是‘社会建构’的。它是由社会机制的轮廓,支持这些机制的意识形态,和它们所追求和保护的利益所决定”;从而“认为知识是对一个独立的……实在的忠实反映,就是一种随意的形而上学幻想。”(转引自诺曼·列维特:《被困的普罗米修斯》,同前,第283页)进而,我们又不仅应当明确肯定科学知识的文化相关性和相对性,而且也应彻底否定科学知识相对于其他各种信念、甚至宗教迷信具有任何的优越性,毋宁说,在此所需要的是如下的“对称性原则”：“所有的信念,就其可信性的原因来说,全部都是等价的。这并不是说所有的信念同样的都是真实的或同样虚假的,而是无论其真假与否,它们的可信性的事实都应该被视为有问题的。我们将辩护的这种观点是,所有信念的影响,应毫无例外地……通过找出这种可信性的特殊的、局部的原因来获得说明。”(转引自诺里塔·克瑞杰:《沙滩上的房子》,同前,第15页)

应当强调的是,对于社会建构主义的上述意蕴我们不应采取简单肯定或简单否定的态度。事实是,与其他各个方面的研究一样,关于科学知识的社会学研究也为我们更为深入地认识科学知识的本质提供了

有益的启示或视角。例如,曾通过撰写“诈文”而在美国、乃至西方各国直接挑起了所谓的“科学大战”的索卡尔(A. Sokal)就曾写道:“如果这一论断(指上述的“对称性原则”——注)仅仅是声称我们应该用同样的社会学与心理学原理去解释所有信念的原因,……我们将不会提出任何反对的意见。”(转引自诺里塔·克瑞杰:《沙滩上的房子》,同前,第16页)因为,这是一个明显的事实,即就人们对于科学知识的接受而言,除去真理性与学术性方面的考察以外,其他方面的一些因素(或如通常所说的“外因”)也发挥了十分重要的作用。另外,科学也应被看成整体性人类文化的一个有机组成成分,从而,在这样的意义上,我们就应明确肯定科学的文化相关性——特殊地,后者事实上就构成了现代教育领域中关于“民俗科学”或“民俗数学”研究的直接出发点。^{〔1〕}但是,作为问题的另一方面,我们又应清楚地看到,如果将所说的各种观点推到了极端的地步,如完全否定了物质世界的存在性以及科学知识的真理性,甚至更将科学等同于各种神话或迷信,这就是完全错误的了。

从而,与盲目追随或随意附和相对立,我们应对建构主义采取十分慎重的态度,特别是,应从理论高度对其作出深入的分析 and 批判。例如,以上的讨论显然已经表明,就“社会建构主义”的把握而言,我们事实上可以区分出以下几种不同的内涵或意义:

- (1) 适当的社会互动对于认识活动是十分重要、甚至是必不可少的;
- (2) 认知、特别是学习活动主要是一种文化继承的行为;
- (3) 科学,与其他所有知识一样,都是一种社会建构,从而也就必然地具有一定的文化相关性和相对性;
- (4) 科学归根结底地说也只是一种信念,其之所以为人们所接受,并不是因为它们具有一定的真理性,也即是客观规律的正确反

〔1〕 对于后者可参见另文“民俗数学与数学教育”,郑毓信:《数学教育:从理论到实践》,同前。

映,而主要依靠宣传和权力,从而科学与宗教迷信相比就不具有任何的优越性.

由此可见,任何绝对肯定或绝对否定的态度在此就都是不恰当的.

三、从课程改革的角度看

就以上关于建构主义哲学意蕴的分析而言,读者也许会产生这样的想法:这些论述似乎与教育有很大距离,从而对此就不必予以特别的关注.然而,这却是一个不争的事实:任何人,无论其自觉与否,总是在一定哲学观念指导下从事活动的,从而,如果在这一方面缺乏自觉性的话,最终往往就会成为某种“时髦”、然而恰恰又是最坏的哲学的俘虏.

为了清楚地说明问题,以下再联系课程改革进一步指明从理论高度对建构主义作出深入分析与批判的重要性.事实上,无论就国内外而言,建构主义都可说是为新一轮课程改革提供了重要的动力因素和思想武器.例如,中国台湾自1992年开始的小学数学课程改革就明确地提出了“以建构主义作为基本的指导思想”;另外,由美国国家科学基金会网址的检索也可发现,在20世纪90年代至少有44%的数学和科学教育项目都援引了“建构主义”这样一个术语.(转引自诺曼·列维特:《被困的普罗米修斯》,同前,第316页)

然而,先前的分析已经表明,对于建构主义不应采取任何一种简单化、绝对化的立场,恰恰相反,在此最为需要的是深入的分析与必要的批判.更为一般地说,笔者以为,后者事实上也可被看成我们在面对种种“时髦口号”时所应采取的基本态度,而改革的大潮在一定程度上则可被认为是为后者的泛起提供了恰当的外部环境.例如,除去“建构主义”以外,我们还可提及“后现代主义”、“女性主义”、“民主化”等口号.值得指出的是,这事实上也可被看成上面已提及的20世纪90年代后期在美国、乃至整个西方爆发的“科学大战”的一个积极意义,即直接促成了人们从各个方面对“后现代主义”等口号的影响作出深入的反思与

批判,包括了对课程改革基本立场的深入分析与再认识.由于国际上的课程改革为我国的课程改革提供了重要背景和直接启示,因此,对上述的发展我们就应予以特别的关注.

当然,必要的批评并不等于反对课程改革.同样地,清楚地认识建构主义的局限性也不意味着就应对此采取彻底否定的态度;恰恰相反,笔者以为,这仍应被看成当前的一项重要工作,即应当更为全面地去认识和充分发挥建构主义的积极意义.例如,以下的两项工作对课程改革的深入发展就有着特别的重要性:

第一,就建构主义教学涵义的认识而言,这是一个明显的不足之处,即人们往往只是集中于学生的学习活动,而未能认识到我们也应从这一角度对教师的工作作出新的认识.^{〔1〕}

具体地说,就如学生在学习活动中的主体地位,我们也应明确肯定教师在教学工作中的主体地位,从而,教学方法的改革就不应是某种外部的强制行为,而应成为教师的自觉行动;进而,又如课程改革中对于“解题策略多样化”的提倡,我们在此也应清楚地看到教师中必然存在一定的个体差异,从而,与对于某些教学方法的片面强调相比,我们事实上也应明确肯定教学方法的多样化——当然,又如在面对多种不同的解题方法时教师应当发挥重要的指导作用,也即应当从各种不同的角度或层面对不同方法作出必要的比较,从而有效地促进学生对自己的方法作出积极的反思与必要的改进,在课程改革中我们也应帮助教师通过比较与反思掌握更为先进的教学方法,或者说,即能依据特定的教学内容、教学对象与教学环境(以及教师本人的个性特征)创造性地进行教学.

更为一般地说,又如第二部分中已提及的,笔者以为,这事实上也

〔1〕 这一倾向在国外也是可以见到的.例如,尼克森(M. Nickson)就曾指出:“对于以下观点的普遍接受,即学生是他们自己的数学知识的建构者,并没有伴随着关于教师研究的知识的同样认识。”(“The Culture of the Mathematics Classroom”,《Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning》, ed. by D. Grouws, 同前,第106页)

就可以被看成课程改革成功实施的关键所在,即其能否真正成为所有相关成员、特别是广大教师的共同事业。特殊地,从这样的角度去分析,除去创造性的教学以外,我们又应大力提倡教师密切联系自己的教学工作积极地去进行教育教学研究,包括对“课程标准”与教材的独立分析与深入思考,而不是简单地充当被动的“执行者”,包括以纯粹的“接受者”的身份参加各种各样的“培训”,乃至完全被动地去“接受”新一轮课程改革的基本理念。

显然,上述的结论同样适用于教育工作的其他各个环节,包括教材编写与教育的管理等。从而,在较为广泛的意义上,这也可以被看成建构主义的一个重要涵义,即是应当努力改变中国教育界中长期存在的“一层卡一层”的现象。

第二,对于合作学习的提倡无疑应当被看成建构主义、特别是社会建构主义的一个直接结论;但是,就当前的教学实践而言,又有不少问题需要我们积极地去进行探讨。例如,就现已得到广泛应用的“小组讨论”而言,我们就应深入研究究竟什么是这一方法最为有效的组织形式?什么又是采取“小组讨论”最为恰当的时机?我们并应如何去处理在“小组学习”中经常会遇到的一些困难或问题,如“学生在一起会聊天,但不会讨论”;“学生的讨论经常偏离主题”,等等。

另外,与各种具体的做法相对照,笔者以为,我们在此又应不断加深对于“合作学习”本身的理解。例如,就当前而言,以下的思想就是特别重要的:“合作学习”并非仅仅是指学生间的互动,而且也应包括师生间的积极互动,特别是,教师即应在“思维的必要优化”这一方面发挥特别重要的作用;再者,“小组学习”显然也不应被看成“合作学习”的唯一形式,恰恰相反,教师应当根据具体的教学内容、对象和环境灵活地去应用各种可能的教学形式,包括全班讨论,师生问答与集体评价等。

最后,又如5.1节中所已提及的,国际上关于学习活动的现代研究也已从理论上为我们更为深入地去认识“合作学习”的意义提供了重要的启示,因为,相对于“认知心理学(信息加工理论)”而言,“情境理论”

这一现代发展最为重要的特征就是提供了一种新的不同视角,即是将着眼点由个体转向了群体、转向了个体与群体的关系,以及由唯一注重个体的认知活动(意义建构)转向了个人的社会定位(身份的确定)——显然,上述的变化事实上也就对切实做好“合作学习”提出了新的更高要求:我们不仅应当高度关注每个学生的参与和发展,而且也应十分重视如何去创建一个好的“学习共同体”,并使每个学生都能成为共同体的积极一员。

写在最后 课程改革 2005：发现问题， 正视问题，解决问题，不断前进

笔者近期参加了由各级数学教育的专业组织所组织的多次会议，并实地观看了由会议所组织的多堂观摩，有不少收获和启示。以下就以此为背景提出关于如何促进数学课程改革深入发展的一些看法或建议。

一、谈到“数学课堂教学观摩”，无疑就直接涉及到了数学课堂教学的评价标准，特别是：“究竟怎么样的一堂课才能说是一堂好的数学课？”对于这一问题应当说已有不少同行从各种不同的角度进行了分析论述，在此就不再赘述，而只是想突出强调这样一点：数学课堂教学的评价标准不应被看成一成不变的——就课堂教学本身而言，这也就是指：“好课首先应该具有鲜明的时代特征。”（斯苗儿：《小学数学课堂教学——案例透视》，人民教育出版社，2003年，第3页）

具体地说，20年、甚至10年前的一堂好课在今天恐怕就未必能算是一堂真正的好课，因为，按照今天的标准，人们一定会发现其中有不少需要改进的地方，有些做法甚至是大可商榷的，特别是，新一轮的数学课程改革更可说在这一方面极大地促进了人们认识的发展与深化。然而，如果我们所考虑的对象并没有如此大的时间跨度，而仅仅着眼于新一轮数学课程改革正式启动以来的这几个年头，那么，我们又是否应当仍然坚持所说的发展观念呢？这也就是说，就数学课堂教学的评价而言，2004年的标准是否应当与2000年、甚至是2002年的评价标准完全相同，还是应当有所发展和变化？

显然，以上的论述即就清楚表明了笔者何以将这一文章起名为“课

程改革 2005 ”这正是为了突出地表明这样一种认识 ,即是随着课程改革的逐步展开 ,我们也应不断发展和深化自己的认识 ,包括对如何搞好课堂教学不断提出新的更高要求.

具体地说 ,如果说在 2000 年(甚至是前两年)我们还经常可以看到这样的现象 ,即是以“ 有无改革意识 ”、“ 是否着眼于教学创新 ”作为评价数学课堂教学的主要标准^[1]那么 ,在今天这无疑就应被看成过于简单化了 ,因为 ,这种做法在很大程度上即是以“ 新、旧 ”取代了“ 好、坏 ”,在实践中则更容易导致对于形式的片面追求.

与此相对照 ,笔者以为 ,以下应当被看成数学课程改革深入发展的一个重要内涵或必由途径 ,即是应当由“ 形式的追求 ”(即如对于某些新的教学形式 ,如合作学习与学生主动探究等的简单提倡与模仿)转而更为重视相关的实质问题 ,并能通过积极的教学实践与深入的理论研究不断取得新的进步.

例如 ,正是从这一角度去分析 ,笔者以为 ,新近所见到的一些“ 观摩课 ”就应得到充分肯定 ,因为它们所选择(例如 ;“ 7 的乘法口诀 ”,这是由江苏省小学数学专业委员会组织的一堂观摩课)的正是这样的一些教学内容 :由于题材的特殊性(例如 ;“ 对口诀的记忆 ”),这些内容的教学似乎很难与课程改革的指导思想或所推荐的新的教学方法相协调 ,从而 ,在先前的各类“ 教学观摩 ”中也就很少有教师会选择这样的题材 ;但是 ,由于这些内容在数学学习中占据了无可替代的重要地位 ,因此 ,如何突破这些难点事实上也就应当被看成数学课程改革深入发展的一个必要要求.

显然 ,除去上述的例子以外 ,关于如何才能帮助学生很好地理解与掌握各个较为抽象的数学概念也应被看成这样的“ 难点 ”. 具体地说 ,如果说如何防止“ 机械记忆 ”并帮助学生较好地实现“ 理解记忆 ”即可被看成前一类问题的关键所在 ,那么概念教学的关键则就在于如何处理好“ 文化继承 ”与“ (学生主动的)意义建构 ”这两者的关系 ,因为 ,

[1] 除课堂教学以外 ,在教材的评审工作中我们显然也可看到同样的现象.

数学概念的学习主要是一个文化继承 ,而非独立创新的过程 ,当然 ,所说的“文化继承”并不应当被理解成概念学习只能是一个被动的接受过程 ,恰恰相反 ,我们应当努力帮助学生较好地去理解相关的数学概念 ,而这事实上也就是一个意义建构(更为准确地说 ,应是社会建构)的过程。

更为一般地说 ,笔者以为 ,这事实上就应被看成广大数学教育工作者所面临的一个紧迫任务 ,即是应当对各类教学题材作出深入的分析 ,包括清楚地界定各个相关的“教学难点” ,并通过积极的教学实践与深入的理论研究逐步地去突破这些难点。

二、除去所说的“难点”以外 ,我们当然也应在其他方面更为深入地去开展一些专题研究。例如 ,尽管“情境设置”、“动手实践”、“主动探究”、“合作学习”等新的教学方法在今天已经为广大教师所普遍认同并得到了较为广泛的采用 ,但就现实而言 ,我们在这些方面都还不能说已经取得了十分成功的经验 ,毋宁说 ,已有的实践恰是从又一角度为课堂教学的改革提出了许多新的研究课题 ,这就是指 ,我们如何才能真正超出纯形式的追求与模仿这样一种较为初等的水平 ,并在新的教学方法的应用上取得切实的进步。

例如 ,就现今课堂上所看到的“情境设置”而言 ,在很多情况下似乎都只是起到了一种“敲门砖”的作用 ,另外 ,尽管这一做法在一定意义上也可被看成有利于调动学生的学习积极性 ,并可帮助学生更好地认识数学的意义 ,但是 ,某些课例又不能不说在这一环节上花费了过多的精力与时间(这方面的一个实例可见 2.4 节)从而 ,我们在此也就应当认真考虑这样的问题 :“我们究竟应当提倡什么样的情境设置?”“我们又应如何在课程改革这一新形势下保持与发扬课堂教学的高效率性这一中国数学教学的良好传统?”(关于“中国数学教学传统”可见 3.1 节)

正如 2.4 中所已提及的 ,笔者以为 ,情境设置不应仅仅起到“敲门砖”的作用 ,而还应当在课程的进一步开展中自始至终发挥重要的导向作用 ,即是应当成为相关学习活动的“认知基础” . 希望在近期内我们即

能通过第一线教师的积极实践能在这一方面积累起一定的成功案例。

再者,就“小组学习”这一教学形式的应用而言,我们显然也应提出如下的一些问题:“什么是采用‘小组学习’这一教学形式的恰当时机?”我们又应如何去组织‘小组学习’(究竟是“同质分组”还是“异质分组”,等等)?“我们应当如何去处理‘小组学习’时所可能出现的种种问题?”我们又应如何将小组学习、全班教学与个人自学这几种教学形式很好地结合起来?”等等。

更为重要的是,我们又应对“小组学习”(更为一般地说,即是“合作学习”)给出明确的评价标准。正如2.4节所已指出的,在笔者看来,能否很好地处理以下三个关系就可被看成这方面的一个具体标准:(1)互动与制约(2)分工与分享(3)创新与继承。特别是,就当前而言,我们更应特别突出注意以下几个环节:必要的制约或规范(包括自我约束),对于信息、资源与成果的共享,文化继承的重要性。

第三,就当前而言,以下的看法可以说已成为了人们的共识,即我们不仅应当积极鼓励学生的主动探究,而且也应明确肯定教师在这一过程上应当发挥重要的指导作用。从而,我们在此也就应当深入地思考以下的问题:“什么是教师介入的最佳时机?”教师又应如何去发挥所说的指导作用?”

例如,正如2.4节所已提及的,以下就是国外的一些同行通过自己的实践而总结出来的一些经验:“重复学生的语言,再一次确认学生的意思,是教师控制教室对话的两种最明显的策略。”(瑞思尼克)教师的工作是通过向学生问他们应当自己问自己的问题来对学习和问题解决进行指导。这是参与性的,不是指示性的,其基础不是要寻找正确答案,而是针对专业的问题解决者当时会向自己提出的那些问题。(巴拉布与达菲)当要求学习者……解决问题时,必须通过提供相关案例以支撑这些经验……相关案例通过向学习者提供他们不具备的经验的表征,来支持意义的形成。(乔纳森)显然,对于这些经验我们都应给予高度的重视,并应通过积极的教学实践与理论总结很好地加以应用,包括作出必要的改进。

最后 ,为了切实发挥‘ 动手实践 ’对于学生数学学习的促进作用 ,我们显然不应满足于表面上的‘ 热热闹闹 ’,即是满足于看到学生似乎都已积极地投入到了活动之中 ,而应更加关注学生究竟在做什么 ?(what ?) 通过这样的活动可能产生什么样的效果 ?(这也就是指 ;为什么要安排这样的活动 ?——why ?) ” “ 这样做了究竟又产生了什么样的效果 ?(how ?) ”

另外 ,相对于对于学生“ 动手实践 ”的片面强调而言 ,笔者以为 ,我们又应清楚地认识‘ 内化 ’的重要性 ,因为 ,就如 2.4 节中所已指明的 ,“ 如果我们始终停留于实际操作的层面 ,而未能很好地实现活动的‘ 内化 ’,包括思维中的必要重构 ,则就根本不可能发展起任何真正的数学思维. ”

应当指明的是 ,经由这些年的实践 ,我们在上述各个方面已经取得了一定的经验 .对此例如可参见吕听听、诸建刚 :“ 探课改之路 ,索课改真谛——常州市数学课改工作回顾与思考 ”(《 中学数学教育 》2003 年第三期)与斯苗儿《 小学数学课堂教学——案例透视 》(同前). 笔者深信 :只要我们认真地去发现问题、正视问题、解决问题 ,就一定能在数学教学方法的改革上取得切实的进步 .

三、应当指明 ,就数学教学方法的改革而言 ,我们不仅应当积极地去倡导各种教学方法或模式 ,而且也应十分重视如何在课程改革这一新形势下很好地去应用像“ 自学—辅导 ”、“ 数学方法论指导下的数学教学 ”等这样一些经由长期教学实践与理论总结而逐步发展起来的“ 传统的 ”教学方法或模式 ,包括对此作出必要的发展或改进 .

也正是在这样的意义上 ,笔者以为 ,由浙江省小学数学专业委员会所组织的几堂观摩课就应得到充分肯定 ,因为 ,除去“ 普通人上普通课 ”,而不是刻意地去制造某些“ 样板课 ”这一基本的指导思想以外 ,这次会议更有意识地围绕一些对于课程改革的深入发展具有普遍意义的重要问题进行了积极探索 .例如 ,会议所组织的前三堂观摩课就都突出了这样一个主题 ,即是在课程改革这一新形势下应当如何很好地去应用“ 学生预习 ”这一传统的教学方法 .

例如,在笔者看来,这或许就可被看成“新形势下应用‘学生预习’这一传统方法”的一个重要涵义:由于学生都是以教材为依据进行预习的,因此,我们在此就应注意突破书本所设定的框架,也即应当努力保持头脑的开放性。例如,就“圆的认识”(这是由浙江省小学数学专业委员会组织的一堂观摩课)而言,我们就不应满足于“理解半径、直径的特征及相互间的关系”,还应当引导学生积极地去思考这样的问题:“除去书上所列举的各个特征与相互关系以外,圆的半径和直径还具有哪些性质?”事实上,从实际的教学情况看(在教学中教师布置了这样一个任务,即是要求学生具体地去找出圆形纸片与黑板上所画的圆的圆心),有不少学生已经注意到了这样一些性质,如“就联结圆上任意两点所成的各种线段(弦)而言,直径是最长的”;“直径将圆分成了相等的两个部分”,等等。

进而,这显然也应被看成“保持头脑开放性”的又一重要涵义,即是应当十分注意培养学生的质疑精神,包括应用各种可能的方法对书上的相关结论作出必要的检验。例如,就“圆周率”(这是浙江省小学数学专业委员会所组织的另一堂观摩课)的教学而言,我们就应注意引导学生积极地去思考“是否所有的圆其周长与直径的比都相等”这样一个问题——显然,必要的质疑与检验事实上也应被看成达到深刻理解的必要前提与重要步骤。

更为一般地说,这事实上应当被看成数学教学方法改革的一个基本立场:我们应当积极地倡导各种新的教学方法或模式;但是,数学教学方法的变革又不应被理解成教学模式的简单取代,毋宁说,我们在此应当十分注意防止各种简单化的理解与绝对化的主张,特别是,不应将“新”“旧”看成区分教学方法“好”“坏”的主要标准,并因此而对某些教学方法采取绝对肯定或绝对否定的态度,恰恰相反,我们应当更为明确地去提倡教学方法的多样化,并通过积极的教学实践深入地去认识各种方法的优点与局限性,从而就能依据特定的教学内容、对象、环境(以及教师本人的个性特征)创造性地加以应用。(对此可见2.4节)

在笔者看来,在理论与教学实践的关系问题上我们事实上也应采

取相同的态度 ,这就是指 ,我们既应十分重视理论对于教学实践的指导意义 ,但同时则又明确肯定在教学实践与理论之间所存在的重要的互动关系 ,从而 ,任何一种“居高临下、指手画脚”的态度 ,即如过分强调“新课程理念”的灌输与辅导 ,就都是不恰当的 ;另外 ,同样重要的是 ,我们又应明确提倡“理论的多元化” ,而且 ,与对于种种“时髦”理论的盲目接受相对照 ,我们更应注意保持思想的开放性与批判性。

最后 ,这显然也应被看成数学课程改革深入发展的一个重要课题 ,即是如何在这一新形势下很好地去继承和发扬我国优秀的数学教学传统 ,如应当如何去看待或继承“双基教学”这样一个传统。相信随着时间的推移这一问题一定会引起人们越来越多的关注。

四、除去上面所已提及的两类问题以外 ,我们还应十分重视在课程改革中所凸现出来的另外一些问题。

例如 ,以下的现象无疑应当引起我们的高度重视 :据不少第一线的教师反映 ,在先前主要是在小学三年级才开始出现的“学生两极分化”的现象 ,现今在小学一年级就已凸现出来。

应当指明 ,上述现象的出现事实上是与课程改革的基本理念 ,也即“使数学教育面向全体学生”直接相抵触的。从而 ,我们就应认真研究 :“所说的‘新的两极分化’是否真的存在 ?或者说 ,我们究竟可以在多大的范围与程度上谈及‘新的两极分化’?”^{〔1〕}所说的‘新的两极分化’与‘先前的两极分化’是否具有相同的性质 ,还是有着不同的内涵或表现形式 ?“什么又是造成所说的‘新的两极分化’的主要原因 ,特别是 ,这是否与课程改革的某些措施(即如对于解题方法多样化的积极提倡)有着直接的联系 ?”我们并应如何去解决所说的‘新的两极分化’?”

再者 ,教材的多样化在现今显然也已成为一个必须正视的现实问题 ,因为 ,这无疑应当被看成一种过于乐观或天真的想法 ,即是认为只

〔1〕 正如人们所已普遍认识到了的 ,除去上述的“两极分化”以外 ,就课程改革的实施而言在发达地区与欠发达地区之间显然也表现出了明显的差距 ,而这事实上也可被看成另一类的“两极分化”。

需通过单纯的数量增长与“自由竞争”就可最终创造出高水平的数学教材,恰恰相反,笔者以为,我们必须十分警惕由于单纯的“利益驱动”所必然会造成的种种严重后果(从而,有关部门在这一问题上就应发挥重要的组织、引导与监管作用,而且,这应是一种事先的防范,而不要等问题真的成了灾才去进行补救),另外,同样重要的是,教材的评审也不应成为一种“应景之举”,而应切实加强这一方面的研究与指导工作.例如,就已经通过评审的六种小学数学教材而言,我们就应认真研究:“它们各有什么样的特点?又有哪些共同之处?其中有哪些可以被看成成功的尝试,又有哪些需要改进的地方?”我们的教材与国外的同类教材(指改革教材)各有什么样的特点?又有哪些共同之处?……”“什么是教材编写工作的基本原则与合理途径?什么是教材评审的基本原则和合理方法?”

由于教材建设必定有一个长期的过程,因此,在笔者看来,我们就应当切实纠正以下的现象,即是认为只需组建一个临时班子就能顺利完成编写教材的任务;毋宁说,这即是更为清楚地表明了这样一点:除去教材的评审以外,我们也应十分重视相关的理论研究,或者说,后者即应被看成切实做好教材编写与评审工作的必要前提.希望不会见到因教材的多样化出现诸多弊病而重新回到“一个大纲、一本教材”这样的可悲现象.

第三,作为前一阶段工作的必要总结,笔者以为,我们又应认真研究以下的课题:“数学课程改革对于第一线教师究竟产生了什么样的影响?他们有哪些收获或体会?又有哪些困惑或不同意见?”容易看出,这方面的深入研究不仅可以为课程改革的下一步发展提供直接的启示,而且也会对教师的实际成长产生重要的帮助.

事实上,即使就课程改革最为基本的一些理念而言也还有深入思考与研究的必要.例如,“以学生的发展为本”无疑是正确的,但是,如果从较为深入的角度去分析,则又直接关系到了不同的“发展观”和“教育观”,即如“我们究竟应当如何去看待‘学生的自由发展’与‘必要的社会规范’这两者的关系?”基础教育又应确立什么样的基本目标,即是

应当努力缩小在学生间可能存在的差距、还是听之任之？”我们究竟应当突出强调知识的整合性，还是应当明确肯定分科教学的重要性？或者说，这两者各有什么样的优点与不足之处？”等等。

综上所述，就数学课程改革的深入发展而言，仍然存在大量的问题需要我们去认真地研究并切实地予以解决。也正因为此，笔者以为，这事实上就应被看成促进数学课程深入发展的关键所在，即是不应满足于所已取得的成绩，而应更为重视对于所存在的问题与不足之处的分析与解决。这也就如笔者一年前在“义务教育数学课程标准修订会议”上所指出的，只有不断地发现问题，正视问题，解决问题，我们才能取得切实的进步。（对此并可见 2.1 节 [附录二]）